

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar abstrak merupakan salah satu bidang matematika yang mempelajari struktur aljabar, seperti grup, ring, ruang vektor dan modul. Pada awal abad ke 20, istilah aljabar abstrak diciptakan dengan tujuan untuk membedakannya dengan istilah aljabar, yaitu studi aturan manipulasi rumus dan ekspresi aljabar yang melibatkan bilangan riil atau kompleks yang lebih sering disebut dengan aljabar elementer. Sistem aljabar terdiri atas suatu himpunan obyek, satu atau lebih operasi pada himpunan bersama dengan aksioma tertentu yang dipenuhi oleh operasi. Salah satu materi dalam aljabar abstrak yaitu mengenai ruang vektor.

Ruang vektor merupakan struktur matematika yang dibentuk oleh sekumpulan vektor, yaitu objek yang dapat dijumlahkan dan dikalikan dengan suatu bilangan, yang dinamakan skalar. Operasi penjumlahan dan perkalian vektor harus memenuhi persyaratan tertentu yang dinamakan aksioma. Ruang vektor merupakan subjek dari aljabar linear dan mudah dipahami dengan baik karena ruang vektor dicirikan oleh dimensinya yang menspesifikasikan banyaknya arah independen dalam ruang. Teori ruang vektor juga ditingkatkan dengan memperkenalkan struktur tambahan, seperti norma atau hasil kali dalam.

Pada awalnya, gagasan tentang konsep ruang vektor ditemukan pada geometri analitik (abad ke-17), matriks, sistem persamaan linear, dan vektor Euclidis. Pembahasan selanjutnya pertama kali dirumuskan oleh Giuseppe Peano pada akhir abad ke-19 yang meliputi objek lebih umum daripada Ruang Euclid. Saat ini, ruang vektor diterapkan di seluruh bidang matematika, ilmu pengetahuan alam dan juga dalam terapan.

Ruang vektor dapat digeneralisasi dalam beberapa bentuk atau struktur aljabar. Salah satu generalisasi ruang vektor adalah modul dalam aljabar abstrak. Keistimewaan dari modul adalah karena merupakan perluasan dari ruang vektor. Struktur modul diperoleh dengan mengganti skalar pada ruang vektor dengan sebarang ring. Dalam hal ini, struktur yang terbentuk dari suatu grup dan suatu ring dengan suatu perkalian skalar dinamakan modul atas ring tersebut. Modul atas ring dibedakan menjadi dua yaitu modul kiri dan modul kanan.

Dalam perkembangannya, modul memiliki beberapa jenis, salah satunya modul bersuplemen. Modul bersuplemen merupakan modul yang setiap submodulnya memiliki suplemen. Kajian modul bersuplemen ini dapat diperluas lagi menjadi modul bersuplemen lemah. Oleh karena itu, dalam bahasan ini akan ditentukan karakterisasi suplemen dari modul bersuplemen lemah.

1.2 Batasan Masalah

Pada penelitian ini akan diselidiki karakterisasi suplemen dari modul bersuplemen lemah.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu untuk menguraikan karakterisasi suplemen dari modul bersuplemen lemah.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

1. Menambah pengetahuan penulis agar dapat mengembangkan ilmu yang diperoleh selama mengikuti perkuliahan.
2. Dapat memberikan pemikiran dalam rangka memperluas dan memperdalam ilmu matematika khususnya tentang modul bersuplemen lemah.