PERBANDINGAN EFEKTIVITAS METODE INTERPOLASI LAGRANGE DAN INTERPOLASI NEWTON DALAM MENGANALISIS MASALAH PERTUMBUHAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN TANGGAMUS

Skripsi

Oleh

ELKA TRISNA MARSEJASELA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2023

ABSTRAK

PERBANDINGAN EFEKTIVITAS METODE INTERPOLASI LAGRANGE DAN INTERPOLASI NEWTON DALAM MENGANALISIS MASALAH PERTUMBUHAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN TANGGAMUS

Oleh

ELKA TRISNA MARSEJASELA

Interpolasi adalah sebuah metode yang digunakan untuk mencari titik-titik baru dari sebuah kumpulan data yang diketahui. Banyak metode yang dapat digunaka n untuk menganalisis hubungan antara dua masalah salah, metode interpolasi Lagrange dan interpolasi Newton. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui efektivitas metode interpolasi Lagrange dan interpolasi Newton dalam hal menganalisis hubungan indeks pembangunan manusia terhadap beberapa masalah pembangunnya. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data hasil sensus penduduk pada tahun 2022. Variabel pembangun IPM yang digunakan adalah rata-rata lama sekolah, angka harapan hidup dan, angka pengangguran terbuka.

Berdasarkan hasil dari penelitian, disimpulkan bahwa metode interpolasi Newton lebih efektif dalam hal memodelkan masalah indeks pembangunan manusia, dengan masing-masing model menggunakan lima titik data berpasangan. Untuk hubungan rata-rata lama sekolah dengan IPM diperoleh model $P_5(x) = -4.77182 \times 10^8 + 1.58423 \times 10^8 x - 1.97228 \times 10^7 x^2 + 1091243.29004x^3 - 22640.6926x^4$ dengan nilai MSE sebesar $1{,}647877 \times 10^{-13}$ dan MAPE sebesar $5{,}82772 \times 10^{-9}$. Untuk hubungan angka harapan hidup terhadap IPM diperoleh model $P_5(x) = -8.03585 \times 10^7 + 4731279.5461x - 104461.48482x^2 + 1025.06398x^3 - 3.77204x^4$ dengan nilai MSE sebesar $8{,}9097 \times 10^{-12}$ dan nilai MAPE sebesar $5{,}08979 \times 10^{-8}$. Untuk hubungan angka pengangguran terbuka terhadap IPM diperoleh model $P_5(x) = -256.5486 + 382.84581x - 164.05252x^2 + 30.13757x^3 - 2.01314x^4$ dengan nilai MSE sebesar $2{,}04826 \times 10^{-25}$ dan nilai MAPE sebesar $7{,}6425 \times 10^{-15}$.

Kata kunci: Interpolasi, Interpolasi Newton, Interpolasi lagrange, IPM

ABSTRACT

COMPARISON OF THE EFFICIENCY OF LAGRANGE INTERPOLATION METHOD AND NEWTON INTERPOLATION INANALYZING THE PROBLEM OF HUMAN DEVELOPMENT INDEX GROWTH IN TANGGAMUS DISTRICT

By

ELKA TRISNA MARSEJASELA

Interpolation is a method used to find new points from a known data set. Many methods can be used to analyze the relationship between two false problems, the Lagrange interpolation method and Newtonian interpolation. The purpose of this study was to determine the effectiveness of the Lagrange interpolation method and Newtonian interpolation in terms of analyzing the relationship of the human development index to several problems of its builder. The data used in this study is data from the population census in 2022. The HDI building variables used are the average length of schooling, life expectancy and, open unemployment. Based on the results of the study, it was concluded that Newton's interpolation method was more effective in terms of modeling the human development index problem, with each model using five paired data points. For the relationship between the average length of schooling and HDI $P_5(x) = -4.77182 \times 10^8 + 1.58423 \times 10^8 x - 1.97228 \times 10^7 x^2 + 1091243.29004x^3 - 22640.6926x^4$, a model was obtained with an MSE value of $1{,}647877 \times 10^{-13}$ and MAPE of $5{,}82772 \times 10^{-9}$. For the relationship of life expectancy to HDI, a model is obtained $P_5(x) = -8.03585 \times 10^7 + 4731279.5461x - 104461.48482x^2 + 1025.06398x^3 - 3.77204x^4$ with an MSE value of $8{,}9097 \times 10^{-12}$ and a MAPE value of $5{,}08979 \times 10^{-8}$. For the relationship between open unemployment rate and HDI, a model is obtained $P_5(x) = -256.5486 + 382.84581x - 164.05252x^2 + 30.13757x^3 - 2.01314x^4$ with an MSE value of $2{,}04826 \times 10^{-25}$ and a MAPE value of $7{,}6425 \times 10^{-15}$.

Keywords: Interpolation, Newton Interpolation, Lagrange interpolation, IPM.

PERBANDINGAN EFEKTIVITAS METODE INTERPOLASI LAGRANGE DAN INTERPOLASI NEWTON DALAM MENGANALISIS MASALAH PERTUMBUHAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN TANGGAMUS

Oleh
ELKA TRISNA MARSEJASELA
1957031009

Sripisi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2023

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	:	Elka Trisna Marsejasela
Nomor Pokok Mahasiswa	:	1957031009
Jurusan	:	Matematika
Jurul Skripsi	:	**PERBANDINGAN EFEKTIVITAS METODE INTERPOLASI LAGRANGE DAN INTERPOLASI NEWTON DALAM MENGANALISIS MASALAH PERTUMBUHAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN TANGGAMUS**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuto kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 19 Mei 2023

Penulis

METERAI TEMPEL

97AKX458842560

Elka Trisna Marsejasela

1957031009

Judul Skripsi	: **PERBANDINGAN EFEKTIVITAS METODE INTERPOLASI LAGRANGE DAN INTERPOLASI NEWTON DALAM MENGANALISIS MASALAH PERTUMBUHAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN TANGGAMUS**
Nama Mahasiswa	: *Elka Trisna Marsejasela*
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1957031009**
Jurusan	: **Matematika**
Fakultas	: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dorrah

Dra. Dorrah Azis. M.Si.
NIP. 19610128 198811 2 001

Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.
NIP. 19720227 199802 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Dra. Dorrah Azis. M.Si.**	Dorra ....
Sekretaris	: **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

KEMENTERIAN PENDIDIKAN KEBUDAYAAN RISET DAN TEKNOLOGI UNIVERSITAS LAMPUNG FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **26 Mei 2023**

Riwayat Hidup

Penulis bernama lengkap Elka Trisna Marsejasela lahir di Banjar Negara, Wonosobo Tanggamus pada 20 April 2001. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan bapak Maryoto dan ibu Setia Rini.

Penulis menempuh pendidikan dasar di SDN 2 Banjar Negara pada 2007 sampai 2013. Penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN 1 Semaka pada 2013 hingga 2016. Kemudian menemph pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMAN 1 Kotaagung pada tahun 2016 hingga 2019. Pada tahun 2019 penulis melajutkan pendidikan kejenjang pendidikan Strasta satu (S1) di jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif dalam organisasi pers mahasiswa Natural FMIPA Unila sebagai anggota Bidang Redaksi sebagai tim kreatif dari 2019 hingga 2021.

Dalam bentuk pengabdian dan penerapan ilmu ke pada masyarakat, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) yang dilaksanakan pada bulan Januari hingga Februari 2022 di Desa Banjar Sari Kecamatan Wonosobo Kabupaten Tanggamus. Pada tanggal 20 Juni hingga 29 Juli 2022, penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik Kabupaten Tanggamus.

KATA INSPIRASI

"Ketidaktahuan adalah sesuatu yang menakutkan,
tapi ketidaktahuan adalah kunci untuk terus berkembang"

(Elka Trisna Marsejasela)

PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahim

Alhamdulillahirobbil'alamin

Dengan segala kerendahan hati mengucapkan syukur kepada Allah SWT
Atas segala ridhonya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Saya persembahkan karya ini kepada :

Kedua Orang Tua

Terima kasih atas segala kasih sayang, pengorbanan, doa, pengetahuan, dan nasehat. Terima kasih yang tiada terhingga telah mendukung segala bentuk keinginan penulis. Terima kasih telah mengajarkan banyak hal luar biasa, dan banyak pelajaran yang berharga sehingga menjadikan penulis menjadi seseorang yang kuat .

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, serta memberikan arahan dan ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabatku

Terimakasih atas semua keceriaan dan semangat yang telah diberikan.

Almamater Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur penulis haturkan kepada Allah SWT. Yang Maha Esa berkat rahmat dan karunia yang diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Skripsi dengan judul " Perbandingan efetivitas metode interpolasi Lagrange dan interpolasi Newton dalam menganalisis masalah pertumbuhan Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Tanggamus" yang merupakan satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

Skripsi ini sudah diselesaikan, tetapi masih banyak terdapat kekurangan di dalamnya. Penulis berharap kepada pembaca untuk dapat memaklumi segala kekurangan yang ada. Pada proses penulisannya, penulis memperoleh banyak ilmu, masukan, serta dukungan yang membuat skripsi ini bisa terselesaikan. Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Ir. Lusmeilia Afriani, D.E.A.IPM. selaku Rektor Universitas Lampung.
2. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
3. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku ketua jurusan Matematika Universitas Lampung.
4. Ibu Dra. Dorrah Azis. M.Si. selaku pembimbing utama dan telah memberikan bimbingan, ilmu, motivasi, arahan, dan pandangannya kepada penulis.
5. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.selaku pembimbing pendamping dan telah membrikan bimbingan, ilmu, motivasi, arahan, dan pandangannya kepada penulis.
6. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan, kritik, dan saran yang membangun kepada penulis dalam pengerjaan skripsi ini.

7. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik (PA) telah memberikan nasihat dan arahan kepada penulis.
8. Bapak dan ibu segenap dosen di Jurusan Matematika yang telahmemberikan ilmu, wawasan, dan pengalaman yang sangat bermanfaat bagi penulis kedepannya.
9. Segenap staff di Jurusan Matematika yang telah membantu penulis baik dalam hal administrasi ataupun dalam hal lainnya.
10. Kepada kedua orang tua, bapak Maryoto dan ibu Rini yang selalu memberikan dukungan, nasihat, doa yang membuat penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
11. Kepada adik, saudara Nedi dan saudari Shanum yang telah memberikan dukungan dan doanya kepada penulis.
12. Keluarga tercinta: kakek, nenek, tante, paman, dan sepupu sekalian yang telah memberikan dukungan dan doanya kepada penulis.
13. Kepada saudari Nurul Isnaini yang telah memberikan dukungan, kritik, saran dan doanya kepada penulis sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi.
14. Teman-teman dari UKMF Natural yang telah memberikan dukungan selama perkuliahan.
15. Kepada segenap keluarga besar HIMATIKA yang telah mengajarkan banyak hal mengenai dunia perkuliahan.
16. Serta teman-teman yang tidak dapat penulis tuliskan satu persatu.

Bandar Lampung, 19 Mei 2023

Elka Trisna Marsejasela
NPM. 1957031009

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1. 1 Latar Belakang dan Masalah

Perkembangan dan kemajuan ilmu pengetahuan dunia modern saat ini tidak bisa dipisahkan dari matematika. Hampir seluruh aktivitas manusia berkaitan dengan matematika. Salah satunya adalah dalam masalah pemodelan suatu data. Tetapi seringkali dalam pembuatan model matematika muncul dalam bentuk yang tidak sederhana atau rumit yang sering kali tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik yang sudah umum untuk mendapatkan solusi sejatinya (*exact solution*). Untuk memecahkan permasalahan tersebut maka digunakan metode numerik untuk menyelesaikannya. Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan biasa.

Menurut Munir (2013) interpolasi memainkan peranan yang sangat penting dalam metode numerik. Interpolasi polinomial juga dapat digunakan untuk menyederhanakan suatu fungsi yang rumit. Interpolasi adalah metode mencari nilai dari titik-titik data baru dalam suatu jangkauan dari sekumpulan data yang diketahui. Seringkali data yang didapatkan melalui pengambilan sampel atau eksperimen, dengan nilai-nilai data tersebut mewakili suatu fungsi dengan jumlah variabel bebas terbatas.

Interpolasi banyak digunakan untuk memprediksi nilai data berpasangan. Diperlukan teknik tersendiri dalam mengimplementasikan interpolasi Lagrange ke dalam program. Teknik tersebut sebenarnya tidak jauh berbeda dalam mengimplementasikan algoritma lain pada umumnya yakni pemilihan tipe data yang tepat, yakni pada saat input data dilakukan (Krisnawati, 2007).

Menurut Yulianto, dkk (2016), Interpolasi Lagrange sangat dikenal dalam metode numerik, karena menggunakan fungsi dalam bentuk polinomial. Banyak manfaat yang bisa diambil dari penelitian tentang Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi, adalah salah satu bahan informasi mengenai perkiraan atau taksiran tingkat pertumbuhan jumlah penduduk sehingga bisa diketahui lebih detail laju perkembangan jumlah penduduknya (Rodlyah, 2015). Interpolasi Lagrange dapat juga digunakan untuk mengetahui peningkatan berbagai penyakit dan lain-lainnya.

Interpolasi Newton dikembangkan untuk mengatasi kelemahan interpolasi Lagrange dalam hal mempermudah perhitungan (Munir, 2008). Interpolasi Newton banyak digunakan dalam berbagai hal seperti dalam hal Pemodelan Jumlah Kasus Baru Covid-19 di Masa Kenormalan Baru Menggunakan Metode Pencocokan Kurva. Metode ini juga dapat digunakan dalam hal peramalan seperti memprediksi harga saham dengan Interpolasi Polinom Newton Gregory Maju. Metode ini dapat digunakan karena dalam proses pemodelan interpolasi Newton hasil komputasi sebelumnya digunakan kembali dalam komputasi selanjutnya (Munir, 2008).

Menurut Badan Pusat Statistik (2021) Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan alat untuk mengukur capaian pembangunan manusia berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup. Terdapat tiga komponen penyusun IPM yaitu dimensi kesehatan, dimensi pengetahuan, dan dimensi hidup layak.

Dalam penelitian ini, penulis tertarik membuat perbandingan antara metode interpolasi Lagrange dan interpolasi Newton serta membandingkan manakah metode yang lebih efektif dalam hal memodelkan hubungan matematis antara beberapa faktor kehidupan yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Kabupaten Tanggamus.

1. 2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah melihat efektivitas metode interpolasi Newton dan Interpolasi Lagrange dengan membandingkan metode interpolasi Newton dan Interpolasi Lagrange dalam memodelkan hubungan matematis antara angka harapan hidup, angka rata-rata sekolah dan jumlah pengangguran terbuka terhadap tingkat Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Kabupaten Tanggamus.

1. 3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah dapat mengetahui efektivitas antara metode Interpolasi Newton dan Interpolasi Lagrange dalam memodelkan pengaruh angka harapan hidup, angka rata-rata sekolah dan jumlah pengangguran terbuka terhadap pertumbuhan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Kabupaten Tanggamus.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Interpolasi

Pencocokan kurva adalah sebuah metode yang mencocokkan titik data dengan sebuah kurva *(curve fitting)* fungsi (Munir, 2013). Masalah yang sering muncul adalah menentukan nilai di antara titik-titik diskrit tanpa harus melakukan pengukuran lagi. Masalah pengukuran tersebut tidak bisa langsung dijawab karena fungsi yang menghubungkan peubah x dengan y tidak diketahui. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah dengan mencocokkan (*fit*) titik-titik data yang ada. Pendekatan seperti ini di dalam metode numerik dinamakan pencocokan kurva (*curve fitting*). Fungsi yang dihasilkan dengan pendekatan ini berupa fungsi hampiran, oleh karena itu nilai fungsinya tidak selalu tepat dengan nilai aslinya.

Untuk membentuk polinom diambil beberapa titik dari fungsi f. Selanjutnya titik titik data ini dicocokkan untuk menentukan polinom $P_n(x)$ yang menghampiri fungsi aslinya.

Pencocokan kurva dibedakan atas dua metode yaitu regresi dan interpolasi (Munir, 2013).

Pada dunia nyata, data sering kali tidak tersaji secara lengkap. Seringkali terdapat nilai data yang hilang (*missing value*). Terdapat banyak penyebab dari kondisi tersebut, baik akibat kesalahan manusianya maupun keterbatasan kemampuan alat ukur.(Rosidi, 2019).

Interpolasi memainkan peranan yang sangat penting dalam metode numerik. Fungsi yang tampak rumit menjadi lebih sederhana bila dinyatakan dalam polinom interpolasi (Munir, 2013). Tujuan utamanya mendapatkan polinomial hampiran, polinomial hampiran ini adalah untuk menggantikan suatu fungsi yang rumit dengan fungsi yang lebih sederhana bentuknya dan mudah dimanipulasi (Sahid, 2005).

Interpolasi adalah proses pencarian dan perhitungan nilai suatu fungsi yang grafiknya melewati sekumpulan titik yang diberikan. Titik-titik tersebut mungkin merupakan hasil eksperimen dalam sebuah percobaan, atau diperoleh dari sebuah fungsi yang diketahui (Sahid, 2005).

Dalam interpolasi dicari suatu nilai yang berada di antara beberapa titik data yang telah diketahui nilainya. Untuk memperkirakan nilai yang tidak diketahui. Pertama, dibuat suatu fungsi atau persamaan polinom yang melalui titik-titik data. Setelah persamaan kurva terbentuk, kemudian dihitung nilai fungsi yang berada di antara titik-titik data. Interpolasi berguna untuk menaksir harga-harga tengah antara titik data yang sudah tepat.

Interpolasi titik data dengan polinom lanjar, polinom kuadratik, polinom kubik, interpolasi beda terbagi Newton, interpolasi Lagrange, interpolasi Spline (Munir, 2013).

2.1.1 Interpolasi Polinom

Metode interpolasi yang paling banyak digunakan adalah interpolasi polinomial. Persamaan polinomial adalah persamaan aljabar yang mengandung jumlah dari variabel x berpangkat bilangan bulat (integer). Bentuk umum persamaan polinomial adalah:

$$P_n(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \cdots + a_nx^n$$

dengan $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$adalah parameter yang akan dicari berdasarkan titik data, n adalah derajat (order) dari persamaan polinomial dan x adalah variabel bebas.

Diberikan $n + 1$ buah titik berbeda $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots\ (x_i\ , y_i\ )$. Tentukan polinom $P_n\ (x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga

$$y_i\ =\ P_n\ (x) untuk\ i\ =\ 1,2, \ldots\ , n$$

Nilai y_i dapat berasal dari fungsi matematika $f(x)$ sedemikian sehingga $y_i = f(x_i)$, sedangkan $P_n\ (x_i)$ disebut fungsi hampiran terhadap $f(x)$. Atau y_i berasal dari nilai empiris yang diperoleh melalui percobaan atau pengamatan.

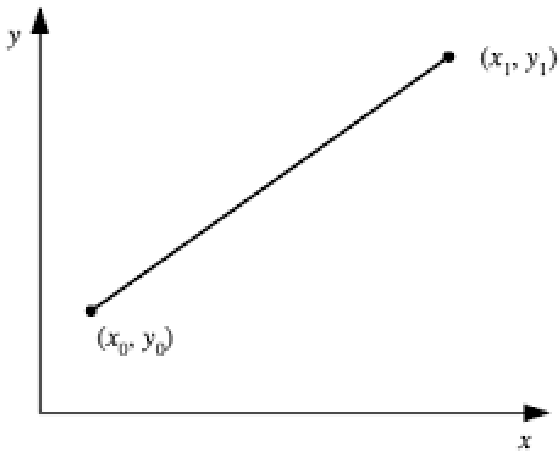
Setelah polinom interpolasi $P_n\ (x)$ ditemukan, $P_n\ (x)$ dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di $x = a$, yaitu $y\ =\ P_n\ (a)$. Bergantung pada letaknya, nilai $x = a$ mungkin terletak di dalam rentang $(x_1 < a < x_n)$ atau di luar rentang titik titik data $(a < x_1\ atau\ a > x_n)$:

1. Jika $x_1 < a < x_n$ maka $y_k = p(x_k\ )$ disebut nilai interpolasi (*interpolated value).*
2. Jika $x_1 <\ x_k$ atau $x - 0 < x_n$ maka $y_k =\ p(x_k\ )$ disebut nilai ekstrapolasi (*extrapolated value).*

Menginterpolasi titik data dapat dengan polinom lanjar, polinom kuadratik, polinom kubik, atau polinom dari derajat yang lebih tinggi, bergantung pada jumlah titik data yang tersedia.

a. Interpolasi Lanjar

Interpolasi linear atau sering disebut dengan interpolasi lanjar merupakan polinomial tingkat pertama dan melalui suatu garis lurus pada setiap dua titik masukan yang berurutan. Dua titik masukan tersebut digunakan untuk menaksir harga-harga tengahan di antara titik-titik data yang telah tepat (Hartono, 2006). Misalkan diberikan dua buah titik (x_1, y_1) dan $(x_2\ , y_2)$. Polinom yang menginterpolasi kedua titik itu adalah persamaan garis lurus yang berbentuk: $P_2(x) = a_1 + a_2x$ (Munir, 2013).



Gambar 2. 1 Interpolasi Lanjar

Sumbu x pada Gambar 2.1 merupakan variabel bebas dan $P_1(x) = y$ merupakan variabel terikat. Adapun koefisien a_1 dan a_2 dapat dicari dengan proses substitusi dan eliminasi $y_1 = a_1 + a_2x_1$ dan $y_2 = a_1 + a_2x_2$. (Munir, 2013) Persamaan tersebut apabila dieliminasi.

$$a_2 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{ dan } a_1 = \frac{x_2y_1-x_1y_2}{x_2-x_1}$$

Substitusikan kedua persamaan ke dalam persamaan utama

$$P_2(x) = a_1 + a_2x$$

Sehingga diperoleh,

$$P_2(x) = \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2 - x_1} + \frac{(y_2 - y_1)x}{(x_2 - x_1)}$$

$$P_2(x) = y_1 + \frac{y2-y1}{x_2-x_1}(\mathrm{x} - \mathrm{x}_1)$$

(Munir, 2013)

Persamaan tersebut adalah persamaan garis lurus yang melalui dua buah titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2).

b. Interpolasi Kuadratik

Misalkan diberikan tiga buah titik data $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ dan (x_3, y_3). Polinom yang menginterpolasi ketiga buah titik itu adalah polinom kuadrat yang berbentuk

$$P_3(x) = a_1 + a_2x + a_3x_3.$$

Substitusikan (x_i, y_i) ke dalam persamaan dengan $i = 1,2,3$. Dari sini diperoleh tiga buah persamaan dengan tiga buah parameter yang tidak diketahui yaitu a_1, a_2, a_3:

$$a_1 + a_2x_1 + a_3x_1^2 = y_1$$
$$a_1 + a_2x_2 + a_3x_2^2 = y_2$$
$$a_1 + a_2x_3 + a_3x_3^2 = y_3$$

c. Interpolasi Kubik

Interpolasi kubik menginterpolasi empat buah titik, yang nantinya akan menghasilkan persamaan berderajat tiga. Misal ada empat buah titik sebagai berikut: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$, dan (x_4, y_4). Polinom yang menginterpolasi keempat buah titik tersebut adalah polinom kubik yang berbentuk:

$$P_3(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3$$

(Munir, 2013)

Dengan cara yang sama didapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi:

$$P_n(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \cdots + a_nx^n$$

asalkan tersedia $(n + 1)$ buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom di atas $y = P_n(x)$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$, akan diperoleh n buah sistem persamaan dalam $a_1, a_2, \dots, a_n$ sebagai berikut

$$a_1 + a_2x_1 + a_3x_1^2 + \cdots + a_nx_1^n = y_1$$
$$a_1 + a_2x_2 + a_3x_2^2 + \cdots + a_nx_2^n = y_2$$
$$a_1 + a_2x_3 + a_3x_3^2 + \cdots + a_nx_3^n = y_3$$
$$\vdots$$
$$a_n + a_nx_n + a_nx_n^2 + \cdots + a_nx_n^n = y_n$$

(Munir, 2013)

2.1.2 Polinomial Lagrange

Interpolasi polinomial Lagrange merupakan reformulasi polinomial Newton yang menghindari bentuk selisih-terbagi. Dengan kata lain polinomial Lagrange dapat diturunkan secara langsung dari formulasi Newton (Chapra, 2010)

Persamaan polinom Linear

$$P_2(x) = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Persamaan ini dapat diatur kembali menjadi

$$P_2(x) = y_1 \frac{(x - x_2)}{(x_1 - x_2)} + y_2 \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Atau dapat dinyatakan dalam bentuk

$$P_2(x) = a_1 L_1(x) + a_2 L_2(x),$$

yang dalam hal ini

$$a_1 = y_1, L_1(x) = \left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2}\right)$$

dan

$$a_2 = y_2, L_1(x) = \left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right)$$

Persamaan di atas dinamakan polinom Lagrange derajat 1.

Bentuk umum polinom Lagrange derajat n untuk $(n + 1)$ titik berbeda adalah

$$P_n(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i L_i(x) = a_1 L_1(x) + a_2 L_2(x) + \cdots + a_n L_n(x)$$

Yang dalam hal ini

$a_i = y_i$ untuk $i = 1,2, \dots ., n$.

Dan

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{x - x_1}{x_i - x_1} \cdots \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \cdots \frac{x - x_n}{x_i - x_n}$$

(Munir, 2013)

Mudah dibuktikan, bahwa:

$$L_i\left(x_j\right) = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases}$$

Dan polinom interpolasi $P_n(x)$ melalui setiap titik data.

2.1.3 Polinomial Newton

Interpolasi Newton terbagi dua, yaitu interpolasi yang digunakan untuk selang data sama dan interpolasi untuk selang data yang tidak sama (Suryadi, 1995).

- Persamaan Polinom Linier

$$p_2(x) = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1)$$

- Yang dalam hal ini

$$a_1 = y_1$$

$$a_2 = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Persamaan ini merupakan bentuk selisih-terbagi (*divided-difference*)

$$a_2 = f[x_2, x_1]$$

- Polinom kuadratik

$$p_3(x) = a_1 + a_2(x - x_1) + a_3(x - x_1)(x - x_2)$$

atau

$$p_3(x) = p_2(x) + a_3(x - x_2)(x - x_1)$$

Dari persamaan ini menunjukkan bahwa $p_2(x)$ dapat dibentuk dari persamaan sebelumnya $p_1(x)$. Nilai a_2 dapat ditemukan dengan mengganti $x = x_2$untuk mendapatkan

$$a_3 = \frac{y_3 - a_1 - a_2\left(x_3 - x_1\right)}{\left(x_3 - x_1\right)\left(x_3 - x_2\right)}$$

jika nilai a_1 dan a_2 pada persamaan di atas dimasukkan ke persamaan a_2 maka akan didapatkan:

$$a_3 = \frac{\frac{y_3 - y_2}{(x_3 - x_2)} - \frac{y_2 - y_1}{(x_2 - x_1)}}{x_3 - x_1} = \frac{f[x_3, x_2] - f[x_2, x_1]}{x_3 - x_1}$$

jadi, tahapan pembentukan polinom Newton:

$$p_1(x) = y_1$$
$$p_2(x) = p_1(x) + a_2(x - x_1)$$
$$p_3(x) = p_2(x) + a_3(x - x_1)(x - x_2)$$
$$p_4(x) = p_3(x) + a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$
$$\vdots$$
$$p_n(x) = p_{n-1}(x) + a_n(x - x_1)(x - x_2)\cdots(x - x_{n-1})$$

Nilai konstanta $a_1, a_2, \ldots, a_n$, merupakan nilai selisih terbagi, dengan nilai

$$a_1 = f(x_1)$$
$$a_2 = f[x_2, x_1]$$
$$\vdots$$
$$a_n = f[x_n, x_{n-1}, \ldots, x_2, x_1]$$

yang dalam hal ini

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{(x_i - x_j)} = \frac{y_i - y_j}{(x_i - x_j)}$$
$$f[x_i, x_{j,} x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k}$$
$$\vdots$$
$$f[x_n, x_{n-1}, \ldots, x_2, x_1] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, \ldots, x_2, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_2, x_1]}{x_n - x_1}$$

Karena $a_1, a_2, \ldots, a_n$, merupakan nilai selisih terbagi, maka polinom Newton dinamakan polinom interpolasi selisih terbagi Newton. Nilai selisih terbagi dapat dihitung dengan menggunakan tabel yang disebut tabel selisih terbagi.

Tabel 2. 1 Interpolasi Newton

i	x_i	y_1	Orde 1	Orde 2	Orde 3
1	x_1	$f(x_1)$	$f[x_2, x_1]$	$f[x_3, x_2, x_1]$	$f[x_4, x_3, x_2, x_1]$
2	x_2	$f(x_2)$	$f[x_3, x_2]$	$f[x_4, x_3, x_2]$	
3	x_3	$f(x_3)$	$f[x_4, x_3]$		
4	x_4	$f(x_4)$			

Dengan demikian polinom Newton dapat ditulis dalam hub rekursif sebagai :

$$p_n(x) = p_{n-1}(x) + (x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_{n-1})\, f[x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_2, x_1]$$

Dengan Basis $p_1(x) = f(x_1) = y_1$

2.2 Kriteria pemilihan model terbaik

Tingkat ketepatan (*error*) digunakan sebagai kriteria dalam menentukan dan memilih metode pemodelan. Ketepatan metode peramalan digunakan sebagai penunjukkan seberapa jauh model dalam memproduksi data yang telah diketahui. Ketepatan metode ramalan dilihat dari kesalahan pemodelan. Kesalahan pemodelan merupakan ukuran ketepatan yang menjadi dasar untuk menentukan model terbaik.

Berikut beberapa metode ukuran ketepatan yang sering digunakan untuk menghitung kesalahan pemodelan :

1. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

Merupakan rata-rata dari keseluruhan persentase kesalahan (selisih) antara data aktual dengan data hasil peramalan. Ukuran akurasi dicocokan dengan data *time series,* dan ditunjukan dalam persentase. MAPE dihitung dengan mengguna-kan kesalahan absolut pada tiap periode dibagi dengan nilai observasi yang nyata untuk periode itu dan hitung rata-rata kesalahan persentase absolut tersebut. MAPE mengindikasi seberapa besar kesalahan dalam menduga yang dibandingkan dengan nilai nyata.

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{x_i - x_{pi}}{x_i}\right| \times 100\%$$

dengan:

n = banyaknya data yang digunakan

x_{pi} = nilai hasil perhitungan model ke i

x_i = nilai data riil ke i

Suatu model mempunyai kinerja sangat bagus jika nilai MAPE berada di bawah 10% dan mempunyai kinerja bagus jika nilai MAPE berada di antara 10% dan 20% (Zainun dan Majid, 2003).

2. *Mean Square Error* (MSE)

Menurut Ni Luh dan Ida (2019), *Mean Squared Error* (MSE) adalah metode lain untuk mengevaluasi metode peramalan. Pendekatan ini mengatur kesalahan peramalan yang besar karena kesalahan-kesalahan itu dikuadratkan. Masing-masing kesalahan dikuadratkan lalu dijumlahkan dan ditambahkan dengan jumlah observasi.

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - x_{pi}\right)^2$$

dengan:

n = banyaknya data yang digunakan

x_{pi} = nilai hasil perhitungan model ke i

x_i = nilai data riil ke i

Jika nilai MSE semakin mendekati nol nilainya, maka akan semakin bagus hasil pemodelan dikarenakan mendekati data aktual.

2.3 Indeks Pembangunan Manusia

Menurut BPS tahun 2022, Indeks Pembangunan Manusia merupakan Indeks yang mengukur pembangunan manusia dari tiga aspek dasar yaitu umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan, dan standar hidup layak. IPM merupakan salah satu pendekatan dan indikator dalam mengukur tingkat keberhasilan pembangunan manusia di suatu wilayah. IPM merupakan indeks komposit yang merupakan gabungan dari tiga komponen utama yakni Pendidikan, kesehatan, dan ekonomi.

Menurut Dewi dan Sulastri (2012), pembangunan manusia adalah suatu konsep yang mendorong peningkatan kualitas hidup manusia secara fisik maupun secara spiritual, yang berdasarkan pembangunan sumber daya manusia, dimana hal tersebut bermakna dengan meningkatkan kapasitas dasar penduduk dalam berpartisipasi pada proses pembangunan berkelanjutan. Kualitas pembangunan manusia yang tinggi menunjukkan kemampuan penduduk dalam berpartisipasi, mengelola, dan menggunakan sumber-sumber pertumbuhan ekonomi, pada bidang teknologi maupun kelembagaan dalam encapai pertumbuhan manusia.

2.4 *Matrix Labolatory* (MATLAB)

MATLAB atau *Matrix Laboratory* merupakan perangkat lunak yang digunakan untuk pemrograman, analisis, serta komputasi teknis dan matematis berbasis matriks. MATLAB pertama dirilis pada tahun 1970 oleh Cleve Moler. Awalnya MATLAB digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang berhubungan tentang persamaan aljabar linear. Dan hingga saat ini sistem pada MATLAB semakin berkembang dalam segi fungsi dan performa komputasinya.

Penggunaan MATLAB dalam ilmu Matematika digunakan sebagai alat pendukung pembelajaran pemrograman matematika. Sedangkan dalam bidang lain, MATLAB dipilih sebagai alat perhitungan, analisis matematika dan pengembangan untuk penelitian. MATLAB menyediakan kotak kakas (*toolbox*) yang dapat digunakan untuk aplikasi-aplikasi khusus, seperti logika fuzzy, simulasi, optimasi, dan pengolahan citra digital, dan berbagai teknologi lainnya. (Febrianti dan Harahap, 2021)

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2022/2023 bertempat di jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Penulis menggunakan data sekunder yaitu data yang diperoleh dari sumber kedua atau dikumpulkan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) pada Sensus Penduduk tahun 2020. Variabel yang digunakan adalah variabel yang diperoleh dari hasil perhitungan atau pengukuran, sehingga data tidak hanya berupa bilangan bulat, tetapi juga bisa dalam bentuk desimal. Data yang digunakan adalah data angka harapan hidup, angka rata-rata lama sekolah, dan angka pengangguran terbuka .

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian berbasis kajian pustaka dengan melakukan analisis matematis serta pengkajian referensi-referensi terkait terhadap penerapan interpolasi Lagrange dan interpolasi Newton untuk memodelkan hubungan antara beberapa faktor terhadap Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Data pada penelitian ini diolah dengan bantuan *software* MATLAB dengan tahapan analisis yang digunakan adalah sebagai berikut:

a. Pengambilan data
b. Pembentukan polinomial Interpolasi Newton dan Interpolasi Lagrange
c. Menentukan Error atau Galat polinomial Interpolasi Newton dan Interpolasi Lagrange
d. Simulasi numerik dengan bantuan aplikasi MATLAB
e. Penarikan kesimpulan.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Hubungan matematis antara indek pembangunan manusia terhadap rata-rata lama sekolah, angka harapan hidup, dan angka pengangggguran terbuka menggunakan empat titik berpasangan dihasilkan nilai MSE dan MAPE sebagai berikut

Tabel 5. 1 Tabel perbandingan nilai MSE dan MAPE empat titik berpasangan

Masalah	Lagrange		Newton	
	MSE	MAPE	MSE	MAPE
Rata-rata lama sekolah	2,254790E-13	0,00000073%	1,038961E-16	0,00000002%
Angka harapan hidup	5,324349E-13	0,00000112%	5,644206E-21	0,000000000102%
Angka pengangguran terbuka	4,006328E-23	0,0000000000093%	9,068544E+00	2,26864718%

Berdasarkan tabel perbandingan nilai MSE dan MAPE di atas, dari masalah yang telah dimodelkan didapatkan nilai MSE dan MAPE untuk masalah rata-rata lama sekolah dan angka harapan hidup menunjukan lebih efektif model interpolasi

Newton dan untuk masalah angka pengangguran terbuka menunjukan lebih efektif model interpolasi Lagrange. Pada dasarnya dari semua masalah yang telah dimodelkan, model yang dihassilkan merupakan model yang sangat efektif, dimana memiliki nilai MSE yang sudah mendekati 0 serta nilai MAPE di bawah 10% bahkan pada masalah yang dibahas hanya di bawah 3%. Karena dalam prosesnya melibatkan tiga model masalah, dimana hasil menunjukan 2 dari 3 model lebih efektif jika dimodelkan menggunakan metode interpolasi Newton dibandingkan metode interpolasi Lagrange. Sehingga untuk memodelkan empat data berpasangan, metode interpolasi Newton lebih efektif dalam memodelkan masalah.

2. Hubungan matematis antara indek pembangunan manusia terhadap rata-rata lama sekolah, angka harapan hidup, dan angka penganggguran terbuka menggunakan lima titik berpasangan dihasilkan nilai MSE dan MAPE sebagai berikut

Tabel 5. 2 Tabel perbandingan nilai MSE dan MAPE lima titik berpasangan

Masalah	Lagrange		Newton	
	MSE	MAPE	MSE	MAPE
Rata-rata lama sekolah	2,067679E-06	0,00245255%	1,647877E-13	0,00000058%
Angka harapan hidup	4,314077E-08	0,00035427%	8,909764E-12	0,00000509%
Angka pengangguran terbuka	2,808973E-22	0,000000000027%	2,048262E-25	0,00000000000076%

Berdasarkan tabel perbandingan nilai MSE dan MAPE di atas, dari masalah yang telah dimodelkan, didapatkan nilai MSE dan MAPE untuk ketiga masalah yakni masalah rata-rata lama sekolah, angka harapan hidup dan angka pengangguran terbuka menunjukan lebih efektif model interpolasi Newton. Berdasarkan masalah yang telah dimodelkan, model yang dihasilkan merupakan model yang efektif, dimana memiliki nilai MSE yang sudah mendekati 0 serta nilai MAPE di bawah

10% bahkan pada masalah yang dibahas hanya di bawah 1%. Sehingga untuk memodelkan lima data berpasangan, metode interpolasi Newton lebih efektif dalam memodelkan masalah.

3. Hubungan matematis antara indek pembangunan manusia terhadap rata-rata lama sekolah, angka harapan hidup, dan angka penganggguran terbuka menggunakan enam titik berpasangan dihasilkan nilai MSE dan MAPE sebagai berikut

Tabel 5. 3 Tabel perbandingan nilai MSE dan MAPE enam titik berpasangan

Masalah	Lagrange		Newton	
	MSE	MAPE	MSE	MAPE
Rata-rata lama sekolah	1,504715E+00	2,28560321%	1,432058E+00	1,14050415%
Angka harapan hidup	3,721372E-04	0,03594303%	3,495023E-06	-0,00348315%
Angka pengangguran terbuka	3,596006E-15	0,00000008%	4,139899E-02	0,15263872%

Berdasarkan tabel perbandingan nilai MSE dan MAPE di atas, dari masalah yang telah dimodelkan didapatkan nilai MSE dan MAPE untuk masalah rata-rata lama sekolah dan angka harapan hidup menunjukan lebih efektif model interpolasi Newton dan untuk masalah angka pengangguran terbuka menunjukan lebih efektif model interpolasi Lagrange. Pada dasarnya ketiga masalah yang telah dimodelkan, model yang dihasilkan merupakan model yang efektif, dimana ketiganya memiliki nilai MSE yang sudah mendekati 0 serta nilai MAPE di bawah 10% bahkan pada masalah yang dibahas hanya di bawah 2.5%. Karena dalam prosesnya melibatkan tiga masalah, dimana hasil menunjukan 2 dari 3 model lebih efektif jika dimodelkan menggunakan metode interpolasi Newton daripada metode interpolasi Lagrange. Sehingga untuk memodelkan enam data berpasangan, metode interpolasi Newton lebih efektif dalam memodelkan masalah.

4. Dari hasil simulasi pemodelan dengan metode interpolasi Lagrange dan interpolasi Newton menggunakan 4 hingga 6 titik berpasangan menunjukan bahwa metode interpolasi Newton lebih efektif dalam memodelkan masalah indeks pembangunan manusia. Dengan hasil error MSE dan MAPE yang terbilang sangat kecil.

5.2 Saran

Menurut teori yang sudah ada sebelumnya, perhitungan interpolasi akan lebih akurat jika jumlah titik yang diinterpolasi lebih banyak. Sehingga berdasarkan teori, persamaan derajat 5 akan lebih akurat perhitungan interpolasinya dibanding dengan persamaan derajat 3. Oleh karenanya, untuk melihat akurasi dari persamaan derajat n, perlu dilakukan uji kembali

DAFTAR PUSTAKA

BPS Kabupaten Tanggamus, 2021. Kabupaten Tanggamus Dalam angka 2022. BPS Kabupaten Tanggamus, Tanggamus.

Chapra,S.D, & Canale, R.P. (2010). *Numerical Methods for Engineers Sixth Edition. Americas*, New York: MacGraw-Hill Book Companies, Inc.

Dewi, N.L., & Sutrisna, I. Ketut. (2012). Pengaruh komponen indeks pembangunan manusia terhadap pertumbuhan ekonomi Provinsi Bali.. E-Jurnal Ekonomi Pembangunan Universitas Udayana, **3**(3): 106–114.

Febrianti, T dan Harahap, E. (2021). Penggunaan Aplikasi MATLAB Dalam Pembelajaran Program Linear. Jurnal Matematika Vol. 20, No. 1.

Hartomo, D.K. (2006). Implementasi Metode Interpolasi Linear untuk Pembesaran Resolusi Citra. TEKNOIN,Vol. 11,No. 3, 219-232.

Krisnawati. (2007). Implementasi Interpolasi Lagrange Untuk Prediksi Nilai Data Berpasangan Dengan Menggunakan Matlab. Prosiding dari Seminar Nasional Teknologi .

Munir, R. (2013). Metode Numerik. Bandung: Informasi Bandung.

Munir, M., Nur, A., Sukholifah, & Azlina, N. (2012). Interpolasi Invers. Universitas Negeri Surabaya.
https://dokumen.tips/documents/interpolasi-invers.html

Pratama, R, R.H Sianipar, &I Ketut W. (2014). Pengaplikasian Metode Interpolasi dan Ekstrapolasi Lagrange, Chebyshev dan Spline Kubik Untuk Memprediksikan angka Pengangguran di Indonesia. Dilektrika, Vol. 1 No. 2: 116-121.

Rodliyah, I. (2015). Aplikasi Interpolasi Lagrange dan Ekstrapolasi dalam Peramalan Jumlah Penduduk. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Uny 2015.

Rosidi, M. (2019). Metode Numerik menggunakan R untuk Teknik Lingkungan. http://bookdown.org/moh_rosidi2610/Metode_Numerik/.

Sahid. (2005). Pengantar Komputasi Numerik dengan Matlab. Yogyakarta: *ResearchGate*.

Yulianto, T., Nur I.U., & Rica A. (2016). Peramalan HIV Menggunakan Interpolasi Lagrange. Zeta – Math Journal, Vol. 2 No. 1.

Zainun, N. Y. dan Majid, M. Z. A. 2003. *Low Cost House Demand Predictor*. Universitas Teknologi Malaysia.