

**ANALISIS REGRESI MULTILEVEL TERHADAP DATA KEPADATAN
PENDUDUK PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2021 DENGAN METODE
*MAXIMUM LIKELIHOOD***

(Skripsi)

Oleh

VINNY ADHANIA PILIANG



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022**

ABSTRACT

MULTILEVEL REGRESSION ANALYSIS OF LAMPUNG PROVINCE POPULATION DENSITY DATA IN 2021 USING THE MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD

By

Vinny Adhania Piliang

Multilevel regression analysis is used to analyze the hierarchical data structure and measure the possible interactions between variables at different levels. This study aims to determine a multilevel regression model for the factors that affect population density in Lampung Province in 2021 based on the sub-district and district levels and describe the diversity that can be explained by level 1 or sub-district and district level 2 on population density in Lampung Province in 2021. The method used in this study is Maximum Likelihood to estimate unknown population parameters. The data used is data on population density of Lampung Province in 2021. The results show that the factors that affect population density in Lampung Province in 2021 are area size and sex ratio. The multilevel regression model obtained is $\text{population density} = 141220 - 0.6513 (\text{area}) - 6.2751 (\text{gender ratio}) X^2 + \varepsilon_{ij} + u_{0j}$. The diversity that can be explained by level 1 is 41% and level 2 is 29%.

Keywords: *multilevel regression analysis, maximum likelihood, population density*

ABSTRAK

ANALISIS REGRESI MULTILEVEL TERHADAP DATA KEPADATAN PENDUDUK PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2021 DENGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD*

By

Vinny Adhania Piliang

Analisis regresi multilevel digunakan untuk menganalisis struktur data hirarki dan mengukur interaksi yang mungkin terjadi antar variabel pada level yang berbeda. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model regresi multilevel terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021 berdasarkan level kecamatan dan kabupaten serta menguraikan keragaman yang dapat dijelaskan oleh level 1 atau kecamatan dan level 2 kabupaten terhadap kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021. Metode yang digunakan pada penelitian ini yaitu *Maximum Likelihood* untuk menaksir parameter populasi yang tidak diketahui. Data yang digunakan adalah data kepadatan penduduk provinsi lampung tahun 2021. Hasil penelitian menunjukkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021 adalah luas daerah dan rasio jenis kelamin. Model regresi multilevel yang diperoleh yaitu kepadatan penduduk = $141220 - 0,6513(\text{luas daerah})X1 - 6,2751(\text{rasio jenis kelamin})X2 + \varepsilon_{ij} + u_{0j}$. Keragaman yang dapat dijelaskan oleh level 1 adalah sebesar 41% dan level 2 sebesar 29%.

Kata kunci : analisis regresi multilevel, *maximum likelihood*, kepadatan penduduk

**ANALISIS REGRESI MULTILEVEL TERHADAP DATA KEPADATAN
PENDUDUK PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2021 DENGAN METODE
*MAXIMUM LIKELIHOOD***

Oleh

VINNY ADHANIA PILIANG

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022**

Judul Skripsi : **ANALISIS REGRESI MULTILEVEL TERHADAP DATA KEPADATAN PENDUDUK PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2021 DENGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD***

Nama Mahasiswa : ***Vinny Adhania Piliang***

Nomor Pokok Mahasiswa : **1857031011**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



1. **Komisi Pembimbing**

Prof. Drs. Mustofa, M.A., Ph.D.
NIP 19570101 198403 1 020

Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si.
NIP 19731109 200012 2 001

2. **Ketua Jurusan Matematika**

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : Prof. Drs. Mustofa, M.A., Ph.D.



Sekretaris : Dr. Notiragayu, S.Si, M.Si.



**Penguji
Bukan Pembimbing : Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Sripto Dwi Yuwono, M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 29 Agustus 2022

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Vinny Adhania Piliang

Nomor Pokok Mahasiswa : 1857031011

Jurusan : Matematika

Judul : **Analisis Regresi Multilevel Terhadap Data Kepadatan Penduduk Provinsi Lampung Tahun 2021 Dengan Metode *Maximum Likelihood***

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 29 Agustus 2021
Penulis,



Vinny Adhania Piliang

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Vinny Adhania Piliang. Penulis merupakan anak pertama dari Bapak Verizal Piliang dan Ibu Anita, serta kakak dari Fariuz Azizah Piliang. Penulis lahir di Labuhan Ratu pada tanggal 14 Maret 2000.

Penulis menempuh pendidikan awal di TK Pertiwi Labuhan Ratu pada tahun 2006. Pendidikan sekolah dasar di SD Negeri 1 Labuhan Ratu pada tahun 2012. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Negeri 1 Labuhan Ratu pada tahun 2015. Pendidikan sekolah menengah atas di SMA Negeri 1 Labuhan Ratu pada tahun 2018. Pada tahun 2018 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Selama menjadi mahasiswa, penulis pernah bergabung dengan Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila 2019 sebagai Anggota Bidang Kaderisasi dan Kepemimpinan. Sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu di dunia kerja, penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) selama 40 hari di Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Lampung Timur pada awal tahun 2021. Penulis telah melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 30 hari di Desa Tanjungsari Kecamatan Natar, Lampung Selatan pada tahun 2021 sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat.

KATA INSPIRASI

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya”

(Q.S. Al-Baqarah: 286)

“Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan”

(Q.S. Al-Insyirah: 6)

“Memang sangat sulit untuk bersabar, tetapi menyia-nyiakan pahala dari kesabaran itulah yang lebih buruk”

(Abu Bakar)

“Jika kamu melangkah, mungkin ada hasil, mungkin tidak ada hasil. Tetapi, jika kamu tidak melangkah, sudah pasti tidak ada hasil”

(Mahatma Ghandi)

“Anda tidak bisa pergi dari tanggungjawab esok hari dengan menghindarinya hari ini”

(Abraham Lincoln)

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah SWT, Tuhan semesta alam yang menciptakan manusia dengan jiwa beserta akal. Tiada terkira nikmat yang telah dilimpahkan-Nya hingga penulis sampai pada titik akhir perjuangan sebagai mahasiswa. Karya sederhana ini penulis persembahkan kepada:

Ibu Anita dan Bapak Verizal Piliang

kedua orangtua yang sangat kucintai dan hormati, orangtua yang sangat hebat yang selalu memberikan kasih sayang yang tiada habisnya, senantiasa berdoa dan bersabar mendampingi putri sulungnya hingga tahap akhir penyelesaian skripsi ini. Terimakasih atas semua pengorbanan yang kalian lakukan dan doa yang tiada henti hingga tingkat akhir pendidikanku.

Fairuz Azizah Piliang dan Keluarga Besar

Adikku tersayang dan keluarga besar yang senantiasa mendoakan dan menyemangati hingga aku menuntaskan skripsi ini.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sangat berjasa, memberikan arahan, saran, dan ilmu yang sangat bermanfaat.

Almamater Tercinta Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur penulis haturkan kepada Allah SWT, yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Regresi Multilevel Terhadap Data Kepadatan Penduduk Provinsi Lampung Tahun 2021 dengan Metode *Maximum Likelihood*”. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan terwujud tanpa adanya bantuan, bimbingan, dukungan, motivasi, serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Kedua orang tua penulis, Ibu Anita dan Bapak Verizal Piliang yang telah membesarkan dan mendidik penulis dengan kasih sayang dan kesabaran yang tidak ada habisnya, serta doa dan dukungan yang diberikan sehingga penulis diberi kesabaran dalam menyelesaikan tugas akhir. Adik tersayang, Fairuz Azizah Piliang yang selalu mendoakan dan memberikan dukungan kepada penulis.
2. Tedy Sanjaya yang telah menjadi partner dalam segala hal, yang selalu menemani, meluangkan waktu, dan memberikan dukungan selama penulis duduk di sekolah hingga kuliah.
3. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D., selaku dosen pembimbing pembimbing utama yang telah membimbing, memberikan pengarahan, dan saran kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi.
4. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si., selaku pembimbing kedua yang memberikan saran, solusi yang sangat bermanfaat bagi penulis.
5. Ibu Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc., selaku dosen penguji skripsi yang telah memberikan evaluasi dan saran bagi perbaikan skripsi penulis.
6. Bapak Amanto, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberi arahan dan motivasi selama menjalani masa perkuliahan.

7. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Seluruh dosen, staff, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Unila.
9. Dalfa Habibah, Yuli Astuti, Nurfadilah, Siti Bunga, Mega Octavia, Nur Alifiah, Nanda Anindia, dan Martha Maulia yang selalu memberi dukungan selama penulis duduk di bangku kuliah.
10. Teman-teman Jurusan Matematika 2018 serta semua pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Bandar Lampung, Agustus 2022

Penulis,

Vinny Adhania Piliang

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR GAMBAR	iv
DAFTAR TABEL	v
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Data Hirarki	4
2.2 Analisis Regresi	5
2.3 Regresi Multilevel	7
2.4 Uji Asumsi	10
2.4.1 Uji Normalitas	10
2.4.2 Uji Multikolinearitas	11
2.5 Metode Pendugaan Parameter	11
2.6 Pengujian Hipotesis	14
2.7 Pemilihan Model Terbaik	15
2.8 Koefisien Korelasi Intraklas	16
2.9 Keragaman Model	17
III. METODOLOGI PENELITIAN	19
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	19
3.2 Data Penelitian	19
3.3 Metode Penelitian	21

IV. PEMBAHASAN	22
4.1 Karakteristik Data	22
4.2 Uji Asumsi	24
4.2.1 Uji Normalitas	24
4.2.2 Uji Multikolinearitas.....	26
4.3 Analisis Regresi Multilevel	27
4.3.1 Model Regresi Multilevel Tanpa Variabel Z.....	27
4.3.2 Model Regresi Multilevel Dengan Variabel Z	28
4.4 Pemilihan Model Terbaik	30
4.5 koefisien korelasi intraklas	32
4.6 koefisien determinasi	33
V. KESIMPULAN	35

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Struktur Data	20
2. Statistika Deskriptif	22
3. Uji Kolmogorov-Smirnov	25
4. Uji Kolmogorov-Smirnov Data Transformasi	26
5. Nilai VIF Level 1	26
6. Nilai VIF Level 2	27
7. Hasil Dugaan Parameter Analisis Regresi Multilevel Tanpa Variabel Z	28
8. Hasil Dugaan Parameter Analisis Regresi Multilevel dengan Variabel Z	29
9. Nilai Deviasi Setiap Model	31
10. Nilai Dugaan Parameter Acak <i>Full Model</i>	33
11. Nilai Dugaan Parameter Acak <i>Full Model</i> dan <i>Null Model</i>	33

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. <i>Normal Probability Plot</i>	24
2. <i>Normal Probability Plot</i> Setelah Transformasi	25

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Kepadatan penduduk merupakan salah satu permasalahan yang sampai saat ini Kepadatan penduduk merupakan salah satu permasalahan yang sampai saat ini belum dapat diatasi oleh Indonesia. Hal ini disebabkan terjadinya perubahan jumlah penduduk setiap tahunnya. Berdasarkan hasil sensus penduduk oleh Badan Pusat Statistik (BPS) pada tahun 2020, penduduk di Provinsi Lampung berjumlah 8.521.201 jiwa dengan kepadatan 5.332 km². Kepadatan Penduduk dapat dilihat berdasarkan beberapa kecamatan yang berada dalam suatu kabupaten. Struktur hirarki data kabupaten dan provinsi terdiri dari kecamatan yang dikelompokkan dalam kabupaten, dan kabupaten dikelompokkan dalam provinsi. Data hierarkis ialah data yang muncul akibat individu-individu dikumpulkan ke dalam kelompok-kelompok, dan individu-individu pada kelompok yang sama mempunyai persamaan karakteristik. Struktur hierarkis menunjukkan data yang dianalisis bersumber dari berbagai level, dan level yang lebih rendah dinamakan level mikro, sedangkan level yang lebih tinggi secara hirarkis dinamakan level makro (Harlan, 2016).

Analisis yang dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan yang ada pada data hierarkis adalah analisis regresi multilevel. Analisis regresi multilevel merupakan analisis yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara peubah respon dengan peubah prediktor pada level yang berbeda. Peubah prediktor pada regresi multilevel diukur pada dua level, yaitu pada level rendah dan level tinggi (Hox, 2010).

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk analisis regresi multilevel adalah *maximum likelihood*. Metode tersebut dapat menghasilkan parameter dugaan yang lebih konsisten dan efisien daripada metode lain (Hox, 2010). Pendugaan parameter dengan metode *maximum likelihood* dilakukan dengan memaksimalkan fungsi *likelihood*. Pendugaan menggunakan metode *maximum likelihood* menghasilkan parameter-parameter dugaan dan kemudian parameter dugaan tersebut harus diuji signifikansinya.

Beberapa penelitian sebelumnya yang menerapkan analisis regresi multilevel. Salah satunya adalah penelitian yang dilakukan oleh Tantular, Aunuddin, dan Wijayanto (2009), mengenai pemilihan model regresi linier multilevel terbaik. Peneliti terdahulu menganalisis regresi multilevel yaitu dengan metode pendugaan *maximum likelihood*. Hasilnya yaitu level kelas tidak memiliki pengaruh terhadap respon. Selanjutnya Islamiyah dan Subekti (2017), melakukan penelitian mengenai analisis regresi multilevel dan menghasilkan faktor-faktor yang dapat mempengaruhi kepadatan penduduk, seperti jumlah penduduk pindah, penduduk mati, dan luas wilayah.

Oleh karena itu, penulis akan mencoba menerapkan analisis regresi multilevel pada data kepadatan penduduk Provinsi Lampung tahun 2021 dengan metode *maximum likelihood* guna mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kepadatan penduduk di Provinsi Lampung dan mengetahui keragaman pada level kecamatan maupun kabupaten.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model regresi multilevel terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021 berdasarkan level kecamatan dan kabupaten.
2. Menguraikan keragaman yang dapat dijelaskan oleh level 1 atau kecamatan dan level 2 kabupaten terhadap kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Dapat mengetahui model regresi terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021.
2. Dapat mengetahui keragaman yang dapat dijelaskan oleh level 1 kecamatan dan level 2 kabupaten terhadap kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Hirarki

Data berstruktur hirarki merupakan data yang terdiri dari unit-unit yang diobservasi bersarang atau terkelompokkan dalam unit level yang lebih tinggi. Data hirarki disebut juga data multilevel (Tantular, Aunuddin, dan Wijayanto, 2009).

Data hierarki dapat dianalisis menggunakan beberapa pendekatan. Untuk analisis regresi linier sederhana, analisis dapat dilakukan pada unit level 1 saja atau unit level 2 saja. Setiap hierarki atau pengelompokan data diabaikan ketika analisis dilakukan pada level 1. Artinya, model regresi dibentuk dari semua pengamatan level 1 dan model regresi dibentuk untuk setiap unit level 2. Prosedur untuk mengestimasi varians diantara sejumlah kecil data level 2 unit level 2 sangat efisien, tetapi jika jumlah unit level 2 cukup besar, maka diperlukan estimasi banyak parameter dari model regresi yang terbentuk. tidak efisien (Hox, 1995).

Jika analisis dilakukan pada entitas level 2 saja, maka data yang digunakan untuk membuat model regresi adalah rata-rata data respon dan rata-rata data variabel penjelas pada tiap-tiap unit level 2. Analisis dengan cara seperti itu akan mengakibatkan kesalahan interpretasi mengenai hubungan yang terbentuk.

Satuan pengamatan tidak sepenuhnya independen, karena satuan pengamatan pada level 1 berada dalam unit yang sama pada level 2 dalam data hierarkis dan cenderung memiliki karakteristik yang hampir sama, sehingga unit-unit observasi tersebut tidak sepenuhnya independen. Untuk alasan ini, analisis regresi linier biasa tidak cocok untuk data yang terstruktur secara hierarkis. Mengabaikan hal ini cenderung mencondongkan kesalahan standar yang diperkirakan dari koefisien regresi ke bawah, menghasilkan tren hubungan yang signifikan secara statistik dalam uji hipotesis.

Menganalisis data hierarkis menggunakan metode regresi linier berganda menyajikan beberapa masalah:

1. Jika dianalisis pada level tinggi, maka informasi di level terendah akan hilang. Akibatnya keakuratan dari pengujian statistik pada level ini juga akan berkurang karena banyaknya informasi yang hilang di level terendah.
2. Jika analisis dilakukan pada level rendah, maka pengelompokan data diabaikan, artinya model regresi dibentuk dari seluruh pengamatan level terendah. Masalah yang akan timbul adalah multikolinearitas sehingga model yang dihasilkan menjadi kurang baik (Hox, 1995).

2.2 Analisis Regresi

Istilah regresi pertama kali dikenalkan oleh Galton pada tahun 1885 melalui studinya tentang regresi genetik. Secara umum, regresi ialah metode untuk memprediksi eskpektasi bersyarat (Kutner, dkk., 2004). Analisis regresi ialah metode statistik untuk membangun model untuk menentukan hubungan kausal antara dua variabel atau lebih (Sembiring, 1995). Analisis regresi dipakai menganalisis hubungan antara variabel dependen (Y) dan variabel independen (X).

Variabel bebas ialah variabel yang menyebabkan perubahan atau terbentuknya variabel terikat, dan variabel terikat adalah variabel yang dipengaruhi atau dihasilkan dari variabel bebas. Model regresi memiliki tiga tujuan yaitu, menjelaskan hubungan sebab-akibat yang terdapat antara variabel dependen dan independen, menjelaskan kontribusi masing-masing variabel independen terhadap dependen, memprediksi nilai variabel dependen untuk nilai tertentu dari variabel independen tertentu (Gujarati, 2006).

Rencher dan Schaalje (2007), menyatakan bahwa bentuk tautan antara variabel terikat dengan variabel bebas dapat dinyatakan dalam persamaan atau model regresi. Adapun persamaan regresi linear yaitu:

$$Y = \beta X + \varepsilon \quad (2.1)$$

dengan:

Y = variabel dependen

X = variabel independen

β = koefisien regresi

ε = galat

Analisis regresi menggunakan satu variabel dependen dan satu variabel independen yaitu analisis regresi linear sederhana. Adapun persamaan umum dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \quad (2.2)$$

dengan:

Y = variabel dependen

X = variabel independen

α = intersep atau konstanta regresi

β = koefisien regresi

ε = galat

Analisis regresi yang melibatkan beberapa variabel bebas dengan satu variabel terikat disebut analisis regresi linear berganda. Analisis regresi berganda ialah perluasan dari regresi linear sederhana. Perluasan ini dapat dilakukan dengan menambahkan variabel terikat (Baroroh, 2013). Persamaan umumnya dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1j} + \beta_2 X_{2j} + \dots + \beta_i X_{ij} + \varepsilon_i \quad (2.3)$$

dengan:

Y_i = variabel dependen ke-i pada kelompok ke-j

X_{ij} = variabel independen

α = intersep atau konstanta regresi

β = koefisien regresi

ε_i = galat

i = indeks (1,2,...,n)

j = indeks (1,2,...,m)

Persamaan regresi mempunyai koefisien, yang merupakan perkiraan atau kondisi aktual dari parameter. Kekuatan hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat dapat diukur dengan menggunakan koefisien korelasi, dan besarnya pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat dapat diukur dengan menggunakan koefisien determinasi.

2.3 Regresi Multilevel

Regresi multilevel merupakan salah satu metode statistik yang digunakan untuk menganalisis struktur data hirarki (Hox, 2002). Model multilevel merupakan suatu pemodelan untuk menduga hubungan antar peubah yang diamati pada level-level yang berbeda dalam stuktur data hirarki. Model yang paling sederhana adalah model dua level dimana level kesatu adalah data individu dan level kedua adalah data kelompok (West, dkk., 2007).

Model multilevel mulai diperkenalkan oleh Goldstein pada tahun 1995. Model multilevel adalah model untuk memprediksi hubungan antara variabel yang diamati pada tingkat yang berbeda dari struktur data hierarki. Model yang paling sederhana adalah model dua tingkat, dimana tingkat pertama adalah data individu dan tingkat kedua adalah data kelompok. Model multi level dapat memecahkan masalah yang disebabkan oleh data yang diperoleh dari survei sampling multi level dan data dengan struktur hierarki. Dalam model multilevel, hierarki didefinisikan sebagai level. Level dalam struktur hierarki regresi bertingkat adalah level level, dengan level yang lebih rendah bersarang atau dikelompokkan dalam level yang lebih tinggi. Level terendah dari model multilevel, Individual, disebut Level 1, dan grup level yang lebih tinggi disebut Level 2. Menyertakan level dalam model bertingkat menyebabkan banyak kesalahan dalam model bertingkat. Model dua tingkat memiliki kesalahan tingkat 1 dan kesalahan tingkat 2. Semua kesalahan digabungkan menjadi kesalahan total.

Model multilevel selain dapat menentukan keragaman antar kelompok juga dapat mengukur interaksi yang mungkin terjadi antar variabel pada level yang berbeda. Pada level terendah atau level 1, terdapat peubah respon Y_{ij} dan peubah penjelas X_{ij} serta pada level yang lebih tinggi yaitu level 2, peubah penjelasnya adalah Z_j (Tantular, 2009). Persamaan umum regresi dua level sebagai berikut:

Persamaan pada level 1:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1j} + \dots + \beta_{ij}X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \sum_i^j \beta_{ij} X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (2.4)$$

dengan:

Y_{ij} = peubah respon pada level 1

β_{0j} = intersep pada level 1

β_{ij} = koefisien regresi pada level 1

X_{ij} = variabel independen pada level 1

ε_{ij} = galat pada level 1

i = indeks pada level 1 (1,2,...,n)

j = indeks pada level 2 (1,2,...,m)

Persamaan pada level 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_{1j} + \gamma_{02}Z_{2j} + \dots + \gamma_{0i}Z_{ij} + u_{0j}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \sum_i^j \gamma_{0i} Z_{ij} + u_{0j} \quad (2.5)$$

dengan:

β_{0j} = intersep pada level 1

γ_{00} = intersep pada level 2

γ_{0i} = koefisien regresi untuk variabel bebas ke-i pada level 2

Z_{ij} = variabel independen pada level 2

u_{0j} = galat pada level 2

j = indeks pada level 2 (1,2,...,m)

Jika persamaan 2.4 disubstitusikan ke persamaan 2.5 maka akan membentuk model regresi multilevel dengan intersep acak yang ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + \beta_{1j}X_{ij} + u_{0j} + \varepsilon_{ij} \quad (2.6)$$

dengan:

i = indeks pada level 1 (1,2,...,n)

j = indeks pada level 2 (1,2,...,m)

Model regresi multilevel dengan intersep acak atau disebut model intersep acak merupakan model regresi multilevel dimana intersep pada model bersifat acak, sehingga intersep berbeda pada tiap unit level 2. Pada model ini diasumsikan bahwa kemiringan (*slope*) bersifat tetap. Keunggulan model multilevel adalah dapat menentukan keragaman antar level, dapat menunjukkan korelasi antara variabel yang berada dalam level 1 dalam satu kesatuan level 2 (Hox, 2010).

Asumsi pada regresi multilevel adalah sebagai berikut:

1. Rata-rata sama dengan nol, $E(u_{oj}) = E(e_{ij}) = 0$.
2. Galat terdiri dari atas dua komponen, yaitu u_{oj} dan e_{ij} . Ragam galat pada level 1 adalah $Var(e_{ij}) = \sigma_e^2$, sedangkan ragam galat pada level 2 yaitu $Var(u_{oj}) = \sigma_{u_0}^2$ (Hox, 2010).

2.4 Uji Asumsi

Uji asumsi klasik merupakan sebutan dari beberapa asumsi yang harus terpenuhi dalam analisis regresi. Kesalahan baik kecil maupun besar dapat terjadi dalam melakukan pendugaan parameter. Ketika beberapa asumsi terpenuhi, maka kesalahan pendugaan merupakan kesalahan terkecil (Kurniawan, 2008).

2.4.1 Uji Normalitas

Uji normalitas adalah uji yang menentukan apakah kesalahan terdistribusi secara normal. Uji statistik yang umum digunakan untuk menguji normalitas kesalahan adalah uji Kolmogorov-Smirnov. Uji Kolmogorov-Smirnov membandingkan dua distribusi atau distribusi data, distribusi hipotesis dan distribusi yang diamati. Jika distribusi yang diamati menunjukkan kemiripan dengan distribusi yang dihipotesiskan, maka kita dapat menyimpulkan bahwa kesalahan yang diamati berdistribusi normal atau (Kurniawan, 2008). Uji normalitas juga bisa digunakan dengan melihat plot probabilitas normal. Jika plot probabilitas normal menunjukkan adanya titik-titik yang menyebar di sekitar diagonal serta distribusi mengikuti arah diagonal, maka galat berdistribusi normal (Ghozali, 2016).

Perumusan hipotesis uji Kolmogorov-Smirnov secara matematis sebagai berikut:

H_0 : galat berdistribusi normal

H_1 : galat tidak berdistribusi normal

2.4.2 Uji Multikolinearitas

Uji multikolinearitas adalah uji yang digunakan untuk melihat ada atau tidaknya korelasi yang tinggi antara variabel-variabel independen dalam suatu model regresi. Hubungan linear antara peubah prediktor dapat terjadi dalam bentuk hubungan linear yang sempurna dan hubungan linear yang kurang sempurna (Gujarati, 2006). Pendeteksian multikolinearitas antara variabel-variabel independen dapat dilakukan melalui nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) yang didefinisikan dalam persamaan berikut:

$$VIF = \frac{1}{1-R_j^2}; \quad j=1,2,\dots,m \quad (2.7)$$

dengan:

R_j^2 = koefisien determinasi

2.5 Metode Pendugaan Parameter

Metode pendugaan yang dapat digunakan dalam regresi multilevel adalah metode *maximum likelihood*. Metode *maximum likelihood* merupakan metode dalam estimasi parameter dari suatu distribusi peluang didasarkan fungsi *likelihood*. Metode *maximum likelihood* mengestimasi parameter dengan cara memaksimalkan fungsi *likelihood* (Hox, 2010). Pendugaan parameter model regresi multilevel tidak berbeda dengan pendugaan parameter model linear campuran. Berikut merupakan persamaan metode *maximum likelihood* untuk estimasi parameter.

Persamaan model linear umum yaitu:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.8)$$

dimana, $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$ dan $cov(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\mathbf{I}$

dengan:

\mathbf{Y} = vektor peubah acak yang teramati ($n \times 1$)

\mathbf{X} = matriks desain efek tetap ($n \times p$)

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor parameter efek tetap ($p \times 1$)

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor galat ($n \times 1$)

$\boldsymbol{\varepsilon}$ berdistribusi normal dengan nilai tengah nol dan kovarians matriks $\sigma^2\mathbf{I}$, dengan $\sigma^2 > 0$ atau $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2\mathbf{I})$.

\mathbf{Y} berdistribusi normal ($\mathbf{y}; \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \sigma^2\mathbf{I}$) fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2; \mathbf{y}; \mathbf{X}) &= \prod_{i=1}^n f(\mathbf{y}_i | \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n f(\mathbf{y}_i, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp -\frac{1}{2} \frac{(\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^2}{\sigma^2} \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp -\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^2 \\ &= \left[\frac{1}{2\pi\sigma} \right]^{-n/2} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^2 \right] \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dengan menggunakan logaritma natural pada kedua ruas maka:

$$\begin{aligned} \log L(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2; \mathbf{y}; \mathbf{X}) &= \log (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^2 \\ &= -\frac{n}{2} \log 2\pi\sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^2 \log e \\ &= -\frac{n}{2} \log 2\pi - \frac{n}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^2 \\ &= -\frac{n}{2} \log 2\pi - \frac{n}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= -\frac{n}{2} \log 2\pi - \frac{n}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\mathbf{y}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

dengan ruang parameter θ adalah:

$$\theta = \{(\beta, \sigma^2), \sigma^2 > 0, -\infty < \beta < \infty, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (2.11)$$

dengan mencari turunan parsial dan nilainya untuk turunan parsial sama dengan nol masing-masing untuk β dan σ^2 . Hasil perhitungannya disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \beta} \log L(\beta, \sigma^2; \mathbf{y}; \mathbf{X}) &= \frac{2}{2\sigma^2} (\mathbf{X}'\mathbf{y} - \mathbf{X}'\mathbf{X}\beta) \\ \frac{\partial}{\partial \sigma^2} \log L(\beta, \sigma^2; \mathbf{y}; \mathbf{X}) &= -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Misalkan $\hat{\beta}$ dan σ^2 melambangkan solusi persamaan untuk β dan σ^2 apabila turunannya dibuat sama dengan nol, diperoleh:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta = \mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2.13)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) \quad (2.14)$$

Karena rank pada matriks \mathbf{X} adalah p , artinya peringkat atau rank dari matriks \mathbf{X} sama dengan jumlah kolomnya atau berperingkat penuh, maka $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ juga berperingkat p . Jadi, $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ adalah nonsingular (Usman dan Warsono, 2009). Penduga *maksimum likelihoodnya* sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{n} \mathbf{Y}'[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\mathbf{Y} \\ \sigma^2 &= \frac{1}{n} \mathbf{Y}'[\mathbf{I} - \mathbf{X}\mathbf{X}^{-}]\mathbf{Y} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Besaran σ^2 diperoleh dari $(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})' = [\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\mathbf{Y}'$ dan matriks $[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']$ adalah idempotent matriks.

Metode *Maximum Likelihood* memiliki keunggulan dibandingkan REML. Artinya, relatif mudah untuk dihitung, dan sementara metode ini sering digunakan untuk memperkirakan efek tetap, REML unggul dalam memperkirakan efek acak. Perbedaan antara kemungkinan maksimum dan hasil REML relatif kecil, dan untuk sampel besar perbedaan antara kedua hasil dapat diabaikan (Hox, 1995).

2.6 Pengujian Hipotesis

Pendugaan parameter menggunakan metode *maximum likelihood* menghasilkan parameter-parameter dugaan dan kemudian parameter dugaan tersebut harus diuji signifikansinya (Hox, 2010). Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

a. Hipotesis uji parameter level 1

$$H_0 : \beta_{ij} = 0$$

$$H_1 : \beta_{ij} \neq 0$$

b. Hipotesis uji parameter level 2

$$H_0 : \gamma_{ij} = 0$$

$$H_1 : \gamma_{ij} \neq 0$$

Jones dan Steenbergen (2002), menyatakan statistik uji Wald yang digunakan mengikuti sebaran *t-Student* yang didefinisikan berikut:

$$t = \frac{\text{penduga}}{\text{galat baku penduga}} \quad (2.17)$$

$$\text{Level 1: } t = \frac{\hat{\beta}_{ij}}{SE(\beta_{ij})}$$

$$\text{Level 2: } t = \frac{\hat{\gamma}_{ij}}{SE(\gamma_{ij})}$$

dengan:

$\hat{\beta}_{ij}$ = penduga variabel bebas ke- i dalam kelompok ke- j pada level 1

$\hat{\gamma}_{ij}$ = penduga variabel bebas ke- i dalam kelompok ke- j pada level 2

$SE(\beta_{ij})$ = galat baku penduga variabel bebas ke- i dalam kelompok ke- j pada level 1

$SE(\gamma_{ij})$ = galat baku penduga variabel bebas ke- i dalam kelompok ke- j pada level 2

2.7 Pemilihan Model Terbaik

Pada metode *maximum likelihood*, terdapat suatu indikator untuk mengetahui seberapa baik model untuk suatu data. Indikator ini disebut deviasi. Deviasi ialah ukuran yang dapat digunakan untuk menilai kecocokan model. Menurut Tantular, Aunuddin, dan Wijayanto (2009), untuk memilih model regresi berganda terbaik, kita dapat menggunakan uji rasio kemungkinan, yang juga disebut distribusi deviasi, yang merupakan ukuran apakah model tersebut memadai.

Null model merupakan model rata-rata tanpa syarat yang memiliki peran penting dalam analisis regresi multilevel. *Null* model disebut demikian karena tidak ada variabel bebas. *Null* model digunakan dalam model multilevel untuk melihat apakah pengelompokan variabel pada level 2 atau level tertinggi secara signifikan mempengaruhi intersep (rata-rata) dari variabel dependen. *Null* model dapat digunakan sebagai model dasar. Ketika peneliti menambahkan tambahan efek pada model, prediksi harus ditingkatkan dan kesalahan harus dikurangi. Jika tidak, maka pemodelan multilevel mungkin tidak diperlukan. Perhitungan untuk pengujian ini adalah selisih nilai deviasi antara dua model atau *diff* yaitu sebagai berikut:

$$Diff = -2 \log e \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right) \quad (2.18)$$

dengan:

λ_0 = nilai deviasi untuk *null* model

λ_1 = nilai deviasi untuk *full* model

Suatu model dikatakan baik atau sesuai untuk data apabila memiliki deviasi yang kecil. Belum ada ketentuan pasti seberapa besar ukuran untuk nilai deviasi ini. Apabila nilai $diff > \chi^2$ maka tolak H_0 , dengan derajat bebas merupakan selisih jumlah parameter dari kedua model. Sehingga dapat disimpulkan bahwa efek acak signifikan, artinya terdapat keragaman atau variasi variabel terikat yang signifikan antar kelompok (Hox, 2010).

2.8 Koefisien Korelasi Intraklas

Korelasi adalah ukuran kedekatan hubungan antara dua variabel (Kistiana, dkk, 2020). Model regresi umumnya diasumsikan saling bebas antar observasi. Hal ini berbeda dengan model regresi multilevel yang diasumsikan saling tidak bebas antar observasi. Ketidakbebasan antar observasi diukur melalui nilai korelasi intraklas. Batas nilai korelasi intraklas dikatakan tidak bebas adalah 0,05 (West, Welch, dan Galecki, 2007). Model yang digunakan untuk merepresentasikan koefisien korelasi antar kelas adalah model tanpa variabel bebas pada setiap levelnya (null model). Nilai Koefisien Korelasi Antar Kelas atau *Interclass Correlation Coefficient* (ICC) dapat didefinisikan dalam persamaan berikut:

$$\rho = \frac{\sigma^2_{e_{ij}}}{\sigma^2_{e_{ij}} + \sigma^2_{u_{0j}}} \quad (2.19)$$

dengan:

ρ = koefisien korelasi intraklas

$\sigma^2_{e_{ij}}$ = ragam galat pada level 1

$\sigma^2_{u_{0j}}$ = ragam galat pada level 2

Korelasi intraklas berfungsi sebagai variabel kehomogenan antar unit disetiap level yang sama. Semakin tinggi nilai korelasi maka semakin homogen unit-unit tersebut. Adanya koefisien korelasi intraklas yang tinggi juga menunjukkan bahwa data berstruktur hirarki dan ragam tidak konstan (Jones dan Steenbergen, 2002). Selain itu, koefisien korelasi intraklas digunakan dalam pengukuran keragaman yang dijelaskan oleh perbedaan karakteristik antar kelompok atau menguji korelasi unit-unit di kelompok sama (Hox, 2010).

2.9 Keragaman Model

Keragaman variabel dependen yang dapat dijelaskan oleh variabel independen dalam model disebut koefisien determinasi. Koefisien determinasi juga dapat diperoleh dalam model multilevel, meskipun dalam model multilevel akan didapatkan koefisien determinasi lebih dari satu (Tantular, Aunuddin, dan Wijayanto, 2009).

Model regresi bertingkat memiliki dua jenis koefisien determinasi, level 1 dan level 2. Koefisien determinasi level 1 dimaksudkan untuk menilai rasio varians terhadap total varians, seperti yang ditunjukkan pada rumus berikut:

$$R_1^2 = 1 - \frac{\sigma^2_{e_0}}{\sigma^2_{e_{ij}}} \quad (2.20)$$

dengan:

$\sigma^2_{e_0}$ = ragam galat level 1 dengan variabel bebas

$\sigma^2_{e_{ij}}$ = penduga ragam galat level 1 tanpa variabel bebas

Koefisien determinasi pada level 2 ditunjukkan dalam persamaan berikut:

$$R_2^2 = 1 - \frac{\sigma^2_{u_0}}{\sigma^2_{u_{0j}}} \quad (2.21)$$

dengan:

$\sigma^2_{u_0}$ = ragam galat level 2 dengan variabel bebas

$\sigma^2_{u_{0j}}$ = penduga ragam galat level 2 tanpa variabel bebas

Koefisien determinasi pada persamaan 2.20 dan 2.21 menjelaskan keragaman model pada setiap level terhadap peubah respon (Jones dan Steenbergen, 1997).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2021/2022, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa data kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) dengan cara dikumpulkan dari buku-buku Provinsi Lampung dalam angka 2020, Kabupaten Lampung Timur dalam angka 2021, Kabupaten Lampung Barat dalam angka 2021, Kabupaten Lampung Selatan dalam angka 2021, Kabupaten Lampung Tengah dalam angka 2021, Kabupaten Lampung Selatan dalam angka 2021, Kabupaten Lampung Tengah dalam angka 2021, Kabupaten Pesisir Barat dalam angka 2021, Kabupaten Pesawaran dalam angka 2021, dan kabupaten dalam angka lainnya. Data yang digunakan berupa data kepadatan penduduk perkecamatan di Provinsi Lampung sebagai peubah respon Y. Sedangkan variabel independen yang termasuk pada setiap level adalah:

Level 1 (kecamatan):

1. Luas daerah (X1)
2. Rasio jenis kelamin (X2)

Level 2 (kabupaten):

1. Indeks pembangunan manusia (Z1)
2. Angka harapan hidup (Z2)
3. Jumlah bayi lahir (Z3)
4. Tingkat pengangguran terbuka (Z4)

Struktur data yang diteliti terdiri dari dua level, level 1 adalah kecamatan sedangkan level 2 adalah kabupaten. Struktur data yang diteliti dapat dilihat pada tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1. Struktur Data

No.	KECAMATAN			KABUPATEN			
	KP	LD	RJK	IPM	AHH	JBL	TPT
1	260,99	159,41	106,07	67,90	67,65	5.852,00	1,68
2	169,53	146,07	106,81	67,90	67,65	5.852,00	1,68
3	81,16	98,88	112,92	67,90	67,65	5.852,00	1,68
4	133,01	93,91	107,04	67,90	67,65	5.852,00	1,68
5	163,99	115,09	108,44	67,90	67,65	5.852,00	1,68
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
6	160,55	36,25	108,58	64,30	63,66	3.181,00	3,26
7	58,73	409,17	108,01	64,30	63,66	3.181,00	3,26
8	57,72	327,17	108,48	64,30	63,66	3.181,00	3,26
9	34,77	215,03	110,24	64,30	63,66	3.181,00	3,26
10	29,80	943,70	114,21	64,30	63,66	3.181,00	3,26

Keterangan:

- KP = Kepadatan Penduduk
 LD = Luas Daerah
 RJK = Rasio Jenis Kelamin
 IPM = Indeks Pembangunan Manusia
 AHH = Angka Harapan Hidup
 JBL = Jumlah Bayi Lahir
 TPT = Tingkat Pengangguran Terbuka

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Masukkan data yang diperoleh dari BPS pada *Microsoft Excel* dan mengelompokkannya berdasarkan level kecamatan atau level 1 dan level kabupaten atau level 2.
2. Melakukan analisis deskriptif pada masing-masing variabel pada level kecamatan sebagai level 1 dan level kabupaten sebagai level 2.
3. Melakukan uji asumsi pada data.
 - a. Uji normalitas menggunakan *Normal Probability Plot* dan Uji Kolmogorov-Smirnov.
 - b. Uji multikolinearitas dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF).
4. Membuat model dengan menggunakan analisis regresi multilevel untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021 pada level kecamatan sebagai level 1 dan level kabupaten sebagai level 2 dengan metode *maximum likelihood*.
5. Membandingkan model-model regresi multilevel menggunakan nilai deviasi dan *diff* untuk mendapatkan model terbaik.
6. Menghitung nilai koefisien intraklas yang digunakan untuk memperhatikan kehomogenan antar unit di setiap level yang sama.
7. Menguraikan keragaman yang dapat dijelaskan oleh variabel pada level 1 dan 2 terhadap kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Faktor-faktor yang mempengaruhi kepadatan penduduk di Provinsi Lampung tahun 2021 adalah luas daerah dan rasio jenis kelamin.
2. Berdasarkan hasil analisis regresi multilevel diperoleh model yaitu

$$\text{Kepadatan penduduk} = 141220 - 0,6513 (\text{luas daerah}) - 6,2751 (\text{rasio jenis kelamin}) X^2 + \varepsilon_{ij} + u_{0j}$$

Artinya, jika variabel independen bernilai nol maka kepadatan penduduk bernilai 141220. Untuk setiap pertambahan satu satuan pada variabel luas daerah akan menyebabkan menurunnya kepadatan penduduk sebesar 0,6513. Variabel rasio jenis kelamin akan menyebabkan menurunnya kepadatan penduduk sebesar 6.2751.

3. Keragaman yang dapat dijelaskan oleh level 1 adalah sebesar 41%, artinya besarnya pengaruh variabel independen pada level kecamatan yaitu luas daerah dan rasio jenis kelamin terhadap kepadatan penduduk adalah sebesar 41%. Sedangkan keragaman pada level 2 memberikan pengaruh sebesar 29%. Total keragaman model kepadatan penduduk Provinsi Lampung tahun 2021 sebesar 70% yang merupakan kontribusi dari faktor-faktor yang diteliti (luas daerah dan rasio jenis kelamin) sedangkan 30% merupakan kontribusi dari faktor lain.

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik. 2021. *Provinsi Lampung dalam Angka*. CV. Jaya Wijaya, Bandar Lampung.
- Baroroh, A. 2013. *Analisis Multivariat dan Time Series dengan SPSS 21*. PT. Elex Media Komputindo, Jakarta.
- Ghozali, I. 2016. *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program IBM SPSS 23*. Badan Penerbit Universitas Diponegoro, Semarang.
- Gujarati, D. 2006. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Erlangga, Jakarta.
- Harlan, J. 2016. *Analisis Multilevel*. Gunadarma, Depok.
- Hox, J.J. 1995. *Applied Multilevel Analysis*. TT-Publikaties, Amsterdam.
- Hox, J.J. 2010. *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. 2nd Edition. Routledge, New York.
- Islamiyah, M., dan Subekti, P. 2017. Penentuan Model Hubungan Kepadatan Penduduk dan Faktornya Menggunakan Metode Forward Selection. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*. **1**(2): 96-105.
- Jones, B.S., dan Steenbergen, M.R. 2002. Modelling Multilevel Data Structure. *American Journal of Political Science*. **46**: 2018-237.
- Kistiana, S., Nasution, L. S., dan Naibaho, M. M. P. 2020. Faktor Kontekstual dan Individual Terhadap Jumlah Anak Lahir Hidup: Sebuah Analisis Multilevel. *Jurnal Kependudukan Indonesia*. **15**(1): 33-38.

- Kurniawan, D. 2008. *Regresi Linear*. R Development Core Team, Australia.
- Kutner, M.H., Natchtsheim, C.J., dan Neter, J. 2004. *Applied Linear Regression Models*. 4th Edition. McGraw-Hill Companies, New York.
- Rencher, A.C., dan Schaalje, G.B. 2007. *Linear Model in Statistics*. 2nd Edition. John Wiley and Sons, Inc, New Jersey.
- Sembiring, R. K. 1995. *Analisis Regresi*. ITB, Bandung.
- Tantular, B., Aunuddin, Wijayanto, H. 2009. Pemilihan Model Regresi Linear Multilevel Terbaik. *Forum Statistika dan Komputasi*. **14**(2):1-7.
- Usman, M., dan Warsono. 2009. *Teori Model Linear dan Aplikasinya*. Sinar Baru Algensinso, Bandung.
- West, B.T., Welch, K.B., dan Galecki, A.T. 2007. *Linear Mixed Model: A Practical Guide Using Statistical Software*. Chapman and Hall, Boca Raton.