I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar abstrak adalah bidang matematika yang mempelajari struktur aljabar, seperti grup, ring, ruang vektor, dan lain sebagainya. Suatu ruang vektor adalah struktur matematika yang dibentuk oleh sekumpulan vektor, yaitu suatu himpunan objek yang dapat dijumlahkan satu sama lain dan dikalikan dengan suatu bilangan yang masing-masing menghasilkan anggota lain pada himpunan itu, bilangan tersebut dinamakan skalar. Operasi penjumlahan dan perkalian vektor harus memenuhi persyaratan tertentu yang dinamakan aksioma.

Ruang vektor dapat diaplikasikan dalam semua ilmu matematika, di bidang tekhnik dan sebagainya. Seperti pada navigasi, contohnya vektor yang digunakan untuk navigasi pesawat terbang, dimana vektor berpengaruh besar terhadap keberadaan suatu lokasi ditinjau dari tempat yang bergerak. Selain itu dalam sains komputer, vektor digunakan untuk pembuatan grafis. Grafis adalah gambar yang tersusun dari koordinat-koordinat. Ruang vektor dapat digeneralisasi dalam berbagai struktur, salah satunya yaitu modul dalam aljabar abstrak.

Modul atas lapangan adalah bentuk umum dari ruang vektor dengan mengganti lapangan sebagai skalar pada ruang vektor dengan sebarang ring.

Apabila diberikan suatu ring R dan M merupakan grup abelian dengan operasi pergandaan skalar maka M dikatakan modul atas ring R jika M merupakan modul kiri sekaligus modul kanan dari R. Modul atas ring merupakan generalisasi dari ruang vektor atas suatu lapangan. Sifat-sifat yang memenuhi struktur ruang vektor lebih luas cakupannya dibanding sifat-sifat yang memenuhi struktur modul. Gagasan pokok yang mendasari atas ruang vektor adalah grup abelian dan lapangan. Sementara, gagasan pokok yang mendasari tentang teori modul adalah grup abelian dan ring dengan elemen satuan.

Ada beberapa jenis modul yaitu modul sederhana, modul bersuplemen, modul automorfisma, modul pseudo, dan sebagainya. Dalam penelitian ini, yang akan dibahas adalah modul bersuplemen. Modul M dikatakan bersuplemen apabila untuk setiap submodulnya memiliki suplemen.

Misalkan X merupakan himpunan bagian dari M R-modul, dapat dibentuk submodul terkecil yang memuat X. Jika submodul ini adalah M atau submodul terkecil yang memuat X adalah M, maka X disebut sebagai pembangun dari M. Jika X berhingga, maka M disebut sebagai modul yang dibangun secara berhingga. Modul M dikatakan bersuplemen berhingga apabila submodul yang dibangun secara berhingga mempunyai suplemen. Dalam penelitian ini akan dibahas tentang sifat dari modul bersuplemen yang dibangun secara berhingga

1.2 Batasan Masalah

Pada penelitian ini akan diselidiki sifat-sifat dari modul bersuplemen yang dibangun secara berhingga.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji sifat-sifat pada modul bersuplemen yang dibangun secara berhingga.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah

1. Dalam memperluas dan memperdalam pengetahuan ilmu matematika khususnya mengenai modul bersuplemen yang dibangun secara berhingga.
2. Menambah pengetahuan pembaca tentang modul bersuplemen.