ANALISIS SIFAT KOMPOSISI SEMPURNA
DARI BILANGAN BULAT POSITIF

(Skripsi)

Oleh

AUDREY VERISCA RENRY

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

ABSTRACT

ANALISIS SIFAT KOMPOSISI SEMPURNA
DARI BILANGAN BULAT POSITIF

By

Audrey Verisca Renry

Partition is a collection or a function from a set of objects to another set as a result of classification based on a criterion. The perfect composition n is obtained by finding the ordered factorization $N = n + 1$ denoted by $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Next, if all N ordered factorizations have been obtained, then substitute them into the equation $\lambda = (1^{\alpha_1 - 1}, \alpha^{\alpha_2 - 1}, (\alpha_1\alpha_2)\alpha^3 - 1, \dots, (\alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_{k-1})^{\alpha_k - 1}$ and obtains the form of a perfect partition arranged into a perfect composition of positive integers.

Key Words: perfect partition, perfect composition, positive integers

ABSTRAK

ANALISIS SIFAT KOMPOSISI SEMPURNA DARI BILANGAN BULAT POSITIF

Oleh

Audrey Verisca Renry

Partisi merupakan sekumpulan atau sebuah fungsi dari himpunan objek-objek ke himpunan lain sebagai akibat klasifikasi berdasarkan suatu kriteria. Komposisi sempurna n diperoleh dengan mencari faktorisasi terurut $N = n + 1$ yang dilambangkan dengan $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Selanjutnya, jika semua faktorisasi terurut N sudah didapatkan, maka disubstitusikan ke dalam persamaan $\lambda = (1^{\alpha_1 - 1}, \alpha^{\alpha_2 - 1}, (\alpha_1 \alpha_2)\alpha^3 - 1, \dots, (\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{k-1})^{\alpha_k - 1}$dan diperoleh bentuk partisi sempurna yang disusun menjadi komposisi sempurna dari bilangan bulat positif.

Kata Kunci: partisi sempurna, komposisi sempurna, bilangan bulat positif

ANALISIS SIFAT KOMPOSISI SEMPURNA DARI BILANGAN BULAT POSITIF

Oleh

AUDREY VERISCA RENRY

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

Judul Skripsi	: **ANALISIS SIFAT KOMPOSISI SEMPURNA DARI BILANGAN BULAT POSITIF**
Nama Mahasiswa	: ***Audrey Verisca Renry***
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1917031102**
Jurusan	: **Matematika**
Fakultas	: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI,

1. Komisi Pembimbing

Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.	**Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si**
NIP. 197604112000122001	NIP. 199306012019032021

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.**	....
Sekretaris	: **Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **22 Mei 2023**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama Mahasiswa	: **Audrey Verisca Renry**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1917031102**
Jurusan	: **Matematika**
Fakultas	: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**
Judul Skripsi	: **Analisis Sifat Komposisi Sempurna dari Bilangan Bulat Positif**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung,

Yang Menyatakan,

METERAI TEMPEL

Audrey Verisca Renry

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Audrey Verisca Renry, anak tunggal yang dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 30 April 2001 oleh pasangan suami istri Bapak Harry Susanto dan Ibu Riskalia.

Penulis menempuh Pendidikan Taman Kanak Kanak (TK) di TK Pelita Bangsa pada tahun 2006 - 2007, pendidikan Sekolah Dasar (SD) di SD Fransiskus 2 Pahoman pada tahun 2007 – 2013. Pendidikan Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMP Tunas Mekar Indonesia selama satu tahun dan melanjutkan pendidikan di SMP Xaverius 2 Pahoman pada tahun 2014 – 2016. Pendidikan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMA Xaverius Pahoman dapat diselesaikan pada tahun 2019.

Pada tahun 2019, penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung (Unila) melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN).

Penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Dinas Tenaga Kerja pada bulan Januari sampai Februari tahun 2022 bersama teman penulis Intan Caroline. Kemudian pada bulan Juli sampai Agustus tahun 2022, penulis melaksanakan program Kuliah Kerja Nyata (KKN) sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat di Desa Pelindung Jaya, Kecamatan Gunung Pelindung, Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

Dan Allah mengeluarkan kamu dari perut ibumu dalam keadaan tidak mengetahui sesuatu apa pun, dan Dia memberimu pendengaran, pengelihatan, dan hati agar kamu bersyukur
(Q.S An-Nahl: 78)

PERSEMBAHAN

Alhamdullilahi rabbil'alamin
Dengan segala kerendahan hati dan rasa syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa
Kupersembahkan karya yang sederhana ini untuk:

Alm. papi tercinta, mami tercinta, omah tercinta, om ando tercinta, sidra tercinta, umi tercinta, intan tercinta, eccha tercinta, hana tercinta, ellen tercinta, catel tercinta, chita tercinta. dimi tercinta serta seluruh keluarga besar yang selalu memberikan dukungan serta doa disetiap pengerjaan karya tulis ini.

Terima kasih yang sebesar besarnya atas cinta, kasih saying, pengertian, pengorbanan, waktu, keringat, dan segala yang telah kalian berikan.

Para pendidik, guru – guru, serta dosen yang telah meluangkan waktu terutama Alm. Bapak Amanto untuk mengajarkan dan membagikan ilmunya kepada penulis .

Para sahabat yang telah mendukung, memberikan saran, dan semangat kepada penulis selama proses perkuliahan.

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat, kasih, dan rahmatNya yang telah diberikan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **"**Analisis Sifat Komposisi Sempurna dari Bilangan Bulat Positif**"**. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat.) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dalam penyusunan skripsi ini banyak pihak yang turut serta membantu penulis, untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Tuhan Yang Maha Esa karena berkat, kasih, dan rahmatNya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan keadaan sehat waalfiat.
2. Alm. Bapak Amanto, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing I yang telah memberikan waktu, arahan dan masukan kepada penulis selama proses penyelesaian penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku penerus Pembimbing I yang telah banyak membantu mengajarkan serta mendampingi selama proses penyusunan proposal penelitian hingga skripsi.
4. Ibu Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan waktu, arahan, dan masukan kepada penulis selama proses penyelesaian penyusunan skripsi.
5. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku Penguji yang telah memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan karya tulis yang lebih baik lagi.
6. Bapak Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing Akademik.

7. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
8. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
9. Seluruh dosen dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Unila.
10. Kedua orang tua penulis Alm. Bapak Harry Susanto dan Ibu Riskalia, Omah tercinta Sri Mulyani, Paman Ando yang telah memberikan semangat, doa, dukungan, nasihat dan kasih sayang serta pengorbanan yang tak tergantikan.
11. Sidra Alma Ariz selaku pacar tercinta yang memberikan dukungan jasmani, finansial dan mental selama mengerjakan skripsi.
12. Intan, Dimi dan Aulia selaku teman seperbimbingan berjuang bersama.
13. Eccha Nanda Putri dan Poetri Hana selaku teman berjuang penulis di masa kuliah ini dan teman-teman Angkatan 2019 Jurusan Matematika yang telah berjuang bersama-sama serta Almamater tercinta Universitas Lampung.
14. Ellen, Catel, Chita, Via, Cella, Chartenz, Figo, dan Sarip selaku teman tercinta yang selalu mendukung kegiatan penulisan skripsi ini.
15. Akir dan Bianka teman KKN yang membantu meningkatkan semangat penulis.
16. Para kakak dan adik tingkat yang terlibat dalam penyusunan skripsi ini.
17. Dinas tenaga kerja bandar lampung yang telah memberikan ilmu dan pengalaman kerja kepada penulis.
18. *Last but not least, I wanna, thank me, I wanna thank me for believing in me, I wanna thank me for doing all this hard work, I wanna thank me for having no days off, I wanna thank me for never quitting, I wanna thank me for just being me at all times.*

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan akan tetapi penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan informasi yang bermanfaat bagi berbagai pihak.

Bandar Lampung, 22 Mei 2023
Penulis

Audrey Verisca Renry

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Matematika adalah ilmu tentang kuantitas, struktur, ruang, dan perubahan. Matematikawan menemukan pola, merumuskan dugaan baru, dan membangun kebenaran melalui metode deduksi ketat yang berasal dari aksioma dan definisi bertepatan. Matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logik, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas, dan akurat, representasinya dengan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai ide daripada mengenai bunyi (Johnson & Rising, 1972).

Matematika memiliki banyak ilmu di dalamnya, salah satunya yaitu bilangan. Bilangan pada awalnya hanya dipergunakan untuk mengingat jumlah, namun dalam perkembangannya setelah para pakar matematika menambahkan pembendaharaan symbol dan kata – kata yang tepat untuk mendefinisikan bilangan maka matematika menjadi hal yang sangat penting bagi kehidupan dan tak bisa kita pungkiri bahwa dalam kehidupan keseharian kita akan selalu bertemu dengan yang namanya bilangan, karena bilangan selalu dibutuhkan baik dalam teknologi, dan hiburan serta banyak aspek kehidupan lainnya (Musthofa, 2011).

Bilangan dahulunya digunakan sebagai simbol untuk menggantikan suatu benda misalnya kerikil, ranting yang masing – masing suku atau bangsa memiliki cara tersendiri untuk menggambarkan bilangan dalam bentuk simbol. Secara tradisional, teori bilangan dirumuskan sebagai cabang dari matematika murni yang menelaah mengenai sifat-sifat bilangan bulat. Di dalamnya juga membahas mengenai berbagai masalah terbuka yang dapat dengan mudah dipahami oleh orang yang tidak memiliki keahlian di bidang matematika.

Dalam kehidupan sehari-hari manusia melihat dan mengenali berbagai bentuk objek di sekitarnya. Objek dikenali berdasarkan perbedaan titik-titik pada tempat yang berbeda dan ukuran yang berbeda. Sering ada keinginan untuk mengetahui cara-cara sekumpulan objek dapat diklasifikasikan berdasarkan suatu kriteria sehingga terjadi partisi atas objek-objek tersebut menjadi beberapa kelompok yang berbeda dan saling lepas satu sama lain. Setiap partisi seperti diatas membentuk sekumpulan atau sebuah fungsi dari himpunan objek-objek ke himpunan lain sebagai akibat klasifikasi berdasarkan suatu kriteria. Partisi bilangan berkaitan erat fungsi komposisi bilangan, setiap bilangan yang terpartisi akan disusun sedemikian rupa sehingga membentuk komposisi dari penjumlahan partisi bilangan tersebut. Fungsi komposisi merupakan bagian dari pelajaran matematika baik itu untuk anak sekolah dasar maupun sekolah menengah. Fungsi adalah relasi dari himpunan atau kelompok misalnya dilambangkan dengan A, dengan kelompok atau himpunan yang dilambangkan dengan B. Hal ini dapat membentuk fungsi baru yang disebut fungsi dan komposisi. Fungsi ini merupakan hasil dari kedua fungsi yang sudah digunakan sebelumnya. Fungsi ini juga bisa disajikan dalam bentuk rumus, diagram panah, pasangan berurut, dan juga diagram kartesius.

Berbicara tentang matematika tidak akan bisa lepas dari hal yang disebut dengan bilangan. Berdasarkan keanggotaannya, bilangan dibagi menjadi beberapa macam, salah satunya adalah bilangan bulat. Bilangan bulat positif dapat ditulis sebagai dirinya sendiri ataupun sebagai jumlah dari bilangan bulat positif lainnya yang dikenal sebagai partisi bilangan. Partisi dari bilangan bulat positif merupakan suatu cara menuliskan bilangan tersebut sebagai dirinya sendiri ataupun juga sebagai jumlah dari bilangan bulat positif lainnya, sedangkan fungsi partisi adalah banyaknya partisi yang dimiliki oleh suatu bilangan. Dalam penelitian ini, akan dikaji mengenai sifat – sifat dari komposisi sempurna bilangan bulat positif. Karena itu, penulis memilih judul “Analisis Sifat Komposisi Sempurna dari Bilangan Bulat Positif”.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penulisan skripsi adalah mengkaji sifat – sifat komposisi sempurna dari bilangan bulat positif.

1.3 Manfaat Penelitian

Penulisan penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi tentang sifat – sifat teori komposisi sempurna dari bilangan bulat positif.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Bilangan Prima

Bilangan prima adalah bilangan yang sudah tidak asing lagi ditemui dalam cabang ilmu matematika, berikut akan dijabarkan definisi maupun teorema yang lebih lanjut mengenai bilangan prima (Wells, 2005).

Definisi 2.1.1

Bilangan bulat $p > 1$ akan dikatakan sebagai bilangan prima jika dan hanya jika pembagi positifnya adalah 1 dan p. Sedangkan bilangan bulat yang lebih besar dari 1 selain bilangan prima akan disebut sebagai komposit (Netti dkk., 2013).

Berdasarkan definisi 2.1.1 maka dapat dijabarkan beberapa bilangan prima antara lain: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 41, 43, 47, 53, 61, 67, 71, 73, 79, … Beberapa bilangan komposit antara lain: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34,… . Adapun beberapa pengertian dari bilangan prima menurut peneliti terdahulu adalah sebagai berikut :

1. Bilangan bulat positif p ($p > 1$) disebut bilangan prima jika pembaginya hanya 1 dan p (Munir, 2008).
2. Bilangan prima merupakan bilangan bulat positif yang lebih besar dari 1 dengan tepat dua pembagi bilangan bulat positif (Rosen, 2007).
3. Bilangan prima (atau prima) adalah bilangan asli yang memiliki tepat dua pembagi bilangan asli yang berbeda, yaitu 1 dan dirinya sendiri (Abidianto, 2009).

Teorema 2.1.1 (Munagi, 2009).

Setiap bilangan asli merupakan suatu perkalian dari bilangan prima.

Bukti.

Akan dibuktikan bilangan asli merupakan suatu perkalian dari bilangan prima. Dimisalkan bahwa n adalah bilangan asli. Sehingga diperoleh beberapa hasil, yaitu: jika $n = 1$, maka n merupakan produk kosong dari bilangan prima. Jika n merupakan bilangan prima, maka jelas terbukti bahwa n adalah produk dari bilangan prima. Jika n merupakan komposit, maka terdapat $n = ab$ dimana $a, b < n$. Karena a dan b adalah produk dari bilangan prima, maka n juga merupakan produk dari bilangan prima. Jadi terbukti bahwa bilangan asli merupakan suatu produk dari bilangan prima.

■

Teorema 2.1.2 (Sloane, 2019)

Setiap bilangan bulat n dengan $n > 1$ dapat dibagi oleh suatu bilangan prima.

Bukti.

Jika n merupakan bilangan prima maka $n|n$ dan teorema telah terbukti.Sekarang diandaikan n adalah bilangan komposit. Maka n memiliki faktor selain 1 dan n. Misalkan d_1 dan $d_1|n$ maka terdapat n_1 sehingga $n = d_1n_1$. Perlu diingat bahwa $d_1 \neq 1$ dan $d_1 \neq n$ yang berakibat $1 < n_1 < n$.Jika n_1 merupakan bilangan prima maka $n_1|n$. Jadi teorema terbukti.

■

Teorema 2.1.3 (Burton, 2006)

Jika n bilangan komposit, maka n memiliki suatu faktor k sedemikian rupa sehingga $1 < k < \sqrt{n}$.

Bukti.

Diketahui n bilangan komposit sehingga terdapat bilangan-bilangan bulat k dan m dimana $km = n$ dengan $1 < k < n$ dan $1 < m < n$. Jika k dan m lebih besar dari $\sqrt{n}$ maka $n = km > \sqrt{n} \cdot \sqrt{n} = n$. Maka diperoleh $n > n$ dimana hal ini tidak dapat dibuktikan kebenarannya. Jadi salah satu dari k atau m haruslah lebih kecil atau sama dengan $\sqrt{n}$. Dimisalkan k lebih kecil atau sama dengan $\sqrt{n}$, maka diperoleh $1 < k < \sqrt{n}$. Jadi k adalah bilangan prima.

■

Teorema 2.1.4 (Burton 2006)

Jika n bilangan komposit, maka n memiliki suatu faktor prima yang lebih kecil atau sama dengan $\sqrt{n}$.

Bukti.

Berdasarkan Teorema 2.1.4 diketahui bahwa n memiliki faktor k sedemikian sehingga $1 < k < \sqrt{n}$, maka k memiliki faktor prima. Misalkan p merupakan faktor prima sehingga $p \leq k$, maka diperoleh $p \leq k \leq \sqrt{n}$. Jadi teorema ini terbukti benar, begitu pula dengan kontraposisinya, yaitu jika n tidak memiliki faktor prima yang lebih kecil atau sama dengan$\sqrt{n}$, maka n bilangan prima.

∎

2.2 Himpunan

Himpunan dikembangkan oleh seorang matematikawan berkebangsaan Jerman, George Cantor pada tahun 1845-1918. Himpunan merupakan konsep dasar dari semua cabang matematika yang dinyatakan dengan mendaftar semua anggotanya di dalam kurung kurawal yang dinotasikan dengan $\{\}$. Berikut ini akan diberikan definisi himpunan dan sifat – sifat yang diambil dari (Wibosono dkk, 2008).

Definisi 2.2.1

Himpunan (*set*) merupakan kumpulan benda atau objek yang didefinisikan secara jelas. Himpunan dapat dipandang sebagai kumpulan benda-benda atau objek-objek yang berbeda tetapi dalam satu segi dapat ditanggapi sebagai suatu kesatuan. Himpunan dinotasikan dengan huruf kapital seperti A, B, C, … dan anggota himpunan dinotasikan dengan huruf kecil seperti a, b, c, … .

Berikut ini akan diberikan beberapa operasi terhadap himpunan:

Diberikan sebarang himpunan A dan B.

1. Gabungan dari dua himpunan A dan B, dinotasikan dengan $A \cup B$ adalah
   $A \cup B = \{x | x \in A \; atau \; x \in B\}$.
2. Irisan dari dua himpunan A dan B, dinotasikan dengan $A \cap B$ adalah
   $A \cap B = \{x | x \in A \; dan \; x \in B\}$.
3. Selisih dari dua himpunan A dan B, dinotasikan dengan $A - B$ adalah
   $A - B = \{x | x \in A \,, x \notin B\}$.

Contoh sederhana dari himpunan adalah kumpulan hari dalam seminggu, kumpulan bulan dalam setahun, kumpulan provinsi di Indonesia, kumpulan bilangan asli genap, kumpulan bilangan asli ganjil, dan lain-lain. Kumpulan tersebut dikatakan suatu himpunan karena objek - objek di dalamnya terdefinisi dengan jelas. Misalkan objek-objek dalam kumpulan hari dalam seminggu yaitu Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu, dan Minggu. Adapun contoh yang bukan merupakan himpunan yaitu: kumpulan lagu-lagu yang puitis karena suatu lagu mungkin dikatakan puitis oleh seseorang namun belum tentu puitis menurut orang lain. Lebih jelasnya berikut ini diberikan contoh lain dari himpunan.

Contoh 2.1

Misal A merupakan himpunan bilangan prima kurang dari 15. Himpunan A dapat ditulis $A = \{a|a < 15, a \in$ bilangan prima$\}$ atau $A = \{2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13\}$. Cara penulisan pada $A = \{a|a < 15, a \in$ bilangan prima$\}$ merupakan notasi pembentuk himpunan dimana himpunan dinyatakan dengan menulis syarat yang harus dipenuhi oleh anggotanya. Sedangkan cara penulisan $A = \{2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13\}$ merupakan notasi secara numerasi. Setelah membahas tentang definisi dan contoh himpunan, selanjutnya diberikan definisi dari kardinalitas himpunan.

Berikut ini akan diberikan definisi himpunan dan sifat – sifat yang diambil dari (Darwanto dkk, 2020).

Definisi 2.2.2

Kardinalitas dari suatu himpunan A merupakan jumlah elemen di dalam himpunan A yang dinotasikan dengan $n(A)$ atau $|A|$.

Contoh 2.2

1. Jika himpunan $A = \{a \mid a < 15,\ a \in$ bilangan prima$\}$ atau $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ maka kardinalitas dari himpunan A adalah 6, dinotasikan dengan $|A| = 6$.
2. Jika P = $\{p \mid p$ merupakan nama-nama bulan dalam setahun$\}$ atau P = {Januari, Februari, Maret, April, Mei, Juni, Juli, Agustus, September, Oktober, November, Desember} maka kardinalitas dari himpunan P adalah 12, dinotasikan dengan | P | = 12.

3. Himpunan bilangan rill $\mathbb{R}$ banyaknya anggota tidak berhingga, sehingga $|\mathbb{R}| = \infty$.

Jika suatu himpunan yang memiliki kardinalitasnya bernilai 0 maka himpunan tersebut disebut dengan himpunan kosong. Berikut ini diberikan definisi mengenai himpunan kosong.

Definisi 2.2.3

Himpunan dengan kardinalitas 0 disebut dengan himpunan kosong (*null set*). Himpunan kosong dinotasikan dengan Ø atau { }.

Contoh 2.3

1. Himpunan $\mathbb{N}$ dengan $\mathbb{N}$ merupakan himpunan bilangan asli yang kurang dari 1. $\mathbb{N}$ memiliki kardinalitas 0 maka $\mathbb{N}$ merupakan himpunan kosong atau N = Ø.
2. Himpunan Q dengan Q merupakan himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi dua. Q memiliki kardinalitas 0 maka Q merupakan himpunan kosong atau Q = Ø.

Suatu himpunan dapat memuat himpunan-himpunan lain sebagai anggotanya, himpunan tersebut disebut himpunan semesta. Berikut ini diberikan definisi mengenai himpunan semesta.

Definisi 2.2.4

Dalam setiap membicarakan himpunan, maka semua himpunan yang ditinjau adalah subhimpunan dari sebuah himpunan tertentu disebut himpunan semesta (*universal set*). Dengan kata lain himpunan semesta adalah himpunan dari semua objek yang berbeda. Himpunan semesta dinotasikan dengan S atau U.

Contoh 2.4

1. Jika himpunan $\mathbb{Z}^+$ merupakan himpunan bilangan bulat positif dan himpunan $\mathbb{Z}^-$ merupakan himpunan bilangan bulat negatif, maka himpunan semestanya adalah himpunan $\mathbb{Z}$.

2. Jika himpunan kucing putih dan himpunan kucing hitam, maka himpunan semestanya adalah himpunan seluruh kucing.
3. Jika U merupakan himpunan seluruh faktorisasi 10, maka $U = \{ 2, 5\}$.

Suatu himpunan dapat membentuk himpunan lain yang disebut himpunan bagian. Anggota yang terdapat di dalam himpunan tersebut merupakan anggota pada himpunan awal. Berikut ini diberikan definisi mengenai himpunan bagian.

Definisi 2.2.5

Himpunan A dikatakan himpunan bagian (*subset*) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap anggota di A merupakan anggota himpunan B. Himpunan bagian A dari himpunan B dinotasikan dengan $A \subseteq B$.

Contoh 2.5

1. Jika himpunan $\mathbb{Z}$ merupakan himpunan bilangan bulat dan himpunan $\mathbb{Z}^+$ merupakan himpunan bilangan bulat positif, maka $\mathbb{Z}^+$ merupakan himpunan bagian dari $\mathbb{Z}$ atau $\mathbb{Z}^+ \subseteq \mathbb{Z}$.
2. Jika himpunan X merupakan himpunan seluruh huruf alfabet dan himpunan Y merupakan himpunan huruf vokal, maka Y merupakan himpunan bagian dari X atau Y ⊆ X.
3. Jika A = {a, b, c} dan B = {a, b, c, d, e, f }, maka $A \subseteq B$.
4. Jika C = {1, 3, 5} dan D = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, maka $C \subseteq D$.

Semua himpunan bagian yang dapat dibuat dari suatu himpunan disebut himpunan kuasa. Berikut ini diberikan definisi mengenai himpunan kuasa.

Definisi 2.2.6

Himpunan kuasa (*power set*) dari suatu himpunan adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian yang dapat dibuat dari sebuah himpunan. Banyaknya himpunan bagian dari sebuah himpunan A dinotasikan dengan sebagai $P(A)$. Apabila himpunan A terdiri dari n anggota, maka banyaknya anggota dari himpunan kuasa dari himpunan A adalah 2^n .

Contoh 2.6

Diberikan himpunan $A = \{2,4,6\}$, diperoleh $|A| = 3$. Oleh karena itu, $P(A) = 2^3 = 8$. Dengan demikian, himpunan kuasa dari himpunan A yaitu: $P(A) = \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2,4\}, \{2,6\}, \{4,6\}, \{2,4,6\}\}$.

2.3 Barisan

Barisan adalah suatu daftar urutan bilangan dari kiri ke kanan yang mempunyai karakteristik atau pola tertentu, yaitu $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$. a_1 merupakan suku urut pertama, a_2 suku urut kedua dan a_n merupakan suku urut ke n. Barisan dapat dianggap sebagai fungsi dengan $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, dimana $\mathbb{N}$ adalah domain dari f dan $\mathbb{N}$ adalah himpunan semua bilangan asli dan $\mathbb{R}$ adalah himpunan bilangan real (Suparyana, 2021). Barisan $(a_1, \ldots, a_n, \ldots)$ dapat dinotasikan dengan (a_n). Perhatikan bahwa dalam notasi fungsi $a_n = f(n)$.

Contoh 2.7

1. (1, 2, 3, 4, 5, 6, …) merupakan barisan bilangan asli.
2. (4, 9, 16, 25, 36, …) merupakan barisan bilangan kuadrat.
3. (11, 13, 15, 17, 19, 21, …) merupakan barisan bilangan ganjil.

Terdapat beberapa jenis barisan diantaranya barisan aritmatika, geometri dan monoton, berikut merupakan penjelasan dari ketiga jenis barisan tersebut.

1. Barisan aritmatika

Barisan aritmatika adalah barisan bilangan berurutan $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$ yang mempunyai selisih yang sama antara setiap suku yang berurutan, dengan menambahkan atau mengurangi menggunakan angka yang sama untuk setiap kali membuat barisan.

Untuk mendapat suku ke-n, misalkan $n = 25$ dengan nilai $a = 3$ dan $b = 2$ maka Untuk menemukan suku tertentu dari barisan aritmatika, dengan menggunakan rumus untuk mencari suku ke-n. Langkahnya:

a. Suku ke-n dari barisan aritmatika dengan menggunakan rumus

$a_n = a + (n - 1)b$

Jadi, untuk mendapatkan suku ke-n, substitusikan nilai yang telah diketahui a = 3 dan b = 2 ke dalam rumus, maka didapat $a_n = 3 + (n - 1)2$.

b. Untuk menemukan suku ke-25 substitusikan n = 25 ke dalam persamaan, didapat

$a_{25} = 3 + (25 - 1)2$

$a_{25} = 3 + (24)2$

$a_{25} = 3 + 48$

$a_{25} = 51$

Contoh 2.8

1) Barisan 4, 7, 10, 13, 16, 19, … merupakan barisan aritmatika karena memiliki beda yang konstan yaitu 3.
2) Suku ke 10 atau U_{10} dari barisan 100, 95, 90, 85, 80, … adalah 55 karena barisan tersebut memiliki $a_1 = 100$ dan $b = -5$, jika dimasukkan kedalam rumus barisan aritmatika, maka akan di dapatkan $U_{10} = 100 + (10 - 1)(-5) = 100 + (-45) = 100 - 45 = 55$

2. Barisan geometri

Barisan geometri adalah barisan bilangan yang mengikuti suatu pola yang suku selanjutnya diperoleh dengan mengalikannya dengan suatu konstanta yang disebut rasio. Rasio dapat diketahui dengan membagi setiap suku dalam barisan dengan suku sebelumnya.

Setelah dapat mengidentifikasi barisan geometri, langkah yang dilakukan untuk menemukan suku-suku barisan geometri jika diketahui suku pertama dan rasionya. Suku-suku suatu barisan geometri dapat dicari dengan memulai dengan suku pertama dan mengalikannya dengan rasio yang sama secara berulang.

Contoh 2.9

a. Barisan 2500, 500, 100, 20, 4, … merupakan barisan geometri karena memiliki beda $r = 1/5$ yang konstan antara pembagian suku U_{n-1}/U_n.

b. Suku ke 15 dari barisan 3, 6, 12, 24, 48, 96, … dapat diperoleh dengan $a_1 = 3$ dan $r = 2$, dengan rumus mencari suku barisan geometri naik yaitu $U_n = ar^{n-1} = 3(2)^{15-1} = 3(2)^{14} = 3(16.384) = 49.152$ merupakan suku ke 15.

c. 1000, 500, 250, 125, ..merupakan barisan menurun dengan $a = 1.000$ dan $r = \frac{1}{2}$, jika rumus penjumlahan sampai suku ke 9 adalah $S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)} = \frac{1000\left(1-\frac{1}{2}^9\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1000\left(\frac{511}{512}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{63.875}{32}$

3. Barisan Monoton

Berikut ini diberikan pengertian mengenai barisan naik dan turun monoton.

Definisi 2.3.3 (Hadi, 2014)

Diberikan barisan bilangan real $X = (x_n)$

a. Barisan X dikatakan naik (*increasing*) jika $x_n \leq x_{n+1}$ untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

b. Barisan X dikatakan naik tegas (*strictly increasing*) jika $x_n < x_{n+1}$, untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

c. Barisan X dikatakan turun (*decreasing*) jika $x_n \geq x_{n+1}$, untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

d. Barisan X dikatakan turun tegas (*strictly decreasing*) jika $x_n > x_{n+1}$, untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

Definisi 2.1.2

Barisan dikatakan monoton jika berlaku salah satu X naik atau X turun.

Contoh 2.10

a. Barisan berikut ini naik (monoton).

1) $(1,2,3,4,\ldots,n,\ldots)$

2) $(1,2,2,3,3,4,\ldots,n,\ldots)$

3) $(a, a^2, a^3, a^4, \ldots, a^n, \ldots)$ jika $a > 1$

b. Barisan berikut ini turun (monoton).

1) $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots\right)$

2) $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \ldots, \frac{1}{2^{n-1}}, \ldots\right)$

3) $(b, b^2, b^3, b^4, \dots, b^n, \dots)$ jika $0 < b < 1$

c. Barisan berikut ini tidak monoton.

1) $(+1, -1, +1, \dots, (-1)^{n+1}, \dots)$

2) $(-1, +2, -3, +4, \dots)$

2.4 Partisi Bilangan

Partisi dari bilangan bulat positif merupakan suatu cara menuliskan bilangan tersebut sebagai dirinya sendiri ataupun juga sebagai jumlah dari bilangan bulat positif lainnya, sedangkan fungsi partisi adalah banyaknya partisi yang dimiliki oleh suatu bilangan (Naelufa & Uha, 2021). Dua barisan yang berbeda dalam urutan sukunya menentukan komposisi yang berbeda dari jumlah mereka.

Definisi 2.4.1

Partisi dari bilangan bulat positif *n* adalah barisan tak naik yang terbatas dari bilangan bulat positif $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{r)}$. (Agarwal & Sachdeva, 2018).

Fungsi partisi *p(n)* menyatakan banyaknya partisi yang dimiliki oleh bilangan bulat *n* , atau disebut juga sebagai jumlah partisi dari *n*. (Andrews, 1998)

Contoh 2.11

Salah satu contoh partisi dari 9 adalah $4, 2, 2, 1$ karena $4 + 2 + 2 + 1 = 9$. Sedangkan $1, 2,$ dan 4 disebut bagian partisi dari 9.

2.5 Faktorisasi Bilangan

Faktor merupakan pembagi dari suatu bilangan, yaitu bilangan-bilangan yang membagi habis bilangan tersebut, maka faktor bilangan merupakan bilangan-bilangan bulat yang dapat membagi habis bilangan. Secara umum, bilangan bulat terdiri dari bilangan cacah (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,…) dan negatifnya (-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10,…). Dikarenakan -0 sama dengan 0 akibatnya tidak dimasukkan secara terpisah (dua kali). Bilangan bulat dapat dituliskan tanpa komponen desimal atau pecahan. Misalnya kita cukup menuliskan 1- (tidak perlu 1, 0), atau -2 (tidak perlu -2,0).

Contoh 2.12

Semua faktor bilangan dari 36 dapat dicari dengan bilangan bilangan yang membagi habis bilangan 36 yaitu 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, dan 36. Sehingga dapat disimpulkan bahwa faktor dari 36 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, dan 36.

2.6 Komposisi Bilangan

Komposisi bilangan bulat n merupakan cara penulisan n sebagai jumlah dari urutan bilangan bulat positif. Setiap bilangan bulat mempunyai banyak komposisi berbeda. Bilangan negatif tidak memiliki komposisi apapun, namun 0 memiliki satu komposisi, yaitu barisan kosong. Setiap bilangan bulat positif n memiliki 2^{n-1} komposisi berbeda. Hal ini dapat dibuktikan dengan menempatkan tanda plus atau koma di masing-masing $n-1$ kotak dari *array*

$$(\overbrace{1\,\square\,1\,\square\,\ldots\,\square\,1\,\square\,1}^{n})$$

menghasilkan suatu komposisi tetap. Sebaliknya setiap komposisi n menentukan pemakaian tanda plus dan koma. Jumlah komposisi bilangan adalah jumlah total komposisi dari n, yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{n-1}{k-1} = 2^{n-1}$$

dengan

$\sum_{k-1}^{n}$ = jumlah komposisi bilangan

n = bilangan bulat

k = komposisi tepat.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2022/2023 bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Metode penelitian yang dilakukan adalah studi literatur dengan literatur utama adalah *Perfect Compositions of Numbers* oleh Augustine O. Munagi. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini antara lain :

1. Mengkaji tentang bilangan prima, teori himpunan, teori barisan dan teori partisi.
2. Membuktikan definisi dan teorema terkait pembuktian sifat - sifat komposisi sempurna dari bilangan bulat positif.
3. Membuktikan sifat - sifat komposisi sempurna dari bilangan bulat positif.
4. Menjabarkan contoh - contoh terkait pembuktian sifat-sifat komposisi sempurna dari bilangan bulat positif.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan didapat kesimpulann bahwa komposisi sempurna berkaitan erat dengan partisi sempurna dan partisi sempurna sudah pasti komposisi sempurna. Komposisi sempurna n diperoleh dengan mencari faktorisasi terurut $N = n + 1$ yang dilambangkan dengan $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Selanjutnya, jika semua faktorisasi terurut N sudah didapatkan, maka disubstitusikan ke dalam persamaan $\lambda = (1^{\alpha_1 - 1}, \alpha^{\alpha_2 - 1}, (\alpha_1 \alpha_2)\alpha^3 - 1, \dots, (\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{k-1})^{\alpha_k - 1}$dan diperoleh bentuk partisi sempurna yang disusun menjadi komposisi sempurna dari bilangan bulat positif.

5.2 Saran

Beberapa konjektur atau dugaan pada paper telah diberikan dan dapat dijadikan sebagai penelitian lanjutan.

DAFTAR PUSTAKA

Abidianto, H. (2017). *Bilangan Prima dan Aplikasinya dalam Bidang Informatika*, Institut Teknologi Bandung. Hal 1-5.

Agarwal, A., & Sachdeva, R. (2018). Combinatorics of n-color perfect partitions. *Ars Com-Binatoria 136*, 29–43.

Andrews, G. (1998). The Theory of Partitions. *Journal of partitons.* Cambridge University Press.

Burton, D. (2006). *The History of Mathematics: An Introduction, Sixth Edition* (6 ed.). United States of America:McGraw-Hill.

Darwanto, D, Karsoni, & Junaidi. (2020). *Teori Himpunan*. Universitas Muhammadiyah Kotabumi, Lampung Utara.

Hadi, S. (2014). Visualisasi Konsep Barisan Bilangan Real. *Jurnal Pendidikan Islam.*

Johnson & Rising. (1972). *Guidelines for Teaching Mathematics*. The University of Michigan.

Netti, L., Serlly., Mardiani., & Ahmad, F. (2013). *Aplikasi Pembelajaran Faktorisasi Prima Bilangan Bulat Positif dengan Pohon Faktor Berbasis Android*. STMIK Global Informatika MDP, Palembang.

Munagi, O. (2009). Labeled Factorization of Integers. *Electron. J. Combin*. Vol 16, 1-50.

Munagi, O. (2020) Perfect Compositions of Numbers. *Journal of Perfect Compositions.* University of the Witwatersrand, South Africa.

Musthofa. (2011). *Teori Bilangan*. Universitas Negri Yogyakarta.

Munir, R. (2008). *Diktat Kuliah IF2091 Struktur Diskrit*. Institut Teknologi Bandung, Bandung, Hal V19-V21.

Naelufa, S., & Isnaini, U. (2021). Bukti Alternatif Beberapa Fungsi Pembangkit pada Partisi dengan Penjumlah Ditandai. *Jurnal Matematika Integratif*. Universitas Padjajaran.

Rosen, K. (2007). *Discrete Mathematics and Its Applications*. Edisi VI. New York, McGraw-Hill.

Sloane, N. (2019). The On-Line Encyclopedia od Integer Sequences. *Journal of Integer Sequence*. 1-8.

Suparyana. (2021). *Pembelajaran Barisan dan Deret Aritmatika dengan Metode Bermain Peran*. Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta.

Wibosono, S. (2008). *Matematika Diskrit (Edisi Kedua).* Yogyakarta : Graha Ilmu**.**

Wells, D. (2005). *Prime Numbers : The Most Mysterious Figures in Math*. United States of America.