

# I. PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang banyak sekali manfaatnya. Banyak ahli matematika mencoba mendefinisikan matematika sebagai ilmu tentang bilangan dan ruang, ilmu tentang besaran, ilmu tentang bentuk dan lainnya. Ciri khas ilmu matematika yang tidak dimiliki ilmu pengetahuan lain yaitu merupakan abstraksi dari dunia nyata, menggunakan bahasa simbol, dan menganut pola pikir deduktif.

Matematika memiliki berbagai bidang kajian salah satunya adalah kajian teori bilangan. Teori bilangan secara umum membahas tentang bilangan dan sifat-sifatnya (khususnya bilangan bulat). Teori bilangan elementer mengkaji bilangan bulat dengan pendekatan dasar konsep keterbagian (*divisibility*) termasuk di dalamnya persamaan Diophantine.

Persamaan Diophantine pertama kali dipelajari oleh matematikawan Yunani bernama Diophantus. Diophantus terkenal karena karyanya yang berjudul *Arithmetica*. *Arithmetica* adalah suatu pembahasan analitis teori bilangan yang berisi tentang pengembangan aljabar yang dilakukan dengan membuat persamaan. Persamaan-persamaan tersebut dikenal dengan sebutan

Persamaan Diophantine (*Diophantine Equation*). Persamaan Diophantine merupakan suatu persamaan yang mempunyai solusi berupa bilangan-bilangan bulat. Persamaan Diophantine terbagi menjadi dua yaitu persamaan linear Diophantine dan persamaan taklinear Diophantine.

Bentuk umum persamaan Diophantine adalah  $ax+by=c$  dengan  $a, b$  adalah koefisien dan  $c$  adalah konstanta bulat. Penyelesaian persamaan Diophantine adalah semua pasangan bilangan bulat  $(x, y)$  yang memenuhi persamaan  $ax+by=c$ . Jika  $d$  adalah Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari  $a$  dan  $b$ , agar persamaan mempunyai solusi maka  $d$  harus dapat membagi  $c$ . Metode yang sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan Diophantine yaitu dengan menggunakan algoritma Euclid.

Persamaan Diophantine  $x^2+3^m=y^n$  untuk  $n=2$  tidak menarik untuk dibahas karena mempunyai tak hingga banyaknya solusi. Sedangkan untuk  $m=0$  tidak mempunyai solusi dan untuk  $m=1$  telah dibuktikan oleh Cohn. Belum lama ini Arif dan Muriefah menemukan semua solusi dari persamaan Diophantine  $x^2+3^m=y^n$  dimana  $m$  adalah ganjil. Dari semuanya membentuk  $x=10.3^t$ ,  $y=7.3^{2t}$ ,  $m=5+6t$  dan  $n=3$ .

Persamaan Diophantine  $x^2+3^m=y^n$ , di mana  $(x, y, m, n)$  bilangan bulat positif dengan  $x \neq 0$  dan  $n \geq 3$  untuk  $m$  genap belum diketahui apakah mempunyai solusi atau tidak. Oleh karena itu penulis akan mencoba mencari solusi dari persamaan tersebut secara analitik.

## 1.2 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini penulis hanya menyelesaikan persamaan Diophantine  $x^2 + 3^m = y^n$  dengan  $x \neq 0$  dan  $n \geq 3$  untuk  $m$  genap dimana  $(x, y, m, n)$  bilangan bulat positif.

## 1.3 Tujuan penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memahami secara lebih mendalam konsep persamaan Diophantine
2. Memperoleh solusi secara analitik persamaan Diophantine  $x^2 + 3^m = y^n$ , di mana  $(x, y, m, n)$  bilangan bulat positif dengan  $x \neq 0$  dan  $n \geq 3$ .

## 1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat menambah pengetahuan mengenai konsep persamaan Diophantine secara mendalam, serta dapat menjadi motivasi bagi mahasiswa Matematika FMIPA Universitas Lampung untuk dapat mengembangkan penelitian mengenai persamaan Diophantine ini dengan sudut pandang yang berbeda.