

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Secara historis aljabar dapat dibagi menjadi dua periode waktu dengan batas waktu sekitar tahun 1800. Aljabar yang dibicarakan sebelum abad ke-19 disebut aljabar klasik, sedangkan aljabar setelah abad ke-19 hingga sekarang disebut dengan aljabar modern atau struktur aljabar. Struktur aljabar adalah himpunan atau beberapa himpunan yang dilengkapi dengan suatu operasi atau lebih yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Grup adalah salah satu contoh struktur aljabar.

Grup adalah suatu himpunan dengan operasi biner yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Berdasarkan jumlah elemen-elemennya, grup dibagi menjadi dua yaitu grup hingga (*finite group*) dan grup tak hingga (*infinite group*). Grup hingga adalah grup yang elemennya berhingga sedangkan grup tak hingga adalah grup yang jumlah elemen-elemennya tak hingga.

Teori graf adalah salah satu cabang ilmu matematika yang berkaitan erat dengan masalah yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Teori graf muncul sejak tahun 1736 yang diperkenalkan oleh matematikawan Swiss yang bernama Leonard Euler. Euler memberikan solusi terhadap masalah jembatan Königsberg yang

terkenal di Eropa. Masalah jembatan Konisberg dapat dinyatakan sebagai berikut : terdapat empat daerah yang terletak di tepi sungai Pregel, Rusia yang dihubungkan dengan tujuh jembatan. Masalah dimulai ketika seseorang ingin melewati tujuh jembatan yang menghubungkan empat daerah tersebut tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Masalah tersebut diselesaikan oleh Euler dengan menyatakan daerah sebagai titik atau *vertex* dan jembatan dinyatakan sebagai garis atau *edge*.

Teori graf dapat didekati dengan pendekatan secara aljabar. Pendekatan ini dilakukan dengan mengkaji sifat-sifat yang ada di dalam graf tersebut. Sebagai contoh adalah graf prima dan graf tidak komutatif.

Graf tidak komutatif adalah suatu graf yang dibangun dari suatu grup dengan himpunan titiknya adalah elemen dari suatu grup dikurangi dengan *center* dari grup tersebut. Kemudian setiap titik dihubungkan dengan suatu garis jika dan hanya jika untuk setiap elemen dari grup tanpa *center* bersifat tidak komutatif.

Graf Prima adalah suatu graf yang dibangun dari suatu grup dengan himpunan titik adalah himpunan pembagi prima dari dua bilangan prima berbeda dan dihubungkan dengan suatu garis jika dan hanya jika grup tersebut memuat elemen dari hasil kali dua bilangan prima tersebut.

Pada tahun 2006, Abdollahi meneliti tentang sifat-sifat graf tidak komutatif diantaranya : jika diberikan dua grup berhingga yang tidak komutatif G dan H sedemikian sehingga graf tidak komutatif $\Gamma(G) \cong \Gamma(H)$, maka H mempunyai sifat \emptyset apabila G juga mempunyai sifat \emptyset dan orde dari G sama dengan orde dari H . Penelitian lain dilakukan oleh Iranmanesh dan Jafarzadeh (2008), graf

komutatif dari suatu grup berhingga G yang tidak komutatif tidak terhubung dengan suatu garis jika dan hanya jika graf prima G tidak terhubung dan *center* dari G adalah satu.

Dari pengertian graf tidak komutatif dan graf prima serta penelitian – penelitian yang sebelumnya, penulis tertarik untuk mengkaji hubungan kedua graf tersebut berdasarkan kajian teori grup dan teori graf.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji hubungan antara graf tidak komutatif dengan graf prima.

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini hanya membahas tentang graf tidak komutatif dan graf prima pada grup berhingga tidak komutatif.

1.4 Manfaat Penelitian

Melalui penelitian ini diharapkan menambah pengetahuan tentang graf tidak komutatif dan graf prima.