BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA *LOOP* DAN MEMUAT SEJUMLAH GENAP PASANGAN TITIK YANG DIHUBUNGKAN OLEH GARIS PARALEL

(Skripsi)

Oleh

ISTIQOMAH

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022

ABSTRACT

THE NUMBER OF DISCONNECTED GRAPHS LABELED VERTICES OF ORDER SIX WITHOUT LOOPS AND CONTAINING EVEN NUMBER OF PAIR OF VERTICES CONNECTED BY PARALEL EDGES

By

ISTIQOMAH

A graph *G* is said to be a connected graph if for every two distinct vertices on the graph there is a path connecting them. Otherwise, G is disconnected. An edge that has the same start and end vertex is called a loop, while a parallel edges is two or more edges that connect the same pair of vertices. If *n* vertices and *m* edges are given and each vertex is labeled, many graphs will be formed. In this research, the formula to determine the number of disconnected vertex labeled graph order six without loop and containing an even number of pair of vertices connected by paralel edges will be discussed.

Keywords: graph, disconnected graph, loop, parallel edges

ABSTRAK

BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA *LOOP* DAN MEMUAT SEJUMLAH GENAP PASANGAN TITIK YANG DIHUBUNGKAN OLEH GARIS PARALEL

Oleh

ISTIQOMAH

Suatu graf *G* dikatakan graf terhubung jika untuk setiap dua titik yang berbeda pada graf tersebut terdapat lintasan yang menghubungkannya. Jika tidak ada lintasan yang menghubungkan, maka *G* dikatakan graf tak terhubung. Suatu garis yang titik awal dan titik akhirnya sama disebut *loop*, sedangkan garis paralel adalah dua garis atau lebih yang menghubungkan pasangan titik yang sama. Jika diberikan *n* titik dan *m* garis serta setiap titik diberi label maka akan banyak graf yang terbentuk. Pada penelitian ini akan didiskusikan rumus untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa *loop* dan memuat sejumlah genap pasangan titik yang dihubungkan oleh garis paralel.

Kata kunci: graf, graf tak terhubung, *loop*, garis paralel

BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA *LOOP* DAN MEMUAT SEJUMLAH GENAP PASANGAN TITIK YANG DIHUBUNGKAN OLEH GARIS PARALEL

Oleh

ISTIQOMAH

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022

Judul Skripsi : **BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA *LOOP* DAN MEMUAT SEJUMLAH GENAP PASANGAN TITIK YANG DIHUBUNGKAN OLEH GARIS PARALEL**

Nama Mahasiswa : Istiqomah

Nomor Pokok Mahasiswa : 1817031021

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 196311081989022001

Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.
NIP 198406272006042001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** ....

Sekretaris : **Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **01 Juli 2022**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa	: Istiqomah
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1817031021
Jurusan	: Matematika
Judul Skripsi	: **BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA *LOOP* DAN MEMUAT SEJUMLAH GENAP PASANGAN TITIK YANG DIHUBUNGKAN OLEH GARIS PARALEL**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Agustus 2022

Yang menyatakan,

Istiqomah

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Istiqomah lahir di desa Trisnomulyo Kecamatan Batanghari Nuban Kabupaten Lampung Timur, pada tanggal 25 Agustus 1999. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara pasangan Bapak Agus Malik dan Ibu Siti Maimunah. Penulis menempuh pendidikan Taman Kanak-kanak di TK Cakra Buana Indonesia pada tahun 2004-2005, Pendidikan sekolah dasar di SD N 2 Trisnomulyo pada tahun 2005-2011, pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP N 3 Batanghari Nuban pada tahun 2011-2014, kemudian melanjutkan di SMA N 1 Kotagajah pada tahun 2014-2018.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung (Unila) melalui jalur Penerimaan Undangan pada tahun 2018. Kemudian pada tahun 2019, penulis diberikan amanah sebagai Wakil Sekretaris Umum Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA), Pada tahun 2020 sebagai Sekretaris Bidang Kajian dan Keumatan UKMF (Unit Kegiatan Mahasiswa Fakultas) Rois FMIPA, dan sebagai Sekretaris Departemen Kajian Ilmiah Islam dan Keumatan UKMU (Unit Kegiatan Mahasiswa Universitas) Birohmah (Bina Rohani Islam Mahasiswa) pada tahun 2021.

Pada awal tahun 2021, penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Badan Perencanaan dan Pembangunan Daerah (BAPPEDA) Kota Metro. Kemudian pada pertengahan tahun 2021, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 40 hari di desa Taman Cari, Kecamatan Purbolinggo, Kabupaten Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

"Bersemangatlah atas hal-hal yang bermanfaat bagimu, minta tolonglah pada Allah dan janganlah kau lemah"

(H.R Muslim)

"Aku tidak peduli atas keadaan susah dan senangku, karena aku tidak tahu manakah di antara keduanya itu yang lebih baik bagiku"

(Umar bin Khattab)

"Orang yang berpikir untuk dirinya sendiri, akan hidup sebagai orang kerdil dan mati sebagai orang kerdil. Adapun orang yang berpikir untuk orang yang banyak, akan hidup sebagai orang besar dan mati sebagai orang besar"

(Sayyid Qutb)

"Kamu hanya perlu mencintai penulisnya, maka kamu akan sangat tenang menjalani skenarionya"

(Penulis)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'alamin, Puji dan syukur saya haturkan kepada Allah Subhanahu Wata'ala atas nikmat dan karunia-Nya, Shalawat serta salam selalu tercurah kepada baginda Nabi Muhammad shallallahu 'Alaihi Wasallam sosok yang luar biasa dengan Risalahnya yang luar biasa pula di tengah-tengah kita.

Kupersembahkan karya ini kepada:

Bapak dan Ibu

Orang tua tercinta Bapak Agus Malik dan Ibu Siti Maimunah atas doa, dukungan dan kasih sayang yang terus diberikan serta kerja keras dalam merawat, membesarkan penulis hingga sekarang.

Adikku

Imam Muttaqin yang selalu menjadi penyemangat.

Para pendidik, guru-guru, serta dosen yang telah meluangkan waktu untuk menurunkan ilmunya kepada penulis.

Semua sahabat terbaik yang terus mendukung, menolong, menasihati, memberikan semangat dan kebahagiaan dalam proses hidup penulis.

Almamater Unila dan Negriku Indonesia.

SANWACANA

Puji Syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Skripsi yang berjudul "Banyaknya Graf Tak Terhubung Berlabel Titik Berorde Enam Tanpa *Loop* dan Memuat Sejumlah Genap Pasangan Titik yang Dihubungkan oleh Garis Paralel" disusun untuk memenuhi salah satu syarat guna memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat.) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan, dukungan, saran dan do'a dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan ketulusan hati penulis ingin menyampaikan terimakasih kepada:

1. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku pembimbing I yang selalu bersedia memberikan arahan, bimbingan, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc. selaku pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan saran serta dukungan kepada penulis.
3. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku penguji yang telah memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat lebih baik lagi.
4. Ibu Dra. Dorrah Azis, M.Si. selaku Pembimbing Akademik.
5. Bapak Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, M.T., selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Terkhusus Orang Tua dan adik yang selalu memberikan kasih sayang,

dukungan, nasehat, motivasi serta do’a yang selalu diberikan.

9. Keluarga besar Rumah Qur’an Mahasiswa yang telah menemani penulis selama menjadi santri.
10. Keluarga besar Rois FMIPA 2020 dan Birohmah 2021 yang telah memberikan banyak ilmu serta pengalaman yang berharga.
11. Teman-teman angkatan 2018 jurusan matematika yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
12. Almamater tercinta, Universitas Lampung.

Bandar Lampung, Agustus 2022

Penulis

Istiqomah

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Secara umum teori graf merupakan suatu diagram yang memuat informasi tertentu yang bertujuan untuk membantu objek-objek tertentu agar lebih mudah dipahami, misalnya pada beberapa permasalahan di lingkungan sekitar kita yang dapat diselesaikan dengan menggunakan teori graf antara lain; silsilah keluarga, struktur organisasi, pemodelan distribusi pemasaran, rangkaian listrik, rangkaian aliran air pam dan lain- lain. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut, yaitu dengan menyatakan objek tersebut sebagai titik dan hubungan antara objek sebagai garis.

Konsep teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonard Euler pada tahun 1736, ketika menyelesaikan permasalahan jembatan Konigsberg, Kaliningrad, Rusia. Di kota tersebut terdapat sungai Pregal yang membelah kota menjadi empat daratan yang terpisah. Daratan tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Warga kota tersebut ingin melewati setiap jembatan tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat awal. Euler menyatakan dengan permodelan tertentu bahwa hal tersebut tidak mungkin terjadi. Hal tersebut dapat terjadi jika banyaknya jembatan berjumlah genap. Bentuk permodelan tersebut yang kemudian menjadi latar belakang munculnya konsep teori graf yang ada saat ini.

Pada tahun 2016 Wamiliana dkk. melakukan penelitian untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde lima tanpa garis paralel.

Selanjutnya, Amanto dkk. pada tahun 2017 memberikan rumus untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde maksimal empat. Pada tahun 2018, Amanto dkk. memberikan rumus untuk menghitung graf tak terhubung berlabel titik berorde lima dengan maksimum enam sisi 3-paralel tanpa *loop*. Wamiliana dkk. pada tahun 2019 memberikan rumus untuk menghitung banyaknya graf berlabel titik berorde lima dengan maksimal lima garis paralel tanpa *loop*. Pada penelitian ini, penulis tertarik untuk melanjutkan penelitian menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa *loop* dan memuat sejumlah genap pasangan titik yang dihubungkan oleh garis paralel.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa *loop* dan memuat garis paralel yang menghubungkan pasangan titik berbeda sejumlah genap.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

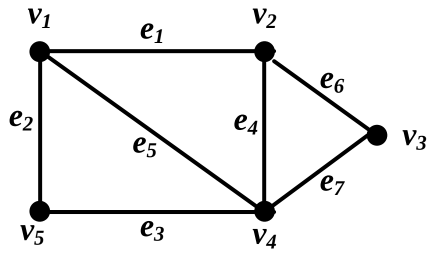
1. menambah pengetahuan tentang teori graf terutama graf tak terhubung dengan garis paralel;
2. sebagai rujukan bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan graf tak terhubung.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan diberikan beberapa konsep dasar teori graf, teknik pencacahan serta barisan aritmatika orde tinggi yang berkaitan dengan penelitian yang akan dilakukan.

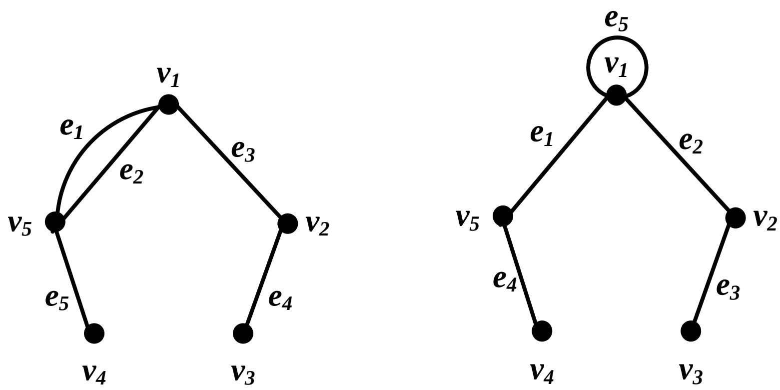
2.1 Konsep Dasar Teori Graf

Istilah-istilah dan definisi yang digunakan pada subbab ini merujuk dari Deo (1989). Graf $G = (V, E)$ didefinisikan sebagai pasangan terurut suatu himpunan $\left(V(G),\ E(G)\right)$ dengan $V(G) = \{v_1, v_2, ...\}$ merupakan himpunan titik, $V(G) \neq \emptyset$ dan $E(G) = \{e_1, e_2, ...\}$ merupakan himpunan garis dari pasangan tak terurut titik-titik di $V(G)$.



Gambar 2. 1 Graf dengan 5 titik dan 7 sisi

Suatu garis yang titik awal dan titik akhirnya sama disebut *loop*, sedangkan garis paralel adalah dua garis atau lebih yang menghubungkan titik- titik yang sama. Graf sederhana adalah graf yang tidak memuat *loop* atau garis paralel, sedangkan jika memuat *loop* atau garis paralel, maka disebut graf tak sederhana.

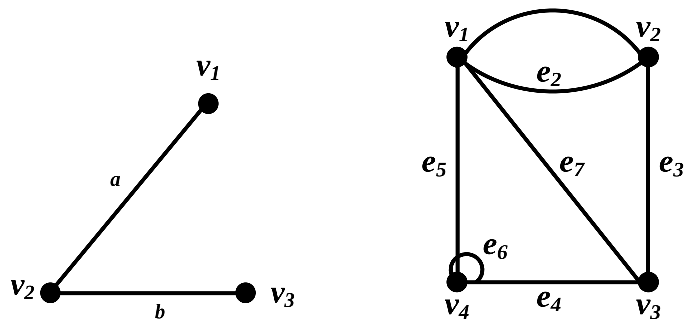


(a) (b)

Gambar 2. 2 (a) Graf dengan paralel (b) Graf dengan loop

Pada Gambar 2.2 dapat dilihat bahwa pada Gambar 2.2 (a) merupakan contoh graf dengan garis paralel $e_1$dan e_2 , sedangkan pada gambar 2.2 (b) merupakan graf dengan *loop* e_5.

Misalkan v_j merupakan titik ujung sisi e_j pada suatu graf *G*, v_j dan e_j dikatakan menempel satu sama lain. Dua garis tak paralel dikatakan bertetangga jika keduanya menempel pada suatu titik yang sama. Dua titik dikatakan bertetangga jika terdapat garis yang menghubungkan keduanya.

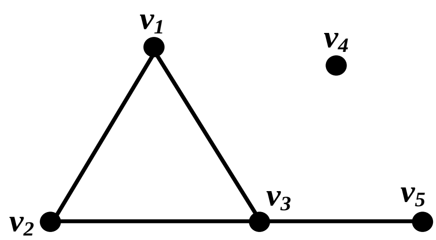


Gambar 2. 3 (a) Graf sederhana (b) Graf tidak sederhana

Pada Gambar 2.3 (a) garis *a* menempel pada titik v_1 dan titik v_2, dan garis *b* menempel pada titik v_2 dan v_3. Titik v_1 bertetangga dengan titik v_2, titik v_2 bertetangga dengan v_1 dan v_3, serta titik v_3 bertetangga dengan v_2.

Walk adalah barisan berhingga dari suatu titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik, sedemikian sehingga setiap garis menempel pada titik sebelum dan sesudahnya. *Walk* yang melewati titik yang berbeda-beda disebut sebagai *path* (lintasan). *Path* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *cycle*.

Derajat dari suatu titik v pada graf G dinotasikan *deg(v)*, adalah banyaknya garis yang menempel pada titik v dengan *loop* terhitung dua. Untuk contoh dapat dilihat pada Gambar 2.4 bahwa $deg(v_1) = 2$, $deg(v_2) = 2$, dan $\deg(v_3) = 3$.



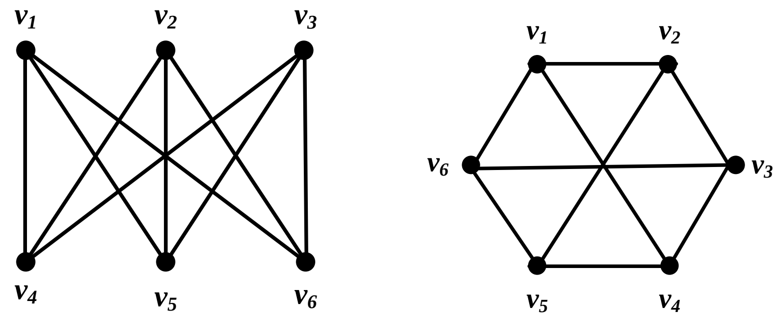
Gambar 2.4 v_4 merupakan titik terasing dan v_5 merupakan daun

Titik terasing merupakan titik yang memiliki derajat nol, sedangkan daun adalah titik yang memiliki derajat satu.

Dua graf dikatakan isomorfik jika keduanya memiliki ciri-ciri yang sama pada istilah dalam teori graf. Dua graf *G* dan *G'* dikatakan isomorfik jika ada korespondensi 1-1 antara garis pada kedua graf tersebut dan antara titik keduanya sehingga jika garis *e* bersisian dengan titik *u* dan *v* pada *G* maka garis *e*' pada *G'* juga bersisian dengan titik *u*' dan *v*'. Dua graf isomorfik harus memiliki :

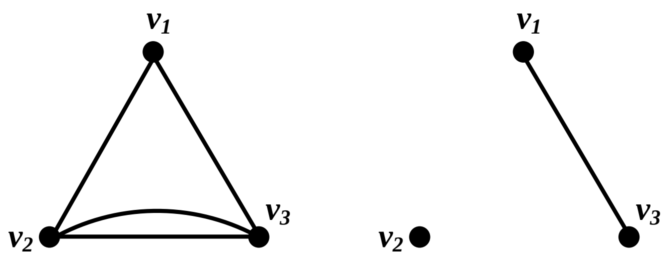
1. Banyaknya titik yang sama.
2. Banyaknya garis yang sama.
3. Titik-titik yang berkorespondensi mempunyai derajat yang sama

Perlu diperhatikan bahwa dua graf yang mempunyai sifat 1 sampai dengan 3, belum tentu kedua graf tersebut isomorfik.



Gambar 2. 5 Contoh graf yang saling isomorfik

Suatu graf dikatakan graf terhubung jika untuk setiap dua titik yang berbeda pada graf tersebut terdapat lintasan yang menghubungkannya. Jika tidak ada lintasan yang menghubungkan, maka *G* dikatakan graf tak terhubung.



Graf terhubung Graf tak terhubung

Gambar 2. 6 Contoh graf terhubung dan graf tak terhubung

2.2 Konsep Dasar Teknik Pencacahan

Permutasi *r* objek dari *n* objek adalah suatu urutan *r* objek yang diambil dari *n* objek yang berbeda yang dapat dibentuk. Secara umum, permutasi *r* objek dari *n* buah objek dapat dihitung dengan persamaan :

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Jika r = n, maka persamaan menjadi :

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

$P(n,n)$ sering disebut permutasi n objek karena permutasi tersebut menyusun keseluruhan objek yang ada (Siang, 2002)

Misalkan himpunan S memiliki $|S| = n$ elemen. Banyaknya himpunan bagian terdiri dari r $(r \leq n)$ disebut kombinasi n objek yang diambil sebanyak r objek sekaligus. Simbolnya adalah $\binom{n}{r}$ atau $C(n,r)$ atau ${}_nC_r$ Banyaknya kombinasi yang dimaksud dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Dalam himpunan bagian yang dipilih, urutan kemunculan anggotanya tidaklah diperhatikan. Hal yang diperhatikan adalah objek yang muncul (Siang, 2002).

Cramer's Rule memberikan rumus untuk solusi dari sistem linear tertentu dengan n persamaan n faktor yang tidak diketahui (Anton dan Rorres, 2005). Jika $Ax = b$ adalah suatu sistem dari n persamaan linear dengan n faktor yang tidak diketahui sedemikian rupa sehingga $\det(A) \neq 0$, maka sistem ini memiliki solusi yang unik. Solusinya adalah

$$X_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, X_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \dots\dots, X_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri-entri pada kolom ke-j dari A dengan entri-entri pada matriks $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_3 \end{bmatrix}$, dengan $j = 1, 2, \dots, n$

2.3 Barisan Aritmatika Orde Tinggi

Berdasarkan Imail (2014) menyatakan bahwa, barisan aritmatika adalah suatu barisan dengan selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Secara umum barisan bilangan dapat dinyatakan sebagai $(a_n) = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ dan a_n merupakan suku ke-*n*.

Beda adalah selisih dari suku sesudah dan suku sebelumnya, seperti $a_3 - a_2$, $a_2 - a_1$ dan seterusnya $a_n - a_{n-1}$.

Barisan aritmatika tingkat ke-*n* adalah sebuah barisan yang memiliki selisih yang sama untuk setiap suku berurutannya setelah *n* tingkatan. Bentuk umum suatu barisan aritmatika tingkat dua

$$a_n = c_1 + c_2 n + c_3 n^2$$

Rumus suku ke-*n* dari suatu barisan aritmatika tingkat dua ditentukan oleh c_1, c_2, c_3 melalui substitusi suku pertama, kedua, dan ketiga ke pola umum (a_n). Bentuk umum suatu barisan aritmetika tingkat tiga

$$a_n = c_1 + c_2 n + c_3 n^2 + c_4 n^3$$

Rumus suku ke-n dari suatu barisan aritmatika tingkat tiga ditentukan oleh c_1, c_2, c_3, c_4 melalui substitusi suku pertama, kedua, ketiga, dan keempat ke pola umum (a_n). Sehingga bentuk umum untuk barisan aritmatika suku ke-*n* yaitu

$$a_n = c_1 + c_2 n + c_3 n^2 + c_4 n^3 + \cdots + c_m n^r$$

dengan,

a_n= banyaknya suku ke-*n*

c_m= suku ke-*m*, untuk *m* = 1,2,3 …

III. METODE PENELITIAN

3.1 Penelitian yang Telah Dilakukan Berkaitan dengan Perhitungan Graf

a) Penelitian dari Agnarsson dan Raymon (2007)

Diberikan $m, n\ 0 \leq m \geq \binom{n}{2}, m, n\ \in \mathbb{N}$

1. Graf g_n merupakan graf sederhana dengan n titik. Banyaknya graf g_n adalah $g_n = 2^n_2$
2. Graf $g_n(m)$ merupakan graf sederhana dengan n titik dan m garis.

Banyaknya graf $g_{n(m)}$ adalah $g_n(m) = \left(\begin{matrix}\binom{n}{2} \\ m\end{matrix}\right)$

b) Penelitian yang dilakukan oleh Wamiliana dkk. (2016) terkait graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan $n = 5$ dan $m \geq 1$ dapatdirumuskan secara umum, yaitu:

$$N(G'_{5.m}) = N(G'_{5.m}) + \sum_{g=1}^{6} N(\ G'_{5.m})$$

$$= \binom{m+4}{m} + N\left(G'_{5.m,1}\right) + N\left(G'_{5.m,2}\right) + N\left(G'_{5.m,3}\right) +$$

$$N\left(G'_{5.m,4}\right) + N\left(G'_{5.m,5}\right) + N\left(G'_{5.m,6}\right)$$

$$= \binom{m+4}{m} + 10\binom{m+3}{m} + 45\binom{m+2}{m} + 120\binom{m+1}{m} +$$

$$85\binom{m}{m} + 30\binom{m-1}{m} + 5\binom{m-2}{m}$$

dengan:

$N(G'_{5.m})$ = Jumlah graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel untuk $n = 5$ dan $m = 1$.

c) Penelitian yang dilakukan oleh Wamiliana dkk. (2019) memberikan rumus untuk menghitung banyaknya graf berlabel titik berorde lima denganmaksimal lima garis paralel dan tanpa *loop*.

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan pada tahun ajaran 2021/2022 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah – langkah yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Mengumpulkan bahan literatur serta studi pustaka yang berhubungan dengan graf.
2. Menggambar graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa *loop* dan memuat garis paralel yang menghubungkan pasangan titik berbeda sejumlah genap dengan *n* adalah banyaknya titik dan *m* adalah banyaknya garis.
3. Mengelompokkan graf tak terhubung untuk *n* titik dan *m* garis yang sama berdasarkan t.
4. Menghitung jumlah graf tak terhubung untuk setiap *n* titik dan *m* garis.
5. Menentukan pola yang terbentuk dari banyaknya graf yang dapat dibentuk dari *n* titik dan *m* garis.
6. Menentukan rumus secara umum untuk menghitung jumlah graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa *loop* dan memuat garis paralel yang menghubungkan pasangan titik berbeda sejumlah genap dengan *n* adalah banyaknya titik dan *m* adalah banyaknya garis untuk *n* titik dan *m* garis.
7. Membuktikan rumus yang terbentuk.
8. Menarik kesimpulan.

V. KESIMPULAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil observasi dari graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa *loop* dan memuat banyaknya garis paralel yang berbeda adalah genap, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk $n = 6;\ t = 2,$ dan $m \geq 3$ diperoleh rumus:

$$N\left(G_{6,m,2}^{d}\right)_{Pe} = 105 \times C_{1}^{(m-3)}$$

2. Untuk $n = 6;\ t = 3$, dan $m \geq 4$ diperoleh rumus:

$$N\left(G_{6,m,3}^{d}\right)_{Pe} = 1365 \times C_{1}^{(m-4)}$$

3. Untuk $n = 6;\ t = 4,$ dan $m \geq 5$ diperoleh rumus:

$$N\left(G_{6,m,4}^{d}\right)_{Pe} = 1365 \times C_{3}^{(m-5)} + 36$$

4. Untuk $n = 6;\ t = 5,$ dan $m \geq 6$ diperoleh rumus:

$$N\left(G_{6,m,5}^{d}\right)_{Pe} = 509 \times C_{2}^{(m-6)} + 63\ C_{1}^{(6m-1)} - 5$$

5. Untuk $n = 6;\ t = 6,$ dan $m \geq 7$ diperoleh rumus:

$$N\left(G_{6,m,6}^{d}\right)_{Pe} = 1285 \times \left(C_{5}^{(m-3)} - 4C_{4}^{(m-4)} + 21C_{3}^{(m-5)} - 34C_{2}^{(m-6)} + 31C_{1}^{(m-7)}\right)$$

6. Untuk $n = 6;\ t = 7,$ dan $m \geq 8$ diperoleh rumus:

$$N\left(G_{6,m,7}^{d}\right)_{Pe} = 3885 \times \left(C_{5}^{(m-3)} - 5C_{4}^{(m-4)} + 15C_{3}^{(m-5)} - 25C_{2}^{(m-6)} + 23C_{1}^{(m-7)} - 9\right)$$

7. Untuk $n = 6;\ t = 8,$ dan $m \geq 9$ diperoleh rumus:

$$N(G'_{6,m,8}) = 210 \times (\ 281C_7^{(m-2)} - 2487C_6^{(m-3)} + 9769C_5^{(m-4)}$$
$$-22255C_4^{(m-5)} + 32305C_3^{(m-6)} - 30751C_2^{(m-7)}$$
$$+18865C_1^{(m-8)} - 6847$$

8. Untuk $n = 6;\ t = 9,$ dan $m \geq 10$ diperoleh rumus:

$$N(G'_{6,m,9}) = 540 \times (C_7^{(m-3)} - 7C_6^{(m-4)} + \frac{91}{3}\ C_5^{(m-5)} - \frac{245}{3}C_4^{(m-6)}$$
$$+\frac{4361}{30}C_3^{(m-7)} - \frac{1981}{15}C_3^{(m-7)} + \frac{37687}{180}C_1^{(m-9)} - \frac{20431}{60}$$
$$+256)$$

9. Untuk $n = 6;\ t = 10,$ dan $m \geq 11$ diperoleh rumus:

$$N(G'_{6,m,10}) = 6 \times (C_8^{(m-3)} + 36C_7^{(m-4)} - 279C_6^{(m-5)} + 1071C_5^{(m-6)}$$
$$-2499C_4^{(m-7)} + 3759C_3^{(m-8)} - 3591C_2^{(m-9)}$$
$$+2004C_1^{(m-10)} - 501)$$

dengan:

$(G_{n,m,t}^d)_{Pe}$ = Graf tak terhubung orde *n* berlabel titik dengan *m* garis dan *t* adalah banyaknya garis yang menghubungkan pasangan titik yang berbeda.

$N(G_{n,m,t}^d)_{Pe}$ = Banyaknya $G'_{n,m,t}$ tanpa *loop* dan memuat sejumlah genap pasangan titik yang dihubungkan oleh garis paralel.

DAFTAR PUSTAKA

Agnarsson, G. and Raymon, D.G. 2007. *Graph Theory Modelling, Application, and Algorithms*. Pearson/Prentice Education, Inc. New Jersey.

Amanto, Wamiliana dan Efendi, M.F.N. 2018. The Number of Disconnected Vertex Labelled Graphs of Order Five With Maximum 3-Paralel Edges Is Six And Contains No Loops. *Mathematics National Conference (In Indonesia KNM)*, Universitas Brawijaya. Malang.

Amanto, Wamiliana, Mustofa, U. dan Reni, P.S. 2017. Counting the Number of Disconnected Vertex Laeblled Graph with Order Maksimal Four. *Science International*, Vol.29, No.6, Hal. 1181-1186.

Anton, Howard and Chris, R. 2005. *Aljabar Linier Elementer edisi 8.* Erlangga. Jakarta.

Deo, N. 1989. *Graph Theory with Application to Engineering and Computer Science*. Prentice-Hall of India Private Limited. New Delhi.

Imail, S. 2014. Suku Ke-n Barisan Aritmatika Tingkat Dua, Tiga, Empat Dengan Pendekatan Akar Karakteristik. *Jurnal Saintek* Vol 7 No 5.

Siang, J.J. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada ilmu Komputer.* Andi Offset. Yogyakarta.

Wamiliana, Amanto, dan Grita, T.N. 2016. Counting the Number of Disconnected Labeled Graphs of Order Five Without Paralel Edges. *Journal INSIST* Vol.1, No.1, eISSN. Page 4-7.

Wamiliana, Nuryaman, A., Amanto, Sutrisno, A., dan Prayoga, N. 2019. A Determining the Number of Connected Vertices Labelled Graph of OrderFive with Maximum Number of Parallel Edges is Five and Containing No Loops. *Journal of Physics: Conference Series* 1338 (1), 012043.