# I. PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang dan Masalah

Perkembangan teori statistika telah mempengaruhi hampir semua aspek kehidupan. Hal ini disebabkan statistika merupakan salah satu disiplin ilmu yang berperan sebagai alat untuk mengumpulkan, menyusun, menyajikan, menganalisis data serta mengambil kesimpulan yang bersifat objektif mengenai populasi berdasarkan data sampel.

Dalam teori statistika dan peluang, distribusi gamma ($\alpha$ , θ) adalah suatu famili dari distribusi peluang kontinu dengan parameter bentuk $\alpha$ dan parameter skala θ. Distribusi gamma berasal dari fungsi gamma yang banyak dipelajari dalam bidang matematika. Distribusi gamma dapat membentuk dua famili dari peubah acak eksponensial dan *chi-square* yang sering digunakan dalam aplikasi statistika. Distribusi gamma khusus untuk $\alpha$ = 1 disebut distribusi eksponensial, sedangkan distribusi gamma khusus untuk $\alpha = \frac{v}{2}$, θ = 2 disebut distribusi *chi-square* dengan derajat kebebasan *v*. Distribusi eksponensial dan distribusi gamma berperan penting dalam pemodelan data kelangsungan hidup (*survival data*), dan masalah-masalah teori antrian, seperti jarak antara waktu menunggu sampai tiba di fasilitas pelayanan (seperti pada bank, loket tiket kereta api, rambu lalu lintas, dan

sebagainya) dan lamanya waktu sampai rusaknya suku cadang mesin, lampu dan lain-lain.

Distribusi gamma tidak selalu mengepas data dengan baik untuk semua jenis data kelangsungan hidup. Salah satu cara untuk mengatasi hal ini adalah dengan mengembangkan distribusi gamma menjadi distribusi yang lebih umum lagi. Agar dalam pemodelan dapat berlaku umum untuk setiap keadaan data, maka distribusi gamma digeneralisasikan dengan tiga parameter yang disebut juga distribusi *generalized* gamma.

Distribusi *generalized* gamma ($\alpha$, $\beta$, $\theta$) merupakan distribusi peluang kontinu dengan tiga parameter, yaitu $\alpha > 0$, $\beta > 0$, dan $\theta > 0$. Parameter $\alpha$ dan $\beta$ dikenal sebagai parameter bentuk dan parameter $\theta$ dikenal sebagai parameter skala. Distribusi *generalized* gamma adalah generalisasi dari dua parameter distribusi gamma, yaitu $\alpha > 0$, dan $\theta > 0$. Distribusi weibull dan distribusi log-normal merupakan kasus khusus dari distribusi *generalized* gamma. Distribusi - distribusi tersebut pada umumnya digunakan untuk model parametrik dalam analisis kelangsungan hidup. Distribusi *generalized* gamma terkadang digunakan untuk menentukan model parametrik mana yang cocok untuk sekumpulan data. Jika $\beta = 1$, maka distribusi *generalized* gamma ($\alpha$, $\beta = 1$, $\theta$) akan membentuk distribusi gamma dengan parameter ($\alpha$, $\theta$).

Untuk mengetahui karakteristik suatu distribusi perlu dilakukan pendugaan parameter pada distribusi tersebut dengan menggunakan metode pendugaan. Seperti yang diketahui, terdapat beberapa metode yang sudah lazim didengar,

seperti *Method of Likelihood Estimation* (MLE), *Method of Moment* (MM) dan *Method of Generalized Moment* (GMM).

Menurut Wackerly at al (2008), metode momen mencari penduga dari parameter yang tidak diketahui dengan menyamakan hubungan sampel dan momen populasinya. Bagaimanapun, penduga dari metode ini seringkali tidak statistik cukup. Metode momen terkadang tidak terlalu efisien. Dalam banyak kasus, penduga dari metode momen adalah bias. Kelebihan utama dari metode ini adalah mudah digunakan dan terkadang penduga parameternya baik. Sedangkan MLE sudah ada sejak awal abad ke - 20 dan menjadi penduga yang terbaik dalam pandangan klasik statistik. Menurut Hall (2005), akar optimalitas MLE berdasarkan pada peluang distribusi gabungan dari data, yang dalam kontek ini dikenal dengan fungsi kemungkinan (*likelihood function*). MLE bergantung pada pengujian sampel hanya jika nilai statistik cukup. MLE memiliki beberapa penambahan yang membuat metode ini dari penduga yang baik. Walaupun demikian, dalam beberapa keadaan ketergantungan ini pada fungsi peluang dapat menjadikan kelemahan MLE. Penduga MLE yang diinginkan hanya dicapai jika distribusi ditetapkan secara benar dan dalam beberapa kasus model ekonomi yang diperoleh sesuai dengan fungsi peluang gabungan dari data. Namun, fungsi kemungkinannya sangat susah untuk dievaluasi secara numerik dengan teknologi komputerisasi yang ada.

GMM pertama kali diperkenalkan dalam literatur ekonometrik oleh Lars Hansen pada tahun 1982, dan merupakan pengembangan dari metode momen. GMM mengarah pada kelas penduga yang dibangun dari pengembangan anggota momen

sampel dari kondisi momen populasi dari model data yang dibangkitkan (Hansen, 2007). Dasar dari penerapan GMM adalah dengan menggunakan bentuk momen peluang terboboti (PWM). GMM dapat digunakan pada data yang mengabaikan sebaran fungsi distribusinya dan tidak memerlukan asumsi - asumsi yang harus dipenuhi seperti metode pendugaan klasik lainnya. Selain itu, GMM menyediakan metode yang sesuai secara komputasi dalam memperoleh penduga parameter yang konsisten dan normal asimtotik dari suatu distribusi dari model statistik. Metode ini telah diterapkan di banyak seperti bidang ekonometrik, hidrologi, kesehatan, dan lain-lain.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah diatas, maka ruang lingkup yang dibahas dalam penelitian ini adalah:

"Bagaimana karakteristik penduga parameter distribusi *generalized* gamma ($\alpha$, $\beta$, $\theta$) dengan menggunakan metode *generalized moment* ?"

## 1.3. Batasan Masalah

Dalam penelitian ini yang menjadi batasan masalah adalah mengkaji karakteristik berupa ketakbiasan, kekonsistenan, dan varian minimum serta varian dan kovarian asimtotik penduga parameter distribusi *generalized* gamma ($\alpha$, $\beta$, $\theta$) dengan menggunakan metode *generalized moment*."

## 1.4. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitan ini adalah:

1. Membangkitkan data dan membuat grafik fungsi kepekatan peluang distribusi *generalized* gamma.
2. Menduga parameter distribusi *generalized* gamma dengan menggunakan metode *generalized moment*.
3. Memeriksa ketakbiasan penduga parameter pada distribusi *generalized* gamma.
4. Memeriksa kekonsistenan penduga parameter pada distribusi *generalized* gamma.
5. Memeriksa varian minimum penduga parameter pada distribusi *generalized* gamma.
6. Memeriksa varian dan kovarian asimtotik penduga parameter pada distribusi *generalized* gamma.

## 1.5. Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk memberikan informasi tentang karakteristik berupa ketakbiasan, kekonsistenan, dan varian minimum serta varian dan kovarian asimtotik penduga parameter distribusi *generalized* gamma dengan menggunakan metode *generalized moment*.