

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu kajian matematika yang sampai saat ini masih memiliki banyak terapan di berbagai bidang. Graf adalah kumpulan titik-titik $V(G)$ yang dihubungkan oleh sisi $E(G)$. Kajian tentang pewarnaan lokasi pada suatu graf adalah suatu kajian yang cukup baru dalam teori graf. Konsep pewarnaan lokasi untuk pertama kalinya dikaji oleh Chartrand dkk. (2002), yang merupakan pengembangan dari dua konsep dalam graf yaitu pewarnaan titik pada graf dan dimensi partisi graf.

Misalkan c adalah suatu pewarnaan titik pada graf G dengan menggunakan warna $1, 2, \dots, k$ untuk suatu bilangan bulat positif k . Secara ekuivalen, c merupakan suatu partisi Π dari $V(G)$ ke dalam kelas-kelas warna yang saling bebas C_1, C_2, \dots, C_k yang mana titik-titik di C_i berwarna i , $1 \leq i \leq k$. Jarak titik v ke suatu C_i , dinotasikan dengan $d(v, C_i)$ adalah $\min \{d(v, x) \mid x \in C_i\}$.

Kode warna, $c_{\Pi}(v)$ dari suatu titik $v \in V$ didefinisikan sebagai k -vektor yaitu :

$$c_{\Pi} = (d(v, C_1), d(v, C_2), \dots, d(v, C_k))$$

Jika setiap titik di G memiliki kode warna yang berbeda terhadap partisi Π , maka c disebut pewarnaan lokasi. Banyaknya warna minimum yang digunakan pada pewarnaan lokasi disebut bilangan kromatik lokasi dari G , dan dinotasikan dengan $\chi_L(G)$.

Chartrand dkk. (2002) telah menentukan bilangan kromatik lokasi dari beberapa kelas graf, diantaranya adalah graf lintasan, siklus, graf multipartit lengkap dan graf bintang ganda. Bilangan kromatik lokasi pada pada graf lintasan P_n adalah 3 dengan $n \geq 3$. Pada graf siklus diperoleh dua hasil yaitu $\chi_L(C_n) = 3$ untuk n ganjil dan $\chi_L(C_n) = 4$ untuk n genap. Pada graf bintang ganda $(S_{a,b})$, $1 \leq a \leq b$ dan $b \geq 2$, bilangan kromatik lokasinya adalah $b + 1$. Misalkan G adalah graf terhubung berorde n maka $\chi_L(G) = n$ jika dan hanya jika G adalah graf multipartit lengkap.

Selanjutnya pada tahun 2011 dan 2012, Asmiati dkk. telah berhasil menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf bintang dan graf kembang api. Penulis lain juga memberikan sumbangan pemikiran untuk menentukan bilangan kromatik lokasi pada beberapa graf tertentu, diantaranya adalah Behtoei dan Omoomi (2011) yang menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf *Kneser*.

Pada permasalahan karakterisasi graf dengan bilangan kromatik tertentu, Chartrand dkk. (2003) telah berhasil mengkarakterisasi graf dengan bilangan kromatik $n-1$ dan $n-2$. Asmiati dan Baskoro (2013) juga telah berhasil mengkarakterisasi graf berbilangan kromatik lokasi tiga yang berupa pohon maupun yang memuat siklus. Pada tulisan ini akan dilakukan pengkajian pohon maksimal berbilangan kromatik lokasi tiga.

1.2 Batasan Masalah

Pada penelitian ini hanya dibatasi pada kajian pohon maksimal sisi berbilangan kromatik lokasi tiga.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkarakterisasi pohon berbilangan kromatik lokasi tiga. Selanjutnya hasil yang diperoleh dapat digunakan untuk menentukan pohon berbilangan kromatik lokasi empat.

1.4 Manfaat penelitian

Adapun manfaat dari karya ilmiah ini adalah sebagai berikut :

- a. Mengembangkan wawasan tentang teori graf terutama tentang bilangan kromatik lokasi dari graf pohon.

- b. Memberikan sumbangan pemikiran untuk memperluas dan memperdalam ilmu matematika dibidang teori graf terutama tentang bilangan kromatik lokasi pohon.
- c. Sebagai referensi untuk penelitian lanjutan tentang menentukan karakterisasi graf berbilangan kromatik lokasi tertentu.