

SOLUSI NUMERIK MODEL SIRD (*SUSCEPTIBLE-INFECTED-RECOVERED-DEAD*) PENYEBARAN COVID-19 DENGAN FIR (*FINITE IMPULSE RESPONSE*) *FILTERING* : STUDI KASUS PENYEBARAN VIRUS COVID-19 DI PROVINSI DKI JAKARTA

(Tesis)

Oleh

ZULFIKAR FAKHRI BISMAR

2027031002



**MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022**

ABSTRAK

SOLUSI NUMERIK MODEL SIRD (*SUSCEPTIBLE-INFECTED-RECOVERED-DEAD*) PENYEBARAN COVID-19 DENGAN FIR (*FINITE IMPULSE RESPONSE*) FILTERING : STUDI KASUS PENYEBARAN VIRUS COVID-19 DI PROVINSI DKI JAKARTA

Oleh

ZULFIKAR FAKHRI BISMAR

Pada tesis ini, dikaji fenomena penyebaran COVID-19 di Provinsi Jakarta melalui model *SIRD* (*Susceptible-Infected-Recovered-Dead*) dengan bantuan *FIR* (*Finite Impulse Response*) *filtering* dan optimasi *ridge regression* berdasarkan data yang tersedia. Kedua metode tersebut digunakan untuk menaksir nilai parameter pada model yang dikaji. Hasil yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan menggunakan metode *ordinary least square* dan metode Runge-Kutta orde-4 pada model *SIRD* awal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model *SIRD* dengan optimasi *ridge regression* memiliki tingkat akurasi yang lebih baik dibandingkan dengan dua metode lainnya. Hal ini ditunjukkan dengan rendahnya nilai galat relatif rata-rata pada *data testing* serta hasil prediksi yang lebih cepat menuju titik kesetimbangan. Kombinasi jumlah *filter* yang diperoleh untuk parameter laju penyebaran β , laju kesembuhan γ , dan laju kematian μ adalah secara berturut-turut adalah 4, 5, dan 3. Penyebaran COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta diprediksi akan berakhir sekitar bulan Juli 2023.

Kata Kunci : Model *SIRD*, *FIR Filtering*, *Ridge regression*, Komputasi, COVID-19

ABSTRACT

NUMERICAL SOLUTION OF THE SIRD MODEL FOR THE SPREAD OF COVID-19 WITH FIR FILTERING: A CASE STUDY OF THE SPREAD OF COVID-19 IN THE DKI JAKARTA PROVINCE

By

ZULFIKAR FAKHRI BISMAR

This thesis examines the spread phenomenon of COVID-19 in DKI Jakarta Province through SIRD (Susceptible-Infected-Recovered-Dead) Model with FIR (Finite Impulse Response) filtering and *ridge regression* based on the data. Both methods used to approximate the value of parameters in the model. The result then, will be compared with *ordinary least square* method and Runge-Kutta 4th order in the initial SIRD model. SIRD model with *ridge regression* optimization has better accuracy than two other methods. This has been shown by the value of the average error relative to be the smallest among those two methods mentioned above based on the data testing. Also, the prediction with *ridge regression* optimization goes into the equilibrium faster. The combination of the filters that used to estimate the transmission rate β , healing rate γ , and mortality rate γ respectively are 4, 5, and 3. The spread of COVID-19 in DKI Jakarta Province has been predicted will end in July 2023.

Keywords: *SIRD Model, FIR Filtering, Ridge regression, Computing, COVID-19*

SOLUSI NUMERIK MODEL SIRD (*SUSCEPTIBLE-INFECTED-RECOVERED-DEAD*) PENYEBARAN COVID-19 DENGAN FIR (*FINITE IMPULSE RESPONSE*) *FILTERING* : STUDI KASUS PENYEBARAN VIRUS COVID-19 DI PROVINSI DKI JAKARTA

Oleh

Zulfikar Fakhri Bismar

Tesis

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
MAGISTER MATEMATIKA**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung**



**PROGRAM MAGISTER PASCASARJANA MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022**

Judul Tesis : **SOLUSI NUMERIK MODEL *SIRD (SUSCEPTIBLE-
INFECTED-RECOVERED-DEAD)* PENYEBARAN
COVID-19 DENGAN *FIR (FINITE IMPULSE
RESPONSE) FILTERING* : STUDI KASUS
PENYEBARAN VIRUS COVID-19 DI PROVINSI DKI
JAKARTA**

Nama Mahasiswa : **ZULFIKAR FAKHRI BISMAR**

Nomor Pokok Mahasiswa : 2027031002

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 200501 1 001

Prof. Dra. Wamliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

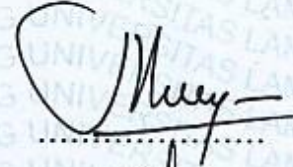
2. Ketua Program Studi Magister Matematika

Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP. 19760411 200012 2 001

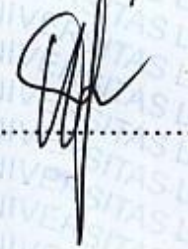
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**




Sekretaris : **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**



Penguji
Bukan Pembimbing

1 : **Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**



2 : **Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Surtpto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP. 19740705 200003 1 001



3. Direktur Program Pascasarjana



Prof. Dr. H. Ahmad Saudi Samosir, S.T., M.T.
NIP. 19710415 199803 1 005



4. Tanggal Lulus Ujian Tesis : 21 Desember 2022

PERNYATAAN

Nama : Zulfikar Fakhri Bismar

Nomor Induk Mahasiswa : 2027031002

Program Studi : Magister Matematika

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa tesis saya yang berjudul "**Solusi Numerik Model SIRD (Susceptible-Infected-Recovered-Dead) Penyebaran COVID-19 Dengan FIR (Finite Impulse Response) Filtering : Studi Kasus Penyebaran Virus COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta**" adalah hasil karya saya sendiri. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam tesis ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa tesis ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 04 Januari 2023

Penulis



Zulfikar Fakhri Bismar
NPM. 2027031002

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Zulfikar Fakhri Bismar, dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 11 Desember 1995 dan merupakan anak kedua dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Bismaryanto dan Ibu Nirwana.

Penulis menempuh pendidikan di TK Pratama pada tahun 2001 lalu Sekolah Dasar Negeri 2 Rawa Laut pada tahun 2002-2008, pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 2 Bandar Lampung pada tahun 2008-2011 dan pendidikan menengah atas di SMA Negeri 2 Bandar Lampung pada tahun 2011-2014. Pada tahun 2014 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Program Studi S1 Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN.

Pada bulan Januari – Februari 2017 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Dinas Pekerjaan Umum Kota Bandar Lampung dan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Pekon Susuk Kecamatan Kelumbayan Kabupaten Tanggamus pada bulan Juli–Agustus 2017. Penulis kemudian menyelesaikan pendidikan S1 Matematika FMIPA Universitas Lampung pada tanggal 25 Juli 2018.

Penulis kemudian memulai pendidikan pascasarjana magister matematika FMIPA Universitas Lampung pada tanggal 1 September 2020. Dua tahun dua bulan telah ditempuh untuk secara resmi menyelesaikan ujian tesis pada tanggal 21 Desember 2022.

KATA INSPIRASI

“Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan?”

(QS. Ar-Rahman : 13)

“Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.”

(QS. Al – Baqarah : 286)

“Aku berjalan dengan perlahan, tapi aku tidak pernah berjalan mundur.”

(Abraham Lincoln)

“Hidup harus terus berlanjut. Waktulah yang selalu menepati janji dan berbuat hati mengobati segalanya”

(Tere Liye)

“Kau takkan pernah tahu jika ketidakberuntunganmu justru menjadi sesuatu yang menyelamatkanmu.”

(Cormac McCarthy)

PERSEMBAHAN

Puji dan syukur kepada Allah SWT atas segala hidayah dan karunia-Nya.

Shalawat dan salam semoga selalu tercurah kepada Nabi Muhammad SAW.

Dengan kerendahan hati dan rasa syukur, kupersembahkan sebuah karya kecil ini sebagai

tanda cinta dan sayangku kepada :

Ayah dan Ibu tercinta yang telah membesarkanku dengan penuh kasih sayang, pengorbanan, dan kesabaran. Terima kasih atas setiap tetes keringat dan doa dari ayah dan

ibu untuk kebahagiaan dan keberhasilan putra kalian ini.

Kakakku, Billy beserta istrinya, Affa atas doa dan dukungan yang selalu diberikan.

Bapak/Ibu dosen, Bapak/Ibu guru, Sahabat, Teman-temanku yang telah banyak membantu

dalam perjalananku sampai disini dan insan pilihan Allah SWT yang kelak akan menjadi

pendamping hidupku serta almamater yang aku banggakan Universitas Lampung.

SANWACANA

Puji syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT, karena atas limpahan rahmat, hidayah, serta kasih sayang-Nya Penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul “Solusi Numerik Model *SIRD (Susceptible-Infected-Recovered-Dead)* Penyebaran COVID-19 dengan *FIR (Finite Impulse Response) Filtering* : Studi Kasus Penyebaran Virus COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta” ini. Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.

Dalam penyusunan tesis ini tidak lepas dari dukungan berbagai pihak. Sehingga dengan segala kerendahan dan ketulusan hati Penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si, M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung, sekaligus Dosen Pembimbing Utama, serta Pembimbing Akademik dan yang telah memberikan bimbingan, arahan serta saran dan kesediaan waktu selama penyusunan tesis ini.
2. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Pembantu yang telah memberikan bimbingan, saran, serta koreksi mengenai penulisan selama penyusunan tesis ini.

3. Bapak Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Penguji Pertama yang telah banyak membantu dalam mengevaluasi serta mengarahkan penulis untuk menyelesaikan tesis ini.
4. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji Kedua yang telah membantu mengevaluasi kekurangan tesis penulis sehingga dapat disusun dengan lebih baik.
5. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Magister Matematika FMIPA Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Suropto Dwi Yuwono, S.Si., M.T. selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen dan Staff Magister Matematika FMIPA Universitas Lampung.
8. Ayah, Ibu, Abang Billy, Kak Affa beserta keluarga besar penulis yang senantiasa selalu mendukung, mendo'akan serta memberi semangat kepada penulis.
9. Sahabat karib yang selalu bersama penulis sejak di bangku SMA, Rafi, Eka, Iwan, Udin, Erza, serta Zulfikar Abdul Aziz.
10. Sahabat canda tawa dalam lingkungan perkuliahan, Mbak Attiya, Rahma, Akika, Agung, Rani, Mbak Listi, Pak Tatang, Mbak Fitri, Adit, Bang Dani, Hilda, serta Desfan yang telah melakukan banyak hal dari awal perkuliahan hingga tesis ini berhasil dibuat.
11. Sahabat-sahabat saya, Fadhil, Raka, Acong, Fathur, Kodir, Zhofar, Alvin, Arisca, Agus, Dracjat, Arif, Ncek, Redi, Fajar, Ayub beserta seluruh

Keluarga Matematika Angkatan 2014, terimakasih atas kebersamaannya selama ini.

12. Alamamater Universitas Lampung dan semua pihak yang terlibat dalam penyusunan tesis ini yang tidak dapat disebutkan satu-persatu namanya.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari sempurna untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun.

Bandar Lampung, Januari 2023

Penulis

Zulfikar Fakhri Bismar

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2. Tujuan Penelitian	4
1.3. Manfaat Penelitian	4
II. TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1. Model <i>Susceptible-Infected-Recovered-Dead</i> (SIRD).....	5
2.2. Model <i>SIRD</i> Pada Waktu Diskrit.....	8
2.3. <i>Finite Impulse Response (FIR) Filter</i>	10
2.4. <i>Ridge regression</i>	11
III. METODE PENELITIAN	13
3.1. Waktu dan Tempat Penelitian	13
3.2. Data Penelitian	13
3.3. Metode Penelitian	13

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	15
4.1. Model Matematika <i>SIRD</i> dan Estimasi Parameter.....	15
4.2. <i>Pseudocode</i> Estimasi Parameter	18
4.3. Implementasi Estimasi Parameter	22
4.4. Komparasi dengan Beberapa Metode	31
4.4.1. <i>Ordinary least square</i>	31
4.4.2. Hampiran Integral Kontinu berdasarkan Estimasi Parameter.....	36
4.4.3. Perbandingan Hasil Implementasi pada <i>Data Testing</i>	41
4.4.4. Implementasi pada Hasil Prediksi.....	45
V. KESIMPULAN DAN SARAN	49
5.1. Kesimpulan	49
5.2. Saran	49

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1. Data penyebaran penyakit COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta periode 15 Juni – 31 Oktober 2022	22
4.2. Nilai parameter penyebaran penyakit COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta periode 15 Juni – 31 Oktober 2022	23
4.3. Penilaian (<i>Scoring</i>) untuk estimasi parameter dengan beberapa jumlah <i>filter J, K</i> , beserta <i>L</i> berdasarkan nilai galat rata-rata kuadrat (<i>mean-squared-error</i>).....	24
4.4. Nilai penalti (α) yang digunakan pada optimasi <i>ridge regression</i>	24
4.5. Nilai galat relatif pada <i>data testing</i> dengan jumlah data testing sebanyak minimal dari jumlah <i>filter</i> +1.	25
4.6. Nilai koefisien <i>FIR Filter</i> dengan kombinasi jumlah <i>filter</i> tiap parameter 4, 5, dan 3.....	27
4.7. Parameter hasil perhitungan untuk model matematika <i>SIRD</i> Model COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta Periode 15 Juni – 30 September 2022 dengan menggunakan <i>ordinary least square</i>	34
4.8. <i>Data testing</i> yang digunakan sebagai tolak ukur perbandingan metode yang digunakan.....	37

4.9. Parameter penduga $\beta(t)$, $\gamma(t)$, $\mu(t)$ pada <i>data testing</i>	37
4.10. Selisih populasi pasien terinfeksi, sembuh, dan meninggal antara data empiris dengan model yang terbentuk berdasarkan empat <i>data testing</i>	Error! Bookmark not defined.

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
4.1. (a). Nilai Parameter $\beta(t)$, (b). $\gamma(t)$, dan (c). $\mu(t)$ berdasarkan data empiris dan parameter penduga di model.	28
4.2. (a). $R_0(t)$ berdasarkan data empiris, $R_0(t)$ serta prediksinya untuk empat bulan (120 hari) berikutnya.	29
4.3. Populasi korban dalam perawatan, populasi pasien sembuh, serta korban meninggal periode 15 Juni - 31 Oktober 2022 beserta prediksi untuk sembilan bulan berikutnya.	30
4.4. (a). Parameter $\beta(t)$ dan (b). $\gamma(t)$ berdasarkan data empiris beserta model yang terbentuk dengan menggunakan metode <i>ordinary least square</i>	35
4.5. Perbandingan parameter berdasarkan data empiris, parameter penduga (dengan metode <i>ridge regression</i>), beserta metode ode untuk hampiran kontinunya.	38
4.6. Perbandingan laju reproduksi $R_0(t)$ pada masing-masing metode yang digunakan	41
4.7. Perbandingan data beserta model yang dibentuk dengan berbagai metode untuk (a). populasi terinfeksi, (b). korban sembuh, serta (c). korban meninggal.	42
4.8. Perbandingan jumlah populasi korban antara data empiris beserta model-model yang terbentuk yang diperbesar pada periode ke 134.8 hingga 135 untuk (a). populasi terinfeksi, (b). korban sembuh beserta, (c). korban meninggal.	43

4.9. (a). Prediksi angka reproduksi (R_0) untuk 270 hari (9 bulan) berikutnya dengan optimasi <i>ridge regression</i> dan <i>ordinary least square</i> pada laju reproduksi beserta (b). perbesarannya.....	46
4.10. Prediksi total kasus COVID-19 untuk 270 hari (9 bulan) berikutnya dengan optimasi <i>ridge regression</i> dan <i>ordinary least square</i> pada (a.) populasi terinfeksi, (b). korban sembuh, serta (c). korban meninggal.	47

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang dan Masalah

COVID-19 merupakan salah satu pandemi yang masih menjadi perhatian penduduk di seluruh dunia. *World Health Organization* (WHO) menetapkan hal tersebut sebagai pandemi global pada tanggal 8 Juni 2020. Tak terkecuali di Indonesia, penyebaran COVID-19 masih menjadi pekerjaan rumah yang besar bagi pemerintah. Pada awal Januari 2022, virus COVID-19 varian omicron sempat mewabah dan di Pulau Jawa sempat terjadi peningkatan kasus terkonfirmasi yang pesat, hingga menurun kembali pada awal Mei 2022. Kemudian pada periode Juni 2022 terjadi peningkatan kasus terkonfirmasi positif karena ditemukannya varian baru, yaitu varian BA4. dan BA5.

Perilaku dinamika penyebaran COVID-19 dapat dipelajari melalui pendekatan pemodelan matematika. Model matematika merupakan alat pembelajaran dinamika dan skema alur dari suatu wabah penyakit menular. Banyak model matematika yang telah dikembangkan untuk mengilustrasikan penyebaran COVID-19. Misalnya *SIR* (*Susceptible-Infected-Recovered*) model berbasis mobilitas (Goel and Sharma, 2020), model matematika berbasis fase penyebaran (*phase-based transmissibility*) (Chen, T,

et al., 2020), prediksi penyebaran COVID-19 dengan metode optimasi *fuzzy* oleh Chen, X, et al (2020) serta Jia dan Chen (2021), serta perluasan dari model *SIR* dengan mempertimbangkan populasi terinfeksi tanpa gejala dan korban dalam perawatan di rumah sakit (Kouidere, *et al.*, 2020).

Berbagai studi kasus sebelumnya telah memprediksi kasus penyebaran COVID-19 di beberapa negara. Di China, Kucharski. *et al* (2020) dan Hao, *et al* (2020) meninjau dinamika penyebaran dan kontrol penyebaran COVID-19 di Wuhan. Begitu pula dengan Roosa, et al (2020), yang telah mendapatkan model hampiran yang cukup akurat pada penyebaran COVID-19 di Guangdong dan Zhejiang. Choi and Moran (2020) memperkirakan angka reproduksi dan kasus penyebaran penyakit COVID-19 di Korea Selatan dengan mempertimbangkan populasi subjek terkonfirmasi positif (*Exposed*). Hal tersebut diterapkan juga oleh Kuniya (2020) di Jepang serta oleh Liu, *et al* (2020). Kemudian Hamidouche (2020) yang memperkenalkan algoritma Alg-COVID-19 di Aljazair, Boudrioua dan Boudrioua (2020) di negara yang sama melakukan pendugaan parameter dengan *Maximum Likelihood Estimation*, serta Thapa (2020) di Nepal menggunakan Model *SIR* dengan meminimumkan *negative log-likelihood estimation*.

Pada pemodelan matematika tidak terlepas dari pendugaan parameter yang dipertimbangkan dalam pembentukan model matematika. Pada skema alur penyebaran COVID-19, parameter yang umum diduga yaitu laju penyebaran penyakit, laju kesembuhan, dan laju kematian.. Salah satu metode yang digunakan

pada pendugaan parameter yaitu *Finite Impulse Response (FIR) Filtering* (Garip dan Boz, 2018) yang secara umum digunakan untuk pemrosesan sinyal digital. Metode ini mendesain derajat *filter* untuk mendapatkan respon yang berubah-ubah setiap waktunya. Asumsi tersebut akan diterapkan pada pembentukan model matematika penyebaran COVID-19 karena jumlah kasus yang naik turun secara fluktuatif. Pendugaan parameter tersebut dipandang sebagai masalah optimasi yang akan diselesaikan dengan menggunakan algoritma *ridge regression*. *Ridge regression* merupakan pengembangan dari metode optimasi *least square* dengan menambahkan koefisien penalti untuk mengurangi sensitivitas model terhadap guncangan yang terjadi pada data empiris (Chen. Y, et al, 2020).

Mengingat Provinsi DKI Jakarta merupakan dengan mobilitas penduduk yang sangat tinggi, maka penyebaran virus COVID-19 lebih tinggi dibandingkan dengan provinsi lainnya. Jika penyebaran COVID-19 di Jakarta tidak dapat dikendalikan, maka dikhawatirkan penyebaran COVID-19 ke daerah luar Jakarta akan semakin meningkat. Dengan demikian, sangat penting untuk dapat memperkirakan dinamika perilaku penyebaran COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta untuk setiap waktunya. Selain itu, pendataan sebaran penyakit COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta secara umum relatif lebih cepat dan lebih baik dibandingkan daerah lainnya. Pada tesis ini akan dikaji bagaimana perilaku penyebaran COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta berdasarkan data yang telah tersedia. Model matematika yang akan digunakan adalah model *SIRD (Susceptible-Infected-Recovered-Dead)*. Pendugaan parameter akan dilakukan dengan metode *FIR Filtering* dengan optimasi *ridge regression*.

1.2. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan nilai parameter pada model matematika *SIRD* dengan menggunakan *FIR Filtering* serta memprediksi jumlah korban terkonfirmasi COVID-19 pada waktu yang akan datang.

1.3. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan gambaran mengenai penerapan model matematika *SIRD* dalam menggambarkan penyebaran penyakit COVID-19 di Indonesia.
2. Dapat dijadikan sebagai bahan rujukan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini, akan disampaikan konsep-konsep teori penting yang mendasari penelitian ini.

2.1. Model *Susceptible-Infected-Recovered-Dead* (SIRD)

Model *SIRD* merupakan pengembangan dari Model *SIR*, yakni suatu model matematika yang terdiri dari empat persamaan diferensial yang dapat diimplementasikan dengan mudah untuk dapat memberikan pemahaman yang lebih baik terkait dengan dinamika penyebaran suatu penyakit. Model *SIRD* didesain untuk menghilangkan beberapa kompleksitas dalam analisis evolusi *real-time* dari penyebaran virus COVID-19, baik secara kualitatif maupun kuantitatif (Cooper, *et al.*, 2020).

Tiap variabel (S, I, R , dan D) pada model *SIRD* bersifat saling bebas (*mutually exclusive*) dan merepresentasikan jumlah individu yang berpindah dari jumlah populasi S menuju populasi I , populasi I menuju populasi R ataupun populasi D . Model matematika SIRD dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial

nonlinier. Solusi hampiran dari model tersebut pada umumnya diselesaikan secara numerik. Metode ini membantu dalam pengkajian kasus penyebaran penyakit, contohnya penyebaran penyakit demam berdarah ataupun penyebaran COVID-19 (Khan, *et al.*, 2022).

Peninjauan pada data bertujuan untuk menjelaskan dan menggambarkan bentuk dari penyebaran virus, fenomena secara fisis yang terjadi. Secara umum, beberapa variabel yang akan ditinjau antara lain meliputi jumlah tes per hari yang dilakukan, jumlah kasus per hari, jumlah korban sembuh, jumlah kasus kematian, laju kematian, laju penyebaran, jumlah total kasus terjangkit dan kasus kematian yang terjadi, jumlah total kasus korban terkonfirmasi sembuh, dan total kasus yang masih tersisa (Kinacı, *et al.*, 2020).

Model tersebut juga merupakan sistem dinamik yang menjelaskan perubahan penyebaran penyakit terhadap waktu dengan mempertimbangkan tiga macam populasi, antara lain

1. Orang yang berisiko terkena penyakit (*Susceptible*), $S(t)$: Populasi ini terdiri atas orang yang belum terkena penyakit yang berkemungkinan dapat terjangkit. Anggota populasi ini dapat berkemungkinan akan terjangkit sehingga populasi ini diperkirakan akan bertambah.

2. Orang-orang yang terkena penyakit (*Infected*), $I(t)$: Populasi ini terdiri atas orang-orang yang telah terjangkit penyakit COVID-19 dan dapat menularkan virus tersebut ke orang-orang sehat yang berisiko terkena penyakit tersebut. Individu yang terkena penyakit berkemungkinan untuk sembuh atau meninggal.
3. Populasi korban yang telah sembuh (*Recovered*), $R(t)$: Populasi yang terdiri dari orang-orang yang telah dinyatakan bebas dari virus (Khan et al, 2018).
4. Populasi korban meninggal (*Dead*), (t) : yang merupakan jumlah kumulatif kematian yang terjadi pada waktu t .

Model SIRD dapat digambarkan melalui sistem persamaan berikut:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{\beta(t)S(t)I(t)}{N(t)} \quad (2.1)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \frac{\beta(t)S(t)I(t)}{N(t)} - (\gamma(t) + \mu(t))I(t) \quad (2.2)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma(t)I(t) \quad (2.3)$$

$$\frac{dD(t)}{dt} = \mu(t)I(t) \quad (2.4)$$

dengan $S(t), I(t), R(t), D(t) \in \mathbb{Z}$, $\beta(t), \gamma(t), \mu(t) \in \mathbb{R}$ (Karim dan Yulida, 2020), syarat total $N(t) = S(t) + I(t) + R(t) + D(t)$, syarat awal $S(0) = S_0$, $I(0) = I_0$, $R(0) = R_0$, $D(0) = D_0$, serta $S(t), I(t), R(t), D(t), \beta(t), \gamma(t), \mu(t) \geq 0$ (Kasbawati dan Amrin, 2018). Adapun parameter yang ditinjau yaitu laju penularan penyakit (β), laju tingkat kesembuhan (γ), serta laju kematian (μ) (Nesteruk, 2020).

Menurut Telles *et al* (2021), dalam hasil utama pada risetnya, penjelasan dari fase-fase musim kelahiran dan kematian dapat menjelaskan bagaimana pola penyebaran COVID-19 yang terjadi di seluruh dunia dapat dipahami dari tiga faktor berikut:

1. Variabel lingkungan (musim di bumi dan kondisi atmosfer)
2. Kebijakan Kesehatan dan intervensi pembelajaran orang dewasa (*HPALE*)
3. Interaksi sosial (*indoor* maupun *outdoor*) dengan fitur fisik alami seperti (sungai, danau, atau daratan).

Ketiga faktor ini dapat menunjukkan penjelasan efektif dari tinjauan mengenai ketidakpastian dari prediksi persamaan SIR model yang berkemungkinan dapat menyebar secara divergen dalam hasil yang diperkirakan untuk mengemukakan gejala fenomena yang terjadi.

Di sisi lain, terdapat beberapa faktor lain yang dapat dijadikan sebagai parameter dalam model yang digunakan, sebagai contoh yaitu angka penyebaran penyakit, indeks diagnosa, indeks tingkat kesembuhan, dan angka perpindahan antar variabel (Roda, *et al.*, 2020).

2.2. Model *SIRD* Pada Waktu Diskrit

Karena data COVID-19 diperbarui setiap harinya, maka model yang akan dibentuk dapat dinyatakan dalam persamaan beda dengan waktu domain waktu diskrit berdasarkan model *SIRD* kontinunya antara lain sebagai berikut:

$$S(t + 1) - S(t) = -\frac{\beta(t)S(t)I(t)}{N(t)} \quad (2.5)$$

$$I(t + 1) - I(t) = \frac{\beta(t)S(t)I(t)}{N(t)} - (\gamma(t) + \mu(t))I(t) \quad (2.6)$$

$$R(t + 1) - R(t) = \gamma(t)I(t) \quad (2.7)$$

$$D(t + 1) - D(t) = \mu(t)I(t) \quad (2.8)$$

Dengan data historikal dari periode tertentu dan persamaan diatas, dapat diperkirakan angka penularan penyakit dan angka tingkat kesembuhannya yang bervariasi terhadap waktu (Chen, Y, *et al.*, 2020).

Berdasarkan Persamaan (2.5) - (2.8), nilai β , γ , dan μ berubah-ubah untuk setiap waktu. Populasi terinfeksi pada waktu selanjutnya berdasarkan Persamaan (2.5) - (2.8) yakni

$$I(t + 1) = I(t) + \frac{\beta(t)S(t)I(t)}{N(t)} - (\gamma(t) + \mu(t))I(t) \quad (2.9)$$

sehingga diperoleh nilai $\beta(t)$, $\gamma(t)$, dan $\mu(t)$ antara lain

$$\mu(t) = \frac{D(t + 1) - D(t)}{I(t)} \quad (2.10)$$

$$\gamma(t) = \frac{R(t + 1) - R(t)}{I(t)} \quad (2.11)$$

$$\beta(t) = \frac{(I(t + 1) - I(t) + (R(t + 1) - R(t)) + (D(t + 1) - D(t)))N(t)}{S(t)I(t)} \quad (2.12)$$

(Ghosh, et al, 2021).

2.3. Finite Impulse Response (FIR) Filter

Finite Impulse Response (FIR) filter berbentuk suatu persamaan karakteristik linier yang dapat digunakan untuk memprediksi skema penyebaran penyakit dan angka kesembuhan dari suatu gejala COVID-19 (Garip dan Boz, 2018). Adapun bentuk umum dari *FIR filter* yakni

$$y_t = \sum_{i=1}^k a_i x_{t-i} + a_0 \quad (2.7)$$

(Sarkar, 2021)

dengan t sebagai indeks waktu, y_t merupakan respon dari sistem linier invariant waktu (*LTI*), x_{t-i} sebagai input dari sampel pada periode waktu sebelumnya, a_i dengan $i = 0, 1, \dots, k$ sebagai koefisien respon sampel pada *FIR filter*, dan k sebagai jumlah sampelnya. Skema *FIR filter* dinilai mudah untuk didesain dan cenderung stabil dan terbatas untuk nilai prediksinya (Kumar dan Purwar, 2017).

Pada penelitian ini, akan digunakan metode *FIR filter* nilai $\beta(t)$ dan $\gamma(t)$ pada suatu sistem linier. Penduga $\hat{\beta}(t)$ dan $\hat{\gamma}(t)$, dan $\hat{\mu}(t)$ digambarkan sebagai berikut

$$\hat{\beta}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^J a_j \beta(t-j) \quad (2.8)$$

$$\hat{\gamma}(t) = b_0 + \sum_{k=1}^K b_k \gamma(t - k) \quad (2.9)$$

$$\hat{\mu}(t) = c_0 + \sum_{l=1}^L c_l \mu(t - l) \quad (2.10)$$

(Ferrari, et al, 2021).

2.4. Ridge regression

Ridge regression merupakan suatu metode yang meninjau dari informasi data yang terdahulu yang akan saling berkaitan untuk memprediksi kejadian berikutnya (Khan, et al, 2022. Nurdin dan Sumarni (2018) mengemukakan bahwa *ridge regression* dikemukakan pertama kalinya oleh A. E. Hoerl dan R.W. Kennard pada tahun 1962 pada artikel yang berjudul *Application of Ridge Analysis to Regression Problems*. Prosedur *ridge regression* bertujuan untuk mengatasi kondisi buruk (*ill-conditioned*) akibat tingginya korelasi antara beberapa peubah yang dikaitkan untuk meramalkan kejadian selanjutnya pada model yang berakibat nilai dugaan parameter yang tidak stabil.

Menurut Saqib (2021), *ridge regression* merupakan bentuk regularisasi dari metode *least square* biasa. Secara matematis, *ridge regression* digambarkan dengan meminimumkan nilai fungsi objektif antara lain

$$\min_{a_j} \sum_{t=J}^{T-2} (\beta(t) - \hat{\beta}(t))^2 + \alpha_1 \sum_{j=0}^J a_j^2 \quad (2.11)$$

$$\min_{b_k} \sum_{t=K}^{T-2} (\gamma(t) - \hat{\gamma}(t))^2 + \alpha_2 \sum_{k=0}^K b_k^2 \quad (2.12)$$

$$\min_{c_l} \sum_{t=L}^{T-2} (\mu(t) - \hat{\mu}(t))^2 + \alpha_3 \sum_{l=0}^L c_l^2 \quad (2.13)$$

dengan α_1 dan α_2 konstanta positif yang berperan sebagai penalti untuk mengurangi tingkat sensitivitas model yang terbentuk dengan kemiringan antar populasi pada data empiris (Chen. Y, et al, 2020).

III. METODE PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilakukan pada Semester Ganjil Tahun Ajaran 2022/2023 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2. Data Penelitian

Data yang digunakan diperoleh dari *situs* <https://corona.jakarta.go.id/id/data-pemantauan> yang meliputi jumlah kasus COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta periode 15 Juni hingga 31 Oktober 2022.

3.3. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan secara simulatif dengan menggunakan *software Spyder* berbasis *Python 3.6*. Berikut merupakan langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini:

1. Mengumpulkan data historikal dari *situs* <https://corona.jakarta.go.id/id/data-pemantauan> seputar data kasus COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta.
2. Merancang model SIRD dan mengukur parameter, yakni laju penyebaran penyakit $\beta(t)$, laju kesembuhan $\gamma(t)$, dan laju kematian $\mu(t)$ berdasarkan data yang sudah ada.
3. Menduga parameter penduga $\hat{\beta}(t)$, $\hat{\gamma}(t)$, dan $\hat{\mu}(t)$ menggunakan metode *FIR Filtering* serta menyusun model prediksi total populasi terinfeksi, korban sembuh, beserta korban meninggal.
4. Menganalisis model prediksi untuk jenjang waktu tertentu untuk kemudian diambil kesimpulan .

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian berikut, dapat diambil kesimpulan bahwa model SIRD yang dibentuk menggunakan *FIR Filtering* dengan optimasi *ridge regression* secara keseluruhan memiliki tingkat akurasi yang lebih baik serta menuju kesetimbangan lebih cepat dibandingkan dengan metode *ordinary least square* dan hampiran kontinu Runge-Kutta orde-4. Dinamika penyebaran COVID-19 di Provinsi DKI Jakarta diprediksikan berakhir pada tanggal 25 Juli 2023.

5.2. Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan dengan menambahkan berbagai macam asumsi. Salah satunya dengan mempertimbangkan jumlah korban terkonfirmasi positif, penggunaan vaksin, dinamika perpindahan penduduk, dan faktor-faktor lain yang turut memberi dampak pada skema penyebaran penyakit tersebut.

Serta dikarenakan jumlah data testing sangat bergantung pada jumlah filter yang digunakan, hal ini menyebabkan data testing menjadi terbatas. Oleh karena itu, dapat dipertimbangkan juga metode lain yang dapat menggunakan *data testing* yang lebih banyak sehingga diharapkan dapat menghasilkan model prediksi yang lebih presisi dan akurat.

DAFTAR PUSTAKA

- Boudrioua, M. S., & Boudrioua, A. (2020). Predicting the COVID-19 epidemic in Algeria using the SIR model. *medRxiv*, <https://doi.org/10.1101/2020.04.25.20079467>.
- Chen, T. M., Rui, J., Wang, Q. P., Zhao, Z. Y., Cui, J. A., & Yin, L. (2020). A mathematical model for simulating the phase-based transmissibility of a novel coronavirus. *Infectious Diseases of Poverty*, 9(1), Vol. 9:24, pp. 1–8. <https://doi.org/10.1186/s40249-020-00640-3>.
- Chen, X., Li, J., Xiao, C., & Yang, P. (2020). Numerical solution and parameter estimation for uncertain SIR model with application to COVID-19. *Fuzzy Optimization and Decision Making*. <https://doi.org/10.1007/s10700-020-09342-9>.
- Chen, Y,C. Lu, P,E. Liu, T,H. (2020). A Time-Dependent SIR Model for COVID-19 with Undetectable Infected Persons. *Publication of National Tsing Hua University*, Taiwan:3-5.
- Choi, S., & Ki, M. (2020). Estimating the reproductive number and the outbreak size of COVID-19 in Korea. *Epidemiology and Health*, 42, 1–10. <https://doi.org/10.4178/epih.e2020011>.
- Cooper, I., Mondal, A., & Antonopoulos, C. G. (2020). A SIR model assumption for the spread of COVID-19 in different communities. *Chaos, Solitons and Fractals*, 139. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110057>.
- Ferrari, L., Gerardi, G., Manzi, G., Micheletti, A., Nicolussi, F., Biganzoli, E., & Salini, S. (2021). Modeling provincial covid-19 epidemic data using an adjusted time-dependent sird model. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 18(12). <https://doi.org/10.3390/ijerph18126563>.
- Garip, Z. B., & Boz, A. F. (2018). The FIR Filter Design based on Genetic Algorithm. *Balkan Journal of Electrical and Computer Engineering*, April, 33–36. <https://doi.org/10.17694/bajece.410234>.
- Goel, R., & Sharma, R. (2020). Mobility Based SIR Model For Pandemics -- With Case Study Of COVID-19. <http://arxiv.org/abs/2004.13015>.

- Ghosh, A., Roy, S., Mondal, H., Biswas, S., & Bose, R. (2022). Mathematical modelling for decision making of lockdown during COVID-19. *Applied Intelligence*, 52(1), 699–715. <https://doi.org/10.1007/s10489-021-02463-7>.
- Hamidouche M. (2020) COVID-19 outbreak in Algeria: A mathematical Model to predict cumulative cases. *Bull World Health Organ*. E-pub: 25 March 2020. doi: <http://dx.doi.org/10.2471/BLT.20.256065>
- Hao, X., Cheng, S., Wu, D., Wu, T., Lin, X., & Wang, C. (2020). Reconstruction of the full transmission dynamics of COVID-19 in Wuhan. *Nature*, 584(7821), 420–424. <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2554-8>.
- Jia, L., & Chen, W. (2021). Uncertain SEIAR model for COVID-19 cases in China. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 20(2): 243–259. <https://doi.org/10.1007/s10700-020-09341-w>.
- Kasbawati, F., & Amrin, W. A. A. (2019). Control Design for Preventing Dengue Infections using Input-Output Linearization Method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 619(1). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/619/1/012020>.
- Karim, M. A., Yulida, Y. (2020). Analisa Pelaksanaan *New Normal* di Kalimantan Selatan Melalui Model Matematika SIRD. *Al Intaj: Jurnal Ekonomi dan Perbankan Syariah* (Vol. 14). ISSN 2615-3505.
- Khan, M. A., Khan, R., Algarni, F., Kumar, I., Choudhary, A., & Srivastava, A. (2022). Performance evaluation of regression models for COVID-19: A statistical and predictive perspective. *Ain Shams Engineering Journal*, 13(2), 101574. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2021.08.016>.
- Khan, S., M., Javed, A., M., Javeed, S., Ahmed, A., & Shaukat Ali, M. (2018). Stability Analysis and Solutions of Dynamical Models for Dengue. *Punjab University Journal of Mathematics*, (ISSN 1016-2556), Vol. 50(2), pp. 45-67. <https://www.researchgate.net/publication/326557365>.
- Kınacı, H., Ünsal, M. G., & Kasap, R. (2021). A close look at 2019 novel coronavirus (COVID 19) infections in Turkey using time series analysis & efficiency analysis. *Chaos, Solitons and Fractals*, 143. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110583>.
- Kouidere, A., Kada, D., Balatif, O., Rachik, M., & Naim, M. (2021). Optimal control approach of a mathematical modeling with multiple delays of the negative impact of delays in applying preventive precautions against the spread of the COVID-19

- pandemic with a case study of Brazil and cost-effectiveness. *Chaos, Solitons and Fractals*, 142, 110438. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110438>.
- Kucharski, A. J., Russell, T. W., Diamond, C., Liu, Y., Edmunds, J., Funk, S., Eggo, R. M., Sun, F., Jit, M., Munday, J. D., Davies, N., Gimma, A., van Zandvoort, K., Gibbs, H., Hellewell, J., Jarvis, C. I., Clifford, S., Quilty, B. J., Bosse, N. I., Flasche, S. (2020). Early dynamics of transmission and control of COVID-19: a mathematical modelling study. *The Lancet Infectious Diseases*, 20(5), 553–558. [https://doi.org/10.1016/S1473-3099\(20\)30144-4](https://doi.org/10.1016/S1473-3099(20)30144-4).
- Kumar, V., & Purwar, V. (2017). FIR Filter Design Using Mixed Algorithms. *International Journal of Engineering and Technical Research (IJETR)*. ISSN:2321-0869 (O) 2454-4698 (P) Volume-7, Issue-7.
- Kuniya, T. (2020). Prediction of the Epidemic Peak of Coronavirus Disease in Japan, *Journal of Clinic Medicine*. 2020, Vol. 9(3), 789. doi:10.3390/jcm9030789
- Liu, Z., Magal, P., Seydi, O., & Webb, G. (2020). A COVID-19 epidemic model with latency period. *Infectious Disease Modelling*, 5(11811530272), 323–337. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2020.03.003>.
- Nesteruk, I. 2020. Estimations of the Coronavirus Epidemic Dynamics in South Korea with the Use of SIR Model. *Publication of Researchgate:2-3*. doi:10.13140/RG.2.2.15489.40807.
- Nurdin, I., Sugiman, & Sunarmi. (2018). Penerapan Kombinasi Metode *Ridge regression* (RR) dan Metode Generalized Least Square (GLS) untuk Mengatasi Masalah Multikolinearitas dan Autokorelasi. *Jurnal MIPA*, 41(1), 58–68. Universitas Negeri Semarang.
- Putra, F. P., Fajar, S. N., Aditya, P., Apriliani, E., Sadjidon, and Arif, D. K., (2019). Numerical Solution of Tsunami Propagation with Finite Difference Method and Runge Kutta 4th order Method (Study Case : South Coast of Java Island). *Journal of Physics: Conference Series* Vol. 1218. doi: 10.1088/1742-6596/1218/1/012028.
- Roda, W. C., Varughese, M. B., Han, D., & Li, M. Y. (2020). Why is it difficult to accurately predict the COVID-19 epidemic? *Infectious Disease*
- Roda, W. C., Varughese, M. B., Han, D., & Li, M. Y. (2020). Why is it difficult to accurately predict the COVID-19 epidemic?. *Infectious Disease Modelling*, 5, 271–281. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2020.03.001>.

Roosa, K., Lee, Y. Luo, R. Kirpich, A. Rothenberg, R. Hyman, J.M. Yan, P. Chowell, G. a. (2020). Short-term Forecasts of the COVID-19 Epidemic in Guangdong and Zhejiang, China: February 13–23, 2020. *Journal of Clinic Medicine*. 2020, 9, 596.

Saqib, M. (2021). Forecasting COVID-19 Outbreak Progression Using Hybrid Polynomial-Bayesian *Ridge regression* Model. *Applied Intelligence*, 51(5), 2703–2713. <https://doi.org/10.1007/s10489-020-01942-7>

Sarkar, B. K., (2021) Entropy Based Biological Sequence Study. *Entropy and Energy in Renewable Energy*. <https://dx.doi.org/10.5772/intechopen.96615>. 93-98.

Thapa, P. (2020). Predicting COVID19 epidemic in Nepal using the SIR model Predicating COVID19 epidemic in Nepal using the SIR model. *Department of Geomatics Engineering*, researchgate.net.

Telles, C. R., Lopes, H., & Franco, D. (2021). SARS-CoV-2: SIR model limitations and predictive constraints. *Symmetry*, 13(4). <https://doi.org/10.3390/sym13040676>.