

**ANALISIS *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL* DAN  
APLIKASINYA PADA DATA *MULTIVARIATE TIME SERIES*  
NONSTASIONER**

**DISERTASI**

**Oleh**

**EDWIN RUSSEL**



**PROGRAM DOKTOR MIPA  
FAKULTAS MATEMATIKA & ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2022**

**ANALISIS *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL* DAN  
APLIKASINYA PADA DATA *MULTIVARIATE TIME SERIES*  
NONSTASIONER**

Disertasi untuk memperoleh gelar Doktor  
dalam Ilmu MIPA  
pada Universitas Lampung

Dipertahankan di hadapan  
Dewan Penguji Program Pascasarjana  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung

Pada tanggal .....

**Oleh**

**EDWIN RUSSEL**

Tempat dan Tanggal Lahir: Bandar Lampung, 19 Juni 1984  
Lulus Sarjana Manajemen Universitas Atma Jaya Yogyakarta: 2007  
Lulus Master of Science Universitas Gadjah Mada: 2010



**PROGRAM DOKTOR MIPA  
FAKULTAS MATEMATIKA & ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2022**

**Analisis Vector Error Correction Model dan Aplikasinya  
Pada Data Multivariate Time Series Nonstationer**

Dipersiapkan dan disusun oleh:

**EDWIN RUSSEL**  
NPM. 1737061006

Telah disetujui oleh

Prof. Dra. Wamiliana, M.A. Ph.D

Promotor

Dr. Warsono., Ph.D.

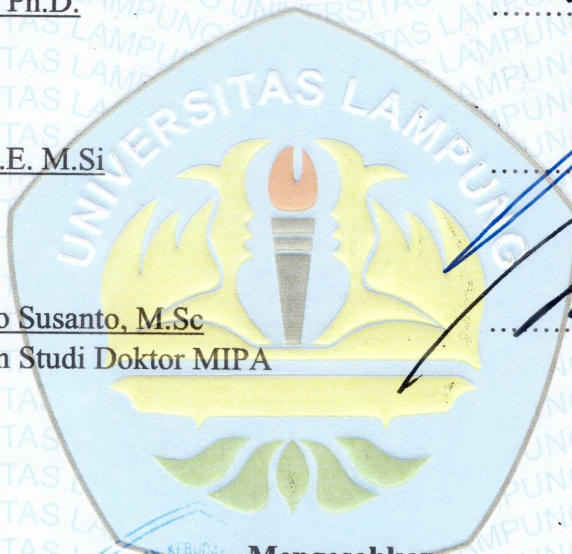
Ko-Promotor

Dr. Nairobi, S.E. M.Si

Ko-Promotor

Dr. G Nugroho Susanto, M.Sc

Ketua Program Studi Doktor MIPA



Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Supto Dwi Yuwono, M.T.

NIP 197407052000031001

Direktur Program Pascasarjana

Prof. Dr. Ahmad Saudi Samosir, S.T. M.T

NIP 1971041511998031005

**Analisis Vector Error Correction Model dan Aplikasinya  
Pada Data Multivariate Time Series Nonstationer**

Dipersiapkan dan disusun oleh:

**EDWIN RUSSEL**

NPM. 1737061006

Telah dipertahankan di depan Dewan Penguji

Pada Tanggal 9 Desember 2022

Prof. Dra. Wamiliana, M.A. Ph.D

Promotor

Dr. Warsono., Ph.D.

Ko-Promotor

Dr. Nairobi, S.E. M.Si

Ko-Promotor

Prof. Mustofa Usman, Ph.D.

Penguji

Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si

Penguji

Dr. Arisman Adnan, M.Sc

Penguji

Dr. G Nugroho Susanto, M.Sc

Ketua Program Studi Doktor MIPA

Mengesahkan

**Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, M.T.

NIP 197407052000031001

## PERNYATAAN ORISINALITAS DISERTASI

Saya menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa sepanjang pengetahuan saya di dalam disertasi ini tidak terdapat karya ilmiah yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar akademik di suatu perguruan tinggi, dan tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Bandar Lampung, 1 November 2022

Yang Menyatakan



  
EDWIN RUSSEL  
NPM. 1737061006

## KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim, dengan mengucapkan syukur kepada Allah SWT, karena atas rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan disertasi ini dengan judul "*Analisis Vector Error Correction Model dan Aplikasinya pada Data Multivariat Nonstationer*". Disertasi ini merupakan syarat untuk memperoleh gelar Doktor pada Program Studi Doktor MIPA, Universitas Lampung. Penyelesaian disertasi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Plt. Rektor Universitas Lampung, Bapak Dr. Mohammad Sofwan Effendi, M.Ed, yang telah memberikan kesempatan pada penulis untuk melanjutkan pendidikan dan menimba ilmu pengetahuan di Universitas Lampung.
2. Dekan Fakultas MIPA Universitas Lampung, Bapak Dr. Eng. Sripto Dwi Yuwono M.T yang telah banyak membantu semua proses kelancaran pendidikan dan penelitian penulis di Fakultas MIPA Universitas Lampung.
3. Ibu Prof. Dra Wamiliana, MA., Ph.D. selaku Promotor yang telah banyak memberikan bantuan, bimbingan, arahan dan saran dalam penyusunan Disertasi selaku ketua tim Promotor yang memberikan kesempatan yang luas kepada penulis untuk mengeksplorasi penelitian ini.
4. Bapak Dr. Warsono, Ph.D selaku Co-Promotor I yang telah bersedia membimbing dan memberikan masukan kepada penulis untuk pengembangan teori pada penelitian ini.
5. Bapak Dr. Nairobi S.E. M.Si. selaku Co-Promotor II dan sekaligus Dekan Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Lampung yang memberikan banyak bantuan dan dukungan kepada penulis dalam proses penelitian dan tahapan-tahapan studi.
6. Bapak Prof. Dr. Mustofa Usman Ph.D selaku Penguji yang telah memberikan semua masukan serta saran sehingga disertasi ini lebih baik.
7. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S.Si. M.Si. selaku Penguji sekaligus Sekretaris Program Studi Doktor MIPA yang telah memberikan semua masukan serta saran sehingga disertasi ini lebih baik.

8. Bapak Dr. Arisman Adnan, M.Sc selaku Penguji Eksternal, atas kesempatan, masukan dan sarannya untuk lebih baiknya disertasi ini.
9. Bapak Dr. G. Nugroho Susanto, M.Sc selaku Sekretaris Penguji sekaligus ketua program studi Doktor MIPA atas bimbingan dan arahnya.
10. Seluruh civitas akademika dari Unila yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan, semoga Allah membalas amal kebaikan kita semua.

Penulis menyadari adanya keterbatasan pengetahuan maupun kekurangan dalam penyusunan disertasi ini. Oleh karena itu, kritik dan saran sangat penulis harapkan untuk perbaikan penelitian berikutnya. Akhirnya, penulis berharap penelitian ini dapat berkontribusi dalam mengembangkan Ilmu Pengetahuan.

Bandar Lampung, 09 Desember 2022



**EDWIN RUSSEL**

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Nama : Edwin Russel

Tanggal Lahir : Bandar Lampung, 19 Juni 1984

Pekerjaan : Dosen di Fakultas Ekonomi dan Bisnis Unila

Pendidikan :

S1 Manajemen, Universitas Atma Jaya Yogyakarta (Lulus: 2007)

S2 Magister Science Manajemen Keuangan, Universitas Gadjah Mada (Lulus: 2010)

### Publikasi Ilmiah

No.	Judul dan Peneliti	Tempat Publikasi/Tahun
1	Modeling and forecasting by the vector autoregressive moving average model for export of coal and oil data (Case study from Indonesia over the years 2002-2017). (Warsono, Edwin Russel, Wamiliana, Widiarti, Mustofa Usman)	IJEEP (Scopus Q2) /2019
2	Dynamic modeling using vector error-correction model: Studying the relationship among data share price of energy PGAS Malaysia, AKRA, Indonesia, and PTT PCL-Thailand. (Warsono, Edwin Russel, Almira Rizka Putri, Wamiliana, Widiarti, Mustofa Usman)	IJEEP (Scopus Q2) /2020
3	Analysis of Some Energy and Economics Variables by Using VECMX Model in Indonesia. (Mustofa Usman, Luvita Loves, Edwin Russel, Muslim Ansori, Warsono, Widiarti, Wamiliana)	IJEEP (Scopus Q2) /2022
4	Analysis of Data Inflation Energy and Gasoline Price by Vector Autoregressive Model. (Nairobi, Ambya, Edwin Russel, Sipa Paujiah, D. N. Pratama, Wamiliana, Mustofa Usman)	IJEEP (Scopus Q2) /2022
5	Dynamic Modeling and Forecasting Data Energy Used and Carbon Dioxide (CO <sub>2</sub> ). (Edwin Russel, Wamiliana, Nairobi, Warsono, Mustofa Usman, Jamal I. Daoud)	Science and Technology Indonesia (Scopus Q3) /2022
6	Analysis Multivariate Time Series Using State Space Model for Forecasting Inflation in Indonesia (Edwin Russel, Wamiliana, Warsono, Nairobi, Mustofa Usman)	Accepted at Science and Technology Indonesia (Scopus Q3) /2022





## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN PROMOTOR.....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN PENGUJI .....</b>	<b>iii</b>
<b>PERNYATAAN.....</b>	<b>iv</b>
<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>v</b>
<b>RIWAYAT HIDUP .....</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>xvi</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>xviii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian.....	7
1.5 Kebaruan Penelitian ( <i>Novelty</i> ).....	7
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Tinjauan Pustaka.....	9
2.2 <i>Vector Time Series</i> dan Model Representasi.....	11
2.3 Konsep Dasar Pemodelan Dinamis.....	13
2.3.1 Metode <i>Differencing</i> Untuk membuat data Stasioner.....	17
2.3.2 Fungsi Autokovarians dan Autokorelasi.....	19
2.3.3 Fungsi Parsial Autokorelasi.....	22
2.3.4 Proses <i>White Noise</i> .....	25
2.3.4.1 Pendugaan Mean, Autokovarians dan Autokorelasi.....	26
2.3.4.2 Sampel <i>Mean</i> .....	26
2.4 <i>Vektor Autoregressive</i> (VAR) Model.....	27
2.4.1 Konsep Fundamental.....	27
2.4.2 Uji untuk Stasioner Data atau Uji ADF.....	27
2.4.3 Fungsi Korelasi dan Parsial Korelasi Matriks.....	28
2.4.4 <i>Integrated Variable</i> .....	31
2.4.5 Kointegrasi.....	32
2.4.6 Representasi Bentuk VAR.....	33
2.5 Representasi VECM.....	33
2.6 Stasioner dan <i>Invertibility</i> .....	34
2.6.1 Stasioner.....	34
2.6.2 Definisi <i>Invertibility</i> .....	36
2.7 Matriks Korelasi Silang.....	36
2.8 Ketergantungan Linear.....	38
2.9 Menghitung Sampel Matriks Korelasi Silang.....	39
2.10 <i>Multivariate Portmanteau Test</i> .....	39
2.11 Membangun Model VAR(p).....	40

2.12	Pendugaan Parameter VAR(p) Model dengan Metode MLE.....	42
2.13	<i>Proportion prediction Error Covariance Decomposition</i> .....	46
2.14	Teori Komponen Uang Beredar.....	48
2.15	Dana Pihak Ketiga.....	50
2.16	Kredit.....	51
2.17	Hubungan Antar Variabel.....	52
BAB III METODE PENELITIAN		
3.1	Kerangka Penelitian.....	54
3.2	Sumber Data.....	54
3.3	Langkah-Langkah Penelitian.....	54
BAB IV ANALISIS DAN PEMODELAN UANG BEREDAR, DANA PIHAK KETIGA, DAN KREDIT		
4.1	Uji Stasioner.....	59
4.2	VECM(3) Dengan Kointegrasi Rank $r=2$ .....	63
4.2.1	Pendugaan Parameter VECM(3) dengan Kointegrasi rank $r=2$ .....	64
4.2.2	Uji Normalitas Residual.....	65
4.3	<i>Granger Causality</i> Variabel M2, DPK, dan CR.....	69
4.4	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) Variabel M2, DPK, dan CR.....	71
4.5	Peramalan dan Proporsi Varians Dekomposisi Variabel M2, DPK, dan CR.....	74
BAB V ANALISIS DAN PEMODELAN GIRO, TABUNGAN, SIMPANAN BERJANGKA, KREDIT INVESTASI, KREDIT MODAL, KREDIT KONSUMSI, AKTIVA LUAR NEGERI DAN AKTIVA DALAM NEGERI		
5.1	Uji Stasioner.....	81
5.2	VECM(2) Dengan Kointegrasi Rank $r=7$ .....	91
5.2.1	Pendugaan Parameter VECM (2) dengan Kointegrasi Rank $r=7$ .....	92
5.2.2	Uji Normalitas Residual.....	95
5.3	<i>Granger Causality</i> Variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan ADN.....	106
5.4	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) Variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan ADN.....	112
5.4.1	<i>Shock</i> Satu Standar Deviasi pada GR dan Pengaruhnya pada GR Sendiri, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan pada ADN.....	112

5.4.2	<i>Shock</i> Satu Standar Deviasi pada TB dan Pengaruhnya pada GR, TB Sendiri, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan pada ADN.....	115
5.4.3	<i>Shock</i> Satu Standar Deviasi pada SB dan Pengaruhnya pada GR, TB, SB Sendiri, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan pada ADN.....	119
5.4.4	<i>Shock</i> Satu Standar Deviasi pada CR_INVEST dan Pengaruhnya pada GR, TB, SB, CR_INVEST Sendiri, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan pada ADN.....	122
5.4.5	<i>Shock</i> Satu Standar Deviasi pada CR_CAPITAL dan Pengaruhnya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL Sendiri, CR_CONSUMP, ALN, dan pada ADN.....	126
5.4.6	<i>Shock</i> Satu Standar Deviasi pada CR_CONSUMP dan Pengaruhnya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP Sendiri, ALN dan pada AND.....	130
5.4.7	<i>Shock</i> Satu Standar Deviasi pada ALN dan Pengaruhnya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN Sendiri, dan pada AND.....	135
5.4.8	<i>Shock</i> Satu Standar Deviasi pada ADN dan Pengaruhnya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan pada ADN Sendiri.....	139
5.5	Peramalan Dan Proporsi Varians Dekomposisi Variabel Giro, Tabungan, Simpanan Berjangka, Kredit Investasi, Kredit Modal, Kredit Konsumsi, Aktiva Luar Negeri dan Aktiva Dalam Negeri.....	142
5.5.1	Peramalan Variabel Giro dan Proporsi Varians Dekomposisi.....	142
5.5.2	Peramalan Variabel Tabungan dan Proporsi Varians Dekomposisi.....	147
5.5.3	Peramalan Variabel Simpanan Berjangka dan Proporsi Varians Dekomposisi.....	151
5.5.4	Peramalan Variabel CR_INVEST dan Proporsi Varians Dekomposisi.....	155
5.5.5	Peramalan Variabel CR_CAPITAL dan Proporsi Varians Dekomposisi.....	159
5.5.6	Peramalan Variabel Kredit Konsumsi dan Proporsi Varians Dekomposisi.....	163
5.5.7	Peramalan Variabel ALN dan Proporsi Varians Dekomposisi.....	167
5.5.8	Peramalan Variabel ADN dan Proporsi Varians Dekomposisi.....	171

BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN

6.1 Kesimpulan.....	175
6.2 Saran Penelitian Lanjutan.....	176

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

## DAFTAR GAMBAR

Gambar		Halaman
3.1	Langkah-Langkah Dalam Pembentukan Model VECM Terbaik.....	58
4.1	Plot Data (M2), DPK, dan CR dari tahun 2013 -2020.....	59
4.2	Plot Data Korelasi Analisis untuk (a) M2, (b) DPK, dan (c) CR.....	60
4.3	Plot Data Korelasi Analisis untuk (a) M2, (b) DPK, dan (c) CR setelah dilakukan <i>Differencing</i> d=1 ( <i>Differencing</i> Pertama, d=1).....	62
4.4	Prediksi Error Normalitas untuk Data (a) M2, (b) DPK, dan (c) CR.....	68
4.5	Model <i>Granger Causality</i> Variabel M2, DPK, dan CR.....	71
4.6	<i>Impulse Response Function</i> untuk <i>Shock</i> pada variabel M2.....	73
4.7	<i>Impulse Response Function</i> untuk <i>Shock</i> pada variabel DPK.....	74
4.8	<i>Impulse Response Function</i> untuk <i>Shock</i> pada variabel CR.....	74
4.9	Model dan Peramalan untuk Data M2.....	75
4.10	Model dan Peramalan untuk Data DPK.....	76
4.11	Model dan Peramalan untuk Data CR.....	76
4.12	Proporsi Prediksi <i>Error Covariance</i> Variable M2 yang Terjelaskan oleh <i>Innovation</i> M2, DPK, dan CR.....	77
4.13	Proporsi Prediksi <i>Error Covariance</i> Variable DPK yang Terjelaskan oleh <i>Innovation</i> M2, DPK, dan CR.....	79
4.14	Proporsi prediksi <i>error covariance</i> variable Credit(CR) yang terjelaskan oleh <i>innovation</i> M2, DPK, dan CR.....	79
5.1	Plot data GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan ADN dari tahun 2013 sampai dengan 2020.....	82
5.2	Plot data tren dan korelasi analisis data (a) GR, (b) TB, (c) SB, (d) CR_INVEST, (e) CR_CAPITAL, (f) CR_CONSUMP, (g) ALN, dan (h) ADN dari tahun 2013 sampai dengan 2020.....	84
5.3	Plot tren dan korelasi analisis setelah diferensing (d=1) untuk data GR, TB, SB, CR_INVEST), CR_CAPITAL), CR_CONSUMP), ALN dan ADN dari tahun 2013 sampai dengan 2020.....	88
5.4	(a) Prediksi error untuk GR, (b) Prediksi error diagnostic untuk GR, dan (c) Prediksi error normalitas untuk GR.....	98
5.5	(a) Prediksi error untuk TB, (b) Prediksi error diagnostic untuk TB, dan (c) Prediksi error normalitas untuk TB.....	99
5.6	(a) Prediksi error untuk SB, (b) Prediksi error diagnostic untuk SB, dan (c) Prediksi error normalitas untuk SB.....	100

5.7	(a) Prediksi error untuk CR_INVEST, (b) Prediksi error diagnostik untuk CR_INVEST, dan (c) Prediksi error normalitas untuk CR_INVEST.....	101
5.8	(a) Prediksi error untuk CR_CAPITAL, (b) Prediksi error diagnostic untuk CR_CAPITAL, dan (c) Prediksi error normalitas untuk CR_CAPITAL.....	102
5.9	(a) Prediksi error untuk CR_CONSUMP, (b) Prediksi error diagnostic untuk CR_CONSUMP, dan (c) Prediksi error normalitas untuk CR_CONSUMP.....	103
5.10	(a) Prediksi error untuk ALN, (b) Prediksi error diagnostic untuk ALN, dan (c) Prediksi error normalitas untuk ALN.....	104
5.11	(a) Prediksi error untuk ADN, (b) Prediksi error diagnostic untuk ADN, dan (c) Prediksi error normalitas untuk ADN.....	105
5.12	Model hubungan causal ( <i>Granger Causality</i> ), dimana $X \rightarrow Y$ berarti $X$ <i>granger Causality</i> ke $Y$ dengan $\alpha=0.05$ . $X \rightarrow Y$ juga diartikan bahwa $Y$ tidak hanya dipengaruhi oleh informasi masa lalu dirinya sendiri, tetapi juga dipengaruhi oleh masa sekarang dan masa lalu dari $X$ .....	111
5.13	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) jika terjadi <i>shock</i> pada GR dan efeknya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	112
5.14	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) jika terjadi <i>shock</i> pada TB dan efeknya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	115
5.15	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) jika terjadi <i>shock</i> pada SB dan efeknya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALD dan ADN.....	119
5.16	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) jika terjadi <i>shock</i> pada CR_INVEST dan efeknya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	122
5.17	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) jika terjadi <i>shock</i> pada CR_CAPITAL dan efeknya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	126
5.18	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) jika terjadi <i>shock</i> pada CR_CONSUMP dan efeknya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	130
5.19	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) jika terjadi <i>shock</i> pada ALN dan efeknya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	135
5.20	<i>Impulse Response Function</i> (IRF) jika terjadi <i>shock</i> pada ADN dan efeknya pada GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	139
5.21	(a) Model dan (b) <i>forecast</i> untuk data GR (Model (6)).....	143
5.22	Proporsi dari prediksi <i>error covariance</i> variabel GR yang dijelaskan oleh variabel-variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	145
5.23	(a) Model dan (b) <i>forecast</i> untuk data TB (Model (7)).....	147

5.24	Proporsi dari prediksi <i>error covariance</i> variabel TB yang dijelaskan oleh variabel-variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	149
5.25	(a) Model dan (b) <i>forecast</i> untuk data SB (Model (8)).....	151
5.26	Proporsi dari prediksi <i>error covariance</i> variabel SB yang dijelaskan oleh variabel-variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	153
5.27	(a) Model dan (b) <i>forecast</i> untuk data CR_INVEST (Model (9)) .....	155
5.28	Proporsi dari prediksi <i>error covariance</i> variabel CR_INVEST yang dijelaskan oleh variabel-variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	157
5.29	(a) Model dan (b) <i>forecast</i> untuk data CR_CAPITAL (Model (10)) .....	159
5.30	Proporsi dari prediksi <i>error covariance</i> variabel CR_CAPITAL yang dijelaskan oleh variabel-variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	161
5.31	(a) Model dan (b) <i>forecast</i> untuk data CR_CONSUMP (Model (11)).....	163
5.32	Proporsi dari prediksi <i>error covariance</i> variabel CR_CONSUMP yang dijelaskan oleh variabel-variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	165
5.33	(a) Model dan (b) <i>forecast</i> untuk data ALN (Model (12)).....	167
5.34	Proporsi dari prediksi <i>error covariance</i> variabel ALN yang dijelaskan oleh variabel-variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	169
5.35	(a) Model dan (b) <i>forecast</i> untuk data ADN (Model (13)).....	171
5.36	Proporsi dari prediksi <i>error covariance</i> variabel ADN yang dijelaskan oleh variabel-variabel GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN.....	173



## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1 Tes Nonstasioner untuk Data Variabel M2, DPK dan (CR).....	61
4.2 Tes Nonstasioner untuk Data M2, DPK dan (c) CR setelah <i>differencing</i> pertama (d=1).....	62
4.3 Pemeriksaan <i>white noise</i> dengan uji Box-Pierce untuk data M2, DPK, dan (CR).....	63
4.4 Minimum Information Criterion Based on AICC.....	63
4.5 <i>Cointegration Rank Test Using Trace Statistics</i> .....	64
4.6 Long Run Parameter Beta Estimate ( $\beta$ ) if rank=2.....	65
4.7 Adjustment Coefficient Alpha Estimates When Rank=2.....	65
4.8 Parameter Alpha * Beta' Estimates ( $\Pi$ ).....	65
4.9 Pendugaan dan Uji Parameter Model VECM(3) dengan kointegrasi Rank r=2.....	66
4.10 <i>Univariate Model Anova diagnostics</i> .....	67
4.11 <i>Univariate model white noise diagnostics</i> .....	67
4.12 Root AR karakteristik Polinomial.....	68
4.13 <i>Granger Causality Wald Test</i> .....	69
4.14 Hasil Peramalan Model (3)-(5).....	75
5.1 Test nonstasioner data GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan ADN dari tahun 2013 sampai dengan 2020.....	85
5.2 Test nonstasioner data GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN dan ADN dari tahun 2013 sampai dengan 2020.....	89
5.3 Pemeriksaan <i>white noise</i> dengan uji Box-Pierce untuk data GR, TB, SB, CR_INVEST, CR_CAPITAL, CR_CONSUMP, ALN, dan ADN dari tahun 2013 sampai dengan 2020.....	90
5.4 <i>Minimum Information Criterion Based on AICC</i> .....	91
5.5 <i>Cointegration Rank Test Using Trace Statistics</i> .....	92
5.6 <i>Cointegration Rank Test Using Trace Under Restriction</i> .....	92
5.7 <i>Schematic Representation of Parameter Estimate</i> .....	94
5.8 <i>Univariate Model ANOVA Diagnostics</i> .....	97
5.9 <i>Univariate Model White Noise Diagnostics</i> .....	97
5.10 Model Univariat AR Diagnostik.....	97
5.11 Roots of AR Characteristic Polynomial.....	106

5.12	<i>Granger-Causality Wald Test</i> .....	111
5.13	Hasil peramalan model (6).....	143
5.14	Hasil peramalan model (7).....	147
5.15	Hasil peramalan model (8).....	151
5.16	Hasil peramalan model (9).....	155
5.17	Hasil peramalan model (10).....	159
5.18	Hasil peramalan model (11).....	163
5.19	Hasil peramalan model (12).....	167
5.20	Hasil peramalan model (13).....	171

# **Analisis *Vector Error Correction Model* dan Aplikasinya pada Data *Multivariate Time Series* Nonstasioner**

**Edwin Russel**  
**NPM: 1737061006**

Dewasa ini perkembangan analisis data *time series* telah maju demikian pesat. Perkembangan analisis data *time series* dalam kurun waktu empat dekade telah maju demikian pesat. Perkembangan *multivariate time series* di era 80an telah dikembangkan baik secara teori, misalnya model VAR, VARMA, MA, VAR-GARCH dan berbagai perkembangan teori lanjutannya. Setelah ditemukan konsep kointegrasi pada data yang nonstasioner, kemudian berkembang model *Vector Autoregressive* (VAR) yang dimodifikasi menjadi *Vector Error Correction Model* (VECM). Dengan berkembangnya teori-teori *multivariate time series*, aplikasinya juga berkembang demikian pesat dalam berbagai bidang, terutama aplikasi dalam bidang ekonomi, keuangan, bisnis, lingkungan, dan lain-lain, yang disebabkan oleh perkembangan dari teori *multivariate time series*. Dalam penelitian ini masalah yang akan dikaji adalah : (1). Bagaimana menentukan model hubungan terbaik data *vector time series* (*multivariate time series*) antara uang beredar (M2), Dana Pihak Ketiga (DPK), dan data Kredit (CR), dan (2) Bagaimana menentukan model hubungan terbaik data *vector time series* (*multivariate time series*) antara Giro (GR), Tabungan (TB), Simpanan Berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN) dan Aktiva Dalam Negeri (ADN). Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data luaran tahunan Bank Indonesia (BI) dari tahun 2013 sampai dengan Tahun 2020. Dari hasil analisis asumsi-asumsi sebelum dilakukan analisis lebih lanjut, diperoleh bahwa data bersifat nonstasioner dan mempunyai sifat *integrated* dengan orde 1, I (1), yaitu mempunyai sifat dengan *differencing* satu kali ( $d=1$ ) data menjadi stasioner, atau menjadi *integrated* orde 0, I (0). Dari analisis uji kointegrasi data *multivariate time series* Uang beredar(M2), Dana pihak ketiga (DPK), dan Kredit (CR), terdapat kointegrasi dengan rank 2 ( $r=2$ ) pada lag-optimum  $p=3$ . Sedangkan untuk analisis data *multivariate time series* terdiri dari Giro (GR), Tabungan (TB) dan Simpanan Berjangka (SB); Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN) dan Aktiva Dalam Negeri (ADN) terdapat kointegrasi dengan rank 7 ( $r=7$ ) pada lag-optimum  $p=2$ . Berdasarkan hasil uji asumsi di atas, dimana data bersifat nonstasioner dengan ordo 1, I(1) dan terdapat kointegrasi, maka pemodelan data yang digunakan adalah VECM(3) dengan kointegrasi rank  $r = 2$  untuk data uang beredar (M2), Dana Pihak Ketiga (DPK), dan data Kredit (CR), dan model VECM(2) dengan rank kointegrasi ( $r = 7$ ) untuk data Giro (GR), Tabungan (TB) dan Simpanan Berjangka (SB); Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP); dan Aktiva Luar Negeri (ALN) dan Aktiva Dalam Negeri (ADN), dari hasil evaluasi model, baik model VECM (3) dengan rank kointegrasi  $r=2$  dan model VECM (2) dengan rank kointegrasi  $r = 7$ , model sangat reliabel baik dilihat dari uji univariate modelnya, distribusi error, dan dari karakteristik polinomial memenuhi kriteria model yang stabil. Selanjutnya akan dilakukan analisis *GrangerCausality*, *Impulse Response Function* (IRF), prediksi dan peramalan serta *proportion prediction error variance decomposition* terhadap model terbaik yang didapat.

**Keywords:** *Multivariate Time Series*, VECM(p), Kointegrasi, *Granger-Causality*, *Impulse Response Function* (IRF), Peramalan

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang Masalah**

Dewasa ini perkembangan analisis data telah demikian pesat, metode analisis klasik juga telah banyak mengalami perkembangan dan diperbaharui dengan penemuan-penemuan terakhir. Perkembangan analisis dalam pemodelan data-data ekonomi juga telah banyak mengalami perkembangan yang pesat sejalan dengan berkembangnya teori-teori statistika. Perkembangan analisis dalam ekonometrika yang pada awalnya bertumpu pada analisis regresi klasik, kini memanfaatkan kemajuan-kemajuan dalam bidang statistika teoritis. Ekonometrika yang memformalkan teori ekonomi dalam bentuk model yang unsur-unsurnya yang tidak diketahui ditentukan berdasarkan data yang tersedia (Florens et al., 2007).

Tujuan dari pemodelan ekonometrika adalah mempelajari fenomena ekonomi dengan menggunakan pengamatan statistika dan untuk mendapatkan ciri-ciri keteraturan dalam hubungan sehimpunan variabel. Metode ekonometrika bertumpu pada dua unsur: Pertama, teori ekonomi yang mengizinkan pemilihan variabel-variabel, menentukan penduga-penduga parameter yang menjadi minat peneliti, dan membatasi kelas model yang akan digunakan; Kedua, teknik-teknik statistika untuk pendugaan parameter, uji hipotesis, dan peramalan (Florens et al., 2007). Metode statistika yang digunakan dalam pemodelan data-data ekonomi, semakin hari semakin beragam (Wei, 2006; Florens et al., 2007; Tsay, 2010). Pemodelan data-data ekonomi telah berkembang demikian maju (Hamilton, 1994; Wei, 2006; Tsay, 2010). Hendry (1995) menyatakan bahwa pemodelan adalah kesesuaian teori dan data dalam kerangka kuantitatif yang formal, dan menentukan model yang bermanfaat secara praktis untuk memahami perilaku

ekonomi, untuk menguji teori ekonomi, untuk peramalan, dan untuk analisis kebijakan ekonomi.

Ekonometrika berkaitan dengan penentuan hukum-hukum ekonomi secara empiris. Istilah empiris menunjukkan bahwa data yang digunakan untuk menentukan hukum-hukum ekonomi telah diperoleh dari pengamatan (Theil, 1971). Dalam setengah abad terakhir, para ekonometrikawan telah membahas masalah-masalah secara teoritis maupun terapan. Statistika mengembangkan berbagai macam metode dan prosedur yang merupakan dasar untuk proses belajar. Dalam teori dan praktik pemodelan, ekonomi dan model statistik, metode pendugaan dan *inference*, dan data saling berkait dalam upaya mencari dan menemukan proses (Judge et al., 1988).

Banyak pengetahuan dalam bidang pemodelan ekonomi diperoleh melalui proses abstraksi. Seperti dalam matematika, sistem bilangan adalah diciptakan (*invented*) bukan ditemukan (*discovered*). Oleh karena itu, dimulai dengan ilmuan mencari untuk memahami, dan kemudian dikembangkan teori yang terdiri dari sehimpunan penjelasan dari mana konsekuensi dibangun dengan menggunakan kaidah-kaidah logika. Model yang diperoleh dari realitas merefleksikan usaha untuk membangun pemodelan dalam bentuk cara yang sederhana, langkah-langkah pemikiran yang berada di belakang fenomena yang dipelajari oleh para ilmuan. Karena itu, model merepresentasikan output dari suatu proses abstraksi, dimana penjelasan sementara diformulasikan (Judge et al., 1988). Penjelasan sementara ini yang dirumuskan sebagai proposisi, menyediakan hipotesis yang dapat diuji. Konsekuensinya, proses pembentukan *postulate* dimana komponen tertentu dari fenomena yang dipelajari dipetakan ke dalam sistem deduktif formal dimana di dunia nyata interpretasinya tidak menyatakan apa-apa mengenai kebenaran atau kesalahan dari kesimpulan yang hanya memberikan kemungkinan, dengan syarat bahwa logika digunakan secara benar (Judge et al., 1988).

Statistika sebagai alat analisis dalam kajian ilmiah sangat berharga dalam berbagai aplikasi di berbagai bidang ilmu. Metode statistika telah merevolusi kemajuan di berbagai bidang ilmu (Bross, 1964). Dalam bidang manajemen para statistikawan menerapkan *Game Theory*. Mereka mentransformasikan ide-ide yang ada menjadi

istilah-istilah statistika, serta memasukkan ide-ide baru dan kemudian meramu semua konsep ini menjadi mekanisme yang terintegrasi untuk pembuatan keputusan yang kajiannya diungkapkan dalam bentuk model-model (Bross, 1964).

Model menyajikan proses abstraksi. Pembentukan model simbolik adalah bagian penting dari pekerjaan ilmuan, dan banyak kemajuan dari ilmu yang pesat adalah karena menggunakan model-model baru. Sebagai ilustrasi, kemajuan bidang ilmu ekonomi maju pesat karena penggunaan model linear dan non linear (ekonometrika) (Theil, 1971; Judge et al., 1988; Wei, 2006; Tsay, 2010) dan penggunaan *time series modelling* baik *univariate time series* maupun *multivariate time series* (Hamilton, 1994; Hendry, 1995; Lutkepohl, 2005; Florens et al., 2007; Tsay, 2010; 2014; Wei, 2006; 2020). Mengapa model harus digunakan? Jawaban dari pertanyaan ini adalah bahwa prosedur pemodelan yang telah diikuti dan diterapkan dalam berbagai bidang ilmu adalah sistem yang paling sukses dalam pembuatan prediksi dan peramalan yang digunakan dalam ilmu (Bross, 1964). Begitu masalah dinyatakan dalam bahasa simbolik, ada kemanfaatan dari memanipulasi fasilitas dari bahasa simbolik tersebut. Bahasa simbolik memungkinkan dalam mengungkapkan secara ringkas dan padat dan penjelasannya pun dapat diungkapkan secara ringkas dan jelas.

Studi tentang pemodelan dinamis dengan menggunakan *multivariate time series* untuk kajian di ilmu-ilmu sosial di Indonesia belum banyak dilakukan. Pemodelan dinamis dalam penelitian ini akan digunakan untuk membangun model data-data ekonomi Indonesia yang meliputi pemodelan, analisis perilaku hubungan antar variabel yang meliputi uji kausal granger (*Granger-Causality*), *Impulse Response Function* (IRF), prediksi dan peramalan, dan *proportion prediction error covariance decomposition*. Dalam penelitian ini akan dimodelkan komponen uang beredar dengan tiga variabel meliputi : Uang beredar (M2), Simpanan Dana Masyarakat di Bank (DPK), dan Kredit yang disalurkan Bank dari Januari 2013 sampai dengan November 2020 (Bank Indonesia, 2013 - 2020). Pemodelan komponen uang beredar dengan dua variabel meliputi : Aktiva Luar Negeri (ALN), dan Aktiva Dalam Negeri (ADN) (Bank Indonesia, 2013 - 2020). Pemodelan komponen DPK dengan tiga variabel meliputi : Giro, Tabungan, dan

Simpanan Berjangka. (Bank Indonesia, 2013 - 2020). Pemodelan dinamis komponen kredit dengan tiga variabel meliputi : Kredit Investasi, Kredit Modal, dan Kredit Konsumsi (Bank Indonesia, 2013 - 2020). Penelitian hubungan antar variabel di atas telah banyak dilakukan, yang umumnya menggunakan pendekatan univariat atau melibatkan dua atau tiga variabel di atas.

Beberapa penelitian yang membahas hubungan antar variabel tersebut, disajikan berikut ini. Penelitian tentang hubungan antar variabel Uang Beredar (M2), Dana Pihak ketiga, dan Pinjaman (Kredit) banyak dilakukan (Palley, 1988). Hasil penelitian Palley (1988) menyatakan bahwa uang beredar sangat ditentukan oleh pinjaman Bank dan dalam analisisnya menggunakan *Granger-Causality* dan *Vector Error Correction Model* (VECM). Palley (1988) membahas adanya saling ketergantungan antara besarnya pinjaman dan deposito (tingkat simpanan). Saling ketergantungan ini ada karena keputusan Bank untuk membuat pinjaman baru sebagai tanggapan atas peningkatan permintaan pinjaman, juga membuat simpanan (tabungan baru) begitu peminjam menghabiskan pinjaman ini. Agung (1998) membahas tentang pertumbuhan ALN, kredit (kredit investasi, kredit modal, dan kredit Konsumsi), dan tabungan dalam negeri pada tahun 1983, 1988, 1991 dan 1995 dengan menggunakan pemodelan VAR.

Xie (2004) membahas hubungan antara uang beredar (M2) dengan Inflasi dan pertumbuhan ekonomi di China dengan menggunakan kointegrasi VAR model dan VECM model. Fratianni (2006) membahas hubungan antara proses uang beredar dan bentuk kredit untuk kasus di Italia. Dalam sebuah studi Korteweg dan Loo (1977) menyatakan determinan terdekat dari jumlah uang beredar dan penawaran kredit secara eksplisit berasal dari neraca agen ekonomi. Pasokan deposito berjangka (Simpanan berjangka (SB)) dalam model Brunner-Meltzer diperlakukan secara eksplisit oleh Brunner dalam dua artikel tentang model sektor moneter (Brunner, 1973a; 1973b).

Spesifikasi yang disarankan dari fungsi pengaturan tingkat agak sederhana. Satu-satunya penentu adalah suku bunga aset produktif dalam dan luar negeri (Aktiva dalam negeri (ADN) dan Aktiva luar negeri (ALN)) dan tingkat plafon dikenakan pada deposito berjangka. Jumlah uang beredar tergantung pada pilihan portofolio

agen melalui tuntutan untuk mata uang, deposito berjangka, dan kelebihan cadangan. Pergeseran di salah satu aset ini permintaan akan mengubah jumlah uang beredar. Dengan demikian, model menunjukkan beberapa endogenitas uang beredar. Palley (1988) dengan pendekatan *Post Keynesian*, menyatakan jumlah uang beredar sangat ditentukan oleh tingkat pinjaman bank.

Model berasal dari Rouseas (1985) dan Moore (1988, 1989) menyatakan bahwa perubahan tingkat dana federal menyebabkan perubahan tingkat pinjaman bank dan jumlah uang beredar, dengan pasokan cadangan secara otomatis menyesuaikan untuk sepenuhnya mengakomodasi ekspansi di deposito. Ekspansi pergeseran permintaan pinjaman meningkatkan tingkat pinjaman bank, dan dengan demikian meningkatkan tingkat giro (“pinjaman menciptakan simpanan”) dan penawaran uang sempit: “uang luas”, didefinisikan sebagai waktu ditambah permintaan deposito, juga berkembang. Kebalikannya berlaku untuk pergeseran kontraksi. Qin (2003) menyatakan bahwa penyerapan bank yang tinggi dari *saving* (Dana Pihak Ketiga (DPK)) menyebabkan pertumbuhan yang cepat pada uang kuasi, yang pada akhirnya menyebabkan tingginya rasio M2/GDP (*Gross Domestic Product*).

Bakker (1993) menunjukkan mengapa dari sudut pandang teoritis, pendekatan sektor swasta lebih disukai. Bakker (1993) kemudian menunjukkan bahwa, secara empiris, pendekatan ini cukup baik dalam menjelaskan peningkatan besar dalam ALN bank pada tahun 1989 yang menunjukkan bahwa peningkatan ALN disebabkan oleh dua faktor: pertama, penurunan jumlah ALN sektor swasta, yang disebabkan oleh berkurangnya perbedaan suku bunga vis-a-vis Amerika Serikat, dan kedua, peningkatan surplus transaksi berjalan. Bakker (1993) menyatakan juga bahwa dalam pendekatan bank, bank sendiri menentukan besaran ALN. Jika, misalnya, suku bunga asing naik, bank akan meningkatkan ALN, karena ini menjadi lebih menarik bagi bank. Jika tingkat bunga domestik naik, jumlah ALN akan menjadi menurun. Berdasarkan kajian latar belakang di atas, masalah dalam penelitian ini dirumuskan berikut ini.



## 1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana menentukan model hubungan terbaik data *vector time series* (*multivariate time series*) antara Uang Beredar (M2), Dana Pihak Ketiga (DPK), dan data Kredit (CR)?
2. Bagaimana menentukan model hubungan terbaik data *vector time series* (*multivariate time series*) antara Giro (GR), Tabungan (TB), Simpanan Berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN), dan Aktiva Dalam Negeri (ADN)?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah:

1. a. Untuk mendapatkan model terbaik hubungan antara variabel Uang Beredar (M2), Dana Pihak Ketiga (DPK), dan Kredit (CR).  
b. Untuk mengetahui pola hubungan antar variabel Uang Beredar (M2), Dana Pihak Ketiga (DPK), dan Kredit (CR) berdasarkan uji *Granger-Causality*.  
c. Untuk mengetahui bagaimana pola respons dari variabel lainnya, jika terjadi *shock* pada salah satu variabel M2, DPK, atau CR.  
d. Untuk mendapatkan nilai peramalan berdasarkan model terbaik yang diperoleh.
2. a. Untuk mendapatkan model terbaik hubungan antara variabel Giro (GR), Tabungan (TB), Simpanan Berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN), Aktiva Dalam Negeri (ADN).  
b. Untuk mengetahui pola hubungan antar variabel Giro (GR), Tabungan (TB), Simpanan berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN), Aktiva Dalam Negeri (ADN) berdasarkan uji *Granger-Causality*.  
c. Untuk mengetahui bagaimana pola respons dari variabel lainnya, jika terjadi *shock* pada salah satu variabel Giro (GR), Tabungan (TB),

Simpanan berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN), Aktiva Dalam Negeri (ADN).

- d. Untuk mendapatkan nilai peramalan berdasarkan model terbaik yang diperoleh.

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat dimanfaatkan oleh pembuat kebijakan, khususnya yang berkaitan dengan Uang Beredar (M2), Dana Pihak ketiga (DPK), Kredit (CR), Giro (GR), Tabungan (TB), Simpanan berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN), dan Aktiva Dalam Negeri (ADN). Selain itu, diharapkan juga dapat memberikan gambaran kepada pembuat kebijakan dalam merespons kondisi atau keadaan perekonomian yang sedang terjadi agar dapat menjaga keseimbangan perekonomian dan pertumbuhan perekonomian yang berkesinambungan. Model ini juga bermanfaat dalam memberikan gambaran tentang membangun model dinamis untuk data non stasioner dalam bidang ekonomi dan dalam bidang lainnya dimana data dalam bentuk *time series*.

#### **1.5 Kebaruan Penelitian (Novelty)**

Secara garis besar, penelitian yang membahas tentang himpunan variabel (a) Uang Beredar (M2), Dana Pihak ketiga (DPK), dan Kredit (CR) (b) Giro (GR), Tabungan (TB), Simpanan berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN), Aktiva Dalam Negeri (ADN) belum dilakukan dengan pemodelan VECM. Banyak penelitian yang membahas hubungan variabel-variabel di atas umumnya hanya membahas secara parsial beberapa variabel. Misalnya yang membahas hubungan Uang Beredar (M2) dan Kredit (Palley, 1988; Fratianni, 2006). Xie (2004) membahas Uang Beredar (M2) dan inflasi di China. Brunner (1973a; 1973b) membahas tentang simpanan berjangka (SB). Qin (2003) membahas tentang hubungan antara dana pihak ketiga (DPK) dan Uang Beredar (M2). Penelitian ini membangun model VECM untuk data non stasioner dengan

order I(1) yang melibatkan variabel-variabel Uang Beredar (M2), Dana Pihak Ketiga (DPK), Kredit (CR), Giro (GR), Tabungan (TB), Simpanan Berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN), Aktiva Dalam Negeri (ADN) untuk kasus data di Indonesia belum ada yang melakukan. Penelitian ini menghasilkan kebaruan (*novelty*) berupa pemodelan VECM untuk kedua himpunan *vector time series* di atas. Disamping itu, penelitian ini juga akan menghasilkan pola hubungan antar variabel yang dibahas dalam bentuk model *Granger-Causality*, *Impulse Response Function*, prediksi dan peramalan, dan besarnya pengaruh antar variabel yang terlibat melalui analisis *proportion prediction error covariance decomposition*.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Tinjauan Pustaka**

Aplikasi pemodelan *multivariate time series* telah banyak dilakukan dalam berbagai bidang. Kajian ekonomi energi sebagai wilayah penelitian menggunakan pemodelan *multivariate time series* telah banyak dilakukan oleh para peneliti, terutama karena permasalahan yang ada mengenai energi, antara lain kurangnya energi dan energi terbarukan (Iazzolino et al., 2019; Forero et al., 2019; Warsono dkk., 2019a; 2019b). Pala (2013) menyelidiki hubungan antara indeks harga pangan dan harga minyak mentah menggunakan pemodelan VECM. Yu et al. (2006) mempelajari hubungan antara kenaikan harga minyak mentah dan harga minyak nabati dengan menggunakan pendekatan kointegrasi dan kausalitas. Warsono dkk. (2019a) membahas hubungan dan peramalan indeks harga dua perusahaan batubara di Indonesia dengan menggunakan model *Vector Autoregressive* (VAR). Campiche dkk. (2007) membahas hubungan antara harga minyak mentah dan harga komoditas pertanian dengan menggunakan model kointegrasi dan *Vector Error Correction Model* (VECM). Yu et al. (2006) menggunakan model *error correction*, analisis kointegrasi, dan *Impulse Respon Function* (IRF) untuk membahas hubungan antara pertumbuhan ekonomi dan energi di China.

VAR merupakan salah satu model yang umum digunakan dalam bidang ekonomi, keuangan, dan bisnis, serta berperan penting dalam teknik analisis, khususnya dalam bidang keuangan dan ekonomi (Hamilton, 1994; Kirchgassner dan Wolters, 2007). Model VAR diperkenalkan oleh Sims (1980) sebagai metode untuk menganalisis data makroekonomi yang mengembangkan model VAR sebagai alternatif dari sistem tradisional metode persamaan simultan (Kirchgassner dan

Wolters, 2007). Namun jika dalam himpunan data *time series* memiliki kointegrasi, maka model VAR harus dimodifikasi menjadi VECM (Hamilton, 1994; Wei, 2006; Tsay, 2010; 2014). Menurut Granger (1981) dan Engle dan Granger (1987), variabel yang memiliki kecenderungan stokastik yang sama diberi label sebagai kointegrasi. Jika hubungan kointegrasi terdapat dalam sistem variabel, maka bentuk VAR tidak sesuai untuk digunakan dan berguna untuk mempertimbangkan parameterisasi spesifik yang mendukung analisis struktur kointegrasi. Model-model tersebut dikenal sebagai VECM atau model koreksi ekuilibrium vektor. Jika data *time series* harus di *differencing*  $m$  kali agar menjadi stasioner, maka deret tersebut dikatakan terintegrasi dengan orde  $m$ ,  $I(m)$ , sehingga deret  $X_t$  adalah  $I(m)$  jika  $X_t$  nonstasioner, tetapi  $\Delta^m X_t$  adalah stasioner, di mana  $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$  (Cuthbertson et al., 1992). Ide-ide dasar dari analisis kointegrasi adalah bahwa, meskipun banyak data *time series* cenderung naik turun dari waktu ke waktu dalam bentuk nonstasioner, kelompok variabel dapat menyatu (Cuthbertson et al., 1992). Strategi dalam bidang terapan untuk pemodelan vektor  $I(1)$  variabel adalah dengan menggunakan kriteria pemilihan model untuk memilih panjang lag VAR, kemudian menguji kointegrasi bersyarat pada urutan lag tersebut, dan akhirnya, mengestimasi parameter VECM (Athanasopoulos et al., 2011). Ada hubungan erat antara kointegrasi dan VECM (Cuthbertson et al., 1992; Lutkepohl, 2005; Hunter et al., 2017).

Banyak penelitian telah dilakukan dalam literatur tentang pengaruh kointegrasi pada peramalan (Lutkepohl, 2005; Campiche et al., 2007; Hunter et al., 2017). Engle dan Yoo (1987) telah membandingkan ramalan yang dihasilkan dari estimasi VECM berdasarkan asumsi bahwa order lag dan peringkat kointegrasi diketahui yang menemukan bahwa VECM menghasilkan estimasi dengan *Mean Square Error* (MSE) yang lebih kecil. Dewasa ini, penerapan VECM dalam studi *time series* data nonstasioner multivariat telah meningkat. Alasan utamanya adalah bahwa VECM memungkinkan seseorang untuk menggambarkan hubungan jangka panjang dan pendek dari variabel nonstasioner (Johansen, 1995; Lütkepohl, 2005). Dalam literatur, alat yang berguna telah dikembangkan untuk menganalisis hubungan jangka panjang, khususnya, identifikasi peringkat kointegrasi (Wei, 2006). Pengujian kausalitas merupakan isu sentral dalam ekonometri dan makro-

ekonometri (Cuthbertson et al., 1992; Hamilton, 1994). Uji Wald telah banyak digunakan untuk menguji *Granger-Causality* sejak Granger (1969) memperkenalkan konsep operasional kausalitas. Karena semua variabel diasumsikan endogen dalam VAR model, maka penting untuk menemukan struktur hubungan sebab akibat.

Ada banyak pendekatan yang telah dibahas dalam lima puluh tahun terakhir untuk menganalisis data *time series*, baik *time series* univariat maupun multivariat (Wei, 2006; Tsay, 2010; Hamilton, 1994; Brockwell dan Davis, 1991; Durbin dan Koopman, 2012, Wei, 2019, Tsay, 2014). Penerapan metode-metode tersebut untuk analisis data *time series* telah diterapkan di banyak bidang ilmu seperti ekonomi, bisnis, keuangan, biologi, dan lingkungan.

## **2.2 Vector Time Series dan Model Representasi**

Dalam mempelajari model yang menggambarkan hubungan antara vektor  $k$  *time series* variabel  $X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, \dots, X_{kt}$ . Proses multivariat muncul apabila beberapa proses *time series* yang saling berhubungan diamati secara simultan dari waktu ke waktu, selain hanya mengamati *series* tunggal seperti dalam kasus analisis *univariate time series* (Reinsel, 1993; Tsay, 2014; Wei, 2019). *Multivariate time series* proses dipandang sebagai sesuatu yang menarik dalam berbagai bidang seperti misal dalam bidang keuangan, bisnis dan ekonomi, teknik dan lain-lain.

Dalam studi proses multivariat, kerangka berfikirnya diperlukan untuk menggambarkan tidak hanya sifat-sifat *series* secara individu, tetapi juga kemungkinan *cross-relationships* antar *series*. Tujuan untuk menganalisis dan *modelling series* secara bersamaan (*jointly*) adalah untuk memahami hubungan dinamis dari waktu ke waktu antar *series* dan untuk memperbaiki ketelitian dari peramalan untuk individu *series* dengan memanfaatkan tambahan informasi yang tersedia dari hubungan *series* dalam peramalan untuk setiap *series* (Reinsel, 1993). Dengan tujuan-tujuan ini, kelas dari *vector autoregressive moving average* (VARMA) *time series* model dikembangkan dan sifat-sifatnya dipelajari (Reinsel, 1993).

Analisis *multivariate time series* membahas secara simultan *multiple time series* yang merupakan cabang dari analisis statistik multivariat, tetapi membahas secara khusus dengan data dependen (Hamilton, 1994; Tsay, 2014; Wei, 2019). Secara umum *multivariate time series* lebih kompleks dari *univariate time series*, terutama jika jumlah *time series*-nya banyak. Tujuan dari *Multivariate time series* analisis menurut pendapat Tsay (2014) yang sejalan dengan pandangan Reinsel (1993) meliputi: Pertama, untuk mempelajari hubungan dinamis antar variabel; dan Kedua, untuk memperbaiki ketelitian prediksi.

Misalkan  $\{X_{it}\}$  sebagai komponen ke- $i$  dari *multivariate time series*  $X_t$ . Tujuan dari analisis *multivariate time series*, seperti dikemukakan di atas (a) menyelidiki hubungan dinamis antar komponen  $X_t$  dan (b) untuk memperbaiki prediksi  $X_{it}$  dengan menggunakan semua informasi yang ada dalam komponen  $X_t$  (Tsay, 2014).

Misalkan akan dilakukan pendugaan  $X_{T+1}$  berdasarkan data  $\{X_1, X_2, \dots, X_T\}$ . Dalam hal ini dapat menggunakan model,

$$\hat{X}_{T+1} = g(X_T, X_{T-1}, \dots, X_1)$$

dengan  $\hat{X}_{T+1}$  merupakan prediksi  $X_{T+1}$  dan  $g(\cdot)$  adalah fungsi tertentu yang sesuai dengan data. Fungsi  $g(\cdot)$  akan ditentukan berdasarkan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam model dinamis *multivariate time series* dan akan dibangun didasarkan pada teori-teori *multivariate time series*.

Dalam membangun fondasi yang kokoh untuk melihat pola hubungan baik, diperlukan teori antar variabel yang dianalisis serta membuat prediksi yang baik, diperlukan pembangunan model dinamis berdasarkan teori-teori *multivariate time series* dan metode-metode yang sudah teruji.

Dalam mempelajari fenomena alam dan sosial, sering dijumpai banyak variabel  $X_{i,T}$  dimana  $i=1,2,\dots, m$  dan pengamatan dilakukan sesuai dengan urutan waktu,  $T$ . Data *multivariate time series*, biasanya dinyatakan dalam bentuk vektor,

$$\mathbf{X}_T = \{X_{1,T}, X_{2,T}, \dots, X_{m,T}\}$$

Untuk melambangkan sehimpunan variabel dimana  $X_{i,T}$  adalah komponen ke- $i$  variabel pada waktu  $T$  dan merupakan *random variable* untuk setiap  $i$  dan  $T$ . Waktu  $T$  dalam  $\mathbf{X}_T$  adalah kontinu dan sembarang nilai dalam interval. Bentuk  $\mathbf{X}_T = \{X_{1,T}, X_{2,T}, \dots, X_{m,T}\}$  adalah *multivariate time series* atau *vector time series* (Tsay, 2014) dimana subskrip pertama menyatakan komponen sedangkan subskrip kedua menyatakan waktu.

Secara statistik, *m-dimensional time series*  $\mathbf{X}_T = \{X_{1,T}, X_{2,T}, \dots, X_{m,T}\}$  adalah *random vector* terdiri dari  $m$  *random variable*. Karena itu ada ruang *probability* dimana *random variable* ini didefinisikan. Apa yang diamati dalam praktisnya adalah realisasi dari *random variable*. Untuk kesederhanaan, digunakan notasi yang sama  $\mathbf{X}_T$  untuk *random vector* dan realisasinya. Ketika membahas tentang sifat-sifat  $\mathbf{X}_T$ , dipandang sebagai *random vector*. Sebaliknya, apabila dibahas sebagai terapan (aplikasi), maka diperlakukan sebagai realisasi.

Analisis *time series* untuk hubungan kausal yang mempunyai lebih dari dua variabel dapat menggunakan model *Vector Autoregressive* (VAR). Namun didalam model VAR mempunyai syarat bahwa data yang digunakan harus bersifat stasioner ditingkat level atau setelah *differencing* (Wei, 2006). Jika data tidak stasioner tingkat level, maka akan dilakukan beberapa proses kestasioneran terlebih dahulu dengan menggunakan pendekatan atau proses *differencing* (Hamilton, 1994). Apabila data sudah stasioner dan terbukti tidak terdapat kointegrasi antar beberapa variabel, maka model VAR dapat digunakan. Namun jika data bersifat stasioner setelah dilakukan *differencing* pada order yang sama dan terbukti terdapat kointegrasi antar beberapa variabel minimal dengan *rank* satu, maka model yang digunakan adalah *Vector Error Correction Model* (VECM) (Lutkepohl, 2005; Wei, 2006).

### **2.3 Konsep Dasar Pemodelan Dinamis**

Tujuan utama dari analisis *time series* adalah mengembangkan model matematika yang mampu mendeskripsikan data sampel (Douc et al., 2014) dan teori matematika *time series* salah satu area yang berkembang pesat dan banyak menjadi kajian penelitian dewasa ini (Fuller, 1996). Analisis *time series* diterapkan dibanyak



bidang. Dalam bidang ekonomi sejarah pencatatan ekonomi seringkali dalam bentuk *time series* misal indeks harga konsumen, pengangguran, populasi dan produksi. Curah hujan dan temperatur juga sering dicatat dalam bentuk *time series* (Fuller, 1996). Dalam analisis *time series* dikaji hukum-hukum peluang yang menentukan, misal bagaimana data ekonomi *time series* bergerak dari waktu ke waktu (Sampson, 2001). Dalam Bab II ini akan dibahas ide dasar analisis *time series*, terutama pentingnya konsep dasar dalam analisis *time series* diantaranya konsep stasioner, fungsi autokovarians, fungsi autokorelasi, fungsi parsial autokorelasi, sampel autokovarians dan sampel autokorelasi. Beberapa sifat juga akan dibahas pada bab ini dan beberapa metode standar untuk menghilangkan non-stasioner juga akan dibahas. Untuk keperluan membangun analisis statistika yang mampu menggambarkan karakteristik data *time series* yang nampaknya berfluktuasi secara acak yang didefinisikan dalam ruang peluang  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  dan mempunyai nilai *state space*  $X$  dan diindekskan berdasarkan waktu  $t$ ,

$$\{X_t, t \in T\}$$

Waktu  $t$  ada dalam himpunan  $T$ , ia biasanya merupakan bilangan bulat  $\mathbb{Z}$  atau bilangan bulat non-negatif  $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ . *State space*  $X$  adalah *space* dimana *time series* mempunyai nilai-nilainya. Secara formal, *state space* adalah *measurable space*  $(X, \mathcal{X})$  dengan  $\mathcal{X}$  adalah  $\sigma$ -field. (Brocwell and Davis, 2009; Douc et al., 2014). Untuk kajian yang cukup mendalam mengenai  $\sigma$ -field dapat dilihat dalam Bhat (1985).

### **Definisi 2.1 (Stokastik Proses)**

Kumpulan *random variable*  $X = \{X_t, t \in T\}$  didefinisikan pada ruang peluang  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . Ketika membahas jumlah *random variable* terhingga, seringkali harus menghitung matriks kovarians untuk memahami adanya ketergantungan antar variabel. Untuk *time series*  $\{X_t, t \in T\}$ , perlu dibahas konsep kovarians matriks.

### Definisi 2.2. (Fungsi Autokovarians)

Jika  $\{X_t, t \in T\}$  adalah proses stokastik sedemikian rupa sehingga  $\text{Var}(X_t) < \infty$  untuk semua nilai  $t \in T$ , maka fungsi autokovarians dari  $\gamma_X(r,s)$  dari  $\{X_t\}$  dan didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\gamma_X(r,s) &= \text{Cov}(X_r, X_s) \\ &= E[(X_r - E(X_r))(X_s - E(X_s))] \quad r, s \in T\end{aligned}\tag{2.1}$$

### Definisi 2.3 (Weak Stationary)

*Time series*  $\{X_t, t \in Z\}$ , dengan himpunan indeks  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ , dikatakan stasioner atau *weak stationary* jika :

$$(1) E|X_t|^2 < \infty \quad \forall t \in Z,$$

$$(2) E(X_t) = m \quad \forall t \in Z,$$

dan

$$(3) \gamma_X(r,s) = \gamma_X(r+t, s+t), \quad \forall r, s, t \in Z.\tag{2.2}$$

### Definisi 2.4 (Strict Stationary)

*Time series*  $\{X_t, t \in Z\}$  dengan himpunan index  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  dikatakan *strict stationary* jika join distribusi  $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k})$  dan  $(X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_k+h})$  adalah sama untuk setiap bilangan bulat yang sama  $k$  dan untuk semua  $t_1, t_2, \dots, t_k, h \in Z$ .

Sifat stasioner adalah salah satu konsep yang penting dalam analisis data *time series* (Sampson, 2001). Adapun hubungan antara *weak stationary* dan *strict stationary* dapat dijelaskan sebagai berikut: jika  $\{X_t\}$  adalah *strict stationary*, maka berimplikasi langsung dengan mengambil nilai  $k=1$  pada Definisi 2.4, maka  $X_t$  mempunyai distribusi yang sama untuk setiap  $t \in Z$ . Jika  $E|X_t|^2 < \infty$  ini berimplikasi bahwa  $E(X_t)$  dan  $\text{Var}(X_t)$  konstan. Jika  $k=2$ , maka  $X_t$  dan  $X_{t+h}$  mempunyai join yang sama untuk semua  $t, h \in Z$ . Jadi *strict stationary* dengan *finite second moment* adalah stasioner (*weak stationary*). *Mean* dari  $X_t$  tidak begitu penting dalam data *time series* yang stasioner dan analisis dilakukan dengan cara

sederhana jika diasumsikan  $X_t$  mempunyai *mean* 0. Jika data *time series* stasioner ini selalu dapat dilakukan, karena jika  $X_t$  mempunyai *mean*  $\mu$ , maka selalu dapat membangun *time series*  $X_t - \mu$  yang mempunyai *mean* 0 (Sampson, 2001). Keuntungan dengan analisis dimana *mean* 0, adalah berimplikasi bahwa dalam perhitungannya,

$$\text{Var}(X_t) = E(X_t^2),$$

dan

$$\text{Cov}(X_t, X_s) = E(X_t X_s)$$

### Definisi 2.5 (Gaussian Time Series)

Proses  $\{X_t, t \in Z\}$  adalah *Gaussian time series* jika dan hanya jika distribusi fungsi dari  $\{X_t\}$  adalah multivariat normal.

#### Contoh 2.1

Suatu *random process*  $\{X_t\}$  adalah Gaussian jika untuk sembarang periode  $t_1, t_2, \dots, t_s$ , maka  $s \times 1$  *random vector*  $\mathbf{X} = [X_{t_i}]$  berdistribusi multivariat normal, atau

$$\mathbf{X} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \text{ dimana "}\sim\text{" dibaca berdistribusi.}$$

Atau fungsi densitas peluang  $\mathbf{X}$  adalah sebagai berikut (Lihat Graybill, 1976; Johnson dan Wichern, 2007)

$$p(\mathbf{X}) = (2\pi)^{-\frac{s}{2}} / |\boldsymbol{\Sigma}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})\right]. \quad (2.3)$$

Karena distribusi normal hanya tergantung pada *mean*,  $\boldsymbol{\mu}$ , dan varians dan kovarians  $\boldsymbol{\Sigma}$ , maka untuk menunjukkan data bersifat stasioner, perlu ditunjukkan  $\boldsymbol{\mu}$  dan  $\boldsymbol{\Sigma}$  adalah sama untuk semua periode.

#### Contoh 2.2

Misalkan  $\{Y_t\}$  *independent identically distributed* (iid) *time series* dengan *mean* 0 dan varians terhingga  $\sigma_Y^2$ . Misalkan fungsi didefinisikan sebagai berikut:

$$X_t = Y_t + \phi Y_{t-1}$$

Maka autokovarians fungsi  $X_t$  adalah

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X_{t+h}, X_t) &= \text{Cov}(Y_{t+h} + \phi Y_{t+h-1}, Y_t + \phi Y_{t-1}) \\ &= \begin{cases} (1+\phi^2)\sigma_Y^2, & h=0 \\ \phi\sigma_Y^2, & h=\pm 1 \\ 0, & h>1 \end{cases} \end{aligned}$$

Karena itu  $\{X_t\}$  adalah stasioner, faktanya  $\{X_t\}$  adalah *strict stationary*.

### 2.3.1 Metode *Differencing* Untuk membuat data Stasioner

Pada bagian ini, akan disajikan metode yang umum digunakan untuk mengeliminasi tren dengan menggunakan *differencing* yang didefinisikan dengan operator  $\Delta$ :

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = (1 - B)X_t \quad (2.4)$$

dimana

$$BX_t = X_{t-1}. \quad (2.5)$$

Fungsi pangkat untuk operator B dan  $\Delta$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} B^n X_t &= X_{t-n}, \\ \Delta^n(X_t) &= \Delta(\Delta^{n-1}X_t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

dan

$$\Delta^0(X_t) = X_t.$$

Salah satu pendekatan untuk menghilangkan tren pada data *time series* adalah *differencing*. *Differencing* mempunyai dua keuntungan relatif pada *fitting trend model* terhadap data. Pertama *differencing* tidak perlu melakukan pendugaan parameter, sehingga *differencing* merupakan pendekatan yang sederhana dan biasanya cukup dilihat plot data setelah dilakukan *differencing* apakah data sudah memenuhi asumsi stasioner atau belum; Kedua, model *fitting* dengan asumsi tren tetap pada keseluruhan *time series* dan akan tetap ada. *Differencing* dapat mengizinkan komponen tren berubah dari waktu ke waktu. *Differencing* pertama menjelaskan tren yang berpengaruh pada perubahan *mean time series*, *differencing* kedua menjelaskan perubahan *slope* pada *time series* dan seterusnya (Montgomery et al., 2008). Dalam praktiknya biasanya satu atau dua *differencing* cukup untuk menghilangkan tren dalam data (lihat Warsono et al.; 2019a; 2019b).

### Contoh 2.3

Pertimbangkan *differencing* berikut

$$\begin{aligned}\Delta^3(X_t) &= \Delta(\Delta^2(X_t)) = \Delta\Delta(\Delta X_t) \\ &= (1-B)(1-B)(1-B)X_t \\ &= (1-3B+3B^2-B^3)X_t \\ &= X_t - 3X_{t-1} + 3X_{t-2} - X_{t-3}.\end{aligned}$$

Jika operator  $\Delta$  digunakan pada fungsi tren linear berikut:

$$m_t = a + ct,$$

Maka  $\Delta m_t = m_t - m_{t-1}$

$$\begin{aligned}&= a + ct - (a + c(t-1)) \\ &= a\end{aligned}$$

(Konstan).

Dalam pembahasan ini, diasumsikan bahwa himpunan indeks adalah himpunan dari semua bilangan bulat, kecuali jika ditentukan lain. Perhatikan *random variable*  $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$  dari proses stokastik  $\{X_t\}$  untuk  $t = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ .  $n$ -dimensional fungsi distribusi didefinisikan sebagai berikut:

$$F(x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_n}) = P\{\omega : x(\omega, t_1) \leq x_{t_1}, x(\omega, t_2) \leq x_{t_2}, \dots, x(\omega, t_n) \leq x_{t_n}\}. \quad (2.7)$$

Suatu proses dinamakan *first order stasioner* jika satu dimensi dari fungsi distribusi adalah *time invariant*, yaitu,

$$F(x_{t_1}) = F(x_{t_1+k}) \text{ untuk sembarang waktu } t_1 \text{ dan } k.$$

Dinamakan *second order stasioner* distribusi jika,

$$F(x_{t_1}, x_{t_2}) = F(x_{t_1+k}, x_{t_2+k}) \text{ untuk sembarang waktu } t_1, t_2 \text{ dan } k.$$

Secara umum,  $n$  order stasioner dalam distribusi jika,

$$F(x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_n}) = F(x_{t_1+k}, x_{t_2+k}, \dots, x_{t_n+k}) \text{ untuk sembarang } n\text{-tupel } (t_1, t_2, \dots, t_n) \text{ dan } k. \quad (2.8)$$

Persamaan (2.8) disebut juga *strict stationary*. Jelas jika (2.8) benar untuk sembarang  $n=m$ , maka juga benar untuk  $n \leq m$ , karena  $m$  order fungsi distribusi menentukan semua distribusi fungsi order yang lebih rendah. Karena itu, *higher order stasioner* selalu berimplikasi pada order yang lebih rendah. Hal ini karena marginal dari dua distribusi yang sama, akan menghasilkan distribusi marginal yang sama (Lihat Graybill, 1976).

Untuk proses bernilai *real*  $\{X_t : t = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  fungsi *mean* didefinisikan dari proses sebagai berikut:

$$\mu_t = E(X_t)$$

Fungsi varians dari proses

$$\sigma_t^2 = E(X_t - \mu_t)^2,$$

Fungsi kovarians  $X_{t_1}$  dan  $X_{t_2}$ ,

$$\gamma(t_1, t_2) = E(X_{t_1} - \mu_{t_1})(X_{t_2} - \mu_{t_2}), \text{ dan} \quad (2.9)$$

Fungsi korelasi  $X_{t_1}$  dan  $X_{t_2}$ ,

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{\gamma(t_1, t_2)}{\sqrt{\sigma_{t_1}^2} \sqrt{\sigma_{t_2}^2}}. \quad (2.10)$$

Untuk proses yang *strict stationary*, karena fungsi distribusinya sama  $\forall t$ , fungsi *mean*  $\mu_t = \mu$  konstan dengan syarat bahwa  $E|X_t| < \infty$  Demikian juga jika  $E(X_t^2) < \infty$ , maka  $\sigma_t^2 = \sigma^2, \forall t$  juga konstan. Demikian juga karena  $F(X_{t_1}, X_{t_2}) = F(X_{t_1+k}, X_{t_2+k})$  untuk sembarang  $t_1, t_2, \text{ dan } k$  maka diperoleh:

$$\gamma(t_1, t_2) = \gamma(t_1 + k, t_2 + k),$$

$$\rho(t_1, t_2) = \rho(t_1 + k, t_2 + k).$$

Jadi untuk proses yang *strict stationary* dengan momen pertama dan kedua terhingga (*finite*), kovarians dan korelasinya antara  $X_t$  dan  $X_{t+k}$  tergantung hanya pada selisih  $k$ .

### 2.3.2 Fungsi Autokovarians dan Autokorelasi

Untuk proses yang stasioner  $\{X_t\}$ , diperoleh *mean*  $E(X_t) = \mu$  dan varians  $\text{Var}(X_t) = E(X_t - \mu)^2 = \sigma^2$  yang konstan dan kovarians  $\text{Cov}(X_t, X_s)$  adalah fungsi yang hanya tergantung pada selisih  $|t-s|$ . Jadi kovarians antara  $X_t$  dan  $X_{t+k}$  adalah:

$$\gamma_k = \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) \quad (2.11)$$

Korelasi antara  $X_t$  dan  $X_{t+k}$  adalah:

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}(X_t - X_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}(X_t)} \sqrt{\text{Var}(X_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.12)$$

dengan  $\text{Var}(X_t) = \text{Var}(X_{t+k}) = \gamma_0 = \sigma^2$ . Sebagai fungsi  $k$ ,  $\gamma_k$  dinamakan fungsi autokovarians, dan  $\rho_k$  dinamakan fungsi autokorelasi. Fungsi autokovarians mengukur ketergantungan linear antara dua titik pada pengamatan data *time series* di waktu yang berbeda. Sedangkan *Autocorrelation Function* (ACF) mengukur prediksi linear dari data *time series* pada waktu  $t$ , misal menduga  $x_t$  dengan hanya menggunakan  $x_s$  (Shumway dan Stoffer, 2006).

Mudah dibuktikan bahwa proses stasioner fungsi autokovarians dan fungsi autokorelasi  $\gamma_k$  dan  $\rho_k$  mempunyai sifat-sifat berikut (lihat, Chatfield, 1995; Brockwell and Davis, 2009; Fuller, 1996):

1.  $\gamma_0 = \text{Var}(X_t)$ ;  $\rho_0 = 1$ ,
2.  $|\gamma_k| \leq \gamma_0$ ,  $|\rho_k| \leq 1$
3.  $\gamma_k = \gamma_{-k}$  dan  $\rho_k = \rho_{-k}$ .

Sifat-sifat di atas dapat dijelaskan sebagai berikut, untuk sifat (1)  $\gamma_0 = \text{Var}(X_t)$  adalah benar karena berdasarkan definisi  $\gamma_0$  adalah kovarians antara  $X_t$  dan  $X_t$  yang juga merupakan definisi dari varians  $X_t$  dan  $\rho_0 = 1$  adalah korelasi antara suatu variabel dengan dirinya sendiri, misal korelasi antara  $X_t$  dan  $X_t$ , yang akan bernilai sama dengan 1. Untuk sifat (2) dapat dijelaskan sebagai berikut, misalkan

$$Y = aX_t + bX_{t-k}$$

maka

$$\begin{aligned} \text{Var}(aX_t + bX_{t-k}) &= a^2 \text{Var}(X_t) + 2ab \text{Cov}(X_t, X_{t-k}) + b^2 \text{Var}(X_{t-k}) \\ &= [a \ b] \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_k \\ \gamma_k & \gamma_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \geq 0. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Jadi matriks  $\begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_k \\ \gamma_k & \gamma_0 \end{bmatrix}$  adalah positif semi definit, sehingga

$$\det \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_k \\ \gamma_k & \gamma_0 \end{bmatrix} \geq 0,$$

Atau

$$\begin{aligned} \gamma_0^2 - \gamma_k^2 &\geq 0 \\ \gamma_k^2 &\leq \gamma_0^2 \end{aligned}$$

Sehingga  $|\gamma_k| \leq \gamma_0$ .

Dari (2.13) dapat diperoleh  $(a^2 + b^2)\sigma^2 + 2ab\gamma_k \geq 0$ . Jika  $a = b = 1$ , maka diperoleh

$$\gamma_k \geq -\sigma^2$$

Sehingga  $\rho_k \geq -1$  (2.14)

Jika  $a=1$  dan  $b=-1$ , maka

$$\gamma_k \leq \sigma^2$$

Sehingga  $\rho_k \leq 1$ . (2.15)

Dari (2.14) dan (2.15) maka  $|\rho_k| \leq 1$ .

Sifat penting dari fungsi autokovarians dan fungsi autokorelasi adalah bahwa keduanya positif semi definit (Lihat Graybill, 1976 untuk definisi positif semi definit, Fuller, 1996) dalam pengertian:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \gamma_{|t_i - t_j|} \geq 0, \quad (2.16)$$

dan

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \rho_{|t_i - t_j|} \geq 0, \quad (2.17)$$

untuk titik-titik  $t_1, t_2, \dots, t_n$  dan bilangan real  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ . Dengan mendefinisikan persamaan

$$X = \sum_{i=1}^n \alpha_i X_{t_i}$$

Persamaan (2.17) adalah akibat dari

$$\begin{aligned} 0 \leq \text{Var}(X) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \text{Cov}(X_{t_i}, X_{t_j}) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \gamma_{|t_i - t_j|}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dari hasil (2.17) untuk mendapatkan (2.16) maka pertidaksamaan (2.15) dibagi oleh  $\gamma_0 > 0$ . Jadi, penting untuk diketahui bahwa tidak semua sembarang fungsi yang memenuhi sifat (1) sampai (3) dapat merupakan fungsi autokovarians dan korelasi atau suatu proses. Syarat perlu untuk suatu fungsi adalah fungsi autokovarians atau autokorelasi dari suatu proses ialah bahwa harus positif semi definit (Wei, 2006; Brockwell dan Davis, 2009).



### 2.3.3 Fungsi Parsial Autokorelasi

Disamping autokorelasi antara  $X_t$  dan  $X_{t+k}$ , juga diselidiki korelasi antara  $X_t$  dan  $X_{t+k}$  setelah saling ketergantungan diantara keduanya pada variabel intervening  $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$  telah dihilangkan. Ini adalah korelasi bersyarat sebagai berikut:

$$\text{Corr}(X_t, X_{t+k} | X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}) \quad (2.19)$$

yang dinamakan Parsial Autokorelasi dalam *time series*.

Pertimbangkan proses stasioner  $\{X_t\}$  dan misalkan bahwa  $E(X_t) = 0$ . Misalkan *linear dependent* dari  $X_{t+k}$  pada  $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$  didefinisikan sebagai *best linear estimate* pada pengertian *mean square* dan  $X_{t+k}$  sebagai fungsi linear dari  $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$ , maka

$$\hat{X}_{t+k} = \alpha_1 X_{t+1} + \alpha_2 X_{t+2} + \dots + \alpha_{k-1} X_{t+k-1} \quad (2.20)$$

Adalah *mean square linear* regresi koefisien diperoleh dari meminimumkan persamaan:

$$E(X_{t+k} - \hat{X}_{t+k})^2 = E(X_{t+k} - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1})^2 \quad (2.21)$$

Dengan diferensiasi maka akan diperoleh

$$\gamma_i = \alpha_i \gamma_{i-1} + \alpha_2 \gamma_{i-2} + \dots + \alpha_{k-1} \gamma_{i-k+1} \quad (1 \leq i \leq k-1) \quad (2.22)$$

Karena itu,

$$\rho_i = \alpha_i \rho_{i-1} + \alpha_2 \rho_{i-2} + \dots + \alpha_{k-1} \rho_{i-k+1} \quad (1 \leq i \leq k-1) \quad (2.23)$$

Dalam bentuk notasi matriks, persamaan (2.23) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \rho_{k-4} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Dengan cara yang sama, didapat

$$\hat{X}_t = \beta_1 X_{t+1} + \beta_2 X_{t+2} + \dots + \beta_{k-1} X_{t+k-1}$$

dengan  $\beta_i$  ( $1 \leq i \leq k-1$ ) adalah *mean square linear* regresi koefisien diperoleh dengan meminimumkan

$$E(X_t - \hat{X}_t)^2 = E(X_t - \beta_1 X_{t+1} - \beta_2 X_{t+2} - \dots - \beta_{k-1} X_{t+k-1})^2$$

Dengan cara yang sama seperti di atas, maka diperoleh matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \rho_{k-4} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Ini berimplikasi  $\alpha_i = \beta_i$ .

Hal ini berakibat bahwa parsial autokorelasi antara  $X_t$  dan  $X_{t+k}$  sama dengan autokorelasi biasa (*ordinary*) antara  $(X_t - \hat{X}_t)$  dan  $(X_{t+k} - \hat{X}_{t+k})$ . Misal  $\rho_k$  adalah parsial autokorelasi antara  $X_t$  dan  $X_{t+k}$ , diperoleh

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}[(X_t - \hat{X}_t)(X_{t+k} - \hat{X}_{t+k})]}{\sqrt{\text{Var}(X_t - \hat{X}_t)} \sqrt{\text{Var}(X_{t+k} - \hat{X}_{t+k})}} \quad (2.26)$$

Variansnya dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X_{t+k} - \hat{X}_{t+k}) &= E(X_{t+k} - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1})^2 \\ &= E(X_{t+k} (X_{t+k} - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1})) \\ &\quad - \alpha_1 E(X_{t+k-1} (X_{t+k} - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1})) \\ &\quad - \alpha_{k-1} E(X_{t+1} (X_{t+k} - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1})) \\ &= E(X_{t+k} (X_{t+k} - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1})) \end{aligned}$$

Karena suku-suku yang lain nol berdasarkan persamaan (2.22). Jadi diperoleh

$$\text{Var}(X_t - \hat{X}_t) = \text{Var}(X_{t+k} - \hat{X}_{t+k}) = \gamma_0 - \alpha_1 \gamma_1 - \alpha_2 \gamma_2 - \dots - \alpha_{k-1} \gamma_{k-1}$$

Berikutnya gunakan fakta bahwa  $\alpha_i = \beta_i$  ( $1 \leq i \leq k-1$ ).

$$\begin{aligned} &\text{Cov}[(X_t - \hat{X}_t)(X_{t+k} - \hat{X}_{t+k})] \\ &= E(X_t - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1}) (X_{t+k} - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1}) \\ &= E[(X_t - \alpha_1 X_{t+1} - \alpha_2 X_{t+2} - \dots - \alpha_{k-1} X_{t+k-1}) X_{t+k}] \\ &= \gamma_k - \alpha_1 \gamma_{k-1} - \alpha_2 \gamma_{k-2} - \dots - \alpha_{k-1} \gamma_1. \end{aligned}$$

Karena itu diperoleh persamaan (2.26) menjadi

$$\rho_k = \frac{\gamma_k - \alpha_1 \gamma_{k-1} - \alpha_2 \gamma_{k-2} - \dots - \alpha_{k-1} \gamma_1}{\gamma_0 - \alpha_1 \gamma_1 - \alpha_2 \gamma_2 - \dots - \alpha_{k-1} \gamma_{k-1}} \quad (2.27)$$

Jika pembilang dan penyebut dibagi dengan  $\gamma_0$  maka diperoleh persamaan (2.27) menjadi

$$\rho_k = \frac{\rho_k - \alpha_1 \rho_{k-1} - \alpha_2 \rho_{k-2} - \dots - \alpha_{k-1} \rho_1}{1 - \alpha_1 \rho_1 - \alpha_2 \rho_2 - \dots - \alpha_{k-1} \rho_{k-1}} \quad (2.28)$$

Dengan menggunakan *Cramer Rule* (2.24) dapat diselesaikan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\alpha_i = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{i-2} & \rho_1 & \rho_i & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{i-3} & \rho_2 & \rho_{i-1} & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_{k-i} & \rho_{k-1} & \rho_{k-i-2} & \dots & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{i-2} & \rho_{i-1} & \rho_i & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{i-3} & \rho_{i-2} & \rho_{i-1} & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_{k-i} & \rho_{k-i-1} & \rho_{k-i-2} & \dots & 1 \end{vmatrix}} \quad (2.29)$$

Parsial autokorelasi juga dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut (Wei, 2006): Pertimbangkan model regresi, dimana variabel dependen  $X_{t+k}$  yang merupakan proses dengan *mean nol* dan stasioner diregresikan pada k-lag variabel:

$$X_{t+k-1}, X_{t+k-2}, \dots, X_t$$

Sebagai berikut:

$$X_{t+k} = \phi_{k1} X_{t+k-1} + \phi_{k2} X_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk} X_t + \varepsilon_{t+k} \quad (2.30)$$

Dimana  $\phi_{ki}$  melambangkan parameter regresi ke-i dan  $\varepsilon_{t+k}$  adalah error term berdistribusi normal dan tidak berkorelasi dengan  $X_{t+k-j}$   $j \geq 1$ . Kalikan  $X_{t+k-j}$  pada kedua ruas dan kemudian ambil nilai harapannya, sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\gamma_j = \phi_{k1} \gamma_{j-1} + \phi_{k2} \gamma_{j-2} + \dots + \phi_{kk} \gamma_{j-k} \quad (2.31)$$

Kedua ruas dibagi dengan  $\gamma_0$ , maka diperoleh,

$$\rho_j = \phi_{k1} \rho_{j-1} + \phi_{k2} \rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk} \rho_{j-k} \quad (2.32)$$

Untuk  $1 \leq j \leq k$ , diperoleh sistem persamaan linear,

$$\rho_1 = \phi_{k1} \rho_0 + \phi_{k2} \rho_1 + \dots + \phi_{kk} \rho_{k-1}$$

$$\begin{aligned}
\rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-2} \\
&\dots\dots \\
\rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_0
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Dengan menggunakan *Cramer Rule* secara berurutan untuk nilai  $k=1, 2, 3, \dots$  diperoleh,

$$\begin{aligned}
\phi_{11} &= \rho_1, \\
\phi_{22} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}, \\
\phi_{33} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_3 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}},
\end{aligned}$$

Secara umum

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \tag{2.34}$$

Bandingkan (2.34) dan (2.28), dapat dilihat bahwa  $\phi_{kk}$  sama dengan  $P_k$ . Jadi partial autokorelasi antara  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$  dapat juga diperoleh melalui koefisien regresi antara  $Z_t$  dengan  $Z_{t+k}$  pada lag ke-k variabel  $Z_{t+k-1}, Z_{t+k-2}, \dots, \text{dan } Z_t$ . Karena  $\phi_{kk}$  sudah menjadi notasi standar, maka dipergunakan untuk simbol partial autokorelasi antara  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$ .

### 2.3.4 Proses *White Noise*

Suatu proses  $\{\varepsilon_t\}$  dinamakan *White Noise* (WN) proses jika barisan *random variable* tidak berkorelasi dan dari suatu distribusi tetap dengan konstan *mean*

$E(\varepsilon_t) = \mu_\varepsilon$ , biasanya diasumsikan nilai  $\mu_\varepsilon = 0$ , konstan varians  $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$  dan  $\gamma_k = \text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0 \quad \forall k \neq 0$  (Brockwell and Davis, 1991; Wei, 2006). Berdasarkan definisi di atas, maka implikasi langsung dari WN proses  $\{\varepsilon_t\}$  adalah stasioner dengan fungsi autokovarians,

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0. \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi,

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0. \end{cases}$$

dan partial autokorelasi fungsi,

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0. \end{cases}$$

Fenomena dasar dari WN proses adalah bahwa ACF dan PACF adalah identik sama dengan nol. WN adalah Gaussian jika distribusinya adalah normal (Wei, 2006; Brockwell dan Davis, 2009).

#### 2.3.4.1 Pendugaan *Mean*, Autokovarians dan Autokorelasi

Suatu *time series* yang stasioner dicirikan oleh rata-ratanya,  $\mu$ , variansnya  $\sigma^2$ , autokorelasi  $\rho_k$ , dan partial autokorelasi  $\phi_{kk}$ . Nilai dari parameter-parameter ini dapat dihitung jika realisasi dari  $x_t$  tersedia. Berikut ini disajikan bagaimana menduga *mean*, autokovarian dan karenanya autokorelasi.

#### 2.3.4.2 Sampel *Mean*

Dengan hanya realisasi tunggal, penduga untuk *mean*  $\mu = E(X_t)$  dari proses yang stasioner

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t$$

yang merupakan rata-rata dari  $n$  pengamatan. Pertanyaannya apakah penduga ini merupakan penduga yang baik. Jelasnya

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E(X_t) = \frac{1}{n} n\mu = \mu.$$

Jadi tak bias.

Juga dengan mudah dapat ditunjukkan bahwa

$$\begin{aligned}\text{Var}(\bar{X}) &= \frac{1}{n^2} \sum_{t=1}^n \sum_{s=1}^n \text{Cov}(X_t, X_s) = \frac{\gamma_0}{n^2} \sum \sum \rho_{(t-s)} \\ &= \frac{\gamma_0}{n^2} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} (n-|k|) \rho_k \\ &= \frac{\gamma_0}{n} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} \left(1 - \frac{|k|}{n}\right) \rho_k\end{aligned}$$

Jika dimisalkan  $k=(t-s)$ . Jadi jika

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} \left(1 - \frac{|k|}{n}\right) \rho_k < \infty,$$

Maka  $\text{Var}(\bar{X}) \rightarrow 0$  jika  $n \rightarrow \infty$  dan  $\bar{X}$  adalah penduga konsisten untuk  $\mu$ . Jadi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t = \mu$$

Dalam *mean square*.

## 2.4 Vector Autoregressive (VAR) Model

### 2.4.1 Konsep Fundamental

$m$ -dimensional *vector time series* proses,

$$\mathbf{X}_t = [X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{mt}]',$$

Adalah proses stasioner jika komponen *series* adalah univariat stasioner proses dan dua momen pertamanya adalah *time-invariant*. Sebagaimana pada proses univariat stasioner dimana model dicirikan oleh momen-momennya misal *mean*, fungsi autokorelasi, dan fungsi parsial autokorelasi, *vector time series* proses adalah stasioner dicirikan oleh *mean vector*, fungsi matriks korelasi, dan fungsi partial matriks korelasi.

### 2.4.2 Test untuk Stasioner data atau ADF test

Pada pemodelan data *multivariate time series*, tujuan utama pemodelan dan analisis adalah untuk menjelaskan hubungan dinamis antar variabel yang diinginkan dan meningkatkan akurasi prediksi (Pena, et al, 2001; Wei, 2006; Montgomery et al., 2008; Tsay, 20010 , 2014). Dalam data *multivariate time series* atau vektor *time series*, salah satu asumsinya adalah bahwa data saling berkorelasi, dengan adanya

asumsi ini maka model yang dibangun harus melibatkan pemodelan autokorelasi. Oleh karena itu, perlu dipahami sifat hubungan antar variabel yang akan dianalisis untuk mendapatkan model yang baik dan sesuai serta menghasilkan prediksi yang akurat (Brockwell dan Davis, 1991; Lutkepohl, 2005; Tsay, 2014).

Dalam analisis data *time series*, diasumsikan bahwa data tersebut stasioner, dalam arti bahwa distribusi probabilitas dari suatu kumpulan sembarang  $X_t$  adalah *time invariant* (Tsay, 2014). Pada  $k$ -dimensional vektor *time series*,  $X_t$  adalah stasioner jika (a)  $E(X_t) = \mu$ ,  $k$ -dimensional vektor konstan, dan (b)  $Cov(X_t) = \Sigma_t$  adalah  $k \times k$  matriks konstan dan *positive definite* (Brockwell and Davis, 1991; Hamilton, 1994; Tsay, 2014). Stasioneritas data *multivariate time series* dapat diperiksa dengan memeriksa grafik data dan menganalisis perilaku data untuk memeriksa apakah stasioner atau tidak. Secara analitis, data stasioner dapat diperiksa dengan menggunakan uji *Augmented Dicky Fuller* (ADF) atau uji akar unit (Warsono et al., 2019a;2019b; 2020; Brockwell dan Davis, 1991). Selain itu, dapat diperiksa grafik *Autocorrelation Function* (ACF). Dalam uji ADF atau *Unit Root Test* dengan  $p$ -lag, model didefinisikan sebagai berikut:

$$\Delta X_t = \beta_0 + \lambda X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_1^* \Delta X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.35)$$

dimana  $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$  dan  $\varepsilon_t$  adalah white noise. Hipotesis nolnya adalah  $H_0: \lambda = 0$ , atau data tidak stasioner. Uji statistik adalah uji  $\tau$ (tau) atau uji ADF

$$ADF\tau = \frac{\lambda}{Se(\lambda)}. \quad (2.36)$$

Dimana distribusinya mendekati (*approximately*) *t-ratio* (Brockwell and Davis, 1991; Tsay, 2014). Untuk taraf signifikansi ( $\alpha = 0.05$ ), tolak hipotesis nol ( $H_0$ ) jika  $\tau < -2,57$  atau jika *p-value*  $< 0.05$  (Brockwell and Davis, 2002; Tsay, 2005; Virginia et al., 2018).

### 2.4.3 Fungsi Korelasi dan Parsial Korelasi Matriks

Misal  $X_t = [X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{mt}]$ ,  $t \in Z$  adalah  $m$ -dimensional stasioner proses dari vektor bernilai real sehingga  $E(X_{it}) = \mu_i$  adalah konstan untuk setiap  $i=1,2, \dots, m$  dan korelasi silang antara  $X_{it}$  dan  $X_{jt}$  untuk semua  $i,j=1,2,3, \dots, m$  adalah fungsi-fungsi hanya perbedaan waktu ( $s-t$ ). Karena itu *mean vector* adalah:

$$\mathbf{E}(\mathbf{X}_t) = \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_m \end{bmatrix},$$

dan lag-k kovarians matriks adalah

$$\Gamma(\mathbf{k}) = \text{Cov}(\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_{t+k}) = \mathbf{E} \left[ (\mathbf{X}_t - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X}_{t+k} - \boldsymbol{\mu})' \right]$$

$$= \begin{bmatrix} \gamma_{11}(\mathbf{k}) & \gamma_{12}(\mathbf{k}) & \dots & \gamma_{1m}(\mathbf{k}) \\ \gamma_{21}(\mathbf{k}) & \gamma_{22}(\mathbf{k}) & \dots & \gamma_{2m}(\mathbf{k}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{m1}(\mathbf{k}) & \gamma_{m2}(\mathbf{k}) & \dots & \gamma_{mm}(\mathbf{k}) \end{bmatrix},$$

dengan

$$\gamma_{ij}(\mathbf{k}) = \mathbf{E} (\mathbf{X}_{it} - \mu_i)(\mathbf{X}_{jt+k} - \mu_j)'$$

Untuk  $\mathbf{k} \in \mathbb{Z}$ . Sebagai fungsi dari  $\mathbf{k}$ ,  $\Gamma(\mathbf{k})$  dinamakan fungsi kovarians matriks untuk vektor  $\mathbf{X}_t$ . Juga  $i=j$ ,  $\gamma_{ij}(\mathbf{k})$  adalah fungsi autokovarians untuk komponen proses ke- $i$ ,  $X_{it}$ ; dan  $i \neq j$ ,  $\gamma_{ij}(\mathbf{k})$  dinamakan fungsi matriks kovarians antara komponen *series*  $X_{it}$  dan  $X_{jt}$ . Matriks  $\Gamma(0)$  adalah matriks varians-kovarians dari proses.

Sifat-sifat fungsi matriks kovarians:

1.  $\Gamma(\mathbf{k}) = \Gamma(-\mathbf{k})$ , ini dapat dibuktikan sebagai berikut,

$$\gamma_{ij}(\mathbf{k}) = \mathbf{E} \left[ (\mathbf{X}_{it} - \mu_i)(\mathbf{X}_{jt+k} - \mu_j)' \right] = \mathbf{E} \left[ (\mathbf{X}_{jt+k} - \mu_j)(\mathbf{X}_{it} - \mu_i)' \right] = \gamma_{ji}(-\mathbf{k}).$$

2.  $|\gamma_{ij}(\mathbf{k})| \leq [\gamma_{ii}(0)\gamma_{jj}(0)]^{\frac{1}{2}}$  untuk semua  $i, j=1, 2, \dots, m$ , karena pertidaksamaan Cauchy-Schwarz.

3. Fungsi matriks kovarians adalah positif semi definit dalam pengertian,

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i' \Gamma(t_i - t_j) \alpha_j \geq 0.$$

Untuk sembarang himpunan waktu  $t_1, t_2, \dots, t_n$  dan sembarang himpunan dari vektor real  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ . Hasilnya adalah implikasi langsung dari,



$$\text{Var} \left[ \sum_{i=1}^n \alpha'_i X_{t_i} \right] \geq 0.$$

Penggunaan yang paling umum dari metode *multivariate time series* adalah *Vector Autoregressive* (VAR) model. Alasan utama mengapa model ini banyak digunakan dalam analisis adalah: Pertama adalah model mudah diestimasi. Dapat digunakan metode *Least Squares* (LS), metode *Maximum Likelihood* (ML), atau metode Bayes. Untuk model VAR, LS estimate secara asimtotik ekuivalen dengan ML estimate (Tsay, 2014); Kedua sifat-sifat model vektor autoregresi secara intensif telah dibahas dalam banyak riset dan literatur; dan Ketiga VAR model serupa dengan *multivariate multiple regression* yang banyak digunakan dalam analisis statistik multivariat (Hamilton, 1994; Pena et al., 2001; Lutkepohl, 2005; Tsay, 2014; Wei, 2019).

Model *Vector Autoregressive* (VAR) memiliki tradisi panjang sebagai alat untuk *time series* data. Model VAR menjadi populer untuk analisis ekonomi ketika Sims (1980) menganjurkan sebagai alternatif untuk model persamaan simultan. Sims juga mengkritik asumsi eksogenitas untuk beberapa variabel dalam persamaan simultan model sebagai ad hoc dan seringkali tidak didukung oleh teori yang dikembangkan sepenuhnya. Sebaliknya, dalam Model VAR seringkali semua variabel yang diamati diperlakukan sebagai apriori endogen. Model VAR mudah digunakan untuk peramalan dan juga dapat diterapkan untuk analisis ekonomi. IRF atau estimasi proporsi prediksi error covarians dekomposisi biasanya digunakan untuk menguraikan hubungan antar variabel dalam model VAR.

Dari penemuan penting tren stokastik dalam variabel ekonomi dan pengembangan analisis kointegrasi oleh Granger (1981), Engle dan Granger (1987), dan Johansen (1995), dan banyak lainnya telah menyebabkan perkembangan baru yang penting dalam menganalisis hubungan antar variabel ekonomi. Secara khusus, sering kali diinginkan untuk memisahkan hubungan jangka panjang dari dinamika jangka pendek dari proses pembangkitan serangkaian variabel. Sering kali terjadi hubungan jangka panjang atau kointegrasi terkait dengan hubungan ekonomi tertentu yang menjadi kepentingan tertentu, sedangkan dinamika jangka pendek menggambarkan penyesuaian pada hubungan jangka panjang saat terjadi gangguan

(*shock*). *Vector Error Correction Model* (VECM) atau model koreksi ekuilibrium menawarkan kerangka analisis yang nyaman untuk memisahkan komponen data jangka panjang dan jangka pendek.

Suatu  $k$ -dimensional *time series*  $X_t$  dikatakan *weak stationary*, jika:

- (a)  $E(X_t) = \mu$ ,  $k$ -dimensional konstan vektor, dan
- (b)  $Cov(X_t) = E[(X_t - \mu)(X_t - \mu)'] = \Sigma$ , konstan  $k \times k$  positif definit matriks.

Dengan  $E(X)$  dan  $Cov(X)$  masing-masing melambangkan nilai harapan dan kovarians matriks. Jadi *mean* dan kovarians matriks *random vector weak stationary time series* tidak tergantung waktu, yaitu dua momen pertama  $X_t$  adalah *time invariant* (Tsay, 2014; Wei, 2019).

Suatu  $k$ -dimensional *time series*  $X_t$  *strict stationary*, jika join distribusi  $m$  kumpulan dari,  $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_m})$  sama dengan  $(X_{t_1+s}, X_{t_2+s}, \dots, X_{t_m+s})$  dimana  $m, s$ , dan  $(t_1, t_2, \dots, t_m)$  sembarang bilangan bulat positif. Dalam istilah statistik, *strict stationary* mensyaratkan bahwa distribusi peluang sembarang kumpulan  $X_t$  adalah *time invariant*. Dari definisi *strict stationary time series*  $X_t$  adalah *weak stasioner* dengan syarat bahwa dua momen pertamanya ada.

#### 2.4.4 *Integrated Variable*

Tren stokastik biasanya dianggap sebagai komponen dari proses stokastik dengan properti yang mirip dengan *random walk* diskrit. Dengan kata lain, ini dipandang sebagai komponen stokastik nonstasioner yang tidak memiliki kecenderungan untuk kembali menjadi tetap berarti. Karakteristik penting dari komponen tersebut adalah bahwa nonstasioner dapat dihilangkan melalui *differencing* variabel. Variabel *time series*  $X_T$  disebut terintegrasi order  $d$  (dilambangkan  $I(d)$ ) jika tren stokastik dapat dihapus dengan *differencing* variabel  $d$  kali dan tren stokastik masih tersisa setelah perbedaan hanya  $d-1$  kali. Menggunakan operator *differencing*  $\Delta$ , yang didefinisikan sedemikian rupa sehingga  $\Delta X_T = X_T - X_{T-1}$ , variabel  $X_T$  adalah  $I(d)$  jika  $\Delta^d X_T$  stasioner sedangkan  $\Delta^{d-1} X_T$  masih memiliki tren stokastik. Definisi formal ini diperkenalkan oleh Johansen (1995).

### 2.4.5 Kointegrasi

Engle and Granger (1987) memperkenalkan konsep kointegrasi, dan pengembangan konsep pendugaan dan inferensinya dikembangkan oleh Johansen (1988). *Time series*  $X_t$  dikatakan ter *integrated* dengan proses order satu,  $I(1)$ , jika  $(1-B)X_t$  adalah stasioner. Jika data *time series* adalah stasioner, maka proses dikatakan  $I(0)$ . Secara umum, univariat *time series*  $X_t$  adalah proses  $I(d)$ , jika  $(1-B)^d X_t$  adalah stasioner (Hamilton, 1994; Tsay, 2005, 2014). Fakta bahwa beberapa data *time series* dengan akar unit atau nonstasioner, tetapi kombinasi liniernya dapat menjadi stasioner. Rachev et al. (2007) menyatakan bahwa kointegrasi adalah mekanisme umpan balik yang memaksa proses untuk tetap berdekatan atau kumpulan data besar didorong oleh dinamika sejumlah kecil variabel, ini adalah salah satu konsep penting dari teori ekonometrika. Kointegrasi menyiratkan hubungan stabil jangka panjang antara variabel dalam peramalan (Tsay, 2014). Dalam kointegrasi,

$$Z_t = \beta' X_t \text{ adalah stasioner,}$$

Sehingga *m-steps forecast* kedepan  $Z_{t+m}$  memenuhi

$$\hat{Z}_t(m) \xrightarrow{p} E(Z_t) = \mu_z, \quad m \rightarrow \infty$$

Ini berarti bahwa  $\beta' \hat{Z}_T(m) \rightarrow \mu_z$  begitu  $m$  meningkat. Karena itu, peramalan dari  $Z_t$  memenuhi *long-term stable forecast*.

Jika dalam model *Vector Autoregressive* (VAR) terdapat kointegrasi antar variabel, maka model perlu dimodifikasi menjadi VECM (Hamilton, 1994; Lutkepohl and Kratzig, 2004; Asteriou and Hall, 2007; Tsay, 2005; 2014; Wei 2006; 2019). Jika hubungan kointegrasi hadir dalam sistem variabel, model VAR bukanlah model yang paling sesuai (Tsay, 2014; Wei, 2019). Jika ada kointegrasi antara vektor *time series*, maka perlu dilakukan uji peringkat kointegrasi. Beberapa metode pengujian *rank of cointegration* adalah sebagai berikut: *trace test* dan *maximum eigenvalue test*. *Trace test* adalah sebagai berikut:

$$Tr(r) = -T \sum_{i=r+1}^k \ln(1 - \hat{\lambda}_i). \quad (2.37)$$

Dengan hipotesis nol, terdapat  $r$  nilai eigen positif. Pada uji nilai eigen maksimum, uji statistiknya adalah sebagai berikut:

$$\lambda_{\max}(r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_t). \quad (2.38)$$

#### 2.4.6 Representasi Bentuk VAR

Stokastik  $X_T$  diasumsikan dihasilkan oleh proses VAR dengan order  $p$  (dilambangkan VAR( $p$ )) berbentuk:

$$X_T = \Phi_1 X_{T-1} + \Phi_2 X_{T-2} + \dots + \Phi_p X_{T-p} + \varepsilon_T \quad (2.39)$$

dimana  $\Phi_i (i = 1, \dots, p)$  adalah matriks parameter  $k \times k$ , dan proses error  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1T}, \dots, \varepsilon_{kT})'$  adalah proses *white noise* dengan rata-rata nol dan berdimensi  $k$  dengan matriks kovarians  $E(\varepsilon_t, \varepsilon_t') = \Sigma_\varepsilon$ . Singkatnya,  $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d } (0, \Sigma_\varepsilon)$ . Proses VAR( $p$ ) stabil jika

$$\det(I_k - \Phi_1 z - \dots - \Phi_p z^p) \neq 0 \quad \text{for } |z| \leq 1,$$

yaitu, jika semua akar dari polinomial determinan berada di luar lingkaran satuan kompleks. Dalam hal ini  $X_T$  adalah  $I(0)$  dan akan lebih mudah untuk mengasumsikan bahwa data *generating process* didefinisikan untuk semua  $t \in Z$ . Proses  $X_T$  kemudian memiliki *mean* invarian waktu, varians, dan struktur kovariansi. Oleh karena itu, tanpa pemberitahuan sebelumnya, diasumsikan  $t \in Z$  jika  $X_T$  stabil. Namun, jika polinomial determinan di (2.39) memiliki akar untuk  $z = 1$  (yaitu akar unit) dan semua akar lain di luar lingkaran satuan kompleks, maka beberapa atau semua variabel terintegrasi dan mungkin ada menjadi kointegrasi. Menggunakan operator lag, proses (2.39) dapat ditulis lebih ringkas sebagai

$$\Phi(L) X_T = \varepsilon_T$$

dimana  $\Phi(L) = I_k - \Phi_1 L - \dots - \Phi_p L^p$  adalah matriks polinomial pada operator lag orde  $p$ .

#### 2.5 Representasi VECM

Jika  $X_T \sim I(1)$  dan variabel-variabel berpotensi terkointegrasi, level-levelnya membentuk VAR dalam (2.39) mungkin bukan representasi yang paling baik karena tidak memuat hubungan kointegrasi secara eksplisit, dan hubungan ini seringkali menjadi perhatian khusus. Karena kasus, mungkin menguntungkan untuk

mereparameterisasi model dengan mengurangi  $X_{T-1}$  pada kedua sisi persamaan dan mengatur kembali suku-suku sehingga diperoleh

$$\Delta X_t = \Pi X_{t-1} + \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta X_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad (2.40)$$

Disini  $\Pi = -(I_K - \Phi_1 - \dots - \Phi_p)$  dan  $\Gamma_j = -(\Phi_{j+1} + \dots + \Phi_p)$  untuk  $j = 1, \dots, p - 1$ .

Representasi ini dikenal sebagai bentuk *Vector Error Correction Model* (VECM) VAR (p). Perhatikan bahwa  $\Delta X_t$  tidak mengandung tren stokastik karena  $X_T \sim I(1)$  oleh asumsi. Jadi, suku  $\Pi X_{t-1}$  adalah satu-satunya yang memiliki variabel  $I(1)$  dan, akibatnya,  $\Pi X_{t-1}$  juga harus  $I(0)$ . Oleh karena itu, harus mengandung hubungan kointegrasi. Suku  $\Pi X_{t-1}$  sering disebut sebagai bagian jangka panjang atau jangka panjang atau *error* koreksi atau koreksi ekuilibrium model. Di sisi lain, jangka pendek pergerakan variabel ditentukan oleh  $\Gamma_j$  ( $j = 1, \dots, p - 1$ ), yaitu kadang disebut parameter jangka pendek atau jangka pendek.

## 2.6 Stasioner dan *Invertibility*

### 2.6.1 Stasioner

Suatu m-dimensional stasioner vektor proses  $X_t$  dikatakan sebagai linear proses jika ia dapat ditulis sebagai kombinasi linear dari barisan m-dimensional *white noise random vector*.

$$\begin{aligned} X_t &= \mu + \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \\ &= \mu + \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_s \varepsilon_{t-s} \end{aligned} \quad (2.41)$$

dengan  $\Psi_0 = I$  adalah mxm matrix identitas,  $\Psi_j$  adalah mxm koefisien matriks, dan  $\varepsilon_t$  adalah m-dimensional *white noise random vector* dengan *mean* 0 vektor dan struktur *matrix covarians* adalah sebagai berikut:

$$E(\varepsilon_t, \varepsilon'_{t+k}) = \begin{cases} \Sigma & \text{jika } k = 0, \\ 0 & \text{jika } k \neq 0. \end{cases}$$

dengan  $\Sigma$  adalah mxm matriks simetris positif definit. Dengan menggunakan *backshift operator* (B), dimana

$$B^s \varepsilon_t = \varepsilon_{t-s}$$

Maka persamaan 2.41 dapat ditulis

$$X_t - \mu = \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_s \varepsilon_{t-s}$$

atau

$$X_t^* = \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_s \varepsilon_{t-s}$$

atau

$$X_t^* = \Psi(B) \varepsilon_t$$

dengan  $X_t^* = X_t - \mu$ ,  $\Psi(B) = \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_s B^s$ . Bentuk di atas dinamakan *Moving Average* atau *Wold Representation* (Wei, 2006; Brockwell & Davis, 1991; 2002; Hamilton, 1994). Misal  $\Psi_s = [\psi_{ij,s}]$   $i, j = 1, 2, \dots, m$  dimana  $\psi_{ij,0} = 1$  jika  $i=j$  dan 0 jika  $i \neq j$ . dapat dituliskan:

$$\Psi(B) = [\Psi_{ij}(B)],$$

dengan  $\Psi_{ij}(B) = \sum_{s=0}^{\infty} \psi_{ij,s} B^s$ .

Agar proses stasioner, mensyaratkan bahwa koefisien matriks  $\Psi_s$  *square summable* dalam pengertian bahwa untuk setiap  $m \times m$  *sequence*  $\Psi_{ij,s}$  adalah *square summable*, yaitu

$$\sum_{s=0}^{\infty} \Psi_{ij,s}^2 < \infty \quad \text{untuk } i, j = 1, 2, \dots, m.$$

Sehingga

$$E \left[ X_t^* - \sum_{j=0}^n \Psi_j \varepsilon_{t-j} \right]' \left[ X_t^* - \sum_{j=0}^n \Psi_j \varepsilon_{t-j} \right] \rightarrow 0 \quad \text{jika } n \rightarrow \infty \quad (2.42)$$

Bentuk lain yang penting untuk menyatakan *vector process* adalah representasi dari autoregresi, yaitu dengan meregresikan nilai nilai  $X$  pada waktu  $t$  pada nilai-nilai masa lalunya plus *vector random shocks*, yaitu

$$X_t^* = \Phi_1 X_{t-1}^* + \Phi_2 X_{t-2}^* + \dots + \varepsilon_t$$

$$X_t^* = \sum_{s=1}^{\infty} \Phi_s X_{t-s}^* + \varepsilon_t$$

atau dengan menggunakan *backshift operator*,

$$\Phi(\mathbf{B}) \mathbf{X}_t^* = \varepsilon_t,$$

dengan  $\Phi(\mathbf{B}) = \mathbf{I} - \sum_{s=1}^{\infty} \Phi_s \mathbf{B}^s$ , dan  $\mathbf{B}^s \mathbf{X}_t = \mathbf{X}_{t-s}$ , dan  $\Phi_s$  adalah  $m \times m$  matrix

koefisien autoregresi. Misal matriks

$$\Phi_s = [\Phi_{ij,s}] \text{ dimana } i, j = 1, 2, \dots, m,$$

Juga  $\Phi_{ij,s} = 1$  jika  $i = j$  dan 0 jika  $i \neq j$ . Jadi  $\Phi_0 = \mathbf{I}$   $m \times m$  matriks identitas.

### 2.6.2 Definisi *Invertibility*

Vektor proses dikatakan *invertibility* jika koefisien autoregresi matriks  $\Phi_s$  memiliki jumlah absolut yang terhingga, yaitu

$$\sum_{s=0}^{\infty} |\Phi_{ij,s}| < \infty, \quad \forall i, j.$$

*Invertibility* tidak harus stasioner (Wei, 2006; 2019). Agar vektor proses dengan suatu *invertibility* autoregresi representasi stasioner, mensyaratkan determinan tidak nol dari autoregresi matriks polinomial, dilambangkan dengan  $|\Phi(\mathbf{B})|$ , terletak didalam unit *circle* (lingkaran satuan). Dengan kata lain,

$$|\Phi(\mathbf{B})| \neq 0 \text{ untuk } |\mathbf{B}| \leq 1.$$

Agar vektor proses dengan suatu *invertibility moving average* representasi stasioner, mensyaratkan determinan tidak nol dari *moving average* matriks polinomial, dilambangkan dengan  $|\Psi(\mathbf{B})|$ , terletak didalam *unit circle* (lingkaran satuan). Dengan kata lain,

$$|\Psi(\mathbf{B})| \neq 0 \text{ untuk } |\mathbf{B}| \leq 1.$$

### 2.7 Matriks Korelasi Silang

Matriks  $\mathbf{D}$  kxk diagonal matriks dari standar deviasi  $\mathbf{X}_{it}$   $i=1, 2, \dots, m$ , dengan kata lain

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{\sqrt{\Gamma_{11}(0)}, \sqrt{\Gamma_{22}(0)}, \dots, \sqrt{\Gamma_{mm}(0)}\}.$$

Matriks korelasi silang untuk lag-0, didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho_0 = [\rho_{ij}(0)] = \mathbf{D}^{-1} \Gamma_0 \mathbf{D}^{-1}.$$

Dimana

$$\Gamma_0 = \text{Cov}(\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_t) = E[(\mathbf{X}_t - \mu)(\mathbf{X}_t - \mu)'],$$

$$\mu = E(\mathbf{X}_t),$$

$$\mathbf{X}_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{mt})', \text{ dan}$$

$$\mathbf{D}^{-1} = \text{diag}\left\{\frac{1}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)}}, \frac{1}{\sqrt{\Gamma_{22}(0)}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{\Gamma_{mm}(0)}}\right\}.$$

Secara khusus, unsur ke(i,j) elemen dari  $\rho_0$  adalah

$$\rho_{ij}(0) = \frac{\Gamma_{ij}(0)}{\sqrt{\Gamma_{ii}(0)} \sqrt{\Gamma_{jj}(0)}} = \frac{\text{Cov}(X_{it}, X_{jt})}{\text{Sd}(X_{it}) \cdot \text{Sd}(X_{jt})}, \quad (2.43)$$

yang merupakan koefisien korelasi antara  $X_{it}$  dan  $X_{jt}$ . Jelas bahwa  $\rho_{ij}(0) = \rho_{ji}(0)$ , dan  $\rho_{ii}(0) = 1$  dan  $-1 \leq \rho_{ij}(0) \leq 1$ . Jadi matriks  $\rho_0$  adalah matriks simetris dengan semua unsur diagonalnya 1.

Topik yang sangat penting dalam multivariat *time series* analisis adalah lag-korelasi antar komponen deret, yang pada akhirnya matriks korelasi silang digunakan sebagai ukuran kuatnya hubungan linear antar *time series* data (Tsay, 2010). Lag-k matriks korelasi silang dari  $\mathbf{X}_t$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho_k = [\rho_{ij}(k)] = \mathbf{D}^{-1} \Gamma_k \mathbf{D}^{-1}.$$

dengan

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\Gamma_{ij}(k)}{\sqrt{\Gamma_{ii}(0)} \sqrt{\Gamma_{jj}(0)}} = \frac{\text{Cov}(X_{it}, X_{jt-k})}{\text{Sd}(X_{it}) \cdot \text{Sd}(X_{jt})}, \quad (2.44)$$

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(k) & \Gamma_{12}(k) & \dots & \Gamma_{1m}(k) \\ \Gamma_{21}(k) & \Gamma_{22}(k) & \dots & \Gamma_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{m1}(k) & \Gamma_{m2}(k) & \dots & \Gamma_{mm}(k) \end{bmatrix}.$$



$\rho_{ij}(k)$  adalah koefisien korelasi antara  $X_{it}$  dan  $X_{j,t-k}$ ,  $k > 0$ . Jika  $k > 0$ , korelasi ini mengukur ketergantungan linear antara  $X_{it}$  pada  $X_{j,t-k}$ , yang terjadi sebelum waktu  $t$ . Konsekuensinya jika  $\rho_{ij}(k) \neq 0$  dan  $k > 0$ , dikatakan bahwa deret  $X_{jt}$  mendahului deret  $X_{it}$  pada lag- $k$ . Serupa  $\rho_{ji}(k) \neq 0$  dan  $k > 0$ , dikatakan bahwa deret  $X_{it}$  mendahului deret  $X_{jt}$  pada lag- $k$ . Berdasarkan pembahasan di atas didapatkan sifat penting dari korelasi silang apabila  $k > 0$ . Pertama secara umum diperoleh:

$$\rho_{ij}(k) \neq \rho_{ji}(k), \quad i \neq j.$$

Karena kedua koefisien mengukur hubungan linear yang berbeda antara  $\{X_{it}\}$  dan  $\{X_{jt}\}$ .

Sebagai contoh perhatikan:

$\rho_{13}(2)$  adalah koefisien korelasi antara  $X_{1t}$  dan  $X_{3,t-2}$ , dan

$\rho_{31}(2)$  adalah koefisien korelasi antara  $X_{3t}$  dan  $X_{1,t-2}$ .

Karena itu matriks  $\Gamma_k$  dan  $\rho_k$  tidak simetris.

## 2.8 Ketergantungan linear

Perhatikan matriks korelasi silang  $\{\rho_k \mid k=0, 1, 2, \dots\}$  dari *vector time series* yang *weak stationary*, berisi informasi sebagai berikut:

1. Diagonal elemen dari  $\{\rho_{ii}(k) \mid k=0, 1, 2, \dots\}$  adalah fungsi autokorelasi  $X_{it}$ .
2. Unsur *off-diagonal*  $\rho_{ij}(0)$  mengukur hubungan linear  $X_{it}$  dan  $X_{jt}$ .
3. Untuk  $k > 0$ , unsur *off-diagonal* mengukur hubungan  $X_{it}$  pada nilai masa lalu dari  $X_{j,t-k}$ .

Karena itu jika  $\rho_{ij}(k) = 0$  untuk semua  $k > 0$ , maka  $X_{it}$  tidak tergantung secara linear pada nilai lampau  $X_{j,t-k}$  dari deret  $X_{jt}$ .

Secara umum hubungan linear antara  $\{X_{it}\}$  dan  $\{X_{jt}\}$  dapat disarikan sebagai berikut:

1.  $X_{it}$  dan  $X_{jt}$  tidak punya hubungan linear jika  $\rho_{ij}(k) = \rho_{ji}(k) = 0 \quad \forall k \geq 0$ .
2.  $X_{it}$  dan  $X_{jt}$  berkorelasi jika  $\rho_{ij}(0) \neq 0$ .

3. Jika  $\rho_{ij}(k) = \rho_{ji}(k) = 0 \quad \forall k \geq 0$ . Dalam hal ini kedua deret disebut saling lepas (*uncoupled*).
4. Hubungan satu arah dari  $X_{it}$  ke  $X_{jt}$  jika  $\rho_{ij}(k) = 0 \quad \forall k > 0$ , tetapi  $\rho_{ji}(v) \neq 0$  untuk beberapa  $v > 0$ . Dalam hal ini  $X_{it}$  tidak tergantung pada masa lalu  $X_{jt}$ , tetapi  $X_{jt}$  tergantung pada masa lalu  $X_{it}$ .
5. Tetapi hubungan timbal balik antara  $X_{it}$  dan  $X_{jt}$  jika  $\rho_{ij}(k) \neq 0$  untuk beberapa  $k > 0$  dan  $\rho_{ji}(v) \neq 0$  untuk beberapa  $v > 0$ .

## 2.9 Menghitung Sampel Matriks Korelasi Silang

Jika diberikan data  $\{X_t \mid t=1,2,\dots, T\}$ , matriks korelasi silang  $\Gamma_k$  dapat diduga dengan

$$\hat{\Gamma}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=k+1}^T (X_t - \bar{X})(X_{t-k} - \bar{X})', \quad k > 0.$$

dengan  $\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$  adalah *vector sample mean*. Sedangkan korelasi silang  $\rho_k$  diduga dengan

$$\hat{\rho}_k = [\hat{\rho}_{ij}(k)] = \hat{D}^{-1} \hat{\Gamma}_k \hat{D}^{-1} \quad \text{dimana } k \geq 0.$$

Dimana  $\hat{D}$  adalah  $m \times m$  matriks diagonal dari sampel standar deviasi dari komponen deret.

## 2.10 Multivariate Portmanteau Test

*Univariate Ljung-Box Statistic*  $Q(m)$  telah digeneralisasi untuk kasus multivariat oleh Hosking (1980, 1981) dan Li dan McLeod (1981). Untuk deret multivariat, hipotesis nolnya adalah:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0,$$

Dengan alternatifnya

$$H_a: \rho_i \neq 0 \quad \text{untuk beberapa } i \in \{1, 2, \dots, k\}.$$

Uji statistik yang digunakan untuk menguji hipotesis nol bahwa tidak ada autokorelasi dan korelasi silang dalam *vector series*  $X_t$ . Uji statistiknya berbentuk:

$$Q_m(k) = T^2 \sum_{s=1}^k \frac{1}{T-s} \text{tr} \left[ \hat{\Gamma}_s' \hat{\Gamma}_0^{-1} \hat{\Gamma}_s \hat{\Gamma}_0^{-1} \right], \quad (2.45)$$

dengan  $T$  adalah ukuran sampel,  $m$  dimensi  $X_t$ ,  $\text{tr}(A)$  adalah *trace* dari matriks  $A$ , yaitu jumlah unsur-unsur diagonal matriks  $A$ . Pada hipotesis nol  $Q_m(k)$  secara asimtotik berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat bebas  $m^2k$ . Aplikasi dari uji *Portmanteau* jika  $H_0$  ditolak ( $p\text{-value} < 0.05$ ), berarti uji menegaskan adanya saling ketergantungan dari *time series* pada taraf signifikansi 5%.  $Q_m(k)$  statistik adalah *joint test* untuk memeriksa k-pertama matriks korelasi silang  $X_t$ . Jika  $H_0$  ditolak, maka perlu dibangun model multivariat untuk data *time series* yang dikaji dalam bentuk hubungan  $-lag$  antar komponen deret.

### 2.11 Membangun Model VAR(p)

Salah satu pendekatan untuk membangun model VAR adalah dengan menggunakan *iterative* prosedur dengan order tertentu, pendugaan, dan memeriksa model untuk membangun VAR model untuk data *time series* tertentu. Konsep fungsi autokorelasi dari deret univariat dapat digeneralisasikan sampai order  $p$  dari *vector series*. Perhatikan model VAR berurut berikut ini:

$$\begin{aligned}
 X_t &= \Phi_0 + \Phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \\
 X_t &= \Phi_0 + \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t \\
 &=: \\
 X_t &= \Phi_0 + \Phi_1 X_{t-1} + \dots + \Phi_n X_{t-n} + \varepsilon_t \\
 &=:
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Parameter model-model ini dapat diestimasi dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS) (Johnson et al., 2007). Dalam persamaan ke- $n$  misalkan  $\hat{\Phi}_j^{(n)}$  adalah penduga OLS dari  $\Phi_j$  dan misal  $\hat{\Phi}_0^{(n)}$  adalah penduga OLS dari  $\Phi_0$  dimana *superscrip*  $(n)$  digunakan untuk melambangkan model VAR(i). Maka residualnya adalah

$$\hat{\varepsilon}_t^{(n)} = X_t - \hat{\Phi}_0^{(n)} - \hat{\Phi}_1^{(n)} X_{t-1} + \dots + \hat{\Phi}_n^{(n)} X_{t-n}. \tag{2.47}$$

Untuk  $n=0$ , residualnya didefinisikan sebagai  $\hat{\varepsilon}_t^{(0)} = X_t - \bar{X}$ , dengan  $\bar{X}$  adalah sampel *mean* dari  $X_t$ . Kovarians matriks residual didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\Sigma}_n = \frac{1}{T - 2n - 1} \sum_{t=n+1}^T \hat{\varepsilon}_t^{(n)} (\hat{\varepsilon}_t^{(n)})', \quad n \geq 0. \tag{2.48}$$

Untuk menentukan order  $p$ , dapat dilakukan uji hipotesis  $H_0: \Phi_k = 0$  versus hipotesis alternatif  $H_a: \Phi_k \neq 0$  secara sekuensial untuk  $k= 1, 2, 3, \dots$ . Sebagai contoh, menggunakan persamaan (2.46), dapat menguji hipotesis:

$$H_0: \Phi_1 = 0 \text{ dan hipotesis alternatif } H_a : \Phi_1 \neq 0$$

Uji statistiknya adalah

$$M(1) = -\left(T - m - \frac{5}{2}\right) \ln \left( \frac{|\hat{\Sigma}_1|}{|\hat{\Sigma}_0|} \right)$$

Dimana  $\hat{\Sigma}_n$  didefinisikan dalam persamaan (2.48) dan  $|A|$  melambangkan determinan dari matriks  $A$ . Uji statistik  $M(1)$  adalah secara asimtotik *Chi-Square* distribusi dengan  $m^2$  derajat bebas (Tiao and Box, 1981).

Secara umum, digunakan persamaan ke- $n$  dan ke- $(n-1)$  untuk menguji hipotesis

$$H_0: \Phi_n = 0 \text{ dan hipotesis alternatif } H_a : \Phi_n \neq 0;$$

Yaitu menguji VAR( $n$ ) model versus VAR( $n-1$ ) model. Uji statistiknya adalah sebagai berikut

$$M(n) = -\left(T - m - n - \frac{3}{2}\right) \ln \left( \frac{|\hat{\Sigma}_n|}{|\hat{\Sigma}_{n-1}|} \right).$$

Secara asimtotik,  $M(n)$  berdistribusi *Chi-Square* dengan  $m^2$  derajat bebas. Alternatifnya, dapat menggunakan *Akaike Information Criterion* (AIC) atau variannya untuk memilih order  $p$ . Asumsikan bahwa  $\varepsilon_t$  adalah multivariat normal dan pertimbangkan persamaan ke- $n$ . Dapat menduga model dengan metode *maximum likelihood*. *Maximum likelihood* untuk  $\Sigma$  adalah :

$$\hat{\Sigma}_n = \frac{1}{T} \sum_{t=n+1}^T \hat{\varepsilon}_t^{(n)} (\hat{\varepsilon}_t^{(n)})', \quad n \geq 0.$$

*Akaike Information Criterion* (AIC) dari model VAR( $p$ ) dengan asumsi normalitas didefinisikan sebagai berikut

$$AIC(p) = \ln(|\hat{\Sigma}_p|) + \frac{2m^2 p}{T}. \quad (2.49)$$

Untuk *vector series* tertentu, dipilih model VAR dengan order  $p$  sedemikian rupa sehingga

$$\text{AIC}(p) = \min_{0 \leq i \leq p_0} \text{AIC}(i), \quad (2.50)$$

dengan  $p_0$  bilangan bulat positif. Informasi kriteria lainnya yang dapat digunakan untuk VAR(p) model adalah:

$$\text{BIC}(p) = \ln(|\hat{\Sigma}_p|) + \frac{m^2 p \ln(T)}{T}, \quad (2.51)$$

$$\text{HQC}(p) = \ln(|\hat{\Sigma}_p|) + \frac{m^2 p \ln(\ln(T))}{T}. \quad (2.52)$$

HQC kriteria dikemukakan oleh Hannan and Quinn (1979).

## 2.12 Pendugaan Parameter VAR(p) model dengan metode MLE

Pada prinsipnya ada beberapa metode pendugaan parameter diantaranya metode *Ordinary Least Square* (OLS) (Florens et al., 2007; Tsay, 2014), metode langsung dari Yule-Walker dan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) (Hamilton, 1994; Florens et al., 2007; Tsay, 2010; 2014; Wei, 2019). Disini akan dibahas pendugaan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Florens et al. (2007) menyatakan bahwa metode MLE menghasilkan pendugaan terbaik dibanding metode OLS. Disamping itu penggunaan metode MLE menjadi lebih menarik dengan tersedianya alat perhitung yang telah tersedia. Kriteria dari *log-likelihood* juga lebih sesuai daripada *Least Squares*. Beberapa pendugaan telah dikemukakan yang secara asimtotik efisien berdasarkan teknik memaksimumkan suatu perkiraan (approximation) untuk multivariate *log-likelihood function* (Florens et al., 2007). *Approximation log-likelihood* dapat menggunakan pendekatan *Newton-Raphson algorithm*.

### **Teorema (Florens et al., 2007).**

Misalkan  $\{X_t\}$  adalah suatu proses stokastik yang bedimensi  $k$ . Misalkan bahwa  $\{X_t\}$  dibangun dari proses dinamis VAR(p) model yang dapat ditulis dalam bentuk persamaan:

$$X_t = \gamma + \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \dots + \Phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Dengan  $\varepsilon_t \sim \text{iid} (0, \Sigma)$ .

Maka penduga *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) untuk parameter

$$\Theta = (\gamma, \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_p, \Sigma)$$

adalah  $\hat{\Lambda}' = \left[ \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{Y}_t' \right] \left[ \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{Y}_t' \right]^{-1}$  dengan  $\Lambda = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p]$ ,

dan penduga MLE untuk  $\Sigma$  adalah  $\hat{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'$ .

**Bukti:**

Diasumsikan bahwa setiap dari  $k$  variabel diamati untuk  $(n+p)$  periode. Dalam kasus scalar, pendekatan paling sederhana untuk kondisi pada pengamatan  $p$ , dilambangkan dengan

$$(\mathbf{X}_{-p+1}, \mathbf{X}_{-p+2}, \dots, \mathbf{X}_0),$$

Dan untuk membentuk pendugaan untuk  $n$  pengamatan terakhir  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ .

Tujuannya untuk membentuk kondisional *likelihood*,

$$f_{n, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1 / x_0, x_{-1}, \dots, x_{-p+1}}(\mathbf{X}_n, \mathbf{X}_{n-1}, \dots, \mathbf{X}_1 / \mathbf{X}_0, \mathbf{X}_{-1}, \dots, \mathbf{X}_{-p+1}; \Theta)$$

Yang kemudian dimaksimumkan terhadap *vector parameter interest*,

$$\Theta = (\gamma, \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_p, \Sigma).$$

VAR(p) parameter umumnya diduga berdasarkan fungsi *conditional likelihood*.

Kondisional pada nilai  $X$  pada  $t-1$ , nilai  $X$  pada periode  $t$  adalah sama dengan

$$\gamma + \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \dots + \Phi_p X_{t-p}$$

Distribusi *random variable residual*

$N(0, \Sigma)$ . Sehingga diperoleh

$$X_t / X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{-p+1} \sim N(\gamma + \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \dots + \Phi_p X_{t-p}, \Sigma).$$

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk yang lebih ringkas sebagai berikut;

$$\mathbf{Y}_t = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{X}_{t-1} \\ \mathbf{X}_{t-2} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{t-p} \end{bmatrix}$$

dengan  $Y_t$  mempunyai dimensi  $(kp + 1) \times 1$ . Misalkan  $\Lambda$  adalah matriks  $k \times (kp + 1)$  dengan

$$\Lambda = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p];$$

Maka kondisional mean sama dengan  $\Lambda'Y_t$ . Dengan menggunakan notasi ini, kita dapat menulis model dengan cara berikut

$$X_t / X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{-p+1} \sim N(\Lambda'Y_t, \Sigma).$$

Densitas bersyarat dari pengamatan ke-t adalah

$$\begin{aligned} f_{x_t, x_{t-1}, \dots, x_1 / x_0, x_{-1}, \dots, x_{-p+1}}(X_t / X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_1, X_0, X_{-1}, \dots, X_{-p+1}; \Theta) \\ = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\Sigma^{-1}|^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(X_t - \Lambda'Y_t)' \Sigma^{-1}(X_t - \Lambda'Y_t)\right]. \end{aligned}$$

Untuk pengamatan dari 1 sampai t, kita peroleh fungsi log-likelihoodnya

$$\begin{aligned} L(\Theta) &= \sum_{t=1}^n \log f_{x_t / x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{-p+1}}(X_t / X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{-p+1}; \Theta) \\ &= -\frac{nk}{2} \log(2\pi) + \frac{n}{2} \log |\Sigma^{-1}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n [(X_t - \Lambda'Y_t)' \Sigma^{-1}(X_t - \Lambda'Y_t)]. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Penduga MLE dari  $\Lambda$  adalah

$$\hat{\Lambda}' = \left[ \sum_{t=1}^n X_t Y_t' \right] \left[ \sum_{t=1}^n X_t X_t' \right]^{-1} \quad (2.54)$$

dengan  $\hat{\Lambda}'$  mempunyai dimensi  $k \times (kp + 1)$ , baris ke-g dari  $\hat{\Lambda}'$  adalah

$$\hat{\Lambda}'_g = \left[ \sum_{t=1}^n X_{gt} Y_t' \right] \left[ \sum_{t=1}^n Y_t Y_t' \right]^{-1}$$

Yang berdimensi  $1 \times (kp + 1)$  yang merupakan koefisien vektor diduga oleh *least square regression* dari  $X_{jt}$  pada  $Y_t$ . Jadi MLE dari koefisien dari persamaan ke-g dari suatu model VAR diperoleh dengan *least square regression*  $X_{gt}$  pada konstanta dan pada p-lag dari variabel dalam sistem. Untuk membuktikan (2.54) tulis penjumlahan yang muncul pada fungsi *log-likelihood* sebagai berikut

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=1}^n \left[ (\mathbf{X}_t - \Lambda' \mathbf{Y}_t)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_t - \Lambda \mathbf{Y}_t) \right] \\
&= \sum_{t=1}^n \left[ (\mathbf{X}_t - \hat{\Lambda}' \mathbf{Y}_t + \hat{\Lambda}' \mathbf{Y}_t - \Lambda' \mathbf{Y}_t)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_t - \hat{\Lambda}' \mathbf{Y}_t + \hat{\Lambda}' \mathbf{Y}_t - \Lambda \mathbf{Y}_t) \right] \\
&= \sum_{t=1}^n \left[ (\hat{\varepsilon}_t + (\hat{\Lambda}' - \Lambda') \mathbf{Y}_t)' \Sigma^{-1} (\hat{\varepsilon}_t + (\hat{\Lambda}' - \Lambda') \mathbf{Y}_t) \right] \tag{2.55}
\end{aligned}$$

dengan  $\hat{\varepsilon}_t = \mathbf{X}_t - \hat{\Lambda}' \mathbf{Y}_t$ . Persamaan (2.55) dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=1}^n \left[ (\mathbf{X}_t - \Lambda' \mathbf{Y}_t)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_t - \Lambda \mathbf{Y}_t) \right] \\
&= \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t' \Sigma^{-1} \hat{\varepsilon}_t + 2 \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t' \Sigma^{-1} (\hat{\Lambda} - \Lambda)' \mathbf{Y}_t + \sum_{t=1}^n \mathbf{Y}_t' (\hat{\Lambda} - \Lambda) \Sigma^{-1} (\hat{\Lambda} - \Lambda)' \mathbf{Y}_t. \tag{2.56}
\end{aligned}$$

Perhatikan suku tengah pada persamaan (2.55). Karena ia merupakan skalar, maka nilainya tidak berubah jika dihitung *trace*-nya.

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t' \Sigma^{-1} (\hat{\Lambda} - \Lambda)' \mathbf{Y}_t &= \text{Trace} \left[ \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t' \Sigma^{-1} (\hat{\Lambda} - \Lambda)' \mathbf{Y}_t \right] \\
&= \text{Trace} \left[ \sum_{t=1}^n \Sigma^{-1} (\hat{\Lambda} - \Lambda)' \mathbf{Y}_t \hat{\varepsilon}_t' \right] \\
&= \text{Trace} \left[ \Sigma^{-1} (\hat{\Lambda} - \Lambda)' \sum_{t=1}^n \mathbf{Y}_t \hat{\varepsilon}_t' \right]. \tag{2.57}
\end{aligned}$$

Catatan bahwa  $\sum_{t=1}^n \mathbf{Y}_t \hat{\varepsilon}_t' = 0 \ \forall \mathbf{g}$ . Jadi  $\sum_{t=1}^n \mathbf{Y}_t \hat{\varepsilon}_t' = 0$ . Sehingga persamaan (4) adalah nol dan persamaan (2.56) menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=1}^n \left[ (\mathbf{X}_t - \Lambda' \mathbf{Y}_t)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_t - \Lambda \mathbf{Y}_t) \right] \\
&= \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t' \Sigma^{-1} \hat{\varepsilon}_t + \sum_{t=1}^n \mathbf{Y}_t' (\hat{\Lambda} - \Lambda) \Sigma^{-1} (\hat{\Lambda} - \Lambda)' \mathbf{Y}_t. \tag{2.58}
\end{aligned}$$

Karena  $\Sigma$  adalah positif *definite*, maka  $\Sigma^{-1}$  juga positif *definite*. Jika kita definisikan  $\mathbf{Y}_t^* = (\hat{\Lambda}' - \Lambda)' \mathbf{Y}_t$ , maka suku terakhir persamaan (2.58) adalah

$$\sum_{t=1}^n \mathbf{Y}_t' (\hat{\Lambda} - \Lambda) \Sigma^{-1} (\hat{\Lambda} - \Lambda)' \mathbf{Y}_t = \sum_{t=1}^n \mathbf{Y}_t^{*'} \Sigma^{-1} \mathbf{Y}_t^*$$

Nilai persamaan ini adalah positif untuk semua barisan  $\{\mathbf{Y}_t^*\}_{t=1}^n$ , kecuali jika  $\mathbf{Y}_t^* = 0$  untuk setiap  $t$ . Jadi nilai minimum tercapai jika  $\mathbf{Y}_t^* = 0$  atau  $\Lambda = \hat{\Lambda}$ . Karena (2.58)



minimum untuk nilai  $\Lambda = \hat{\Lambda}$ , maka (2.53) adalah maksimum dengan mengambil  $\Lambda = \hat{\Lambda}$  yang melengkapi pembuktian.

*Maximum Likelihood* untuk  $\Sigma$ , setelah menduga  $\hat{\Lambda}$ , *log-likelihood* (2.53) adalah

$$L(\hat{\Lambda}, \Sigma) = -\frac{tk}{2} \log(2\pi) + \frac{n}{2} \log |\Sigma^{-1}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t' \Sigma^{-1} \hat{\epsilon}_t \quad (2.59)$$

Tujuannya disini adalah mencari matrik simetrik positif definite sehingga fungsi ini adalah maksimum. Pertama kita maksimumkan (2.59) perlakuan  $\Sigma$  (berdimensi  $n \times n$ ) tidak ada restriksi. Turunkan persamaan (2.59) terhadap  $\Sigma^{-1}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\hat{\Lambda}, \Sigma)}{\partial \Sigma^{-1}} &= \frac{n}{2} \frac{\partial \log |\Sigma^{-1}|}{\partial \Sigma^{-1}} - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \frac{\partial \hat{\epsilon}_t' \Sigma^{-1} \hat{\epsilon}_t}{\partial \Sigma^{-1}} \\ &= \frac{n}{2} \Sigma' - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t \hat{\epsilon}_t' . \end{aligned}$$

Likelihood akan maksimum jika derivatif ini nol, yaitu jika

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t \hat{\epsilon}_t' \quad (2.60)$$

### 2.13 Proportion prediction Error Covariance Decomposition

Jika inovasi yang sesungguhnya didorong oleh sistem dapat diidentifikasi, analisis lanjutan untuk menginterpretasi VAR(p) model tersedia. Misalkan rekursi identifikasi tersedia, sehingga *Moving Average* (MA) representasi

$$X_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i \epsilon_{t-1} \quad (2.61)$$

Misalkan bahwa matriks kovarians residual adalah  $\Sigma_{\epsilon}$ , Tentukan matriks P, matriks segi tiga bawah nonsingular dengan unsur diagonalnya positif, sehingga  $\Sigma_{\epsilon} = PP'$ . Sehingga persamaan di atas (2.61) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X_t &= \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i P P^{-1} \epsilon_{t-1} \\ X_t &= \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \omega_{t-1} \end{aligned}$$

dengan  $\Theta_i = \Phi_i P$ ,  $\omega_t = P^{-1} \epsilon_t$  adalah *white noise* dengan matriks kovarians,

$$\Sigma_{\omega} = P^{-1} \Sigma_{\epsilon} (P^{-1})' = I_k, \quad \text{dimana } \Sigma_{\epsilon} = PP' \quad (2.62)$$

Karena *white noise*  $\omega_t$  mempunyai komponen yang tidak berkorelasi, sering dinamakan *orthogonal residual* atau *innovation* (Lutkepohl, 2005). *Orthogonal white noise innovation* dapat dipertimbangkan, dalam kaitan dengan representasi,

$$X_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \omega_{t-1} \quad (2.63)$$

dengan  $\Sigma_{\omega} = I_k$ , error dari optimal *h-step forecast* adalah:

$$\begin{aligned} X_{t+h} - X_t(\mathbf{h}) &= \sum_{i=0}^{h-1} \phi_i \varepsilon_{t+h-i} = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \mathbf{P} \mathbf{P}^{-1} \varepsilon_{t+h-i} \\ &= \sum_{i=0}^{h-1} \Theta_i \omega_{t+h-i} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Lambangkan unsur ke-mn dari  $\Theta_i$  dengan  $\theta_{mn,i}$ , *h-step forecast error* dari komponen ke-j dari  $X_t$  adalah

$$\begin{aligned} X_{j,t+h} - X_{j,t}(\mathbf{h}) &= \sum_{i=0}^{h-1} (\theta_{j1,i} + \omega_{1,t+h-i} + \dots + \theta_{jk,i} \omega_{k,t+h-i}) \\ &= \sum_{k=1}^K (\theta_{jk,0} + \omega_{k,t+h} + \dots + \theta_{jk,h-1} \omega_{k,t+1}) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Jadi *forecast error* dari komponen ke-j secara potensial terdiri dari semua *innovation*  $\omega_{1t}, \dots, \omega_{Kt}$ . Tentu saja beberapa dari  $\theta_{mn,i}$  mungkin nol sehingga beberapa komponen tidak muncul dalam (2.65). Karena  $\omega_{K,t}$  adalah tidak berkorelasi dan mempunyai unit varian, *Mean Square Error* (MSE) dari  $X_{j,t}(\mathbf{h})$  adalah

$$E(X_{j,t+h} - X_{j,t}(\mathbf{h}))^2 = \sum_{k=1}^K [\theta_{jk,0}^2 + \dots + \theta_{jk,h-1}^2] \quad (2.66)$$

Karena itu,

$$\theta_{jk,0}^2 + \theta_{jk,1}^2 + \dots + \theta_{jk,h-1}^2 = \sum_{i=0}^{h-1} (e'_j \Theta_i e_k)^2 \quad (2.67)$$

Persamaan (2.67) seringkali diinterpretasikan sebagai kontribusi dari *innovation* dalam variabel ke-k terhadap *forecast error variance* dari MSE dari *h-step forecast variable* ke-j (Hamilton, 1994; Florens et al., (2007; Tsay, 2006; 2014). Disini  $e_k$  adalah kolom ke-k dari matriks identitas  $I_k$ . Bagi persamaan (2.67) dengan

$$MSE[(X_{j,t}(\mathbf{h}))] = \sum_{i=0}^{h-1} \sum_{k=1}^K \theta_{jk,i}^2$$

Sehingga menghasilkan

$$\Psi_{jk,h} = \sum_{i=0}^{h-1} (e_j' \Theta_i e_k)^2 / MSE[(X_{j,t}(h))] \quad (2.68)$$

yang merupakan proporsi dari *h-step forecast error variance* dari variabel  $j$ , yang dijelaskan oleh inovasi  $\omega_{kt}$ . Jika  $\omega_{kt}$  dapat dikaitkan dengan variabel,  $\Psi_{jk,h}$ , yang menyatakan proporsi dari *h-step forecast error variance* yang dijelaskan oleh inovasi dalam variabel  $k$ . Karena itu, forecast error variance disusun menjadi komponen-komponen yang dijelaskan oleh inovasi dalam variabel berbeda dalam dalam sistem. Dari persamaan (2.64), *h-step forecast MSE* matriks adalah

$$\Sigma_x(\mathbf{h}) = MSE(\mathbf{X}_t(\mathbf{h})) = \sum_{i=0}^{h-1} \Theta_i \Theta_i' = \sum_{i=0}^{h-1} \Phi_i \Sigma_\varepsilon \Phi_i'$$

Diagonal elemen dari matriks ini adalah MSE dari variabel  $X_{jt}$  yang digunakan dalam (2.68).

## 2.14 Teori Komponen Uang Beredar

Uang beredar menurut pengertian luas atau disebut *broad money* (M2) juga merupakan likuiditas perekonomian. *Broad money* (M2) meliputi M1 (uang kartal dan uang giral), uang kuasi, dan surat berharga yang diterbitkan oleh sistem moneter yang dimiliki sektor swasta domestik dengan sisa jangka waktu sampai dengan satu tahun. Transaksi melalui *broad money* merupakan yang paling sering digunakan untuk memastikan kelancaran dan kegiatan ekonomi baik oleh pemerintah, pemilik usaha dan investor (Mazher & Dahlan, 2019).

Adediyani (2020), menyatakan bahwa peningkatan dan penurunan persyaratan cadangan kas atau simpanan yang diminta oleh bank-bank komersial untuk disimpan pada bank sentral atau otoritas moneter dapat mempengaruhi jumlah uang beredar. Semakin besar simpanan bank komersial, semakin kuat kapasitasnya untuk menghasilkan lebih banyak uang. Oleh karena itu, bank sentral biasanya mengatur saldo simpanan bank umum dengan menaikkan atau menurunkan cadangan kas untuk mengelola pertumbuhan jumlah uang beredar. Parveen et al. (2020) memperkuat bahwa tingkat deposito memiliki pengaruh positif terhadap uang beredar di negara berkembang.

Faktor lainnya yang diduga dapat mempengaruhi jumlah uang beredar adalah aktiva luar negeri bersih (*net foreign asset*) dan aktiva dalam negeri bersih (*net domestic asset*). Aktiva dalam negeri bersih antara lain terdiri dari tagihan bersih kepada pemerintah pusat dan tagihan kepada sektor lainnya (sektor swasta, pemerintah daerah, lembaga keuangan dan perusahaan bukan keuangan) terutama dalam bentuk pinjaman yang diberikan. Sedangkan aktiva luar negeri diperoleh dari transaksi luar negeri yang dilakukan oleh pemerintah, misalnya penarikan dan pelunasan pinjaman luar negeri (Anggarini, 2016).

*Net foreign asset* dinilai sebagai faktor yang lebih dominan dibandingkan *net domestic asset* di negara Nepal dalam mempengaruhi jumlah uang beredar. Hal ini dikarenakan perubahan *net foreign asset* tergantung pada kondisi neraca pembayaran yang diluar kendali bank sentral sebagai otoritas moneter (Tiwari, 2016). Lebih lanjut peningkatan pada *net foreign asset* dari transaksi luar negeri mengarah pada peningkatan likuiditas yang dalam hal ini adalah uang beredar, sehingga terdapat hubungan positif antara cadangan devisa dan M2 (Joof, 2021).

Beberapa penelitian terkait jumlah uang beredar menemukan fakta-fakta tertentu. Purwohandoko et al. (2021) menyatakan bahwa jumlah uang beredar akan elastis dalam menanggapi perubahan volume transaksi pembayaran non-tunai pola hubungan menunjukkan pengaruh yang kuat pada masing-masing variabel. Suku Bunga ialah indikator stabilitas dalam sistem keuangan. Pergerakan suku bunga yang naik turun tentunya akan berdampak terhadap jumlah peredaran uang dalam masyarakat dan tentunya memberikan pengaruh terhadap keputusan masyarakat akan permintaan M1 (Permatasari & Purwohandoko, 2020). Seiring dengan pertumbuhan ekonomi, sistem ekonomi moneter pun banyak mengalami perubahan. Sistem pembayaran merupakan komponen penting dalam perekonomian terutama untuk menjamin terselenggaranya transaksi pembayaran yang dilakukan oleh masyarakat dan dunia usaha. Sistem pembayaran juga berperan penting dalam mendukung stabilitas sistem keuangan dan pelaksanaan kebijakan moneter. Seiring dengan perkembangan teknologi yang pesat, pola dan sistem pembayaran dalam transaksi ekonomi terus berubah. Kemajuan teknologi alat pembayaran menggeser peran uang tunai sebagai alat pembayaran dalam

bentuk pembayaran non tunai yang lebih efisien dan ekonomis. Selain itu, fungsi permintaan mata uang yang menerapkan uang elektronik menunjukkan bahwa individu yang menggunakan uang elektronik lebih banyak daripada uang tunai sehingga kepemilikan uang tunai yang lebih rendah, dibandingkan dengan mereka yang tidak melakukan transaksi pada uang elektronik (Fujiki & Tanaka, 2014). Lebih lanjut, pembayaran non tunai di Indonesia saat ini berkembang cukup pesat. Adanya perkembangan bentuk uang dari hanya sekedar uang kertas dan koin kemudian bertambah menjadi uang elektronik diprediksi akan memberikan pengaruh pada permintaan uang riil, tidak terkecuali di Indonesia (Wasiaturrahma et al., 2019).

### **2.15 Dana Pihak Ketiga**

Menurut Undang–Undang RI Nomor 10 Tahun 1998 tentang Perbankan, dana pihak ketiga (simpanan) adalah dana yang dipercayakan oleh masyarakat kepada bank berdasarkan perjanjian penyimpanan dana dalam bentuk giro, deposito, sertifikat deposito, tabungan dan atau bentuk lainnya yang dipersamakan dengan itu. Dana pihak ketiga merupakan sumber dana yang terpenting bagi kegiatan operasional suatu bank yang dapat digunakan bank dalam membiayai kegiatan operasionalnya dari sumber dana ini. Selain itu masyarakat sebagai nasabah yang menyimpan dananya dalam bentuk giro, simpanan berjangka dan tabungan di bank bertujuan agar dana tersebut aman dan terbebas dari pencurian serta perampokan (Legass et al., 2021).

Dana pihak ketiga merupakan kegiatan utama perbankan yang banyak berkontribusi terhadap efisiensi terlebih pada negara berkembang (Unvan & Yakubu, 2020). Selanjutnya Inusa (2018) menyatakan bahwa kemampuan perbankan dalam menghimpun dana pihak ketiga dan memastikan likuiditas akan berpengaruh pada kontribusinya terhadap pertumbuhan dan perkembangan ekonomi. Kontribusi perbankan pada pertumbuhan ekonomi dilakukan melalui fasilitas investasi dan peningkatan akumulasi modal yang hanya dapat dilakukan jika bank memiliki jumlah dana pihak ketiga yang memadai (Gunasekara & Kumari, 2018).

## 2.16 Kredit

Menurut Undang–Undang Nomor 10 Tahun 1998, dikutip bahwa : Kredit adalah penyediaan uang atau tagihan yang dapat dipersamakan dengan itu, berdasarkan persetujuan atau kesepakatan pinjam meminjam antara bank dengan pihak lain yang mewajibkan pihak peminjam untuk melunasi utangnya setelah jangka waktu tertentu dengan pemberian bunga. Kredit adalah hak untuk menerima pembayaran atau kewajiban untuk melakukan pembayaran pada waktu diminta atau pada waktu yang akan datang karena penyerahan barang-barang sekarang (Hasibuan, 2017). Dalam pengertian sederhana kredit merupakan penyaluran dari pihak pemilik dana kepada pihak yang memerlukan dana. Penyaluran dana tersebut didasarkan pada kepercayaan yang diberikan oleh pemilik dana kepada pengguna dana.

Efektivitas kebijakan moneter dalam memengaruhi perilaku kredit perbankan juga menjadi hal yang penting untuk diperhatikan. Dalam kaitan tersebut, perilaku *risk averse* dan *imperfect information* dalam menyalurkan kredit dapat menimbulkan fenomena yang disebut *credit rationing* dalam keseimbangan di pasar kredit. Artinya, keseimbangan pasar kredit dicapai pada jumlah kredit di mana masih terjadi kelebihan permintaan di atas penawaran akan loanable funds, dan selanjutnya akan menyebabkan keseimbangan umum perekonomian dicapai pada tingkat output riil yang berada di bawah *full employment* dan kelebihan penawaran tenaga kerja atau pengangguran (Stiglitz dan Weiss: 1981).

Perbankan dalam penyaluran kredit memiliki peran yang penting dalam pembiayaan perekonomian nasional sebagai penggerak bagi pertumbuhan ekonomi, sehingga akan dapat membuka lapangan kerja baik melalui perluasan bagi produksi dan mendorong usaha – usaha yang baru. Dalam kredit perbankan yang berperan dalam meningkatkan konsumsi salah satunya. Adapun penggunaan kredit perbankan dapat dikelompokkan sebagai Kredit Konsumtif dan kredit produktif 1) Kredit Investasi dan Kredit Modal Kerja, (Dwiastuti, 2020). Menurut Andrianto, (2020), tujuan dari penggunaan kredit itu sendiri, maka kredit tersebut terbagi menjadi tiga yaitu kredit konsumtif yang merupakan jenis kredit yang disediakan oleh bank untuk para nasabah yang akan digunakan untuk memenuhi kebutuhan membeli barang atau jasa yang dibutuhkan secara pribadi dan tidak digunakan

untuk keperluan usaha, kredit modal kerja yang merupakan jenis kredit yang disediakan oleh bank untuk para nasabah yang kemudian digunakan untuk memenuhi kebutuhan modal kerja, dan kredit investasi yang merupakan kredit yang disediakan oleh bank untuk para nasabah dengan keperluan investasi. Perbedaan dari masing-masing jenis kredit tersebut didasarkan pada tujuan penggunaannya, karena hal tersebut akan berpengaruh terhadap bagaimana cara nasabah mengangsurnya dan berapa lama waktu yang dibutuhkannya.

### **2.17 Hubungan Antar Variabel**

Studi mengenai keterkaitan antara uang beredar, dana pihak ketiga dan kredit telah dikaji pada berbagai literatur. Mobilisasi dana pada kegiatan perbankan dengan menghimpun dana pihak ketiga dari masyarakat dan menyalurkan kredit kepada masyarakat dapat mengubah besaran jumlah uang beredar di masyarakat. Mengingat bahwa uang beredar atau *broad money* (M2) merupakan (uang kartal dan uang giral), uang kuasi, dan surat berharga.

Dana bank umum yang disimpan pada bank sentral atau otoritas moneter sebagai cadangan kas dapat mempengaruhi jumlah uang beredar (Parveen et al., 2020). Dalam hal ini bank sentral memiliki peraturan jumlah cadangan kas minimal yang wajib disetorkan oleh bank umum kepada bank sentral atas setiap dana pihak ketiga dari nasabah sehingga besaran cadangan kas yang disetorkan bergantung pada jumlah dana pihak ketiga yang dimiliki oleh bank umum. Semakin besar cadangan kas yang diwajibkan oleh bank sentral maka semakin sedikit jumlah uang beredar.

Sedangkan Legass et al. (2021), menganalisis pertumbuhan dana pihak ketiga pada bank konvensional di Ethiopia dan menemukan bahwa jumlah uang beredar berpengaruh positif terhadap jumlah dana pihak ketiga. Lebih lanjut, Unvan & Yakubu (2020) menganalisis pertumbuhan dana pihak ketiga di Turki dan menemukan bahwa jumlah uang beredar berpengaruh positif dan signifikan terhadap pertumbuhan dana pihak ketiga sehingga pertumbuhan dana pihak ketiga bergantung pada pertumbuhan jumlah uang beredar. Dengan demikian dinilai bahwa terdapat hubungan kausal antara uang beredar dan dana pihak ketiga.

Dana pihak ketiga yang disimpan oleh nasabah merupakan sumber likuiditas (Khan et al., 2017). Semakin banyak orang menyimpan uang di bank maka semakin banyak likuiditas dana yang tersedia untuk disalurkan dalam bentuk pinjaman. Selain itu juga menemukan bahwa bank cenderung akan menyalurkan pinjaman secara lebih agresif seiring dengan jumlah dana pihak ketiga yang semakin tinggi. Pasaribu & Mindosa (2021) menganalisis pertumbuhan kredit di Indonesia dan menemukan bahwa dua faktor penting yang mempengaruhi besaran jumlah kredit adalah jumlah dana pihak ketiga yang dihimpun dari nasabah dan rasio *net performing loan*. Dana pihak ketiga berpengaruh positif terhadap kredit sehingga peningkatan dana pihak ketiga akan meningkatkan jumlah pinjaman yang disalurkan. Asutay & Ergec (2013) menganalisis hubungan antara uang beredar, dana pihak ketiga dan kredit di Malaysia dan Turki, hasil analisis menemukan bahwa terdapat hubungan kausalitas antara uang beredar dan dana pihak ketiga pada bank konvensional di Turki. Selain itu terdapat hubungan kausal antara dana pihak ketiga dan kredit pada bank syariah di Malaysia dan Turki.



## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Kerangka Penelitian**

Kerangka penelitian mengacu pada pendekatan yang dikemukakan oleh Suriasumantri (2017), dimana penelitian dimulai dari adanya masalah yang ingin diketahui jawabannya. Dalam penelitian ini ingin diketahui bagaimana pola hubungan atau pemodelan antar variabel (1) M2, DPK dan CR, dan (2) bagaimana pemodelan hubungan antar variabel : Giro (GR), Tabungan (TB), Simpanan berjangka (SB), Kredit Investasi (CR\_INVEST), Kredit Modal (CR\_CAPITAL), Kredit Konsumsi (CR\_CONSUMP), Aktiva Luar Negeri (ALN), Aktiva Dalam Negeri (ADN).

#### **3.2. Sumber data**

Data tentang (1) M2, DPK dan CR, (2) GR, TB, SB, CR\_INVEST, CR\_CAPITAL, Kredit Konsumsi CR\_CONSUMP, ALN, dan ADN diambil dari laporan Bank Indonesia yang diterbitkan tahunan, dari Tahun 2013 sampai 2020.

#### **3.3 Langkah-Langkah Penelitian**

##### **Langkah 1. Pemeriksaan Asumsi:**

Secara teori, pemodelan dengan menggunakan *multivariate time series* asumsi fundamental untuk pemodelan VAR, VMA, VARMA yang harus terpenuhi adalah bahwa data bersifat stationer. Tetapi jika data nonstationer, dan terdapat kointegrasi antar variabel, yaitu terdapat data dengan *integrated order* I(1), yaitu nonstationer dengan sekali *differencing* data menjadi stationer, I(0) (Johansen,

1995; Wei, 2020). Jika data stasioner dengan order satu,  $I(1)$ , dan terdapat kointegrasi maka pendekatan yang sesuai adalah VECM.

### **Langkah 2. Proses *Differencing***

Data nonstationer akan dilakukan *differencing* untuk memeriksa apakah data *Integrated* dengan order satu,  $I(1)$ , yaitu proses perhitungan selisih antara data pada waktu  $t$ , dikurangi data waktu  $t-1$ . Setelah proses *differencing*, maka data akan diperiksa kembali apakah asumsi stasioner telah terpenuhi atau belum, yaitu melalui pemeriksaan plot data dan unit root test atau *Augmented Dickey Fuller* (ADF) *test*. Jika asumsi telah terpenuhi, maka akan diperiksa asumsi dependensi data, yang merupakan asumsi fundamental dalam penggunaan model *multivariate time series*.

### **Langkah 3. Asumsi Autokorelasi , Korelasi Silang dan Tes Kointegrasi**

Asumsi adanya autokorelasi dan korelasi silang merupakan asumsi dasar dalam pemodelan *multivariate time series* (Hamilton, 1994; Lutkepohl, 2005; Tsay, 2010, 2014; Wei, 2006; 2020). Jika asumsi adanya autokorelasi dan korelasi silang terpenuhi, maka pemodelan akan melibatkan pemodelan *multivariate time series*. Berikutnya setelah menguji autokorelasi, maka dilanjutkan dengan tes kointegrasi yang digunakan untuk mengetahui apakah data yang bersifat nonstationer dengan ordo 1, dalam istilah Johansen, *integrated* dengan ordo 1 dan disimbolkan dengan  $I(1)$ , yaitu data nonstationer jika dilakukan *differencing* sekali ( $d=1$ ), maka data menjadi stationer yang disimbolkan dengan  $I(0)$ . Tes kointegrasi memeriksa bahwa kumpulan data nonstationer dengan ordo 1, tetapi fungsi linear mereka membentuk data yang bersifat stationer  $I(0)$ . Banyaknya fungsi yang membentuk data bersifat stationer, dinamakan *rank cointegration*. Jika tidak terdapat kointegrasi maka pemodelan yang akan digunakan adalah *Vector Autoregressive* (VAR) model, *Vector Moving Average* (VMA) model, atau *Vector Autoregressive Vector Moving Average* (VARMA) model. Tetapi jika terdapat kointegrasi, maka model yang akan digunakan adalah *Vector Error Correction Model* (VECM).

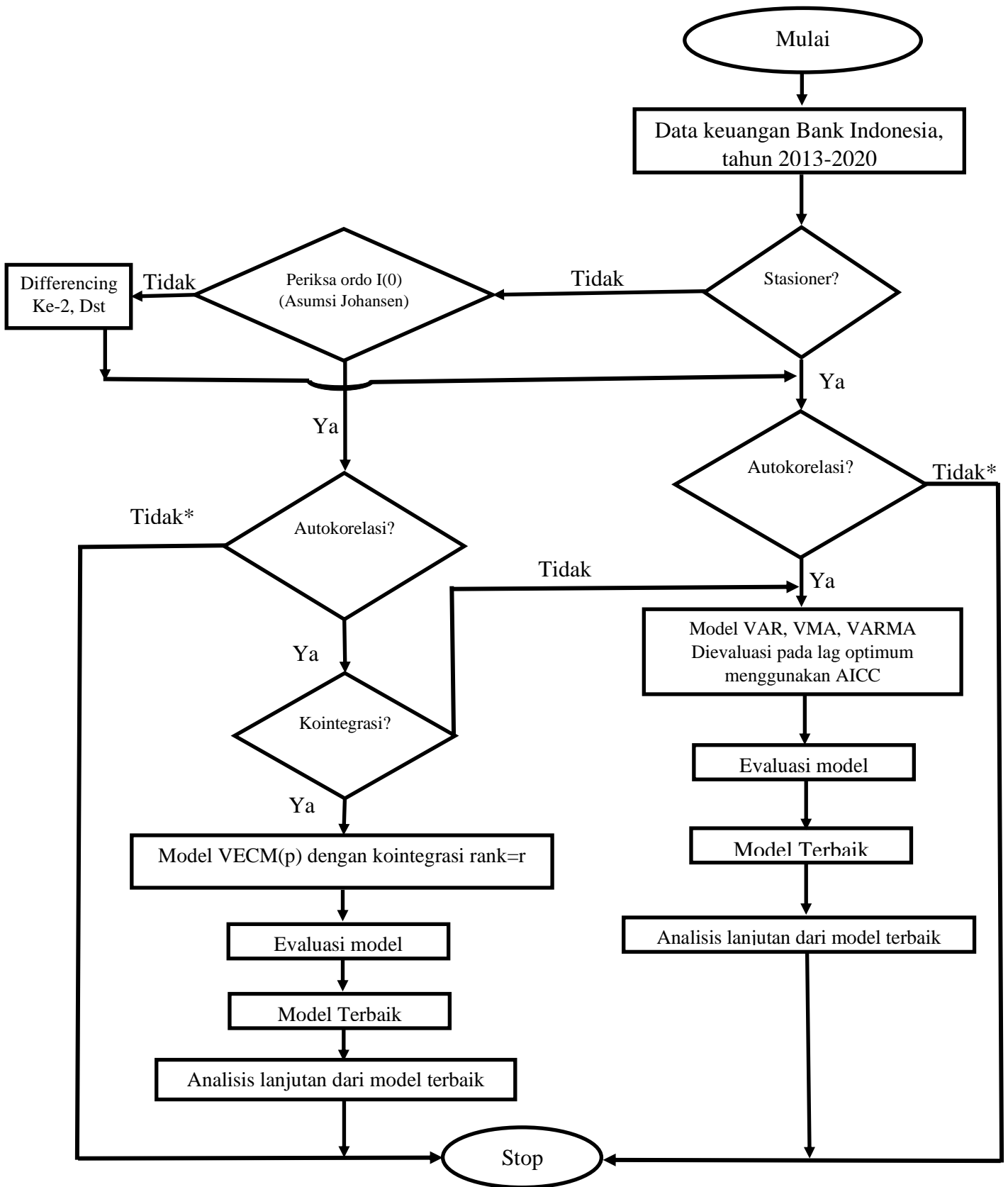
Langkah selanjutnya jika tidak ada kointegrasi dan jika ada kointegrasi

#### **Langkah 4.**

- a. Jika tidak ada kointegrasi :** Pemodelan yang dapat digunakan jika tidak ada kointegrasi untuk *multivariate time series* dapat menggunakan pemodelan *Vector Autoregressive (VAR)*, *Vector Moving Average (VMA)*, dan *Vector Autoregressive Vector Moving Average (VARMA)* yang dievaluasi pada lag optimum dengan pendekatan AICC. Selanjutnya, model yang terpilih dievaluasi kelayakan model yang diperoleh dapat diandalkan atau tidak melalui diagnostik model, yaitu meliputi signifikansi model univariatnya yang dibangun dari dekomposisi model multivariatnya. Akan diperiksa distribusi erornya apakah normal atau tidak dan ini akan diperiksa melalui kajian pola grafik dari distribusi eror dan QQ plotnya, serta melalui uji *Jarque-Bera test*, kemudian untuk memeriksa bahwa model yang diperoleh adalah model yang stabil menurut Hamilton (1994) dan Lutkepohl (2005), akan diperiksa apakah karakteristik root untuk model VECM lebih kecil dari 1 atau tidak. Jika karakteristik rootnya lebih kecil dari 1, maka model disebut stabil.
- b. Jika ada kointegrasi:** Setelah *rank cointegration* dan lag optimal berdasarkan informasi AICC diperoleh, maka pemodelan VECM(p) dengan *rank cointegration* = r, dapat dibangun. Model yang diperoleh kemudian dievaluasi kelayakannya yaitu apakah model yang diperoleh dapat diandalkan atau tidak melalui diagnostik evaluasi, yaitu meliputi signifikansi model univariatnya yang dibangun dari dekomposisi model multivariatnya. Akan diperiksa distribusi erornya apakah normal atau tidak dan ini akan diperiksa melalui kajian pola grafik dari distribusi eror dan QQ plotnya, serta melalui uji *Jarque-Bera test*, kemudian untuk memeriksa bahwa model yang diperoleh adalah model yang stabil menurut Hamilton (1994) dan Lutkepohl (2005), akan diperiksa apakah karakteristik *root* untuk model VECM lebih kecil dari 1 atau tidak. Jika karakteristik *root*-nya lebih kecil dari 1, maka model disebut stabil.

### **Langkah 5. Analisis Lanjutan**

Jika model yang diperoleh adalah model yang reliabel setelah melalui langkah 4 di atas, maka analisis lanjutan berdasarkan model terbaik yang diperoleh akan dilakukan, analisis lanjutan meliputi: (a) Analisis *Granger-Causality*, untuk mengetahui pola hubungan kausal antar variabel, (b) Analisis *Impulse Response Function*, untuk mengetahui bagaimana respons variabel lain jika terjadi *shock* pada satu variabel dan berapa lama *shock* ini akan mempengaruhi dirinya sendiri dan variabel lainnya, (c) Analisis peramalan, yaitu ingin mengetahui berapa nilai yang akan diperoleh untuk beberapa periode kedepan disamping itu juga akan di analisis berapa besar pengaruh dari dirinya sendiri dan variabel lainnya dalam melakukan peramalan dan untuk tujuan ini akan digunakan analisis *proportion of prediction error covariance decomposition*.



Gambar 3.1. Langkah-Langkah Dalam Pembentukan Model VECM Terbaik

**Catatan:** \*Pemodelan menggunakan Model Univariat

## BAB VI

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 6.1. Kesimpulan

Analisis pemodelan hubungan dari dua himpunan variabel, pertama adalah pemodelan variabel M2, DPK, dan CR; dan Kedua pemodelan himpunan variabel GR, TB, SB, CR\_INVEST, CR\_CAPITAL, CR\_CONSUMP, ALN, dan ADN. Dari analisis diperoleh kedua set variabel mempunyai unit root atau nonstationer baik dilihat dari perilaku plot data, maupun dari analisis dengan Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Dari hasil *differencing* ( $d=1$ ), data menjadi stasioner. Jadi dapat kita simpulkan bahwa data bersifat nonstationer dengan integrated orde satu,  $I(1)$ . Pemeriksaan Autokorelasi juga menunjukkan bahwa data terdapat autokorelasi, sehingga pemodelan data harus melibatkan autoregresi. Dari hasil uji kointegrasi diperoleh untuk himpunan data yang pertama terdapat kointegrasi  $\text{rank}=2$ , dan lag optimal adalah 3, sehingga untuk himpunan variabel pertama model terbaiknya adalah  $\text{VECM}(3)$  dengan kointegrasi  $\text{rank}=2$ . Sedangkan himpunan variabel ke dua, diperoleh dari uji kointegrasi diperoleh kointegrasi  $\text{rank}=7$ . Model terbaik untuk himpunan variabel kedua adalah  $\text{VECM}(2)$  dengan kointegrasi  $\text{rank}=7$ .

Berdasarkan analisis *Granger-Causality*, dapat disimpulkan bahwa variabel M2 dipengaruhi secara *Granger-Causality* signifikan oleh variabel CR; dan CR dipengaruhi secara *Granger-Causality* signifikan oleh variabel M2. Berdasarkan analisis *Granger-Causality*, dapat disimpulkan bahwa variabel GR dipengaruhi secara *Granger-Causality* oleh variabel TB, SB, dan CR\_CONSUMP; variabel TB dipengaruhi secara *Granger-Causality* oleh variabel SB, dan ALN; Variabel SB dipengaruhi *Granger-Causality* oleh variabel GR; variabel CR\_INVEST dipengaruhi secara *Granger-Causality* oleh variabel TB dan ALN; Variabel CR\_CONSUMP dipengaruhi secara *Granger-Causality* oleh variabel GR, TB, ADN, dan CR\_CAPITAL; Variabel ALN dipengaruhi *Granger-Causality* oleh variabel ADN; Variabel ALN dipengaruhi *Granger-Causality* oleh variabel GR, TB, dan CR\_CONSUMP.

## 6.2. Saran Penelitian Lanjutan

Penelitian data *multivariate time series* nonstasioner dengan pemodelan VECM ini tentunya memiliki keterbatasan-keterbatasan yang dapat dielaborasi pada penelitian lanjutan. Penelitian ini dapat diuji kembali dengan melibatkan data yang lebih banyak untuk menguji apakah model ini tetap berlaku. Dengan melakukan uji ulang data yang lebih banyak, diharapkan keberlakuan model VECM ini untuk kasus pemodelan pertama himpunan variabel M2, DPK, dan CR; dan Kedua pemodelan himpunan variabel GR, TB, SB, CR\_INVEST, CR\_CAPITAL, CR\_CONSUMP, ALN, dan ADN akan lebih memiliki sifat keumuman (*Generalized*). Pemodelan data *multivariate time series* ini, khususnya pemodelan VECM, apakah juga dapat diterapkan pada data-data untuk variabel sejenis dari beberapa negara atau mungkin pola hubungan variabel-variabel yang dibahas ini mempunyai pola hubungan yang berbeda di setiap negara. Sehingga kita bisa lebih memahami pola hubungan antar variabel-variabel M2, DPK, dan CR; dan Kedua pemodelan himpunan variabel GR, TB, SB, CR\_INVEST, CR\_CAPITAL, CR\_CONSUMP, ALN, dan ADN akan lebih memiliki sifat keumuman (*Generalized*). Penelitian lanjutan juga dapat dilakukan dengan memperluas jumlah variabel ekonomi yang dibahas yang mungkin secara teoritis berhubungan sehingga dapat dijelaskan dengan lebih terperinci pola hubungan yang terjadi melalui proses pemodelan data *multivariate time series*, misal melibatkan variabel-variabel inflasi, nilai ekspor dan impor dan lainnya. Penelitian lanjutan juga dapat dilakukan dengan melibatkan pola hubungan antar variabel-variabel di atas dari beberapa negara, misalnya dengan melibatkan data-data dari beberapa negara ASEAN, untuk melihat pola hubungan variabel antar beberapa negara ASEAN.

## DAFTAR PUSTAKA

- Adediyani, A. R. 2020. Determinants of Money Supply in Nigeria. *CBN Journal of Applied Statistics*, 11. doi:10.33429/Cjas.11220.7/8
- Agung, J. 1998. Financial Deregulation and the Bank Lending Channel in Developing Countries: The Case Indonesia. *Asian Economic Journal*, 12(3): Hal 273-295.
- Andrianto. 2020. *Manajemen Kredit Teori dan Konsep Bagi Bank Umum*. Cv. Penerbit Qiara Media, ISBN: 978-602-6588-49-4.
- Anggarini, D. T. 2016. Analisa Jumlah Uang Beredar Di Indonesia Tahun 2005-2014. *MONETER*, Vol. III No. 2, Oktober 2016.
- Asteriou, D. and Hall, S .2007. *Applied Econometrics: A Modern Approach*. Palgrave Macmillan, New York.
- Asutay, M. and Ergec, E. H. (2013). Searching for the Nexus between Money, Deposits, and Loans (Financing) in Malaysian and Turkish Islamic and Conventional Banking: A Comparative Approach Analysis (2007-2013). *Afro Eurasian Studies*, 2(1&2), 72-90.
- Athanasopoulos, G., Guillen, O., Issler, J., and Vahid-Araghi, F. 2011. Model Selection, Estimation and Forecasting in VAR Models With Short-Run and Long-Run Restrictions. *Journal of Econometrics*, 164(1), 116-129. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2011.02.009>.
- Bakker, B.B. 1993. Net Foreign Assets Of Dutch Commercial Banks, 1984-1990. *De Economist*, 141(3), 432-441. <https://doi.org/10.1007/bf01717409>
- Bank Indonesia (BI). 2013. Uang Beredar (M2) dan faktor yang mempengaruhi. Jakarta: Divisi Statistik dan Moneter Fiskal. [https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-\\_2013.pdf](https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-_2013.pdf).



- Bank Indonesia (BI). 2014. Uang Beredar (M2) dan faktor yang mempengaruhi. Jakarta: Divisi Statistik dan Moneter Fiskal. <https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-2014.pdf>.
- Bank Indonesia (BI). 2015. Uang Beredar (M2) dan faktor yang mempengaruhi. Jakarta: Divisi Statistik dan Moneter Fiskal. <https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-2015.pdf>.
- Bank Indonesia (BI). 2016. Uang Beredar (M2) dan faktor yang mempengaruhi. Jakarta: Divisi Statistik dan Moneter Fiskal. <https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-2016.pdf>.
- Bank Indonesia (BI). 2017. Uang Beredar (M2) dan faktor yang mempengaruhi. Jakarta: Divisi Statistik dan Moneter Fiskal. <https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-2017.pdf>.
- Bank Indonesia (BI). 2018. Uang Beredar (M2) dan faktor yang mempengaruhi. Jakarta: Divisi Statistik dan Moneter Fiskal. <https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-2018.pdf>.
- Bank Indonesia (BI). 2019. Uang Beredar (M2) dan faktor yang mempengaruhi. Jakarta: Divisi Statistik dan Moneter Fiskal. <https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-2019.pdf>.
- Bank Indonesia (BI). 2020. Uang Beredar (M2) dan faktor yang mempengaruhi. Jakarta: Divisi Statistik dan Moneter Fiskal. <https://www.bi.go.id/id/publikasi/laporan/Documents/M2-2020.pdf>.
- Bhat, B.R. 1985. *Modern Probability Theory: An Introduction*, New York: John Wiley and Sons.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. 1994. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 3rd ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Brockwell, P.J., Davis, R.A. 1991. *Time Series Theory and Methods*. 2nd ed. New York: Springer-Verlag.
- Brockwell, P.J., Davis, R.A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting*. 2nd ed. New York: Springer-Verlag.
- Brockwell, P.J., and Davis, R.A. 2009. *Time Series: Theory and Methods*, New York: Springer.
- Bross, I.D.J. 1964. *Design for Decision*, New York: The Macmillan Company.

- Brunner, K. 1973a. A Diagrammatic Exposition of The Money Supply Process. *Swiss Journal of Economics and Statistics (SJES)*, 109(IV), 481-533.
- Brunner, K. 1973b. *Money Supply Process and Monetary Policy in An Open Economy*. Connolly and A.K. Swoboda, eds., International Trade and Money (London) 127- 166.
- Campiche, J. L., Bryant, H. L., Richardson, J. W. and Outlaw, J. L. 2007. *Examining the Evolving Correspondence between Petroleum Prices and Agricultural Commodity Prices*. Portland, OR: The American Agricultural Economics Association Annual Meeting, July 29-August 1.
- Chatfield, C. 1995. *The Analysis of Time Series: An Introduction*, 5<sup>th</sup> ed., New York: Chapman and Hall.
- Cuthbertson, K., Hall, S.G., Taylor, M.P. 1992. *Applied Econometric Techniques*. Ann Arbor: The University of Michigan Press.
- Douc, R., Moulines, E., and Stoffer, D. 2014. *Nonlinear Time Series Theory, Methods, and Applications with R Examples*. New York: Chapman and Hall.
- Durbin, J., and Koopman, S. J. 2012. *Time Series Analysis by State Space Methods*. (2nd ed.), Oxford University Press, Oxford.
- Dwiastuti, N. 2020. Pengaruh Kredit Perbankan Terhadap Pertumbuhan Ekonomi dan Hubungannya Dengan Kesejahteraan Masyarakat Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Barat, *Prosiding Seminar Akademik Tahunan Ilmu Ekonomi dan Studi Pembangunan 2020 ISBN: 978-602-53460-5-7 Fakultas Ekonomi dan Bisnis, Universitas Tanjungpura, Indonesia*.
- Engle, R.F., Granger, C.W.J. 1987. *Cointegration and Error Corrections Representation, Estimation and Testing*. *Econometrica*, 55, 251-276.
- Engle, R.F., Yoo, S. 1987. Forecasting and Testing in Cointegrated Systems. *Journal of Econometrics*, 35, 143-159.
- Florens J.P., Marimoutou, V., and Pequin-Feissolle, A. 2007. *Econometric Modeling and Inference*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Forero, J.D., Hernández, B., Orozco, W., Acuña, N., Wilches, M.J. 2019. Analysis of The Use of Renewable Energies in Colombia and The Potential Application of Thermoelectric Devices for Energy Recovery. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 9(5), 125-134.

- Fratianni, M. 2006. Bank Credit and Money Supply Processes In An Open Economy: A Model Applicable To Italy. *Metroeconomica*, 24(1): 24 – 69.  
Doi:10.1111/j.1467-999X.1972.tb00180.x
- Fujiki, H., and Tanaka, M. 2014. Currency demand, new technology, and the adoption of electronic money: Micro evidence from Japan. *Economics Letters*, 125(1), 5–8. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2014.07.032>
- Fuller, W.A. 1996. *Introduction to Statistical Time Series*, New York: John Wiley and Sons.
- Granger, C.W.J. 1969. *Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods*. *Econometrica*, 37, 424-438.
- Granger, C.W.J. 1981. Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification. *Journal of Econometrics*, 16, 121-130.
- Graybill, F.A. 1976. *The Theory of Linear Model and Its Applications*, San Francisco: Duxbury.
- Gujarati, D.N., and Porter, D.C. 2009. *Basic Econometrics*. 5th ed. McGraw-Hill Irwin, New York.
- Gunasekara, H. U., & Kumari, P. 2018. Factors affecting for deposit mobilization in Sri Lanka. *International Review of Management and Marketing*, 8(5), 30.
- Hamilton, J.D. 1994. *Time Series Analysis*. New Jersey: Princeton University Press.
- Hannan, E.J. and Quinn, B.G. 1979. The Determination of the Order of an Autoregression. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 41(2): 190-195.  
<https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1979.tb01072.x>
- Hasibuan, M. S. P. 2017. *Dasar-Dasar Perbankan*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Hendry D.F. 1995. *Dynamic Econometrics*. Oxford University Press, Oxford.
- Hosking, J. R. M. 1980. The Multivariate Portmanteau Statistic. *Journal of the American Statistical Association*, 75: 602–608.
- Hosking, J. R. M. 1981. Lagrange-Multiplier Tests of Multivariate Time Series Models. *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 43: 219–230.
- Hunter, J., Burke, S.P., Canepa, A. 2017. *Multivariate Modeling of Nonstationary Economic Time Series*. London, UK: Palgrave Macmillan.

- Iazzolino, G., Carolis, M.D., Clemeno, P. 2019. Energy Innovative Startups and Knowledge-Based Strategies: The Italian Case. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 9(5), 88-102.
- Inusa, B. M. 2018. An analysis of determinants of deposit money banks lending in Nigeria, 1990-2014. *Jurnal Perspektif Pembiayaan dan Pembangunan Daerah*, 6(3), 353-362.
- Johansen, S. 1995. *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*. New York: Oxford University Press.
- Johansen, S. 1988. Statistical analysis of cointegration vectors. *Journal of economic dynamics and control*, 12(2-3), 231-254.
- Johnson, R. A. and Wichern, D. W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis. 6th edition*. Pearson Education, Inc., New Jersey.
- Joof, F. 2021. The *Co-Movement between Foreign Reserves, Economic Growth and Money Supply: Evidence from the WAMZ Countries*. MPRA Paper. Retrieved from <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/110193/> MPRA
- Judge, G.G., Hill R.C., Griffiths W.E., Lutkepohl H., and Lee T.C. 1988. *Introduction to The Theory and Practice of Econometrics*. John Wiley & Sons, New York.
- Khan, M. S., Scheule, H., and Wu, E. 2017. Funding liquidity and bank risk taking. *Journal of Banking & Finance*, 82, 203-216.
- Kirchgassner, G., & Wolters, J. 2007. *Introduction to Modern Time Series Analysis*. Berlin: Springer.
- Korteweg, P. and Loo, P.D. Van. 1977. *The Market For Money and The Market For Credit: Theory, Evidence and Implications for Dutch Monetary Policy* (Leiden).
- Legass, H. A., Shikur, A.A., Ahmed O. M. 2021. Determinants of Commercial Banks Deposit Growth Evidence from Ethiopian Commercial Banks. *Journal of Finance and Accounting*, 9(6), 207-215. doi:doi: 10.11648/j.jfa.20210906.11
- Li, W. K. and McLeod, A. I. 1981. Distribution of The Residual Autocorrelations in Multivariate ARMA Time Series Models. *Journal of The Royal Statistical Society Series B*, 43:231–239.

- Lutkepohl, H. and Kratzig, M. 2004. *Applied Time Series Econometrics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Lutkepohl, H. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Berlin: Springer Verlaag.
- Mazher, M. A., & Dahlan, J. 2020. Determining Factor for Malaysian Money Demand Function. *International Journal of Economics, Business and Accounting Research (IJEBAR)*, 4(3).
- Montgomery, D.C., Jenings, C.L., and Kulahci, M., 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*, New York: John Wiley and Sons.
- Moore, B.J. 1988. Horizonrulists and Verticalists: *The Macroeconomics of Credit Money*, New York: Cambridge University Press.
- Moore, B.J. 1989. A Simple Model of Bank Intermediation. *Journal of Post Keynesian Economics*, 12 (Fall 1989), pp. 10-29.
- Pala, A. 2013. Structural Breaks, Cointegration, and Causality By VECM Analysis of Crude Oil and Food Price. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 3(3), 238-246.
- Palley, T. I. 1988. Bank Lending, Discount Window Borrowing, and The Endogenous Money Supply: a Theoretical Framework. *Journal of Post Keynesian Economics*, 10 (1987-88), 282-303.
- Palley, T. I. 1991. The Endogenous Money Supply: Consensus and Dissent', *Journal of Post Keynesian Economics*, 13 (Spring 1991), pp. 397-403.
- Pankratz, A. 1991. *Forecasting With Dynamic Regression Models*. John Wiley & Sons, Inc., Indiana.
- Parveen S., Ali M. Sibte, and Adeem, M. A. 2020. The Determinants of Demand for Money: Empirical Evidence from Some Selected Developing Countries. *Journal of Contemporary Macroeconomic*, 1, 20-34.
- Pasaribu, P., Mindosa, B. 2021. The Bank Specific Determinants of Loan Growth and Stability: Evidence From Indonesia. *Journal of Indonesian Economy and Business*, 36, 93-123.
- Pena, D., Tiao, G.C., Tsay, R.S. 2001. *A Course in Time Series Analysis*. New York: John Wiley and Sons.

- Permatasari, K., dan Purwohandoko. 2020. Pengaruh Pembayaran Non Tunai terhadap Variabel Makroekonomi di Indonesia Tahun 2010-2017. *Jurnal Ilmu Manajemen*, 8(1), 225–232.
- Purwohandoko, P., Marantika, A., and Jatiningrum, C. 2021. Analysis the Effect of Money Supply, Velocity of Money, Interest Rates and Inflation on Non-Cash Payments: Evidence in Indonesia. *Linguistica Antverpiensia*, 2021(3), 1264-1276.
- Qin, Duo. 2003. Determinants of Household Savings in China and Their Role in Quasi-Money Supply. *Economics of Transition*, Volume 11 (3), 513–537.
- Rachev, S. T., Mittnik, S., Fabozzi, F. J., Focardi, S., & Jasic, T. 2007. *Financial Econometrics: From Basics to Advanced Modelling Techniques*. John Willey and Sons. New York.
- Reinsel, G.C. 1993. *Elements of Multivariate Time Series Analysis*. New York: Springer-Verlag.
- Rousseas, S. 1985. A Mark-up Theory of Bank Loan Rates, *Journal of Post Keynesian Economics*, 8 (Fall 1985), pp. 153-144.
- Sampson, M. 2001. *Time Series Analysis*, Loglinear Publications: <http://www.loglinear.com>.
- SAS/ETS 13.2. 2014. *User's Guide The ARIMA Procedure*. North Carolina: SAS Institute, Inc.
- Shumway, R.H. and Stoffer, D.S. 2006. *Time Series Analysis and Its Applications With R Examples, 2<sup>nd</sup> ed.*, New York: Springer-Verlag.
- Sims, C.A. 1980. Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, 48(1), 1-48.
- Stiglitz, J. E. dan Weiss, A. 1981. Credit Rationing in Markets With Imperfect Information. *The American Economic Review*, Vol. 71, (No. 3): 393-410.
- Suriasumantri, J.S. 2017. *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer: Keterkaitan Ilmu, Agama dan Seni*. Jakarta: Pustaka Sinar Harapan.
- Theil, H. 1971. *Principles of Econometrics*. New York: John Wiley and Sons.
- Tiao, G. C., and Box, G. E. P. 1981. Modeling multiple time series with applications. *Journal of the American Statistical Association* 76: 802–816.

- Tiwari, S. A. 2016. Money Supply Determinants in Nepal: A Macro Analysis. *Economic Literature*, 13, 55-60.
- Tsay, R.S. 2010. *Analysis of Financial Time Series*. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.
- Tsay, R.S. 2014. *Multivariate Time Series Analysis*. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.
- Unvan, Y. A., & Yakubu, I. N. 2020. Do bank-specific factors drive bank deposits in Ghana?. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 376, 112827.
- Virginia, E., Ginting, J., Elfaki, F.A.M. 2018. Application of GARCH model to forecast data and volatility of share price of energy (Study on Adaro Energy Tbk, LQ45). *International Journal of Energy Economics and Policy*, 8(3), 131-140.
- Warsono, Russel, E., Wamiliana, Widiarti, Usman, M. 2019a. Vector Autoregressive with Exogenous Variable Model and Its Application in Modeling and Forecasting Energy Data: Case Study of PTBA and HRUM Energy. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 2019, 9(2), 390-398.
- Warsono, Russel, E., Wamiliana, Widiarti, Usman, M. 2019b. Modeling and Forecasting by The Vector Autoregressive Moving Average Model for Export of Coal and Oil Data (Case Study from Indonesia over the Years 2002-2017). *International Journal of Energy Economics and Policy*, 2019, 9(4), 240-247.
- Wasiaturrahma, W., Wahyuningtyas, Y. T., and Ajija, S. R. 2019. Non Cash Payment and Demand for Real Money in Indonesia. *Journal of Economics, Business & Accountancy Ventura*, 22(1), 1–8. <https://doi.org/10.14414/jebav.v22i1.1575>
- Wei, W.W.S. 2006. *Time series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*, New York: Adisson-Wesley.
- Wei, W.W.S. 2019. *Multivariate Time Series Analysis and Applications*. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.
- Yu, T.H., Bessler, D.A., Fuller, S. 2006. *Cointegration and Causality Analysis of World Vegetable Oil and Crude Oil Prices*. Long Beach. CA: American Agricultural Economics Association Annual Meeting, July 23-26.
- Xie, P. 2004. *China's Monetary Policy: 1998 – 2002*. Stanford Center For International Development, Working Paper No. 217