

**PENERAPAN METODE *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY
INTEGRATED MOVING AVERAGE (ARFIMA)* PADA DATA
NILAI EKSPOR MIGAS**

(Skripsi)

Oleh

ANIISAH NURFAIZAH SUSANTO



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023**

ABSTRACT

APPLICATION OF THE *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARFIMA) METHOD ON OIL AND GAS EXPORT VALUE

By

ANIISAH NURFAIZAH SUSANTO

The ARFIMA model is a development of the ARIMA model which has the advantage of being able to explain short and long term time series. The ARFIMA model was first introduced by Granger (1980) which was then continued by Hosking (1981) regarding the study of the properties of long memory. This study aims to determine the best model by comparing the *Akaike Information Criterion* (AIC) values and measuring the estimated value in the form of a percentage of the average error of the model obtained. The data used in this study is secondary data obtained from the Central Bureau of Statistics regarding the Value of Oil and Gas Exports for the period January 2012 to December 2021. Based on the research that has been conducted it can be concluded that the model chosen for forecasting Oil and Gas Exports, namely ARFIMA(2;0.045; 0) with an AIC value of 1316.237 and a model accuracy value of 1.39%.

Keywords: ARFIMA, *Long Memory*, Oil and Gas Export Value, AIC, MAPE.

ABSTRAK

PENERAPAN METODE *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARFIMA) PADA DATA NILAI EKSPOR MIGAS

Oleh

ANIISAH NURFAIZAH SUSANTO

Model ARFIMA merupakan pengembangan dari model ARIMA yang memiliki kelebihan dapat menjelaskan runtun waktu jangka pendek maupun panjang. Model ARFIMA pertama kali diperkenalkan oleh Grager (1980) yang kemudian dilanjutkan oleh Hosking (1981) mengenai pengkajian terhadap sifat-sifat *long memory*. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model terbaik dengan membandingkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan mengukur nilai dugaan dalam bentuk persentase dari rata-rata galat model yang didapatkan. Data yang digunakan dalam penelitian ini ialah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik tentang Nilai Ekspor Migas periode Januari 2012 sampai dengan Desember 2021. Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa model yang terpilih untuk prakiraan Ekspor Migas, yaitu ARFIMA(2;0,045;0) dengan nilai AIC sebesar 1316,237 dan nilai keakuratan model sebesar 1,39%.

Kata Kunci: ARFIMA, *Long Memory*, Nilai Ekspor Migas, AIC, MAPE.

**PENERAPAN METODE *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY
INTEGRATED MOVING AVERAGE (ARFIMA)* PADA DATA
NILAI EKSPOR MIGAS**

Oleh

Aniisah Nurfaizah Susanto

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023**

Judul Skripsi : **PENERAPAN METODE *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE (ARFIMA)* PADA DATA NILAI EKSPOR MIGAS**

Nama Mahasiswa : **Aniisah Nurfaizah Susanto**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1817031031**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

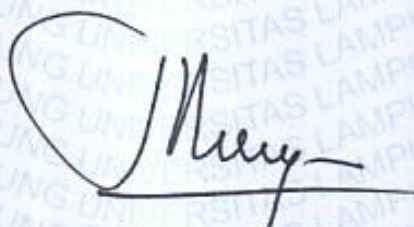


1. Komisi Pembimbing


Widiarti, S.Si., M.Si.
NIP 19800502 200501 2 003


Dra. Dorrah Azis, M.Si.
NIP 19610128 198811 2 001

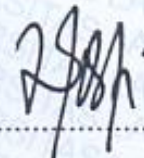
2. Ketua Jurusan Matematika


Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

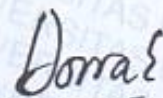
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

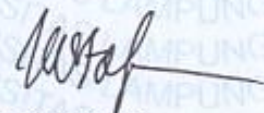
Ketua : Widiarti, S.Si., M.Si.



Sekretaris : Dra. Dorrah Azis, M.Si.



Penguji
Bukan Pembimbing : Prof. Dr. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Ing. Surtpto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP. 19740705 2000031001



Tanggal Lulus : 4 Januari 2023

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa : Aniisah Nurfaizah Susanto

Nomor Pokok Mahasiswa : 1817031031

Jurusan : Matematika

Judul Skripsi : **Penerapan Metode *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)* pada Data Nilai Ekspor Migas**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 4 Januari 2023

Yang menyatakan,



Aniisah Nurfaizah Susanto

NPM. 1817031031

RIWAYAT HIDUP

Penulis atas nama Aniisah Nurfaizah Susanto lahir pada 4 April 2000 di Bandar Lampung, sebagai anak kedua dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Bagyo Edy Susanto dan Ibu Ana Fauzah. Adik dari Aqyn Akbar Susanto dan kakak dari Azzahro Mutiara Nur Izzati.

Pendidikan penulis dimulai dari pendidikan Taman Kanak-kanak di Gula Putih Mataram (GPM) pada tahun 2004-2005. Kemudian, melanjutkan pendidikan di Sekolah Dasar Swasta 01 GPM pada tahun 2005. Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP GPM pada tahun 2015, dan melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Sugar Group yang diselesaikan pada tahun 2018.

Kemudian, penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu (S1) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung pada tahun 2018 melalui jalur SNMPTN. Bentuk penerapan ilmu perkuliahan, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada tahun 2020 dan 2021 di Kelurahan Kedaung. Selain itu, penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (BPJS) Kesehatan Cabang Kota Metro.

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif mengikuti organisasi universitas maupun fakultas. Unit Kegiatan Mahasiswa Universitas yang diikuti oleh penulis sebagai Bendahara Umum pada organisasi Merpati Putih tahun 2018. Penulis pun mengemban amanah sebagai Redaktur Pelaksana periode 2019-2020 dan Pemimpin Redaksi periode 2021 di Unit Kegiatan Mahasiswa Fakultas (UKMF) Natural FMIPA Universitas Lampung. Penulis juga mengikuti program Beasiswa *Adaro Outstanding Student and Personality Scholarship* Indonesia pada tahun 2020-2021. Serta menerapkan *skill* di luar kampus dengan mengikuti Program Magang pada salah satu *Start-Up* di Lampung, yaitu Siger Innovation Hub sebagai *Copy Wtiter* tahun 2021.

KATA INSPIRASI

*“Illahi Anta Ma’sudi Wa Ridhaka Matlubi
Ya Allah SWT Engkaulah yang kumaksud ridho-Mu yang kutuntut, Allah Dzat
yang tiada seumpamanya.”*

(Hadhrat Mawla Syekh ‘Abd al-Khalid al-Ghujduwani)

“Tenang saja. Kalau lelah istirahat, kalau jatuh harus bangkit, kalau berhasil harus bersyukur, kalau dimulai harus diakhiri.”

(Bagio Edy Susanto & Ana Fauzah)

“Berjuang yang maksimal untuk mencapai target, memang harus ada yang dikorbankan untuk itu.”

(Jerome Polin Sijabat)

“Don’t worry to be Happy, mungkin bukan kata Tepat Waktu tapi pasti akan di Waktu yang Tepat.”

(Aniisah Nurfaizah Susanto)

PERSEMBAHAN

Terima kasih dan Puji Syukur yang sebesar-besarnya kepada Allah SWT tanpa kurang satu apapun kepada saya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dengan rasa syukur saya persembahkan skripsi ini kepada:

Ibu, Ayah, Kakak, dan Adik

Terima kasih atas segala dukungan, pengorbanan, dan doa yang telah diberikan. Terima kasih karena selalu memperlihatkan dan memberi pelajaran hidup yang sangat penting dalam hidup penulis sehingga penulis bisa tetap memaknai kehidupan ini dengan sebaik-baiknya.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada Ibu dan Bapak dosen yang selalu meluangkan waktu, membantu, memberikan motivasi, bimbingan, dan ilmu yang sangat berharga.

Teman-temanku

Terima kasih atas dukungan dan bantuan serta semangat selama di perkuliahan.

Almamater Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT karena atas limpahan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penerapan Metode *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)* pada Data Nilai Ekspor Migas”.

Dalam menyelesaikan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu penulis dalam memberikan bimbingan, dorongan, dan saran-saran. Sehingga dengan segala ketulusan dan kerendahan hati pada kesempatan ini Penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing I serta Pembimbing Akademik yang senantiasa selalu sabar dalam meluangkan waktu, memberikan arahan, bantuan, dukungan, dan saran kepada penulis dalam menyusun skripsi ini.
2. Ibu Dra. Dorrah Azis, M.Si., selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, memberikan kritik, dan saran selama proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Prof. Dr. Mustofa Usman, M.A., Ph.D., selaku Dosen Pembahas yang telah memberikan kritik, saran, dan masukan yang membangun kepada penulis dalam proses penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman S.Si. M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika.
5. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang telah banyak membantu selama perkuliahan.
6. Orangtua, saudara, dan keluarga yang selalu memberikan semangat, dukungan, dan doa tiada henti kepada penulis.

7. Febi, Ahya, Ria, Dora, Wayan, Inka, Hilda, Yuni, Sofalina, Maydia, Virda, Yusuf, Andra, Maziatun, Dira, Mona, Kokom, Bang Sofian yang selalu menemani, memberi dukungan, bantuan, dan semangat.
8. Teman-teman Natural FMIPA Unila periode 2018-2021.
9. Teman-teman Jurusan Matematika Angkatan 2018 yang telah kebersamai di masa perkuliahan.
10. Semua pihak terkait yang membantu dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa banyak terdapat kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari semua pihak

Bandar Lampung, 4 Januari 2023
Penulis

Aniisah Nurfaizah Susanto

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR GAMBAR.....	xvii
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Manfaat Penelitian.....	3
II. TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Deret Berkala (<i>Time Series</i>)	4
2.2 Analisis Deret Berkala.....	4
2.3 Stasioneritas Data	4
2.4 <i>Autocorrelation Function</i> (ACF) dan <i>Partial Autocorrelation Function</i> (PACF)	6
2.5 Identifikasi Jangka Panjang (<i>Long Memory</i>).....	6
2.6 Pengujian Diagnostik.....	6
2.7 Model <i>Moving Average</i> (MA).....	7
2.8 Model <i>Autoregressive</i> (AR)	8
2.9 <i>Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average</i> (ARFIMA).....	9
2.10 Estimasi Parameter	10
2.11 Pemilihan Model Terbaik	10
III. METODE PENELITIAN.....	12
3.1 Tempat dan Waktu Penelitian	12
3.2 Data Penelitian.....	12
3.3 Metode Penelitian	12
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	15
4.1 Identifikasi Model	15
4.2 Deskripsi Data	15
4.3 Uji Kestasioneran Data.....	16
4.4 Identifikasi <i>Long Memory</i>	19

4.5	Pembentukan Model ARFIMA	20
4.5.1	Estimasi Parameter d	20
4.5.2	Identifikasi Model ARFIMA dengan Plot ACF dan PACF.....	21
4.5.3	Estimasi Parameter Model ARFIMA	22
4.6	Diagnostik Model ARFIMA (p,d,q)	24
4.7	Keakuratan Model.....	25

V.	KESIMPULAN	28
-----------	-------------------------	-----------

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

	Halaman
1. Deskripsi Data Nilai Ekspor Migas	16
2. Uji ADF	18
3. Nilai <i>Hurst</i> (H).....	19
4. Estimasi Parameter d	20
5. Model Tentatif ARFIMA	22
6. Hasil Estimasi Parameter ARFIMA.....	23
7. Nilai AIC Model Tentatif ARFIMA	24
8. Hasil Uji Diagnostik Model ARFIMA $d = 0,045$	25
9. Nilai MAPE Model ARFIMA $(2,d,0)$	25

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
1. Diagram Alir Analisis Penelitian	14
2. Plot Data Ekspor Migas	16
3. Plot Box-Cox Data Ekspor Migas.....	17
4. Plot Stasioner Data Ekspor Migas terhadap Varian dan <i>Mean</i>	18
5. Pola <i>Long Memory</i> Plot Periodogram.....	19
6. Plot ACF dan PACF <i>Differencing</i> Nilai <i>d</i>	21

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Peramalan adalah prediksi beberapa peristiwa di masa depan dengan melibatkan pengambilan data masa lalu. Menduga peristiwa masa depan merupakan masukan penting dalam proses perencanaan dan pengambilan keputusan (Montgomery, *et.al.*, 2008).

Peramalan menggunakan suatu variabel yang diperkirakan oleh runtun waktu dapat juga disebut sebagai deret berkala (*Time Series*). Menurut Box, *et.al.* (2016), analisis *time series* merupakan metode untuk menentukan pola data masa lampau yang telah dikumpulkan secara teratur. Apabila telah menemukan pola data tersebut, maka dapat menggunakannya untuk dilakukan peramalan di masa yang akan datang. Menurut Hanifa, dkk. (2021), peramalan runtun waktu dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode populer, seperti *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), *Exponential Smoothing*, dekomposisi atau regresi. Kekurangan peramalan menggunakan metode tersebut ialah ketika terdapat fluktuasi yang ekstrim pada data runtun waktu.

Menurut Box, *et.al.* (2016), pemilihan metode yang digunakan biasanya tergantung pada aspek waktu, pola data, dan tingkat keakuratan ramalan. Metode yang familiar digunakan ialah metode ARIMA atau dikenal dengan metode Box Jenkins, dimana metode ini hanya menganalisis data yang stasioner. Dikatakan data yang stasioner apabila tidak adanya perubahan yang drastis terhadap *mean*

dan varian berubah secara konstan dari waktu ke waktu. Jika didapat data yang tidak stasioner, maka harus dilakukan transformasi data dengan menggunakan transformasi Box-Cox.

Ada beberapa data yang tidak stasioner dan plot ACF meningkat atau menurun secara ekstrim yang dikategorikan sebagai *time series* memori jangka panjang (*long memory*). Ketidakstasioneran data tersebut dapat diatasi dengan metode *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA), karena metode ARIMA hanya dapat menjelaskan *time series* jangka pendek (*short memory*) (Sowell, 1992). Menurut Diebold & Inoue (2001), *long memory* merupakan fenomena data runtun waktu dimana setiap observasi memiliki korelasi yang cukup kuat dengan observasi lain walaupun jarak tiap observasi cukup jauh. Fenomena ini dapat ditandai dari plot *Autocorrelation Function* (ACF).

Long memory dapat diidentifikasi menggunakan beberapa metode estimasi, termasuk *Geweke dan Porter Hudak* (GPH), *Nonlinear Least Square* (NLS), *Exact Maximum Likelihood* (EML), dan *Modified Profile Likelihood* (MPL) (Doornik & Ooms, 1999).

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Kartikasari, *et.al.* (2021), ialah memprediksi Covid-19 di Indonesia dengan menerapkan model ARFIMA. Pembentukan model prediksi Covid-19 tidak dapat digunakan dengan metode ARIMA karena sifat data yang berfluktuasi ekstrim. Selanjutnya, digunakan model ARFIMA guna mendapatkan prediksi yang kuat karena data bersifat jangka panjang (*long memory*).

Selain itu, penelitian Krismawanti, dkk. (2019), ialah mengenai pemodelan ARFIMA untuk memprediksi harga *Crude Palm Oil* (CPO). Adanya sifat jangka panjang pada data yang digunakan, karena data tidak stasioner dan plot ACF yang turun secara lambat. Sehingga, dilakukan pemodelan dengan menggunakan pendekatan deret berkala memori jangka panjang. Penentuan model terbaik

didasarkan pada nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang terkecil. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk menerapkan metode ARFIMA pada data Nilai Ekspor Migas karena data bersifat musiman dan *long memory*. Serta menganalisis model yang terbentuk berdasarkan nilai AIC dan mengukur keakuratan model dari rata-rata galat yang didapatkan.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menerapkan metode ARFIMA pada pemodelan dari nilai Ekspor Migas,
2. Menentukan model terbaik dengan membandingkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan mengukur nilai dugaan dalam bentuk persentase dari rata-rata galat model yang didapatkan.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diambil dari penulisan penelitian ini adalah:

1. Dapat dijadikan sebagai bahan studi tahapan analisis data runtut waktu dengan menggunakan ARFIMA untuk mendapatkan model terbaik,
2. Sebagai bahan referensi bagi pihak perpustakaan kampus dan bahan bacaan guna menambah ilmu pengetahuan mengenai penerapan metode ARFIMA.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Deret Berkala (*Time Series*)

Deret berkala ialah urutan pengamatan yang diambil secara berurutan dalam waktu (Box, *et.al.*, 2016). Deret berkala adalah data yang tersusun berdasarkan urutan waktu terjadinya dan menggambarkan perkembangan dari suatu kejadian. Data masa lampau ini dapat dicatat secara berturut-turut dalam interval waktu tahunan, bulanan, harian, dan satuan waktu lainnya (Boedijoewono, 2001).

2.2 Analisis Deret Berkala

Menurut Montgomery, *et.al.* (2008), analisis deret berkala merupakan urutan pengamatan yang berorientasi waktu atau kronologi pada variabel yang diamati. Menurut Boedijoewono (2001), analisis deret berkala adalah suatu metode kuantitatif untuk menentukan pola data masa lampau yang telah dikumpulkan secara teratur. Apabila telah menemukan pola data masa lampau, maka dapat menggunakannya untuk melakukan peramalan di masa yang akan datang.

2.3 Stasioneritas Data

Menurut Montgomery, *et.al.* (2008), deret waktu yang sangat penting adalah deret waktu yang stasioner. Menurut Wei (2006), data dikatakan stasioner apabila tidak

adanya perubahan yang drastis terhadap mean dan varian berubah secara konstan dari waktu ke waktu.

Menurut Makridakis & Wheelwright (2008), beberapa uji statistik yang dikembangkan untuk menentukan kestasioneran dikenal dengan tes akar unit yang dikenal dengan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Adapun kriteria pengujian kestasioneran dengan uji ADF, yaitu apabila $p - value < \alpha$ maka data stasioner. Begitupun sebaliknya, apabila $p - value > \alpha$ maka data tidak stasioner.

Jika didapat hasil pengujian bahwa data tidak stasioner terhadap varian, maka solusi yang digunakan ialah mentransformasikan data. Transformasi data digunakan untuk menstabilkan varian pada data. Transformasi ini dikenal dengan Box-Cox, diberikan oleh (Montgomery, *et.al.*, 2008):

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda}, & -1 \leq \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (2.1)$$

dengan:

$\lambda = -1$ menunjukkan transformasi terbalik atau $\frac{1}{y}$

$\lambda = -0,5$ menunjukkan transformasi akar kuadrat terbalik atau $\frac{1}{\sqrt{y}}$

$\lambda = 0$ menunjukkan transformasi logaritma atau $\ln(y)$

$\lambda = 0,5$ menunjukkan transformasi akar kuadrat atau \sqrt{y}

$\lambda = 1$ menunjukkan tidak ada transformasi atau y

Menurut Montgomery, *et.al.* (2008), dalam hal ini diharapkan nilai $\lambda = 0$ karena transformasi logaritma digunakan dalam situasi pada variabilitas data meningkat dengan rata-ratanya pula. Ketika standar deviasi dari data meningkat secara linear dengan rata-rata, maka akan menunjukkan varian yang optimal.

2.4 *Autocorrelation Function (ACF)* dan *Partial Autocorrelation Function (PACF)*

Menurut Makridakis & Wheelwright (2008), plot ACF ialah suatu grafik dalam eksplorasi deret waktu sebelum melakukan peramalan. Plot ini digunakan untuk mengetahui pola musiman, siklus, dan deret waktu lainnya. Selain itu, ACF pula digunakan untuk mengidentifikasi melalui plot apakah ada hubungan antara satu pengamatan dan pengamatan berikutnya. ACF memiliki peran penting dalam peramalan deret waktu.

Plot *Partial Autocorrelation Function (PACF)* ialah suatu grafik yang digunakan untuk mengeksploitasi fungsi dengan luas tak terhingga pada proses AR(p). Parsial autokorelasi dapat dijelaskan dalam fungsi orde ke- p yang bukan nol dari autokorelasi (Box, *et.al.*, 2016).

2.5 Identifikasi Jangka Panjang (*Long Memory*)

Identifikasi jangka panjang (*long memory*) dapat dilakukan melalui dua cara, yaitu melihat plot ACF yang turun secara hiperbolik atau juga dapat diidentifikasi dengan uji nilai *Hurst (H)* (Hurst, 1951). Menurut Hurst (1956), adapun kriteria nilai *Hurst (H)* yang harus dipenuhi berikut:

$H = 0,5$ menunjukkan data deret waktu bersifat acak

$0 < H < 0,5$ menunjukkan data deret waktu jangka pendek (*short memory*)

$0,5 < H < 1$ menunjukkan data deret waktu jangka panjang (*long memory*)

2.6 Pengujian Diagnostik

Menurut Makridakis & Wheelwright (2008), pengujian diagnostik digunakan untuk membuktikan bahwa model yang didapat merupakan model terbaik dalam

peramalan. Uji ini dilakukan dengan melihat dari residual model yang merupakan *white noise* atau tidak.

White noise terjadi jika deret waktu terdiri dari pengamatan yang tidak saling berkorelasi dan berdistribusi normal dengan varian konstan. *White noise* dapat diketahui dengan melakukan uji korelasi residual antar pengamatan atau dikenal dengan uji Ljung Box-Pierce (Montgomery, *et.al.*, 2008).

2.7 Model *Moving Average* (MA)

Metode *Moving Average* mempunyai karakteristik khusus, yaitu untuk menentukan ramalan pada periode ke depan diperlukannya data historis untuk runtun waktu tertentu (Rachman, 2018). Secara matematis, model *Moving Average* dapat dituliskan sebagai berikut (Montgomery, *et.al.*, 2008):

$$z_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.2)$$

dimana:

z_t = nilai variabel pada waktu ke-t

μ = nilai rata-rata

ε_t = nilai galat pada waktu ke-t

θ_q = koefisien regresi orde ke-q

Dalam operator *Backward* (B), proses MA(q) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} z_t &= \mu + (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t \\ &= \mu + (1 - \sum_{i=1}^q \theta_i B^i) \varepsilon_t \\ &= \mu + \theta(B) \varepsilon_t \end{aligned} \quad (2.3)$$

dimana $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$. Karena ε_t merupakan *white noise*, nilai harapan MA(q) didapatkan,

$$\begin{aligned} E(z_t) &= E(\mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}) \\ &= \mu \end{aligned} \quad (2.4)$$

Dan untuk varian didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Var}(z_t) &= \gamma_z(0) = \text{Var}(\mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t-q}) \\ &= \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Demikian pula untuk autokovarian lag k yang didapatkan dari langkah berikut:

$$\begin{aligned} \gamma_z(k) &= \text{Cov}(z_t, z_{t+k}) \\ &= E[(\varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t-q})(\varepsilon_{t+k} - \theta_1\varepsilon_{t+k-1} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t+k-q})] \\ &= \begin{cases} \sigma^2(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q), & k = 1, 2, \dots, q \\ 0, & k > q \end{cases} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sehingga, didapat fungsi autokorelasi dari proses MA(q) ialah:

$$\rho_z(k) = \frac{\gamma_z(k)}{\gamma_z(0)} = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2}, & k = 1, 2, \dots, q \\ 0, & k > q \end{cases} \quad (2.7)$$

Dalam hal ini, diperoleh bahwa ACF dapat membantu mengidentifikasi model MA dan urutan dari *cuts off* setelah lag ke- q .

2.8 Model Autoregressive (AR)

Menurut Montgomery, *et.al.* (2008), secara umum model AR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$z_t = \delta + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

dimana ε_t merupakan *white noise*. Adapula representasi lain dari AR yang dapat dituliskan berupa:

$$\Phi(B)z_t = \delta + \varepsilon_t \quad (2.9)$$

dimana, $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

z_t = nilai variabel pada waktu ke- t

B = operator *backshift*

ϕ_p = parameter dari AR

ε_t = variabel residual pada waktu ke- t

p = orde AR

2.9 Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)

Menurut Granger (1980) adalah orang yang pertama kali memperkenalkan model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA). Menurut Hosking (1981), ARFIMA kemudian dilanjutkan pengkajian terhadap sifat-sifat *long memory* dari model ARFIMA. Model ini dapat menjelaskan deret berkala jangka pendek (*short memory*) maupun deret berkala jangka panjang (*long memory*). ARFIMA dapat mengatasi kelemahan pada model ARIMA yang dimana ARIMA hanya dapat menjelaskan runtun waktu jangka pendek. Sedangkan, ARFIMA dapat menjelaskan baik jangka pendek maupun jangka panjang.

Menurut Brockwell & Davis (2016), proses ARFIMA (p, d, q) yang dimana p dan q merupakan bilangan bulat non negatif dan $0 < d < 0,5$ merupakan runtun waktu stasioner dengan fungsi autokorelasi yang dimana nilai *lag* turun secara lambat. Menurut Cryer & Chan (2008), model ARFIMA yang terbaik dapat dipilih berdasarkan nilai *Akaike Info Criterion* (AIC). Menurut Rosadi (2011), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) merupakan salah satu kriteria dalam penentuan model terbaik pada ARFIMA.

Model ARFIMA (p, d, q) dapat dituliskan (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)(1 - B)^d z_t = \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2.10)$$

dimana:

d = parameter pembeda (bilangan pecahan)

t = indeks pengamatan

z_t = nilai variabel pada waktu ke- t

B = *backward shift operator*

$\varepsilon_t \sim \text{i.i.d } N(0, \sigma^2)$ proses *white noise* dengan rata-rata nol dan variansi konstan σ^2

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ ialah polinomial *autoregressive* ke- p

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$ ialah polinomial *moving average* ke- q

$(1 - B)^d = \Delta^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k$ ialah operator pembeda pecahan

Model ARFIMA memiliki karakteristik sebagai berikut (Hosking, 1981):

- a. Jika $d \geq 0,5$, maka proses pada ARFIMA tidak stasioner,
- b. Jika $0 < d < 0,5$, maka proses pada ARFIMA stasioner yang ditandai dengan autokorelasi positif dan turun lambat,
- c. Jika $-0,5 < d < 0$, maka proses pada ARFIMA stasioner yang ditandai dengan autokorelasi negatif dan turun lambat,
- d. Jika $d = 0$, maka proses menunjukkan bahwa fungsi ARFIMA autokorelasi turun secara eksponensial.

2.10 Estimasi Parameter

Menurut Gravetter & Wallnau (2007), estimasi parameter ialah proses inferensial menggunakan statistik sampel untuk memperkirakan parameter populasi.

Menurut Montgomery, *et.al.* (2008), beberapa metode yang dapat digunakan untuk memperkirakan parameter dalam model yang diidentifikasi yaitu metode Momen, *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), dan Kuadrat Terkecil.

2.11 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dapat dilakukan dengan melihat nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) yang dipelopori oleh Akaike pada tahun 1973. AIC adalah penduga dari rata-rata divergensi Kullback-Leibler dari model yang diestimasi.

Dimana divergensi Kullback-Leibler digunakan untuk mengukur perbedaan antara dua distribusi probabilitas atas variabel X yang sama. Metode ini digunakan untuk memilih model terbaik dengan meminimalkan model di bawah ini (Cryer & Chan, 2008):

$$AIC = -2 \log(\text{maximum likelihood}) + 2k \quad (2.11)$$

dengan $k = p + q + 1$ jika model mengandung intersep dan $k = p + q$ jika model bersifat aditif (berubah-ubah).

Kemudian, model terbaik yang didapat akan dilihat keakuratannya dari nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). MAPE digunakan untuk mengukur nilai dugaan dalam bentuk persentase dari rata-rata galat (Montgomery, *et.al.*, 2015). Menurut Chang, *et.al.* (2007), kriteria persentase nilai MAPE ialah:

1. Nilai MAPE kurang dari 10% menunjukkan kemampuan proyeksi sangat baik,
2. Nilai MAPE berada di antara 10% hingga 20% menunjukkan kemampuan proyeksi baik,
3. Nilai MAPE berada di antara 20% hingga 50% menunjukkan kemampuan proyeksi cukup baik,
4. Nilai MAPE lebih dari 50% menunjukkan kemampuan proyeksi buruk.

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2021/2022 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

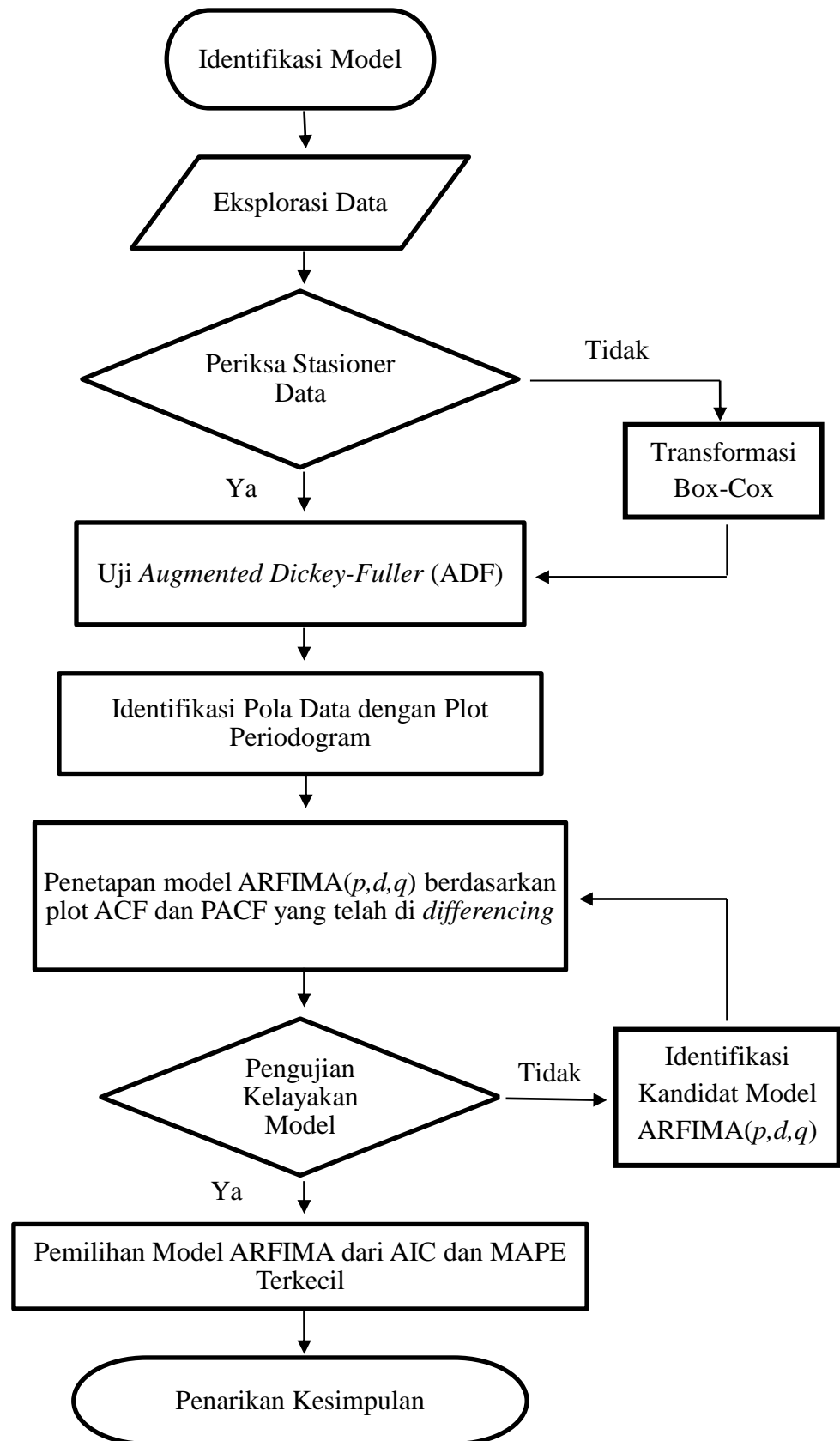
Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik tentang Nilai Ekspor Migas <https://www.bps.go.id/indicator/8/1753/2/nilai-ekspor-Migas.html> periode Januari 2012 sampai dengan Desember 2021. Data ini termasuk dalam data runtun waktu bulanan, terhitung sejak bulan Januari hingga Desember yang terdiri dari 120 sampel.

3.3 Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini ialah ARFIMA(θ, d, ϕ) yang akan diaplikasikan pada data Nilai Ekspor Migas periode Januari 2012 sampai dengan Desember 2021. Kemudian, akan dianalisis model terbaik yang didapatkan dengan melihat nilai AIC dan MAPE. Analisis pada penelitian ini dilakukan dengan bantuan aplikasi *RStudio*.

Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- a. Mempersiapkan data yang akan digunakan.
- b. Mengidentifikasi model yang digunakan pada penelitian.
- c. Melakukan deskriptif data untuk melihat gambaran data yang digunakan pada penelitian.
- d. Memeriksa stasioner data awal dengan plot dan uji Box-Cox. Apabila didapat data tidak stasioner dalam varian maka dilakukan transformasi data.
Selanjutnya, dilakukan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) guna memeriksa stasioner dalam *mean*.
- e. Mengidentifikasi pola data dengan plot ACF. Jika didapat plot ACF hiperbolik maka data terindikasi *long memory*. Selain dari plot ACF maka pola data pula dapat dilihat dari plot periodogram data. Selain itu juga, *long memory* data dapat dilihat dari nilai *Hurst* (H) yang didapat.
- f. Penetapan model ARFIMA(p,d,q) berdasarkan plot ACF dan PACF yang telah di *differencing*. Lalu, estimasi parameter θ dan ϕ pada model yang didapat.
- g. Pengujian diagnostik untuk menguji kelayakan model dengan uji *white noise* dan berdistribusi normal. Uji *white noise* dapat dilakukan dengan L-Jung Box dan uji untuk melihat distribusi normal dapat menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.
- h. Pemilihan model ARFIMA yang dilihat dari nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) terkecil dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) untuk melihat keakuratan model.
- i. Penarikan kesimpulan.



Gambar 1. Diagram Alir Analisis Penelitian.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan penerapan metode ARFIMA pada data Ekspor Migas didapatkan hasil estimasi parameter d pada model ARFIMA, yaitu $d = 0,045$. Model yang terpilih untuk prakiraan Ekspor Migas, yaitu ARFIMA(2, d ,0) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Z_t = 1,3928 - 0,003Z_{t-1} - 0,479Z_{t-2} + 0,046Z_{t-3} + \dots$$

Dari model tersebut, dapat dikatakan bahwa dugaan nilai Ekspor Migas saat ini dipengaruhi oleh nilai Ekspor Migas pada periode-periode sebelumnya dengan keakuratan sebesar 1,39%. Dimana nilai MAPE tersebut nilai lebih kecil dari 10%. Sehingga, dapat diartikan bahwa model yang didapatkan ARFIMA(2, d ,0) merupakan model yang sangat baik digunakan untuk peramalan sesuai dengan kriteria nilai MAPE.

DAFTAR PUSTAKA

- Boedijoewono, N. 2001. *Pengantar Statistik Ekonomi dan Bisnis*. Jilid 1, Ed. ke-4. Unit Penerbitan dan Percetakan AMP YKPN, Yogyakarta.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C., & Ljung, G.M. 2016. *Time Series Analysis Forecasting and Control. Fifth Edition*. John Wiley & Sons Inc, New Jersey.
- Brockwell, P.J. & Davis, R.A. 2016. *Introduction to Time Series and Forecasting*. 3rd Edition. Springer, Switzerland.
- Chang, P.C., Wang, Y.W., & Liu, C.H. 2007. The Development of a Weighted Evolving Fuzzy Neural Network for PCB Sales Forecasting. *Expert Systems with Applications*. **32**: 86-96.
- Cryer, J.D. & Chan, K.S. 2008. *Time Series Analysis with Application in R*. Springer New York, New York.
- Diebold, F.X. & Inoue, A. 2001. Long Memory and Rgime Switching. *Journal of Econometrics*. **105**(1): 131-159.
- Doornik, J.A. & Ooms, M. 1999. A Package for Estimating, Forecasting and Simulating Arfima Models: Arfima package 1.0 for Ox. Nuffield College, The Netherlands.
- Granger, C.W.J. 1980. Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models. *Journal of Econometrics*. 227-238.

- Gravetter, F.J. & Wallnau, L.B. 2007. *Statistics for the Behavioral Sciences. Seventh Edition*. Thomson Wadsworth, Canada.
- Hanifa, R.D., Mustafid, & Hakim, A.R. 2021. Pemodelan Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average dengan Efek Exponential Garch (ARFIMA-EGARCH) untuk Prediksi Harga Beras di Kota Semarang. *Jurnal Gaussian*. **10**(2): 279-292.
- Hosking, J.R.M. 1981. Fractional Differencing. *Journal Biometrika*. **68**(1): 165-176.
- Hurst, H.E. 1951. Long-Term Storage of Reservoirs: An Experimental Study. *Transaction on the American Society Civil Engineers*. **116**: 770-799.
- Hurst, H.E. 1956. The Problem of Long-Term Storage in Reservoirs. *Hydrological Sciences Journal*. **1**(3): 13-27.
- Kartikasari, P., Yasin, H., & Maruddani, D.A.I. 2021. Autoregressive Fractional Integrated Moving Average (ARFIMA) Model to Predict Covid-19 Pandemic Cases in Indonesia. *Jurnal Media Statistika*. **14**(1): 44-55.
- Krismawanti, I. A., Martha, S., & Debatara, N. N. 2019. Pemodelan Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) dalam Memprediksi Harga Crude Palm Oil (CPO). *Buletin Ilmiah Math Stat*. **8**(4): 721-728.
- Makridakis, S. & Wheelwright, S. C. 2008. *Forecasting Methods and Applications*. John Wiley & Sons, United State.
- Montgomery, D.C., Jennings, C.L., & Kulachi, M. 2008. *Introducing Time Series Analysis and Forecasting*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Montgomery, D.C., Jennings, C.L., & Kulachi, M. 2015. *Introducing Time Series Analysis and Forecasting. Second Edition*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

- Rachman, R. 2018. Penerapan Metode Moving Average dan Exponential Smoothing pada Peramalan Produksi Industri Garment. *Jurnal Informatika*. **5**(1): 211-220.
- Rosadi, D. 2011. *Analisis Ekonometrika dan Runtun Waktu Terapan dengan R: Aplikasi untuk Bidang Ekonomi, Bisnis, dan Keuangan*. ANDI, Yogyakarta.
- Sowell, F. 1992. Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models. *Journal of Econometrics*. **53**: 165-188.
- Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. Pearson Education Inc., Canada.