ANALISIS REGRESI *RIDGE GENERALIZED LEAST SQUARE* (RGLS) UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI

(Skripsi)

Oleh

SHERLINA YULIANTI
1817031046

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

ABSTRACT

RIDGE GENERALIZED LEAST SQUARE (RGLS) REGRESSION ANALYSIS TO OVERCOME MULTICOLLINEARITY AND AUTOCORRELATION

By

Sherlina Yulianti

Multiple linear regression analysis is a method for analyzing the relationship between the dependent variable and several independent variables. The independent variables in multiple linear regression analysis have a possibility to correlate with each other or called multicollinearity problems and linear regression using time series data has a possibility to have error autocorrelation problems because the data at this time has a relationship with data at the previous time. Both of these conditions have an adverse effect on estimates and predictions. The Ridge Generalized Least Square (RGLS) method is able to overcome multicollinearity and autocorrelation problems simultaneously. Therefore this study aims to study the performance of the RGLS method in overcoming multicollinearity and autocorrelation problems through Monte Carlo simulations with n = 50, 75, and 100 which have 6 independent variables with a multicollinearity level of 0.99 and an autocorrelation level of 0.15. This study gives the result that the RGLS method is able to overcome multicollinearity and autocorrelation problems in the data and it can be concluded that the more the number of samples used, the smaller the resulting MSE value and the greater the resulting R^2_{adj} value so that the regression model is better.

Keywords: *Ridge Generalized Least Square* (RGLS), Multicollinearity, Autocorrelation

ABSTRAK

ANALISIS REGRESI *RIDGE GENERALIZED LEAST SQUARE* (RGLS) UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI

Oleh

Sherlina Yulianti

Analisis regresi linier berganda merupakan metode untuk menganalisis hubungan antara variabel dependen dan beberapa variabel independen. Variabel independen pada analisis regresi linier berganda memiliki kecenderungan untuk saling berkorelasi atau disebut dengan masalah multikolinearitas dan regresi linier dengan menggunakan data *time series* memiliki kecenderungan adanya masalah autokorelasi galat karena data pada saat ini memiliki hubungan dengan data pada waktu sebelumnya. Kedua kondisi ini memiliki efek buruk pada estimasi dan prediksi. Metode *Ridge Generalized Least Square* (RGLS) mampu mengatasi masalah multikolinearitas dan autokorelasi secara bersamaan. Oleh karena itu penelitian ini bertujuan untuk mempelajari performa metode RGLS dalam mengatasi masalah multikolinearitas dan autokorelasi melalui simulasi Monte Carlo dengan *n* = 50, 75, dan 100 yang memiliki 6 variabel independen dengan tingkat multikolinearitas sebesar 0,99 dan tingkat autokorelasi sebesar 0,15. Penelitian ini memberikan hasil bahwa metode RGLS mampu mengatasi masalah multikolinearitas dan autokorelasi pada data dan dapat disimpulkan bahwa semakin banyak jumlah sampel yang digunakan maka nilai MSE yang dihasilkan semakin kecil dan nilai R_{adj}^2 yang dihasilkan semakin besar sehingga model regresi lebih baik.

Kata Kunci: *Ridge Generalized Least Square* (RGLS), Multikolinearitas, Autokorelasi

ANALISIS REGRESI *RIDGE GENERALIZED LEAST SQUARE* (RGLS) UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI

Oleh

SHERLINA YULIANTI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

Judul Skripsi : **ANALISIS REGRESI *RIDGE GENERALIZED LEAST SQUARE* (RGLS) UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI**

Nama Mahasiswa : **Sherlina Yulianti**

Nomor Pokok Mahasiswa : 1817031046

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc.	**Subian Saidi, S.Si., M.Si.**
NIP 19650125 199003 2 001	NIP 19800821 200812 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc.**	....
Sekretaris	: **Subian Saidi, S.Si., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **17 Januari 2023**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	: **Sherlina Yulianti**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1817031046**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **ANALISIS REGRESI *RIDGE GENERALIZED LEAST SQUARE* (RGLS) UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 17 Januari 2023

Yang menyatakan,

Sherlina Yulianti

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bekasi pada tanggal 9 Juli 2000, sebagai anak pertama dari pasangan Bapak Muhamad Tohir dan Ibu Siti Hawa.

Penulis menempuh pendidikan taman kanak-kanak di TK Harapan Mulia tahun 2005-2006, kemudian sekolah dasar di SDN Cibalongsari IV tahun 2006-2012, lalu ke jenjang sekolah menengah pertama di SMPN 1 Klari tahun 2012-2015, dan ke jenjang sekolah menengah atas di SMAN 3 Karawang tahun 2015-2018.

Pada tahun 2018 penulis terdaftar sebagai Mahasiswi Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN. Selama menjadi mahasiswi, penulis memiliki pengalaman organisasi diantaranya menjadi Pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai Anggota Biro Kesekretariatan periode 2019 dan Sekretaris Umum periode 2020, Staf Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) FMIPA Universitas Lampung sebagai Bendahara Dinas Pengembangan Sumber Daya Mahasiswa (PSDM) periode 2021.

Pada bulan Februari sampai dengan Maret 2021, penulis melaksanakan Kerja Praktik di Dinas Kehutanan Bandar Lampung sebagai bentuk penerapan ilmu yang telah diperoleh selama kuliah. Pada bulan Agustus sampai dengan September 2021, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Lempuyang Bandar, Kecamatan Way Pengubuan, Lampung Tengah sebagai bentuk pengabdian mahasiswi dan menjalankan Tri Dharma Perguruan Tinggi.

KATA INSPIRASI

"Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya"
(Q.S Al-Baqarah: 286)

"Tuhanmu lebih mengetahui tentang kamu"
(Q.S Al-Isra: 54)

Mengubah pagi menjadi malam saja Allah mampu, apalagi hanya mengubah nasibmu
Jangan pernah berhenti berdoa

Life is like a game
we start, we choose, we play, we decide whether we win or lose
"we decide" so don't lose your own game

Focus on the next step closest to you is the best way when you get lost in the forest
You can't see the forest as a whole, but you can see tree by tree
So, pass from the closest step

Pain is temporary, your (math) degree is forever

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, puji syukur kepada Allah SWT. yang telah memberikan petunjuk dan kekuatan juga memberikan penerangan dalam ilmu pengetahuan. Hanya karena-Nya lah skripsi ini bisa penulis selesaikan dengan rasa syukur dan bahagia. Dengan segala kerendahan hati, penulis persembahkan karya sederhana ini kepada:

Orang Tua Tercinta

Sebagai tanda terima kasih karena selalu mencurahkan doa, tenaga, pikiran, dan dukungannya untuk keberhasilan penulis dalam menuntut ilmu serta menjadi penyemangat terbaik sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Yang senantiasa memberikan bimbingan, arahan, dan ilmu yang bermanfaat bagi penulis.

Almamaterku Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT. yang telah melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Regresi *Ridge Generalized Least Square* untuk Mengatasi Multikolinearitas dan Autokorelasi**"**.

Penulis menyadari bahwa selesainya skripsi ini tidak akan terwujud tanpa bantuan dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc., selaku pembimbing utama atas kesediaan waktu dan pemikiran nya dalam memberikan bimbingan dan arahan yang membangun dalam proses penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Subian Saidi, S.Si., M.Si., selaku pembimbing kedua yang telah memberikan arahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S. Si., M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan evaluasi dan saran bagi perbaikan skripsi penulis.
4. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., selaku pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan dan motivasi selama proses perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, M.T., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen dan staf Jurusan Metematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Bapak, Mamah, dan Naufal yang selalu menjadi rumah tanpa riuh serta menjadi motivasi terbesar penulis untuk menyelesaikan perkuliahan ini.

9. Intan, Mba Merry, dan Vina yang selalu menemani, membantu tanpa diminta, dan memahami tanpa menghakimi.
10. Zamhara, Ranti, Aul, Syifaa, Devi, Anisa, Mona, dan Mutia yang melengkapi masa perkuliahan penulis.
11. Pimpinan HIMATIKA periode 2020 yang memberikan pengalaman berharga.
12. Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2018.
13. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, akan tetapi penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, 17 Januari 2023
Penulis,

Sherlina Yulianti

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis regresi merupakan analisis yang digunakan untuk mendeskripsikan data, mengevaluasi hubungan sebab akibat, meramalkan besarnya nilai variabel terikat atau menduga nilai parameter dari model regresi. Berdasarkan bentuk dan fungsinya, analisis regresi terbagi menjadi dua yaitu analisis regresi linier dan analisis regresi nonlinier (Walpole, 1995). Pada penelitian ini akan dibuat suatu model pendugaan sehingga penelitian lebih berfokus pada penerapan regresi linier.

Analisis regresi linier dibagi menjadi dua yaitu analisis regresi linier sederhana dan analisis regresi linier berganda. Analisis regresi linier sederhana memiliki satu variabel independen, sedangkan analisis regresi linier berganda memiliki lebih dari satu variabel independen. Pada analisis regresi linier berganda, terdapat kemungkinan terjadinya korelasi/hubungan yang kuat antar variabel independen karena terdapat lebih dari satu variabel independen. Hal ini disebut dengan masalah multikolinieritas dan harus diatasi supaya tidak menghasilkan penduga yang bias. Salah satu cara untuk mengetahui adanya multikolinieritas dengan menggunakan nilai VIF (*Variance Inflation Factor*). Metode yang biasa digunakan pada analisis regresi adalah Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Namun pada model yang mengandung multikolinearitas, MKT tidak akan efisien untuk melakukan pendugaan parameter karena terdapat salah satu asumsi pada model regresi yang tidak terpenuhi. Asumsi-asumsi klasik yang harus dipenuhi pada regresi yaitu galat menyebar normal, ragam galat bersifat homogen, galat tidak mengalami autokorelasi, dan tidak terjadi multikolinearitas antar variabel independen. Salah satu cara untuk mengatasi masalah multikolinearitas pada model adalah dengan menggunakan Regresi *Ridge* (Kutner, *et al.,* 2004).

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data deret waktu (*time series*). Regresi linier yang menggunakan data deret waktu memiliki kecenderungan terjadinya masalah autokorelasi. Hal tersebut disebabkan karena data pada saat ini, memiliki hubungan dengan data pada waktu sebelumnya. Apabila terjadi masalah autokorelasi, maka penduga yang dihasilkan dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil akan menghasilkan model dengan ragam yang tidak minimum sehingga pengujian yang dilakukan menjadi tidak efisien. Hal tersebut tentunya harus ditangani dengan metode yang tepat. Salah satu metode untuk menangani masalah autokorelasi adalah dengan menggunakan *Generalized Least Square* (GLS) (Gujarati & Porter, 2010).

Herawati, *et al*. (2018), telah melakukan penelitian mengenai metode Regresi *Ridge* untuk menangani tingkat multikolinearitas yang berbeda, hasil penelitian menyebutkan bahwa Regresi *Ridge* dapat menangani multikolinieritas dengan tingkatan yang berbeda. Irwan & Hasriani (2016), telah melakukan penelitian untuk membandingkan metode Regresi *Ridge* dan *Principal Component Analysis* (PCA) untuk mengatasi masalah multikolinieritas, hasil penelitian menunjukan bahwa Regresi *Ridge* lebih efektif untuk mengatasi masalah multikolinieritas. Iswati, dkk. (2014), telah membandingkan penduga *Ordinary Least Square* dan *Generalized Least Square* pada model regresi linier dengan galat model berautokorelasi, hasil penelitian membuktikan bahwa metode *Generalized Least Square* lebih efisien.

Dengan adanya berbagai metode penelitian yang telah dilakukan sebelumnya mengenai cara mengatasi masalah multikolinearitas dan autokorelasi, penulis tertarik mengkaji tentang seberapa baik metode *Ridge Generalized Least Square* dalam mengatasi masalah multikolinearitas dan autokorelasi dengan menambahkan nilai tetapan bias (K) yang didapatkan dari Regresi *Ridge* dan nilai koefisien autokorelasi (ρ) yang didapatkan dari *Cochrane Orcutt Iterative Procedure*.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui kemampuan metode *Ridge Generalized Least Square* dalam mengatasi masalah multikolinieritas dan autokorelasi suatu data.

1.3 Manfaat Penelitian

Dari penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat diantaranya:

1. Memberikan pengetahuan dasar dan penjelasan mengenai metode *Ridge* untuk mengatasi masalah multikolinieritas.
2. Memberikan pengetahuan dasar dan penjelasan mengenai metode *Generalized Least Square* untuk mengatasi masalah autokorelasi.
3. Memberikan suatu metode alternatif untuk mengatasi masalah multikolinieritas dan masalah autokorelasi suatu data.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Deret Waktu

Menurut Box, *et al.* (1994), deret waktu adalah nilai-nilai pengamatan yang diperoleh pada titik waktu yang berbeda dengan interval waktu yang sama baik dalam harian, mingguan, bulanan, ataupun tahunan dan barisan data diasumsikan saling berhubungan satu sama lain sehingga model deret waktu adalah suatu model runtun waktu di mana observasi yang satu dengan yang lainnya saling berkorelasi.

2.2 Model *Autoregressive* (AR)

Menurut Ekananda (2014), model AR merupakan model *time series* yang digunakan untuk memprediksi atau meramal suatu kejadian menggunakan nilai-nilai pada waktu sebelumnya. Menurut Sarwoko (2005), model AR merupakan salah satu regresi linier yang memenuhi asumsi homoskedastisitas, dimana homoskedastisitas berarti variansi dari error bersifat konstan. Model AR dengan orde p atau AR(p) secara umum didefinisikan sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.1}$$

dengan:

Y_t = Nilai variabel dependen pada waktu ke-t

Y_{t-p} = Nilai masa lalu dari *time series* yang bersangkutan pada $t - p$

β_0 = Konstanta

β_p = Parameter dari persamaan AR

ε_t = Residual pada waktu ke-t

p = Orde AR

Orde didefinisikan pada $p \in Z^+$, sebagai contoh apabila p = 1 maka bentuk persamaan dari model AR(1) adalah:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.2}$$

Apabila p = 2 maka bentuk persamaan dari model AR(2) adalah:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t \tag{2.3}$$

2.3 Analisis Regresi Linier Berganda

Menurut Montgomery & Peck (1992), analisis regresi linier berganda adalah analisis untuk mengetahui hubungan antara satu variabel tak bebas Y dengan dua atau lebih variabel bebas $(X_1, X_2, \ldots, X_p)$ banyaknya *p* kurang dari banyaknya pengamatan *n*. Sehingga model regresi linier berganda dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \ldots + \beta_p X_{pt} + \varepsilon_t \tag{2.4}$$

dengan:

Y_t = Variabel tak bebas pengamatan ke-*t*

β_0 = Konstanta

β_p = Nilai koefisien parameter regresi ke-*p*

X_{pt} = Variabel bebas ke-p pada pengamatan ke-t

ε_t = Galat ke-t

t = 1, 2, ..., n

p = Banyaknya variabel bebas

2.4 Asumsi Klasik Regresi Linier Berganda

Menurut Ghazali (2017), tujuan dari uji asumsi klasik adalah untuk memberikan kepastian bahwa persamaan regresi yang didapatkan memiliki estimasi yang tepat, tidak bias, dan konsisten, oleh karena itu dilakukan pengujian asumsi terlebih dahulu sebelum melakukan analisis regresi. Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis regresi yaitu asumsi normalitas, asumsi heteroskedastisitas, asumsi autokorelasi, dan asumsi multikolinieritas.

2.4.1 Asumsi Normalitas

Asumsi normalitas galat digunakan untuk menguji apakah galat pada model regresi menyebar secara normal atau tidak. Menurut Gujarati & Porter (2010), salah satu metode untuk uji normalitas adalah uji *Jarque-Berra*. Hipotesis yang digunakan adalah:

H_0 : $\varepsilon_i \sim (\mathrm{N}, 0, \sigma^2)$

H_1 : $\varepsilon_i \nsim (\mathrm{N}, 0, \sigma^2)$

Berikut ini persamaan untuk statistik uji *Jarque-Berra*:

$$JB = \frac{n}{6}\left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}\right) \sim \chi_2^2 \tag{2.5}$$

Nilai S didapat dari persamaan di bawah ini:

$$(Skewness) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\hat{\varepsilon}})^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\hat{\varepsilon}})^2\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{2.6}$$

Nilai K didapat dari persamaan di bawah ini:

$$(Kurtosis) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\hat{\varepsilon}})^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\hat{\varepsilon}})^2\right)^2} \tag{2.7}$$

dengan:

$\hat{\varepsilon}_t$ = Penduga galat pengamatan ke$-t$

$\bar{\hat{\varepsilon}}$ = Rata-rata penduga galat

n = Banyaknya pengamatan

Apabila statistik uji $JB < \chi_2^2$ atau *p-value* > α maka tidak tolak H_0, sehingga galat berdistribusi normal. Menurut Jarque & Bera (1987), uji *Jarque Bera* dapat digunakan pada sampel berukuran kecil maupun besar.

2.4.2 Asumsi Heteroskedastisitas

Pengujian asumsi heteroskedastisitas dilakukan untuk mengetahui apakah model regresi mengalami kesamaan varians dari residual satu pengamatan ke pengamatan yang lain. Menurut Greene (1997), salah satu metode untuk uji heteroskedastisitas adalah *Lagrange Multipier* (LM). Uji *Lagrange Multiplier* disebut juga Uji *Breusch Pagan*. Hipotesis awalnya adalah varians dari residual atau galat pada model koefisien tetap adalah nol. Prosedurnya adalah sebagai berikut (Baltagi, 2008).

Hipotesis pengujian sebagai berikut:
H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (tidak terdapat heteroskedastisitas)
H_1 : minimal terdapat satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (ada heteroskedastisitas)
Dengan statistik uji:

$$LM = nR^2 \sim \chi^2_{(p,a)} \tag{2.8}$$

dengan:

R^2 = Koefisien determinasi regresi
p = Banyaknya variabel independen
a = Tingkat kesalahan

Jika statistik uji LM < $\chi^2_{(p,a)}$ atau *p-value* > α maka tidak tolak H_0, artinya tidak terdapat masalah heteroskedastisitas.

2.4.3 Asumsi Multikolinearitas

Menurut Gujarati (2002), multikolinieritas adalah adanya hubungan linier diantara beberapa atau semua variabel independen pada model regresi linier berganda. Menurut Gujarati & Porter (2010), bedasarkan hubungan yang terjadi antara variabel-variabel independen, multikolinearitas dibedakan menjadi dua:

1. Multikolinearitas Sempurna

   Hubungan linear yang sempurna terjadi apabila berlaku hubungan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{k} \lambda_j X_j = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \cdots + \lambda_k X_k = 0 \qquad (2.9)$$

   dengan:

   λ_j = bilangan konstan untuk $j \neq 0$

   X_j = variabel independen untuk $j \neq 0$

   Untuk mengetahui adanya multikolinearitas sempurna, dimisalkan $\lambda_2 \neq 0$ untuk setiap pengamatan ke-*i* sehingga persamaan X_{2i} dapat ditulis sebagai berikut:

$$X_{2i} = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2} X_{1i} - \frac{\lambda_3}{\lambda_2} X_{3i} - \cdots - \frac{\lambda_k}{\lambda_2} X_{ki} \qquad (2.10)$$

   Persamaan tersebut menunjukkan bahwa variabel X_{2i} berhubungan secara linear sempurna dengan variabel lainnya secara keseluruhan.

2. Multikolinearitas Tidak Sempurna

   Multikolinearitas tidak sempurna terjadi jika berlaku suatu hubungan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{k} \lambda_j X_j = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \cdots + \lambda_k X_k + \varepsilon_i = 0 \qquad (2.11)$$

   dengan:

   λ_j = bilangan konstan ($j \neq 0$)

   X_j = variabel independen ($j \neq 0$)

   ε_i = galat (i = 1, 2, …, n)

Untuk mengetahui adanya multikolinearitas tidak sempurna, dimisalkan $\lambda_2 \neq 0$ untuk setiap pengamatan ke-*i* sehingga persamaan X_{2i} dapat ditulis sebagai berikut:

$$X_{2i} = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2}X_{1i} - \frac{\lambda_3}{\lambda_2}X_{3i} - \cdots - \frac{\lambda_k}{\lambda_2}X_{ki} - \frac{1}{\lambda_2}\varepsilon_i \quad (2.12)$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa variabel X_{2i} tidak berhubungan secara linear sempurna dengan variabel lainnya karena masih tergantung pada ε_i.

2.4.3.1 Dampak Multikolinearitas

Menurut Gujarati & Porter (2010), dampak dari terlanggarnya asumsi multikolinieritas pada model regresi linier berganda adalah:

1. Hasil pendugaan parameter dengan menggunakan MKT memiliki ragam yang tidak minimum.
2. Selang kepercayaan cenderung sangat lebar karena nilai *standard error* besar.
3. Statistik uji *t* tidak signifikan karena nilai *standard error* besar nilai statistik uji T didapatkan dari:

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \quad (2.13)$$

   Berdasarkan rumus di atas, apabila nilai *standard error* besar maka akan menghasilkan nilai statistik uji *t* yang kecil. Apabila nilai statistik uji *t* yang dihasilkan kecil, maka kemungkinan besar H_0 diterima.
4. Nilai statistik uji *t* tidak signifikan walaupun nilai koefisien determinasi (R^2) masih bisa relatif tinggi.

2.4.3.2 Cara Mendeteksi Multikolinearitas

Menurut Montgomery, *et al.* (2006), terdapat beberapa cara dalam mendeteksi adanya multikolinearitas, yaitu:

1. Menganalisis koefisien korelasi antar variabel bebas. Multikolinearitas dapat diduga dari nilai korelasi yang tinggi antar variabel bebas.
2. Menggunakan *Variation Inflation Factor* (VIF)
   Nilai VIF dapat dihitung dengan persamaan berikut:
   $$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \tag{2.14}$$
   dengan:
   R_j^2 = Koefisien determinasi saat x_j diregresikan dengan variabel independen lainnya
   j = 1, 2, …, p (p adalah banyaknya variabel independen)

   Jika nilai VIF > 5, maka secara signifikan dapat disimpulkan bahwa terdapat multikolinearitas antar variabel independen.
3. Menggunakan Metode *Tolerance Value* (TOL)
   Nilai TOL dapat dihitung menggunakan persamaan berikut:
   $$TOL = \frac{1}{VIF_j} \tag{2.15}$$
   Jika nilai TOL > 0,1 maka secara signifikan dapat disimpulkan bahwa terdapat multikolinearitas antar variabel independen.

2.4.3.3 Cara Mengatasi Multikolinearitas

Menurut Montgomery, *et al.* (2006), masalah multikolinearitas dapat diatasi degan beberapa cara, diantaranya sebagai berikut:

1. Menambahkan sampel baru dengan variabel yang sama, memungkinkan untuk mengurangi tingkat multikolinearitas.
2. Menghilangkan variabel yang berkorelasi tinggi dengan variabel lain.
3. Regresi *Ridge*

2.4.4 Asumsi Autokorelasi

Menurut Gujarati & Porter (2010), autokorelasi merupakan adanya korelasi antar galat pada suatu waktu amatan dengan waktu amatan sebelumnya. Pada umumya, autokorelasi terjadi pada data deret waktu, hal ini dikarenakan amatan-amatan pada data deret waktu diurutkan berdasarkan waktu, sehingga amatan-amatan yang berurutan memungkinkan bergantung satu sama lain. Pada analisis regresi, galat tidak boleh saling berhubungan dan sedangkan model regresi dikatakan baik apabila terlepas dari autokorelasi. Secara sistematis, autokorelasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0\ ; t \neq s \tag{2.16}$$

2.4.4.1 Dampak Autokorelasi

Menurut Kutner, *et al*. (2004), dampak dari adanya autokorelasi jika dilakukan pendugaan parameter menggunakan metode kuadrat terkecil adalah penduga yang dihasilkan dari metode kuadrat terkecil masih linier dan tidak bias, namun penduga yang dihasilkan tidak efisien karena memiliki ragam tidak minimun. Oleh karena itu, selang kepercayaan dan uji hipotesis yang didasarkan pada statistik uji t maupun F tidak tidak dapat digunakan untuk evaluasi hasil regresi.

2.4.4.2 Cara Mendeteksi Autokorelasi

Menurut Ghazali (2017), salah satu cara mendeteksi autokorelasi adalah dengan menggunakan metode *Durbin Watson*. Hipotesis untuk uji *Durbin Watson* adalah sebagai berikut:

H_0 : $\rho = 0$ (tidak ada autokorelasi)

H_1 : $\rho \neq 0$ (ada autokorelasi)

Statsitik uji *Durbin Watson* disajikan pada persamaan di bawah ini:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n}(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^{t=n}\varepsilon_t{}^2} \tag{2.17}$$

dengan:

ε_t = Penduga galat ke-t (t = 1,2,…,n)

ε_{t-1} = Penduga galat ke-($t-1$) (t = 1,2,…,n)

n = Banyaknya pengamatan

Penentuan uji *Durbin Watson* dengan kritertia sebagai berikut:

- Jika $0 < d < d_L$ maka ada autokorelasi positif
- Jika $4 - d_L < d < 4$ maka ada autokorelasi negatif
- Jika $d_U < d < 4 - d_U$ maka tidak ada autokorelasi positif maupun negatif
- Jika $d_L \leq d \leq d_U$ maka tidak ada keputusan
- Jika $4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$ maka tidak ada keputusan

2.4.4.3 Cara Mengatasi Autokorelasi

Menurut Gujarati & Porter (2010), salah satu metode yang dapat mengatasi autokorelasi adalah metode *Generalized Least Square* (GLS).

2.5 Regresi *Ridge*

Regresi *Ridge* pertama kali dikemukakan oleh A.E. Hoerl pada tahun 1962 dan dikaji kembali oleh A.E. Hoerl dan R.W. Kennard tahun 1970. Metode ini digunakan untuk mengatasi kondisi buruk yang diakibatkan oleh korelasi yang tinggi antara beberapa variabel bebas di dalam model, sehingga menyebabkan matriks $\boldsymbol{X'X}$ hampir singular dan menghasilkan nilai duga parameter yang tidak stabil (Draper & Smith, 1992). Regresi *ridge* menghasilkan estimasi koefisien regresi yang bias dengan memodifikasi Metode Kuadrat Terkecil supaya mendapatkan pengurangan varian dengan menambahkan suatu tetapan bias *K* untuk menstabilkan koefisien (Mardikyan & Cetin, 2008). Meskipun metode ini menghasilkan penduga koefisien regresi yang bias, tetapi penduga *ridge* mendekati nilai parameter yang sebenarnya. Hal ini dapat diketahui dari perbandingan *Mean Square Error* (MSE) antara penduga *Ridge* dengan penduga MKT dimana MSE penduga *Ridge* lebih kecil daripada MSE penduga MKT (Hoerl & Kennard, 1970).

Menurut Dereny & Rashwan (2011), teknik *ridge* memiliki model persamaan *ridge* sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta_R} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.18}$$

Menurut Tsutsumi, *et al.* (1997), dalam mengestimasi parameter model estimator Regresi *Ridge* dapat diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat (JKG).

$$\boldsymbol{\varepsilon^T\varepsilon} = (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\widehat{\beta}_R})^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\widehat{\beta}_R}) \tag{2.19}$$

dengan dengan syarat kendala:

$$\boldsymbol{\beta_R}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta_R} = \boldsymbol{c^2}$$

$$\boldsymbol{\beta_R}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta_R} - \boldsymbol{c^2} = \boldsymbol{0} \tag{2.20}$$

dengan menggunakan metode pengali *Lagrange* maka diperoleh:

$$\boldsymbol{L} = (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\widehat{\beta}_R})^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\widehat{\beta}_R}) + \boldsymbol{KI}(\boldsymbol{\widehat{\beta}_R}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\widehat{\beta}_R} - \boldsymbol{c^2})$$

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{Y^TY} - \boldsymbol{2X^TY\widehat{\beta}_R} + \boldsymbol{X^TX}(\boldsymbol{\widehat{\beta}_R})^{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{KI}(\boldsymbol{\widehat{\beta}_R}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\widehat{\beta}_R} - \boldsymbol{c^2})$$

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{Y^TY} - \boldsymbol{2X^TY\widehat{\beta}_R} + \boldsymbol{X^TX}(\boldsymbol{\widehat{\beta}_R})^{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{KI\widehat{\beta}_R}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\widehat{\beta}_R} - \boldsymbol{KIc^2}) \tag{2.21}$$

Dengan menggunakan syarat minimum persamaan diatas didefinisikan terhadap $\hat{\beta}$ dan estimasi Regresi *Ridge* diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\boldsymbol{\partial L}}{\boldsymbol{\partial\widehat{\beta}_R}} = -\boldsymbol{2X^TY} + \boldsymbol{2X^TX\widehat{\beta}_R} + \boldsymbol{2KI\widehat{\beta}_R} = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{X^TX\widehat{\beta}_R} + \boldsymbol{KI\widehat{\beta}_R} = \boldsymbol{X^TY}$$

$$(\boldsymbol{X^TX} + \boldsymbol{KI})\boldsymbol{\widehat{\beta}_R} = \boldsymbol{X^TY}$$

$$\boldsymbol{\widehat{\beta}_R}(\boldsymbol{K}) = (\boldsymbol{X^TX} + \boldsymbol{KI})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X^TY} \tag{2.22}$$

Sehingga diperoleh estimator Regresi *Ridge* yaitu:

$$\boldsymbol{\hat{\beta}_R} = (\boldsymbol{X^T X} + \boldsymbol{KI})^{-1}\boldsymbol{X^T Y} \tag{2.23}$$

dengan:

$\hat{\beta}_R$ = Penduga galat ke-t (t = 1,2,…,n)

X = Matriks (p + 1) × n dari variabel independen

K = Tetapan bias

I = Matriks identitas ukuran n × n

Y = Vektor (n × 1) dari variabel dependen

2.5.1 *Ridge Trace*

Metode *Ridge Trace* merupakan suatu metode grafik untuk menentukan tetapan bias (Hoerl & Kennard, 2012). Metode *Ridge Trace* digunakan untuk menemukan nilai estimator dengan beberapa kemungkinan tetapan bias (K), biasanya bernilai 0 hingga 1 (Kutner, *et al.,* 2004). Tetapan bias menunjukkan jumlah bias dalam estimator $\hat{\beta}(K)$. Jika K = 0 maka estimator $\hat{\beta}(K)$ sama dengan kuadrat terkecil β. Penggunaan *Ridge Trace* memiliki tujuan untuk memilih nilai tetapan bias yang bernilai kecil, dimana hal tersebut dianggap bahwa nilai koefisien regresi mulai stabil (Montgomery & Peck, 1992).

Myers (1990), menyarankan nilai *K* dengan menggunakan metode kriteria validasi silang tergeneralisasi (*Generalized Cross Validation*). Manfaat dari prosedur ini adalah untuk pemilihan nilai *K* guna mendapatkan model terbaik dan koefisien dugaan yang lebih stabil dengan meminimumkan GCV yang dapat dilihat melalui plot sederhana antara validasi silang tergeneralisasi dengan nilai *K*. Rumus GCV adalah sebagai berikut.

$$GCV = \frac{SSE_K}{\{n-[1-trace\ \boldsymbol{H}_K]\}^2} \tag{2.24}$$

dimana,

$$\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X^T X} + \boldsymbol{KI})^{-1}\boldsymbol{X^T} = \boldsymbol{H}_K \tag{2.25}$$

$$\boldsymbol{H}_K = \sum_{j=1}^{p} \frac{\lambda_j}{\lambda_j + K} \tag{2.26}$$

dengan:

SSE_K = jumlah kuadrat residual dengan regresi *ridge*

λ_j = nilai eigen ke-*j*

K = konstanta antara 0 sampai 1

n = banyaknya data

2.6 *Generalized Least Square* (GLS)

Menurut Gujarati & Porter (2010), *Generalized Least Square* merupakan *Ordinary Least Square* yang telah mengalami proses transformasi menggunakan bobot pada peubah-peubah asli sehingga menghasilkan penduga yang bersifat BLUE. GLS digunakan sebagai metode pendugaan parameter dalam mengatasi masalah autokorelasi. Dalam GLS jumlah kuadrat galat diminimumkan dengan cara pemberian bobot.

Menurut Aziz (2010), model linier statistik yang umum adalah:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.27}$$

dengan $\varepsilon \sim N\,(0, \Psi)$, dimana:

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

Karena $\boldsymbol{\Psi}$ merupakan matriks simetri dan definit positif, maka ada matriks $\mathbf{C}$ yang ortogonal ($\boldsymbol{CC^T} = \boldsymbol{C^TC} = \boldsymbol{I}$) sehingga $\boldsymbol{C^T\Psi C} = \boldsymbol{D}$ dan $\boldsymbol{D}$ adalah matriks diagonal yang memiliki elemen berupa nilai eigen Ψ.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

dan,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\lambda_n} \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

Karena $\boldsymbol{C^T \Psi C = D}$ maka $\boldsymbol{W^T C^T \Psi C W = W^T D W = I}$.

Misalkan $\boldsymbol{P = W^T C^T}$ maka:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{I} &= \boldsymbol{W^T C^T \Psi C W} \\ &= \boldsymbol{P\ \Psi P^T} \end{aligned} \tag{2.31}$$

sehingga diperoleh:

$$\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{P^{-1}}(\boldsymbol{P^T})^{-1} = (\boldsymbol{PP^T}) \text{ atau } \boldsymbol{\Psi^{-1}} = \boldsymbol{P^T P} \tag{2.32}$$

dengan persamaan model statistik linier di atas, dilakukan transformasi model menjadi:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{PY} &= \boldsymbol{P}(\boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}) \\ &= \boldsymbol{PX\beta} + \boldsymbol{P\varepsilon} \end{aligned} \tag{2.33}$$

atau:

$$\boldsymbol{Y}^* = \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}^* \tag{2.34}$$

dimana:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varepsilon}^*) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{P\varepsilon}) = \boldsymbol{PE}(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0 \tag{2.35}$$

dan

$$\boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{\varepsilon}^*\boldsymbol{\varepsilon}^{*\boldsymbol{T}}\right) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{P\varepsilon}(\boldsymbol{P\varepsilon})^{\boldsymbol{T}}) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{P\varepsilon\varepsilon^T P^T}) = \boldsymbol{PE}(\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon^T})\boldsymbol{P^T} = \boldsymbol{P\Psi P^T} = \boldsymbol{I} \tag{2.36}$$

sehingga persamaan model tranformasi (2.34) memenuhi model statistik linier. Prosedur untuk memperoleh penduga β_{GLS} diperoleh sama dengan prosedur penduga β_{OLS}. Berikut adalah persamaan bagi penduga β_{GLS}:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\widehat{\beta}_{GLS}} &= (\boldsymbol{X}^{*\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^*)^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^*\boldsymbol{Y}^* \\ \boldsymbol{\widehat{\beta}_{GLS}} &= [(\boldsymbol{PX})^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{PX})]^{-\boldsymbol{1}}(\boldsymbol{PX})^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{PY}) \\ \boldsymbol{\widehat{\beta}_{GLS}} &= (\boldsymbol{X^T P^T P X})^{-1}\boldsymbol{X^T P^T P Y} \\ \boldsymbol{\widehat{\beta}_{GLS}} &= (\boldsymbol{X^T \Psi^{-1} X})^{-1}\boldsymbol{X^T \Psi^{-1} Y} \end{aligned} \tag{2.37}$$

Menurut Oyewole & Obadina (2020), pada praktiknya, nilai $\boldsymbol{\Psi}$ tidak diketahui sehingga estimasi parameter pada $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GLS}}$ tidak dapat diperoleh. Oleh karena itu, dilakukan pendugaan nilai koefisien autokorelasi menggunakan iterasi *Cochrane Orcutt Iterative Procedure* untuk memperkirakan parameter tersebut.

2.6.1 *Cochrane Orcutt Iterative Procedure*

Menurut Ramanathan (1993), *Cochrane Orcutt Iterative Procedure* merupakan salah satu metode GLS untuk menduga nilai koefisien korelasi. Langkah untuk menduga nilai koefisen autokorelasi adalah dengan meregresikan residual ε_t dengan ε_{t-1} untuk AR(1) sehingga diperoleh nilai koefisien autokorelasi yang konstan. Sebagai ilustrasi, kita pertimbangkan model regresi berikut.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + \dots + \beta_p X_{p,t} + \varepsilon_t \tag{2.38}$$

dimana ε_t mengikuti AR(1) dan nilai ρ diketahui

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t \tag{2.39}$$

Tulis kembali persamaan (2.38) untuk periode *t*-1.

$$Y_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t-1} + \beta_2 X_{2,t-1} + \dots + \beta_p X_{p,t-1} + \varepsilon_{t-1} \tag{2.40}$$

Selanjutnya, persamaan (2.40) dikalikan dengan ρ, sehingga menjadi :

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_0 + \rho\beta_1\, X_{1,t-1} + \rho\beta_2\, X_{2,t-1} + \dots + \rho\beta_p\, X_{p,t-1} + \rho\varepsilon_{t-1} \tag{2.41}$$

Eliminasi persamaan (2.38) dan (2.41).

$$\begin{aligned} Y_t - \rho Y_{t-1} &= (1-\rho)\beta_0 + (X_{1t} - \rho X_{1t-1})\beta_1\,) + (X_{2t} - \rho X_{2t-1})\,\beta_2 \\ &\quad + \dots + (X_{pt} - \rho X_{pt-1})\beta_p + (\varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t-1}) \end{aligned} \tag{2.42}$$

Persamaan (2.42) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Y_t^* = \beta_0^* + \beta_p^* X_{p,t}^* + \varepsilon_t \tag{2.43}$$

dengan:

$$\begin{aligned} Y_t^* &= Y_t - \rho Y_{t-1} \\ \beta_0^* &= (1-\rho\,)\beta_0 \\ \beta_p^* &= \beta_p \\ X_{p,t}^* &= X_{p,t} - \rho X_{p,t-1} \\ \varepsilon_t &= \varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t-1} \end{aligned}$$

2.7 *Ridge Generalized Least Square* (RGLS)

Menurut Oyewole & Obadina (2020), metode *Ridge Generalized Least Square* dapat dituliskan pada persamaaan di bawah ini:

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_{RGLS_0} + \hat{\beta}_{RGLS_1}X_1 + \hat{\beta}_{RGLS_2}X_2 + \cdots + \hat{\beta}_{RGLS_{p-1}}X_{p-1} \qquad (2.44)$$

dengan:

$\hat{\beta}_{RGLS_{p-1}}$ = Penduga parameter RGLS

X_{p-1} = Variabel independen yang telah distandarisasi

Persamaan penduga parameter *Generalized Least Square* untuk mengatasi masalah autokorelasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{GLS}} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\Psi}^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\Psi}^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{Y} \qquad (2.45)$$

Persamaan penduga Regresi *Ridge* untuk mengatasi masalah multikolinieritas dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{R}} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{KI})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Y} \qquad (2.46)$$

Sehingga jika persamaan (2.45) dan persamaan (2.46) dikombinasikan, maka akan menghasilkan persamaan yang dapat mengatasi masalah autokorelasi dan multikolinieritas sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{RGLS}} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\Psi}^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{KI})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\Psi}^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{Y} \qquad (2.47)$$

2.8 Uji Parameter Regresi

Pengujian signifikansi parameter model regresi dilakukan sebelum menginterpretasikan model. Uji signifikansi parameter pada model regresi digunakan untuk mengetahui pengaruh antara variabel bebas (*X*) terhadap variabel tak bebas (*Y*).

2.8.1 Uji Simultan

Menurut Ghazali (2017), uji simultan digunakan untuk menentukan apakah semua variabel independen pada model regresi memengaruhi variabel dependen secara bersama-sama. Hipotesis pada uji simultan sebagai berikut:

$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_p = 0$

$H_1 : \beta_i \neq 0$

Menurut Hines & Montgomery (1990), statistik uji pada uji simultan adalah sebagai berikut:

$$F_{hit} = \frac{\frac{JKR}{k}}{\frac{JKG}{(n-k-1)}} = \frac{KTR}{KTG} \tag{2.48}$$

dengan:

JKR = Jumlah kuadrat regresi

JKG = Jumlah kuadrat galat

KTR = Kuadrat tengah regresi

KTG = Kuadrat tengah galat

n = Banyak pengamatan

k = Banyak variabel independen dan dependen

Jika $F_{hit} > F_{\alpha,p,n-p-1}$ atau *p-value* $< \alpha$ maka H_0 ditolak, yang dapat disimpulkan bahwa variabel independen secara bersama-sama berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen.

2.8.2 Uji Parsial

Menurut Kutner, *et al.* (2004), uji parsial digunakan untuk mengetahui pengaruh variabel independen secara individu terhadap variabel dependen. Hipotesis untuk uji parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 : \beta_j \neq 0$

Dengan statistik uji:

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)}$$

$$= \frac{\widehat{\beta}_j}{\sqrt{\sigma^2}} \tag{2.49}$$

dengan:

$\hat{\beta}_j$ = Koefisien regresi masing-masing variabel independen

$SE(\hat{\beta}_j)$ = *Standard error* masing-masing variabel independen

σ^2 = Ragam masing-masing variabel independen

Jika $t_{hit} > t_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),(n-p-1)}$ atau *p-value* $< \alpha$ maka H_0 ditolak, yang dapat disimpulkan bahwa variabel independen secara individu berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen.

2.9 Kriteria Pemilihan Model

Kelayakan model regresi dilakukan dengan mencari nilai $R^2_{adjusted}$ dan MSE. Menurut Sembiring (2003), koefisien determinasi ($R^2_{adjusted}$) merupakan ukuran yang paling umum digunakan dalam mengukur *goodness of fit* dari sebuah garis regresi. $R^2_{adjusted}$ untuk model regresi linier berganda dapat diperoleh dengan persamaan:

$$R^2_{adjusted} = \frac{\sum(\bar{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} = \frac{JKR}{JKT} \tag{2.50}$$

dengan:

JKR = Jumlah kuadrat regresi

JKT = Jumlah kuadrat total

Jika nilai $R^2_{adjusted}$ mendekati 1, maka kecocokan data dengan model semakin baik, dan sebaliknya jika nilai $R^2_{adjusted}$ mendekati 0, maka kecocokan data dengan model semakin buruk.

Menurut Ghazali (2017), *Mean Squared Error* (MSE) merupakan rata-rata kesalahan kuadrat antara nilai yang diprediksi dan nilai yang diamati. Jika nilai MSE semakin kecil maka akurasinya semakin akurat. Nilai MSE dapat dihitung dengan persamaan di bawah ini:

$$MSE = \frac{JKG}{n-k-1} \tag{2.51}$$

dengan:

JKG = Jumlah kuadrat galat

n = Jumlah data

k = Jumlah variabel bebas

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2022/2023, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data simulasi dengan menggunakan *software R-Studio*. Data yang dimaksud kemudian didesain untuk memenuhi asumsi multikolinearitas dan autokorelasi pada regresi RGLS. Adapun ukuran sampel yang digunakan adalah n = 50, 75, 100 dan variabel independen yang digunakan sebanyak 6 variabel dengan tingkat korelasi antar variabel independen sebesar 0,99 serta terdapat autokorelasi sebesar 0,15 dengan $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 1$.

Data simulasi sebagaimana dimaksudkan diatas, dibangkitkan untuk setiap himpunan data X_{ij} menggunakan simulasi Monte Carlo berdasarkan McDonald dan Galarneau (1975) dengan persamaan sebagai berikut:

$$X_{ij} = (1-\rho^2)^{1/2} Z_{ij} + \rho Z_{i(p+1)} \qquad ; i = 1, 2, 3, \ldots, n$$

$$j = 1, 2, 3, \ldots, p$$

dengan Z_{ij} merupakan data yang dibangkitkan dalam bentuk normal standar atau berdistribusi normal $N(0,1)$ dan ρ ditentukan.

Sedangkan untuk mendapatkan autokorelasi persamaan AR(2) di jurnal sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$$

dengan:

Y_t	= Nilai variabel dependen pada waktu ke- t
Y_{t-1}, Y_{t-2}	= Nilai masa lalu yang bersangkutan pada $t-1$ dan $t-2$
β_0	= Konstanta
β_p	= Parameter dari persamaan AR
ε_t	= Residual pada waktu ke-t

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian adalah:

1. Melakukan simulasi data.
2. Melakukan pengujian asumsi klasik yaitu :
   a. Asumsi normalitas menggunakan uji *Jarque Bera*
   b. Asumsi heteroskedastisitas menggunakan uji *Breusch Pagan*
   c. Asumsi multikolinearitas menggunakan VIF
   d. Asumsi autokorelasi menggunakan uji *Durbin Watson*
3. Melakukan analisis Regresi *Ridge* dengan langkah-langkah sebagai berikut :
   a. Menentukan nilai tetapan bias (K) yaitu $0 < K < 1$
   b. Membuat plot validasi GCV untuk memilih nilai K
   c. Mendapatkan nilai duga β Regresi *Ridge* dengan nilai K yang telah dipilih
   d. Menghitung VIF dengan nilai K yang telah dipilih
4. Melakukan pendugaan parameter menggunakan iterasi *Cochrane Orcutt Iterative Procedure* untuk mengatasi autokorelasi.
5. Melakukan uji asumsi multikolinieritas dan autokorelasi kembali.

6. Melakukan pengujian parameter secara simultan menggunakan uji F.
7. Melakukan pengujian parameter secara parsial menggunakan uji *t*.
8. Menentukan kelayakan model menggunakan MSE dan R^2_{adj}.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa metode RGLS mampu mengatasi masalah multikolinearitas dan autokorelasi pada data. Selanjutnya dilihat dari data simulasi dengan metode RGLS, apabila jumlah sampel yang digunakan semakin banyak maka nilai MSE yang dihasilkan semakin kecil dan nilai R^2_{adj} semakin besar.

DAFTAR PUSTAKA

Aziz, A. 2010. *Ekonometrika (Teori & Praktik Eksperimen dengan MATLAB).* UIN Maliki Press, Malang.

Baltagi, B.H. 2008. *Econometrics*. 4^{th}Edition. Springer Berlin Heidelberg, Jerman.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M. & Reinsel, G.C. 1994. *Time Series Analysis; Forecasting and Control*. 3^{rd}Edition. Prentice Hall, USA.

Dereny, M.E. & Rashwan, N.I. 2011. Solving Multicollinearity Problem Using Ridge Regression Models. *Int. J. Contemp. Math. Sciences*. **6**(12): 585-600.

Draper, N. & Smith, H. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Terjemahan Bambang Sumantri. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Ekananda, Mahyus. 2014. *Analisis Data Time Seies*. Mitra Wacana Media, Jakarta.

Ghazali, I. 2017. *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program IBM SPSS 25*. Badan Penerbit Universitas Diponegoro, Semarang.

Greene, W.H. 1997. *Econometrics Analysis*. 7^{th}Edition. Prentice Hall, New York.

Gujarati, D.N. 2002. *Dasar-Dasar Ekonometrika*. Erlangga, Yogyakarta.

Gujarati, D.N. & Porter, D.C. 2010. *Basic Econometrics*. 5^{th}Edition. McGraw Hill Irwin, United States.

Herawati, N., Nisa, K., Azis, D., & Nabila, S.U. 2018. Ridge Regression for Handling Different Levels of Multicollinearity. *Science International Lahore*. **30**(4): 597-600.

Hines, W.W. & Montgomery, D.C. 1990. *Probabilitas dan Statistik dalam Ilmu Rekayasa dan Manajemen*. UI Press, Jakarta.

Hoerl, A.E. & Kennard, R.W. 2012. *Technometrics*. University of Delaware, New York.

Hoerl, A.E. & Kennard, R.W. 1970. Ridge Regression: Biassed Estimation for Nonorthogonal Problems. *A Journal of Statistics for the Physical Chemical and Engineering Sciences*. **12**(1): 55-67.

Irwan & Hasriani. 2016. Perbandingan Regresi Ridge dan Principal Component Analysis dalam Mengatasi Masalah Multikolinearitas. *Jurnal Teknosains.* **10**(2): 125-135.

Iswati, H., Syahni, R., & Maiyastri. 2014. Perbandingan Penduga Ordinary Least Squares (OLS) dan Generalized Least Squares (GLS) pada Model Regresi Linier dengan Galat Model Berautokorelasi. *Jurnal Matematika UNAND.* **3**(4): 168-176.

Jarque, M.C. & Bera, K.A. 1987. A Test for Normality of Observations and Regression Residuals. *International Statistical Review*. **55**(2): 163-172.

Kutner, M.H., Nachtsheim, J.C., Neter, J., & Li, W. 2004. *Applied Linear Statistical Models*. 5^{th}Edition. McGraw Hill Irwin, New York.

Mardikyan, S. & Cetin, E. 2008. Efficient Choice of Biasing Constant for Ridge Regression. *Int. J. Contemp. Math. Sciences.* **3**(11): 527-536.

McDonald, C.G. & Galarneau, I.D. 1975. A Monte Carlo Evaluation of Some Ridge-Type Estimators. *Journal of the American Statistical Association*. **70**: 407-416.

Montgomery, D.C. & Peck, E.A. 1992. *Introduction to Linier Regression Analysis*. 2^{nd}Edition. John Willey and Sons, New York.

Montgomery, D.C., Peck, E.A., & Vining, G. G. 2006. *Introduction to Linear Regression Analysis*. 4^{th}Edition. John Wiley and Sons, New York.

Myers, R.H. 1990. *Clasical and Modern Regression With Application.* PWSKENT Publishing Company, Boston.

Oyewole, O. & Obadina. O.G. 2020. Monte Carlo Approach for Comparative Analysis of Regression Techniques in the Presence of Multicollinierity and Autocorrelation Phenomena. *FUDMA Journal of Sciences*. **4**(1): 77-778.

Ramanathan, R. 1993. *Statistical Methods in Econometrics.* Department of Economics University of California, California.

Sarwoko, M. 2005. *Dasar-dasar ekonometrika*. Andi Offset, Yogyakarta

Sembiring, R.K. 2003. *Analisis Regresi.* Edisi ke-2. ITB, Bandung.

Tsutsumi, M., Matsuba, Y., & Shimizu, E. 1997. A Comparative Study on Counter Measures of Multicollinearity in Regression Analysis. *Jurnal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*. **2(**6).

Walpole, R.E. & Raymond, H.M. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Terjemahan Sembiring. R.K. ITB, Bandung.