PEMODELAN MATEMATIKA DEBIT AIR PADA BAK PENAMPUNGAN PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO MENGGUNAKAN METODE INTERPOLASI BEDA HINGGA

(Skripsi)

Oleh

HANIFAH PUSPITASARI

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS LAMPUNG

BANDAR LAMPUNG

2023

ABSTRACT

MATHEMATIC MODELING OF WATER DISTRIBUTION IN THE MICRO HYDRO POWER PLANT STORAGE BANK USING FINITE DIFFERENT INTERPOLATION METHOD

By

Hanifah Puspitasari

Mathematics is a science that can be used to solve mathematical problems. The process of developing a mathematical model of a phenomenon based on the assumptions made is known as mathematical modeling. The finite difference method is a numerical method for solving technical and mathematical problems involving physical phenomena. In this research, it will be carried out to calculate the water discharge, which is calculated by the finite difference method, and then the data is modeled in a mathematical equation to determine the length of the water channel leading to the micro hydro power generator. Then design a water storage tank; after the holding tank is ready, the rate of water flow from the river to the holding tank will be calculated by setting up a stopwatch. The results and analysis of this study show that the equations obtained from the finite difference modeling were obtained with the help of Matlab software.

Keywords: ***Mathematical modeling, Finite difference, Water Flow***.

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA DEBIT AIR PADA BAK PENAMPUNGAN PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO MENGGUNAKAN METODE INTERPOLASI BEDA HINGGA

Oleh

Hanifah Puspitasari

Matematika merupakan salah satu ilmu yang dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan persoalan ataupun permasalahan matematik. Proses mengembangkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi yang dibuat dikenal sebagai pemodelan matematika. Metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisis. Dalam penelitian ini akan dilakukan menghitung debit air yang dihitung dengan metode beda hingga, kemudian data tersebut dimodelkan dalam persamaan matematis untuk menentukan panjang saluran air yang menuju ke generator pembangkit listrik tenaga mikrohidro. Kemudian mendisain bak penampungan air, setelah bak penampungan siap maka akan dihitung laju air dari sungai ke bak penampungan,dengan menyiapkan stopwatch. Hasil dan analisis dari penelitian ini menunjukan bahwa didapatkan persamaan dari pemodelan beda hingga tersebut dengan bantuan *software* matlab.

Kata Kunci: Pemodelan Matematika, Beda Hingga, Laju *Water Flow*.

PEMODELAN MATEMATIKA DEBIT AIR PADA BAK PENAMPUNGAN PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO MENGGUNAKAN METODE INTERPOLASI BEDA HINGGA

Oleh

Hanifah Puspitasari

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

Judul skripsi : **PEMODELAN MATEMATIKA DEBIT AIR PADA BAK PENAMPUNGAN PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO MENGGUNAKAN METODE INTERPOLASI BEDA HINGGA**

Nama Mahasiswa : Hanifah Puspitasari

Nomor Pokok Mahasiswa : 1857031019

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP. 196207041988031002

Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.
NIP. 196902131994021001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**

Sekretaris : **Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si.**

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP. 197407052000031001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 10 Februari 2023

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa	: **Hanifah Puspitasari**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1857031019**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **PEMODELAN MATEMATIKA DEBIT AIR PADA BAK PENAMPUNGAN PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO MENGGUNAKAN METODE INTERPOLASI BEDA HINGGA**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakaan salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Februari 2023
Penulis

Hanifah Puspitasari

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Hanifah Puspitasari dilahirkan di Kabupaten Tanggamus, Provinsi Lampung pada 22 April 2000. Penulis merupakan anak kedua dari tiga bersaudara pasangan Bapak Syaiful Amri dan Ibu Erni Widiastuti.

Penulis mengawali pendidikan formal pada tahun 2004 di TK Aisyiyah Campang. Pada tahun 2006 penulis melanjutkan pendidikannya di SDN 2 Simpangkanan yang diselesaikan pada tahun 2012. Selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan di SMPN 1 Pringsewu hingga tahun 2015. Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikannya di SMAN 1 Pringsewu sampai pada tahun 2018.

Pada tahun 2018 penulis diterima sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Mandiri Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SMMPTN). Selama menjadi mahasiswa penulis juga aktif dalam berorganisasi di HIMATIKA 2019 sebagai Anggota Bidang Minat dan Bakat. Kemudian pada tahun 2021 penulis melakukan Kuliah Praktik (KP) di Bank Lampung Cabang Talangpadang Kabupaten Tanggamus dan melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sidomulyo, Kecamatan Sumberejo, Kabupaten Tanggamus, Provinsi Lampung, serta penulis mengikuti Program Kampus Merdeka yang bernama Kampus Mengajar di SDN 2 Sepang Jaya.

KATA INSPIRASI

Boleh jadi kamu tidak menyenangi sesuatu padahal itu baik bagimu, dan boleh jadi kamu menyukai sesuatu padahal itu tidak baik bagimu.
(Q.A. Al-Baqarah: 216)

Dan bersabarlah kamu, sesungguhnya janji Allah adalah benar.
(Q.A. Ar-Rum: 60)

Apapun yang menjadi takdirmu, pasti akan mencari jalannya untuk menemukanmu.
(Ali bin Abi Thalib)

Keberuntungan adalah ketika kesempatan bertemu dengan kemampuan.
(penulis)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur atas kehadirat Allah SWT, atas segala rahmat dan hidayah-Nya skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik, serta shalawat serta salam kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW. Dengan penuh ketulusan saya persembahkan karya tulis ini untuk :

Bapak Syaiful Amri dan Ibu Erni Widiastuti.

Terima kasih kepada kedua orang tua saya yang selalu memberikan dukungan dan saran dalam setiap keputusan, kasih sayang serta doa yang tak pernah putus dalam setiap langkah yang saya tempuh.

Diah Ayu Sekar Palupi dan Muhammad Fidelyo Alkhalifi

Terima kasih telah mendo'akan, memberikan semangat, dukungan, serta motivasi selama ini.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada bapak dosen yang sangat berjasa, membantu, memberikan arahan, serta masukan dan ilmu yang bermanfaat

Teman-teman yang telah membantu, menemani, serta mendukung setiap langkahnya dari awal hingga saat ini dan seterusnya;

Almamater Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena berkat segala rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Pemodelan Matematika Laju *Water Flow* Pembangkit Listrik Tenaga Mikro Hidro dengan Metode Beda Hingga".

Dalam menyusun laporan ini penulis banyak mendapatkan bantuan. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terimakasih sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Tiryono, M.Sc., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing I yang telah bersedia membimbing, memberikan saran, bantuan, motivasi, serta arahan, dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc., selaku Pembimbing II yang telah bersedia membimbing, memberikan saran serta masukan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan bantuan, arahan, serta kritik, dan saran dalam proses penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku dosen Pembimbing Akademik.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika.
6. Bapak Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staff, karyawan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Ibu, Bapak, Mba, Adek, Kakak Rahmanu Ganesya serta keponanakanku M. Ghazi Alizar Ganesya dan keluarga besarku tercinta yang selalu mendoakan dan memberi dukungan.

9. Sasmi, Osha, Abia, Ilma, Ara, Catur, Umar dan Muche sahabat sejak SMP yang selalu memberikan dukungan dan semangat selama ini.
10. Acil Mutu, Mupeng, Markisut, Kibo, Repisang, Eja, dan Ajeng teman-teman seperjuanganku yang memberikan dukungan selama kuliah.
11. Teman-teman Matematika 2018 atas kebersamaan serta keceriaan yang telah diberikan kepada penulis selama menempuh pendidikan di Universitas Lampung.
12. Semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu.
13. *Last but not least, I wanna thank me. I wanna thank me for believing in me. I wanna thank me for all doing this hard work. I wanna thank me for having no days off. I wanna thank me for never quitting. I wanna thank me for being me at all times.*

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam skripsi ini. Oleh karena itu, kritik dan saran sangat diharapkan agar dapat menjadi pelajaran dan perbaikan untuk kedepannya. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat baik bagi penulis maupun bagi pihak yang membutuhkan.

Bandar Lampung,   Februari 2023
Penulis,

Hanifah Puspitasari

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Salah satu ilmu yang dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan persoalan ataupun permasalahan matematika adalah matematika. Penggunaan matematika sebagai media penting dalam banyak mata pelajaran ilmiah lainnya tersebar luas di seluruh dunia. Dalam lingkungan ini, matematika memiliki banyak sub bidang yang berbeda, seperti matematika statistik, matematika terapan, dan matematika industri.

Sub bidang matematika yang dikenal sebagai matematika terapan mencakup penerapan pengetahuan matematika ke disiplin ilmu lain. Ini juga mendorong dan memanfaatkan penemuan matematika baru, dan terkadang dapat mempengaruhi pertumbuhan mata pelajaran lain.

Ini melibatkan persamaan diferensial biasa dan parsial dalam matematika terapan. Persamaan dengan variabel dependen, variabel independen, dan turunannya disebut sebagai persamaan diferensial. Oleh karena itu, variabel bebas inilah yang membedakan persamaan diferensial biasa dengan persamaan diferensial parsial.

Menghitung kecepatan air, kecepatan angin, dan laju perpindahan panas dalam situasi dunia nyata dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

Kebutuhan listrik di masyarakat sangat penting di era kontemporer saat ini, namun tidak semua orang dapat menikmati listrik yang disediakan oleh PLN. Ada berbagai alasan mengapa suatu desa tidak dapat menerima listrik dari PLN. Masyarakat yang masih kesulitan mengakses listrik dapat memanfaatkan listrik yang dihasilkan dengan membangun pembangkit listrik mikrohidro. Namun pada kenyataannya masih banyak masyarakat yang hanya dapat memanfaatkannya tanpa mengetahui tarif air yang digunakan pada pembangkit listrik mikrohidro untuk menghasilkan listrik. sehingga listrik yang dihasilkan dapat digunakan secara efisien oleh manusia.

Metode beda hingga telah menjadi pokok bahasan penelitian sebelumnya, seperti penelitian Vivi tahun 2017 tentang simulasi komputasi aliran kalor pada model pengering kabinet dengan menggunakan metode beda hingga. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan matematika khususnya metode beda hingga, untuk memperoleh simulasi numerik perpindahan panas pada pengering kabinet menggunakan metode beda hingga agar terlihat simulasi perpindahan panas yang ada didalam oven.

Berdasarkan penelitian tersebut, penulis akan mengembangkan model debit air untuk pembangkit listrik mikrohidro dengan menerapkan metode interpolasi beda hingga untuk menghitung debit aliran air dalam proses PLTMH untuk menghasilkan listrik dan menghitung *forward difference*.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dalam penelitian ini adalah untuk :

1. Menerapkan teori diferensial, khususnya metode beda hingga, untuk perhitungan laju aliran air di dunia nyata dalam pengoperasian pembangkit listrik mikrohidro.
2. Membuat model untuk memprediksi aliran air melalui pengoperasian PLTMH.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini antara lain:

1. Memberikan sumbangan pemikiran dalam memperluas wawasan ilmu matematis.
2. Memberikan masukan bagi para peneliti yang ingin mengkaji tentang perhitungan matematika pada model laju *water flow* pembangkit listrik tenaga mikro hidro.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Proses mengembangkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi yang dibuat dikenal sebagai pemodelan matematika. Menerapkan matematika untuk mempelajari fenomena ilmiah, ekonomi, sosial, dan lainnya melibatkan langkah pertama yang penting ini. Secara umum, ada tiga proses yang terlibat dalam penggunaan matematika untuk mengkaji suatu fenomena :

1. Pemodelan matematika suatu fenomena, perumusan masalah. Proses ini melibatkan pengubahan data dan detail tentang fenomena yang dipelajari dari masalah dunia nyata menjadi model matematika. Pengumpulan data dan informasi tentang suatu fenomena dimungkinkan melalui pengujian laboratorium, pengamatan industri, dan pengamatan sehari-hari. Suatu fenomena dapat diselidiki secara lebih kuantitatif (kuantitatif) dalam suatu model matematis dengan menggunakan rangkaian persamaan/pertidaksamaan matematis atau ekspresi matematis. Model matematika bagaimanapun, juga memiliki kekurangan relatif terhadap fenomena yang sebenarnya, khususnya pembatasan generalisasi interpretasi karena asumsi yang diterapkan dalam proses.

2. Mencari jawaban atau kesimpulan matematis. Setelah mendapatkan model matematika, solusi model tersebut dicari dengan menggunakan teknik matematika yang tepat. Terkadang pendekatan matematis untuk menemukan solusi yang sesuai dengan masalah yang dihadapi tidak mungkin dilakukan. Ahli matematika terapan sering menggunakan ini sebagai kekuatan pendorong mereka saat mengembangkan teknik matematika baru. Dalam fungsi matematika, gambar, dan grafik, jawaban matematika ini sering ditampilkan.
3. Analisis kesimpulan dan solusi matematis tentang fenomena yang diteliti. Dalam matematika terapan, solusi yang berbentuk fungsi, angka, atau gambar tidak ada artinya jika pada awalnya tidak memperjelas masalah yang dihadapi. Menafsirkan solusi sangat penting untuk memahami signifikansinya dan menyadari bagaimana mengatasi penyebab masalah (Cahyono, 2013).

Peniruan suatu model dalam menjalankan tugas atau mencari solusi atas suatu masalah memiliki karakteristik yang sama dengan model itu sendiri, yaitu penggambaran yang disederhanakan dari suatu realitas yang rumit (sering dimaksudkan untuk memahami realitas itu). Suatu masalah ditampilkan dengan menggunakan model, yang merupakan properti umum yang mencerminkan berbagai bentuk saat ini. Teori model, atau studi tentang model yang mendukung sistem matematika, adalah cabang matematika yang menjelaskan ide-ide matematika melalui konsep himpunan.

Teori model mencari dan mengkaji keberadaan operasi, relasi, atau aksioma yang terkait dengan setiap objek atau hal-hal tersebut setelah mengasumsikan keberadaan objek matematika (misalnya, keberadaan semua bilangan). Dua hasil terkenal dari teori model adalah hipotesis kontinum dari aksioma teori himpunan (dibuktikan oleh Paul Cohen dan Kurt Godel) dan independensi dua aturan matematika, paling dikenal sebagai aksioma pilihan.

Model sering dianggap sebagai upaya untuk menciptakan kembali atau meniru fenomena atau peristiwa alam. Ada tiga jenis model yaitu matematika, analogi, dan fisik. Replika diimplementasikan dalam model fisik dengan mereplikasi domain atau ruang tempat terjadinya fenomena atau peristiwa alam. Dalam model analogi replika/salinan, model fisik dihasilkan dengan menggambar analogi antara berbagai proses dan peristiwa alam. Dalam model matematika replikasi dan penyalinan, hal ini dilakukan dengan menggunakan serangkaian persamaan untuk menjelaskan proses dan peristiwa alam. Ketepatan formulasi persamaan matematis yang digunakan untuk menggambarkan fenomena/peristiwa alam yang ditiru menentukan penerapan model untuk fenomena/peristiwa tersebut (Luknanto, 2003).

Sintesis deskripsi beberapa perilaku dunia nyata (fenomena alam) ke dalam konstruksi matematika dikenal sebagai pemodelan matematika. Objek, proses, dan fenomena lain yang polanya diantisipasi untuk diketahui sehingga dapat dianalisis adalah contoh hal-hal yang dapat direpresentasikan secara matematis. (Dym & Ivey, 1980).

Pemodelan skala dan simulasi komputer/PC adalah dua jenis pemodelan pertama yang digunakan untuk memprediksi bagaimana perilaku sistem. Rumus matematika dapat digunakan untuk mewakili pemodelan sistem langsung. Karena ada banyak perhitungan yang terlibat, simulasi komputer digunakan untuk menyelesaikan model matematika umum. (Syahputra & Soesanti 2015).

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang tidak diketahui yang dinyatakan sebagai fungsi $u = u(t)$ yang menghubungkan turunan dari fungsi yang diketahui. Turunan dinyatakan dengan menggunakan notasi, diantaranya

$$u', \frac{du}{dt}, u, \ldots$$

Notasi titik atas umumnya digunakan pada fisika dan teknik, kebanyakan digunakan notasi umum. Persamaan diferensial dapat digunakan sampai derivatif ke n , dinotasikan dengan $u(n)$.

Beberapa contoh.

1. $x \frac{dy}{dx}$ - 4 $= 5x^3$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{8x}{6y+2}$
3. $y = Ax^2 + Bx$

2.3 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial yang mencakup satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) dan turunannya pada satu variabel independen dikenal sebagai persamaan diferensial biasa. Persamaan diferensial biasa dapat ditulis sebagai berikut jika *y(x)* dipandang sebagai fungsi dari satu variabel, dengan *x* sebagai variabel bebas dan *y* sebagai variabel terikat. $F(x,y,y',y'',...,y^n)=0$.

Contoh :

1. $\frac{dy}{dx} = x + 10$
2. $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 5$
3. $\frac{dy}{dx} = 4e^{-x}$

(Ross, 1984).

2.4 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial (PDP) adalah persamaan yang melibatkan turunan parsial dari satu atau lebih variabel dependen pada satu atau lebih variabel independen (Ross, 1984).

Persamaan yang mengandung dua atau lebih variabel bebas/penentu dikenal sebagai persamaan diferensial parsial.. Rumus-rumus *forward difference* dan *backward difference* serta *central difference*:

- **Beda Maju:**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- **Beda Mundur:**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

- **Beda Tengah :**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

dan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2}$$

Berdasarkan definisi tersebut, maka dapat diketahui definisi dari turunan parsial sebagai berikut:

Beda Maju : $\frac{df}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x,y)}{h}$ dan $\frac{df}{dy} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) - f(x,y)}{h}$

Beda Mundur : $\frac{df}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y) - f(x-h,y)}{h}$ $\frac{df}{dy} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y) - f(x,y-h)}{h}$

Beda Tengah : $\frac{df}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x-h,y)}{2h}$ $\frac{df}{dy} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) - f(x,y-h)}{2h}$

Dan definisi turunan Parsial Tingkat Dua

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) + f(x-h,y) - 2f(x,y)}{h^2}$$

dan

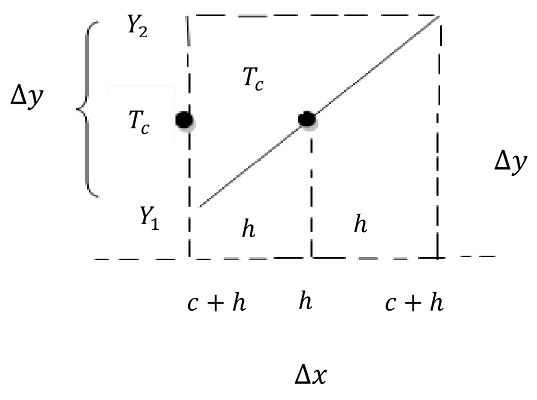
$$\frac{d^2f}{dx^2} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) + f(x,y-h) - 2f(x,y)}{h^2}$$

(Hasan, 2016)

2.5 Metode Interpolasi Beda Hingga

Metode numerik umum untuk menyelesaikan masalah teknis dan matematika dengan fenomena fisik adalah metode beda hingga. Secara umum, metode beda hingga merupakan pendekatan yang mudah digunakan untuk menyelesaikan masalah fisis yang memiliki pola geometris teratur, seperti interval dalam satu dimensi, domain kotak dalam dua dimensi, dan kubik dalam tiga dimensi (Li, 2010).

Mengukur kemiringan garis dengan alat bantu sebuah penggaris. Titik tengah garis atau disebut *center* dengan menggunakan koordinat cartesius.



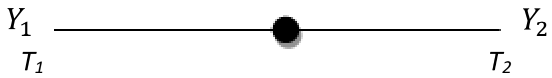
Titik tengah garis yang dilambangkan dengan m dan didapat persamaannya yakni

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{2h}$

dimana Y_2 merupakan nilai fungsi $f(c + h) = y_2$

dan Y_1 merupakan nilai fungsi $f(c - h) = y_1$

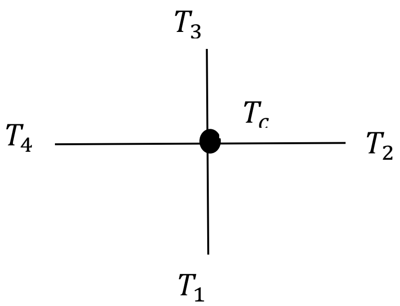
Laju T_c



$$T_c' = \frac{T_{2-T_1}}{2h}$$

$$T_c = \frac{T_{2+T_1}}{2}$$

(Anonymous, 2012).

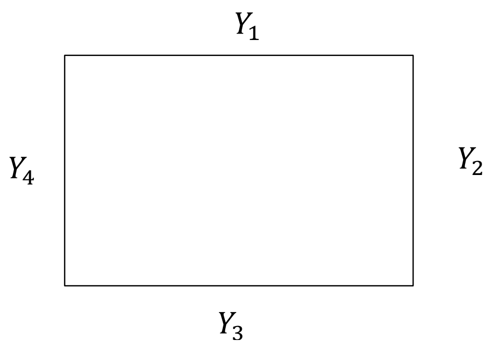


Nilai horizontal = $\frac{T_4+T_2}{2}$

Nilai vertikal = $\frac{T_3+T_1}{2}$

Laju horizontal = $\frac{T_2-T_4}{2}$

Laju vertikal = $\frac{T_1-T_3}{2}$



$$Y_t = \frac{(Y_h) + (Y_v)}{2}$$

$$Y_t = \frac{\left(\frac{Y_2 - Y_4}{2}\right) + \left(\frac{Y_1 - Y_3}{2}\right)}{2}$$

Bentuk umum polinomial order *n* adalah:

$$f_n(x) = b_o + b_1(x - x_0) + \ldots + b_n(x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n1}) \qquad (1.7)$$

Seperti yang dilakukan interpolasi linier dan kuadrat, titik-titik data dapat dilakukan dengan evaluasi koefisien b_0, b_1, ..., b_n. Untuk polinomial order n, diperlukan (n + 1) titik data x_0, x_1, x_2, ..., x_n. Dengan menggunakan titik-titik data tersebut, maka persamaan berikut digunakan untuk mengevaluasi koefisien b_0, b_1, ...,b_n.

$$b_0 = f(x_0) \tag{1.8}$$

$$b_1 = f[x_1, x_0] \tag{1.9}$$

$$b_2 = f[x_2, x_1, x_0] \tag{1.10}$$

$$b_n = f[x_n, x_{n-1}, ..., x_2, x_1, x_0] \tag{1.11}$$

Dengan definisi fungsi berkurung ([….]) adalah pembagian beda hingga.

Misalnya, pembagian beda hingga pertama adalah:

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j} \tag{1.12}$$

Pembagian beda hingga kedua adalah:

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f(x_i, x_j) - f(x_j - x_k)}{x_i - x_k} \tag{1.13}$$

Pembagian beda hingga ke n adalah:

$$f[x_n, x_{n-1}, ..., x_2, x_1, x_0] = \frac{f(x_n, x_{n-1}, ..., x_1) - f(x_{n-1}, x_{n-2}, ..., x_0)}{x_n - x_0} \tag{1.14}$$

Bentuk pembagian beda hingga tersebut dapat digunakan untuk mengevaluasi koefisien-koefisien dalam persamaan (1.8) sampai persamaan (1.11) yang kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan (1.7) untuk mendapatkan interpolasi polinomial order n.

$$f_n(x) = f(x_0) + f[x_1, x_0](x - x_0) + f[x_2, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1) + \ldots + f[x_n, x_{n-1}, ..., x_2, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1}) \tag{1.15}$$

Persamaan (1.12) sampai persamaan (1.14) adalah berurutan, artinya pembagian beda yang lebih tinggi terdiri dari pembagian beda hingga yang lebih rendah, secara skematis bentuk yang berurutan tersebut ditunjukkan dalam tabel di bawah ini.

Tabel 1. Metode Interpolasi Beda Hingga

i	x_i	$f(x_i)$	**Pertama**	**Kedua**	**Ketiga**
0	x_0	$f(x_0)$	$f(x_1, x_0)$	$f(x_2, x_1, x_0)$	$f(x_3, x_2, x_1, x_0)$
1	x_1	$f(x_1)$	$f(x_2, x_1)$	$f(x_3, x_2, x_1)$	
2	x_2	$f(x_2)$	$f(x_3, x_2)$		
3	x_3	$f(x_3)$			

2.6 Fluida Dinamis

Fluida yang bergerak termasuk fluida dinamis (dapat berupa gas atau cairan). Untuk kemudahan studi, diasumsikan bahwa fluida dalam hal ini berputar bebas, tidak mengalami perubahan volume, dan memiliki kecepatan konstan terhadap waktu. Pelepasan adalah cara umum untuk mengekspresikan aliran fluida. Debit adalah banyaknya volume zat cair yang mengalir pada tiap satu satuan waktu, biasanya dinyatakan dalam liter/detik atau dalam satuan meter kubik (m^3) per detik.

Dimana :

$$Q = \frac{v}{t}$$

Q = debit aliran (m^3/s)

v = volume (m^3)

t = selang waktu (s)

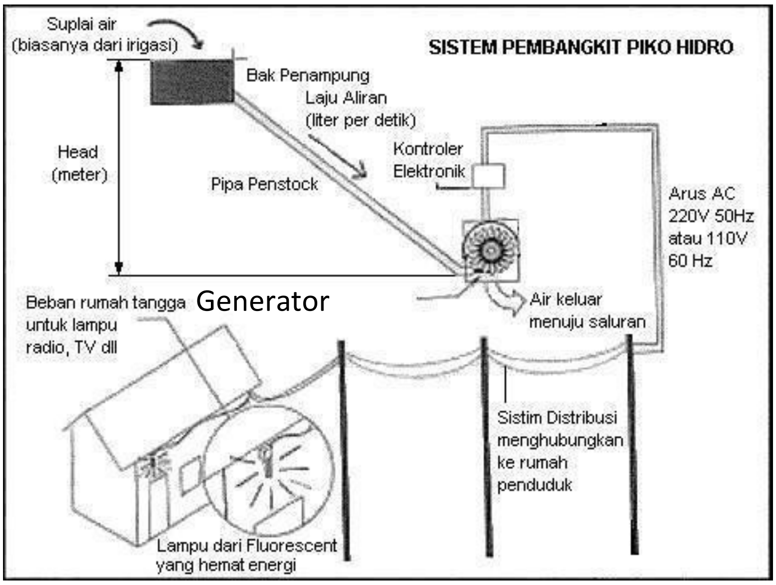
(Setiawan, 2015).

2.7 Pembangkit Listrik Tenaga Mikro Hidro

Mikrohidro menggambarkan instalasi pembangkit listrik tenaga air. Air harus memenuhi persyaratan tertentu agar dapat digunakan sebagai sumber daya (*resources*) untuk menghasilkan energi, termasuk memiliki kapasitas aliran, ketinggian, dan instalasi tertentu. Jumlah energi yang dapat digunakan untuk menghasilkan energi listrik meningkat seiring dengan ketinggian instalasi. dan kapasitas aliran. Biasanya mikrohidro dibangun berdasarkan keberadaan air yang mengalir di suatu wilayah dengan kapasitas dan ketinggian yang memadai.

Selisih ketinggian daerah aliran sampai dengan instalasi disebut dengan *head*, sedangkan istilah kapasitas mengacu pada seluruh jumlah aliran air per satuan waktu (*flow capacity*). Mikrohidro juga disebut sebagai *white resources* yang secara bebas dapat diterjemahkan sebagai "energi putih". Ini karena proyek pembangkit listrik seperti ini memanfaatkan bahan alami yang bermanfaat bagi lingkungan. Alam memang memiliki air terjun dan berbagai jenis air yang mengalir. Energi aliran air dan energi perbedaan ketinggian pada suatu daerah tertentu (tempat instalasi akan didirikan) keduanya dapat diubah menjadi listrik dengan teknologi saat ini (Subandono, 2012).

Proses perjalanan air menjadi tenaga listrik dapat dilihat pada gambar di bawah ini:



Gambar 1. Skema Perjalanan Air pada PLTMH (Maher & Smith, 2001).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung, pada semester ganjil Tahun Ajaran 2022/2023.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data debit air sumur semi artesis pada proses pembangkit listrik tenaga mikro hidro. Data tersebut diambil langsung dari PLTMH Way Petai Lampung Barat.

3.3 Metode Penelitian

Langkah pertama untuk memodelkan generator mikro hidro :

1. Studi pustaka yaitu mempelajari buku-buku teks yang terdapat di perpustakaan jurusan matematika dan juga jurnal yang menunjang proses penelitian.
2. Melakukan input data yang diperoleh dari PLTMH Way Petai Lampung Barat ke dalam aplikasi matlab.
3. Setelah data diinput ke dalam matlab kemudian data dianalisis menggunakan metode beda hingga.
4. Kemudian didapatkan pemodelan matematika laju *water flow* pada pembangkit listrik tenaga mikro hidro.

V. KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut :

1. Model debit air (Q) pada bak penampungan PLTMH dengan data yang ditunjukkan pada Tabel 2 dan Gambar 2 adalah:

$$Y = -\frac{135959}{1038459}X^9 + \frac{210279}{2596148}X^8 - \frac{716696}{3245185}X^7 + \frac{282558}{8112963}X^6 - \frac{141983}{4056481}X^5 + \frac{235714}{101412}X^4 - \frac{807905}{7922816}X^3 + \frac{846615}{2971056}X^2 - \frac{569656}{1237942}X + \frac{253112}{7737125}$$

2. Model debit air (Q) pada generator PLTMH dengan data yang ditunjukkan pada Tabel 3 dan Gambar 3 adalah:

$$Y = -\frac{776772}{5192296}X^9 + \frac{118794}{1298074}X^8 - \frac{399987}{1622592}X^7 + \frac{155641}{4056481}X^6 - \frac{771222}{2028249}X^5 + \frac{126152}{5070602}X^4 - \frac{425719}{3961408}X^3 + \frac{234123}{7922816}X^2 - \frac{871574}{1856912}X + \frac{253871}{7737125}$$

3. Beda debit air pada bak penampungan sesuai dengan Tabel 5 dan Gambar 4.

$$Y = \frac{319722}{1661534}X^9 - \frac{450915}{4153837}X^8 + \frac{137815}{5192296}X^7 - \frac{476972}{1298074}X^6 + \frac{204593}{6490371}X^5 - \frac{278944}{1622592}X^4 + \frac{741318}{1267654}X^3 - \frac{291758}{2535301}X^2 + \frac{254379}{2376841}X - \frac{249637}{1237946}$$

4. Daya yang dihasilkan PLTMH sesuai dengan Tabel 4.

DAFTAR PUSTAKA

Anonymous. 2012. http://alieslow.blogspot.com/2012/01/persamaan-diferensial-parsial-dengan.html.

Cahyono. 2013. *Pemodelan Matematika*. Graha Ilmu. Bandung.

Dym, C. L. & Ivey. E. S. 1980. *Principles of Mathematical Modeling.* University of Minnesota.

Hasan. 2016. Penerapan Metode Beda Hingga pada Model Matematika Aliran Banjir dari Persamaan Saint Venant. *Zeta – Math Journal, Mei 2016 ISSN: 2459-9948.* **2**(1):6-12

Li, Z. 2010. *Finite Difference Methods Basics*. Scientic computation and departement of Mathematics North California State University.

Luknanto, D. 2003. *Bahan Kuliah Hidraulika komputasi*. Tehnik Sipil UGM, Yogyakarta.

Maher, P. & Smith, N. 2001. *Pico Hydro for Village Power, Practical Manual for Schemes Up To 5 kW in Hilly Areas.*

Prasetiya, Mulya Adi. 2021. Simulasi Pemodelan Pembangkit Listrik Tenaga Mikrohidro/PLTMH dengan Menggunakan Aplikasi Matlab/Simulink. *Jurnal Teknik Elektro.* **10**(1): 73-80.

Ross, S. L. 1984. *Differential Equations*. Wiley, New York.

Setiawan, T. 2015. *Fluida Dinamis*.Yudistira, Jakarta.

Syahputra, R. & Soesanti, I. 2015. Power System Stabilizer Model for Improving Power System Stability. Universitas Muhammadiyah Yogyakarta.

Subandono, A. (2012). Pembangkit Listrik Tenaga Mikrohidro (PLTMH). Teknik Universitas Pawayatan Daha, Kediri.

Vivi, N.U. 2017. Simulasi Komputasi Aliran Panas pada Model Pengering Kabinet dengan Metode Beda Hingga. *Prosiding Seminar Nasional Metode Kuantitatif 2017 ISBN No. 978-602-98559-3-7*. 83-89