

**PEMODELAN MATEMATIKA TERHADAP KENDARAAN YANG MELAJU
SECARA BERIRINGAN UNTUK MENGHINDARI TERJADINYA
TUBRUKAN**

(Skripsi)

Oleh

SRYHANDAYANI GIRSANG



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023**

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELING OF VEHICLES DRIVING SIMULTANEOUSLY TO AVOID COLLISIONS

By

Sryhandayani Girsang

The brake system is one of the important elements of the vehicle which functions to reduce speed, maintain the stability of the direction and distance between vehicles. Along with the times and the population of vehicles, the policy of regulating the distance of vehicles on the highway/toll road is very necessary for driving safety. In this study an analysis of the braking system will be carried out in order to obtain a safe distance setting. The purpose of this study is to create a mathematical model for setting the distance between vehicles moving side by side in relation to the total stopping distance of a vehicle. An important factor observed in completing the total stopping distance model is the speed of the vehicle. Based on the available data, the results of the study conclude that the best mathematical model for setting the total stopping distance is $d = 1.1v + 0,054v^2$ where the farther the distance between the two vehicles will be the less chance of a collision where the farther the distance between the two vehicles, the less likely a collision will occur.

Keywords: Mathematical Modeling, braking system, stopping distance

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA TERHADAP KENDARAAN YANG MELAJU SECARA BERIRINGAN UNTUK MENGHINDARI TERJADINYA TUBRUKAN

Oleh

Sryhandayani Girsang

Sistem rem merupakan salah satu elemen penting kendaraan yang berfungsi mengurangi kecepatan, menjaga kestabilan arah dan jarak antar kendaraan. Seiring dengan perkembangan zaman dan populasi kendaraan, maka kebijakan pengaturan jarak kendaraan di jalan raya/tol sangat diperlukan untuk keselamatan berkendara. Pada penelitian ini akan dilakukan analisis sistem pengereman guna memperoleh pengaturan jarak yang aman. Tujuan penelitian ini adalah untuk membuat model matematika pengaturan jarak antara kendaraan yang melaju secara beriringan dikaitkan dengan jarak henti total sebuah kendaraan. Faktor penting yang diamati dalam menyelesaikan model jarak henti total adalah kecepatan pada kendaraan. Berdasarkan data yang tersedia, hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa model matematika terbaik untuk mengatur jarak berhenti total yaitu $d = 1.1v + 0,054v^2$ dimana semakin jauh jarak antar kedua kendaraan akan semakin kecil kemungkinan terjadinya tubrukan.

Kata kunci: Pemodelan Matematika, sistem pengereman, jarak berhenti

**PEMODELAN MATEMATIKA TERHADAP KENDARAAN YANG MELAJU
SECARA BERIRINGAN UNTUK MENGHINDARI TERJADINYA
TUBRUKAN**

Oleh

Sryhandayani Girsang

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023**

Judul Skripsi : **PEMODELAN MATEMATIKA TERHADAP
KENDARAAN YANG MELAJU SECARA
BERIRINGAN UNTUK MENGHINDARI
TERJADINYA TUBRUKAN**

Nama mahasiswa : ***Sryhandayani Girsang***

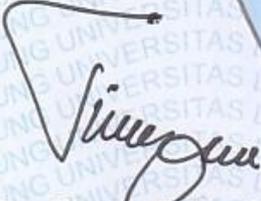
Nomor Pokok Mahasiswa : 1617031081

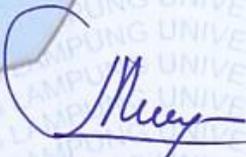
Jurusan : matematika

Fakultas : Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam

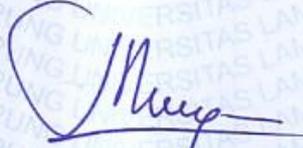


1. **Komisi Pembimbing**


Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP. 198002062003121003

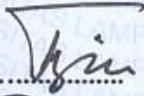

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

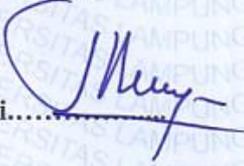
2. **Ketua Jurusan Matematika**


Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

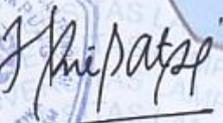
Ketua : Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. 

Sekretaris : Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. 

**Penguji
Bukan Pembimbing** : Prof. Drs. La Zakaria, S.Si., M.Si. 

2. Dekan Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam




Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 22 Juni 2023

PENYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama Mahasiswa : SRYHANDAYANI GIRSANG

No. Pokok Mahasiswa : 1617031081

Jurusan : Matematika

Judul Skripsi : PEMODELAN MATEMATIKA TERHADAP
KENDARAAN YANG MELAJU SECARA BERIRINGAN
UNTUK MENGHINDARI TERJADINYA TUBRUKAN

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil kerja saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi saya ini merupakan Salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 17 Juli 2023
Penulis



Sryhandayani Girsang
NPM. 1617031081

RIWAYAT HIDUP



Penulis bernama lengkap Sryhandayani Girsang, anak kelima dari lima bersaudara yang di lahirkan di Tanjung Beringin pada tanggal 11 juni 1997 oleh pasangan Bapak Sermen Girsang dan Ibu Nurtiolina Br. Munthe.

Penulis menempuh pendidikan di SD Negeri 030339 Tanjung Beringin pada tahun 2004-2010, kemudian melanjutkan sekolah di SMP YP. Ris Maduma Tanjung Beringin pada tahun 2010-2013, dan pada tahun 2013-2016 menempuh sekolah menengah atas di SMA Negeri 1 Sumbul

Pada tahun 2016, penulis terdaftar sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam melalui jalur SNMPTN. Pada tanggal 2 juli – 9 agustus tahun 2019, selama 90 hari penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Tanjung Waras kecamatan Bukit Kemuning Kabupaten Lampung Utara, dan pada tanggal 6 januari –7 Februari tahun 2020, penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di kantor Badan Perencanaan Pembangunan Daerah (BAPPEDA) Lampung Timur. Selama menempuh pendidikan di jurusan Matemaika FMIPA Universitas Lampung, Penulis pernah menjadi Anggota POM MIPA , Anggota BEM Fakultas tahun 2018, Anggota UKM Kristen

MOTTO

“Tuhan dekat pada setiap orang yang berseru kepada-Nya, pada setiap orang yang berseru kepada-Nya dalam kesetiaan”

(Mazmur 145:18)

“sebab aku ini mengetahui rancangan-rancangan apa yang ada pada-Ku mengenai kamu, demikianlah Firman Tuhan, yaitu rancangan damai sejahtera dan bukan rancangan kecelakaan, yang memberikan kepadamu hari depan yang penuh dengan harapan”

(Yeremia 28:11)

PERSEMBAHAN

Puji Dan Syukur saya ucapkan kepada Tuhan Yang Maha Esa

*Dengan penuh kerendahan hati kupersembahkan
karya kecilku yang sederhana ini
sebagai tanda cinta dan kasih sayang ku kepada:*

*Mamaku atas setiap kasih, nasihat, dan doa untukku,
kakak dan abangku yang selalu memberikan dukungan,
maupun motivasi dalam setiap langkah ku,
serta keluarga besar op. niko Girsang yang memberikan
doa serta dukungan selama menempuh perkuliahan.*

*sahabat-sahabat
yang selalu ada untuk membantu disaat-saat sulit,
memotivasi dan memberi dukungan disaat mulai putus asa.*

*Dosen pembimbing dan penguji
yang telah memberikan ilmu dengan penuh kesabaran
dalam membimbing dan mengarahkan.*

Teman-teman seperjuangan

Almamater tercinta Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan karunia serta kasih-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pemodelan Matematika Terhadap Kendaraan Yang Melaju Secara Beriringan Untuk Menghindari Terjadinya Tubrukan”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat.) pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dengan setulus hati penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si., selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
2. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika sekaligus dosen pembimbing kedua.
3. Bapak Agus Sutrisno S.Si., M.Si., selaku Pembimbing Akademik.
4. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku Pembimbing utama atas kesediaan dan keikhlasannya memberikan bimbingan, arahan dan motivasi yang diberikan selama penyusunan skripsi.
5. Bapak Prof. Drs. La Zakaria, S.Si., M.Si., selaku Pembahas yang selalu memberikan bimbingan dan saran atas perbaikan skripsi.

6. Bapak dan Ibu dosen Jurusan Matematika Universitas Lampung yang telah membimbing penulis dalam pembelajaran di Universitas Lampung.
7. Terkhusus Orang Tua, Kakak dan Abang, untuk setiap dukungan yang begitu berdampak sehingga memberikan penulis semangat untuk menyelesaikan pendidikan di perkuliahan. Serta Keluarga besar Op. Niko Girsang yang telah mendukung serta doa untuk lebih menguatkan penulis dalam menyelesaikan perkuliahan.
8. POM-MIPA, UKM-Kristen yang menjadi tempat mengenal orang-orang yang luar biasa selama 4 tahun dan menjadi wadah dalam membantu berorganisasi dan imanku bertumbuh ditanah rantau.
9. Sahabat terbaikku Irwi Sinurat dan Rina Sari Tampubolon sejak menempuh seluruh jenjang pendidikan. Terimakasih senantiasa menyemangati, menguatkan dan mengingatkanku dalam kebaikan dan kesabaran.
10. Teman-temanku Arjun Sitinjak, Putri Dewi Simbolon, Yemi Putri Utami, Myranda Naibaho, Rosanti Sitohang, Pebrina Siringoringo, Bintang Pasaribu, Wilda Simaibang, Sisca Ayu, Desi Manullang, Netron Butar-butar, Salomo Manalu, Ardino Sitorus dan seluruh penghuni asrama Pondok Indah terimakasih atas kesabaran bersamaku selama perjalanan kuliah ini serta Ibu Indro sebagai orang tua selama perkuliahan.
11. Teman KKN Desa Tanjung Waras Ari Wahyudi, Afrizal Halim, Novita Andriyani, Septriza Auli, Ni Putu Ayu Anesca.
12. Angkatan 2016 Matematika UNILA serta kakak dan adik tingkat yang membuatku merasakan indahnya dan serunya dunia perkuliahan.

13. Serta semua pihak yang tak bisa disebutkan satu persatu yang telah bagian penting dari masa awal hingga akhir perkuliahanku.

Penulis berdoa semoga Tuhan Yang Maha Esa membalas kebaikan kalian semua dan semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Bandar Lampung, 17 Juli 2023
Penulis,

Sryhandayani Girsang

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
2.1 Tujuan Penelitian.....	3
3.1 Manfaat Penelitian.....	3
II. DAFTAR PUSTAKA	
2.1 Pengereman Mobil.....	4
2.1.1 Pengertian Umum Rem.....	4
2.1.2 Fungsi Rem	5
2.1.3 Prinsip Kerja Rem	5
2.2 Pemodelan Matematika	6
2.3 Proporsionalitas	9
2.3.1. Definisi Proporsionalitas.....	9
2.3.2. Menguji Proporsionalitas	10
2.4 Pengertian dan Dasar Teori Hukum Newton.....	11
2.5 Pengepasan Kurva (<i>Curve Fitting</i>).....	14
2.5.1 Metode Kuadrat Terkecil	17
3. METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	21
3.2 Data Penelitian.....	21
3.3 Metode Penelitian	21
4. HASIL DAN PEMBAHASAN	

4.1	Identifikasi Masalah	23
4.2	Asumsi dan Model Matematika.....	23
4.3	Pembahasan	25

5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1.	Kesimpulan.....	32
5.2.	Saran.....	32

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Sistem Pegas Massa.....	10
2. Raksi yang Diamati dan Jarak Pengereman	25
3. Waktu yang Diperlukan Untuk Memungkikan Jarak Berhenti yang Tepat	30

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Rangkaian Sistem Pengereman.....	5
2. Prinsip Kerja Rem.....	6
3. Sistem Pegas Massa.....	10
4. Gaya Reaksi dan Aksi.....	12
5. Proses <i>Curva Fitting</i>	15
6. Interpretasi Geometris dari Kriteria Kuadrat Terkecil.....	20
7. Proporsionalitas Jarak Reaksi dan Kecepatan.....	26
8. Proporsionalitas Jarak Pengereman dan Kecepatan Kuadrat.....	28
9. Jarak Berhenti Total.....	29
10. Total Jarak Berhenti dan Aturan Umum Alternatif.....	31

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang dan Masalah

Kendaraan telah menjadi salah satu sarana penting untuk memenuhi kebutuhan sehari-hari di zaman sekarang. Selain berfungsi sebagai alat transportasi, kendaraan juga dibuat untuk membantu proses produksi. Banyak hal yang perlu dipertimbangkan saat merancang sebuah kendaraan, seperti performa, kenyamanan, dan keamanan. Ketiga faktor tersebut biasanya bergantung pada kondisi jalan yang dilalui oleh kendaraan dan beban yang diterimanya. Aspek keamanan paling dekat dengan kestabilan dan keselamatan kendaraan, terutama selama pengoperasiannya.

Sistem pengereman adalah komponen penting dari keamanan kendaraan, yang memungkinkan kendaraan untuk memperlambat atau menghentikan tanpa meningkatkan risiko kecelakaan. Sistem pengereman sangat penting untuk mempermudah pekerjaan manusia di transportasi. Pada jalan yang miring atau tidak rata, pengemudi kadang-kadang tidak tahu bagaimana mengatur gas, rem, dan kopling. Hal ini berarti dia akan bertabrak dengan mobil di depannya dan di belakangnya.

Setiap pengguna kendaraan bermotor, baik beroda dua maupun beroda empat, sangat menghargai keselamatan berkendara karena itu bermanfaat bagi mereka sendiri dan orang lain. Oleh karena itu, setiap orang yang menggunakan kendaraan harus memastikan bahwa mereka aman saat berkendara. Sistem yang dapat membantu pengemudi melakukan pengereman diperlukan untuk mengurangi jumlah kecelakaan yang disebabkan oleh kelalaian pengemudi saat melakukan pengereman.

Permasalahan yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari yaitu permasalahan lalu lintas dimana banyaknya pengguna kendaraan yang sering mengalami kecelakaan saat sedang melakukan pengereman secara mendadak. Kecelakaan lalu lintas juga dapat disebabkan oleh kesalahan manusia maupun kesalahan dari kendaraan. Kendaraan yang berhenti mendadak dapat menyebabkan tabrakan depan-belakang, dan dalam kondisi yang padat dapat menyebabkan tabrakan beruntun. Tabrakan depan-belakang dapat terjadi ketika kendaraan di belakangnya tidak mengetahui adanya proses perlambatan kecepatan kendaraan didepannya. Sistem komunikasi antar dibutuhkan kendaraan terutama mengenai pengurangan kecepatan dan jarak, hal ini dilakukan agar kendaraan lainnya dapat kooperatif dalam menjaga jarak dan kecepatan yang aman sehingga suatu tabrakan dapat dihindarkan.

Salah satu cara untuk mengurangi tingkat kecelakaan akibat pengereman yang mendadak maka diperlukan kebijakan terkait jarak antar dua kendaraan yang berjalan secara beriringan sehingga apabila masing-masing pengendara menggunakan kecepatan tertentu dan salah satu pengendara melakukan pengeraman secara

mendadak maka pengendara lainnya dapat mengantisipasi terjadinya tubrukan, dalam penelitian ini akan dikaji masalah ini melalui pendekatan model matematika.

1.2. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk membuat model matematika pengaturan jarak antara kendaraan yang melaju secara beriringan dikaitkan dengan jarak henti total sebuah kendaraan.

1.3. Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat antara lain:

1. Dapat digunakan sebagai referensi bagi penelitian lanjutan misalnya pemodelan matematika terhadap sistem pengereman mobil
2. Penelitian ini dapat digunakan dalam desain prototipe sistem pengereman pada kendaraan dengan menggunakan pemodelan matematika agar sistem pengereman mobil pada kendaraan menjadi lebih efisien.

II. TINJAUAN PUSTAKA

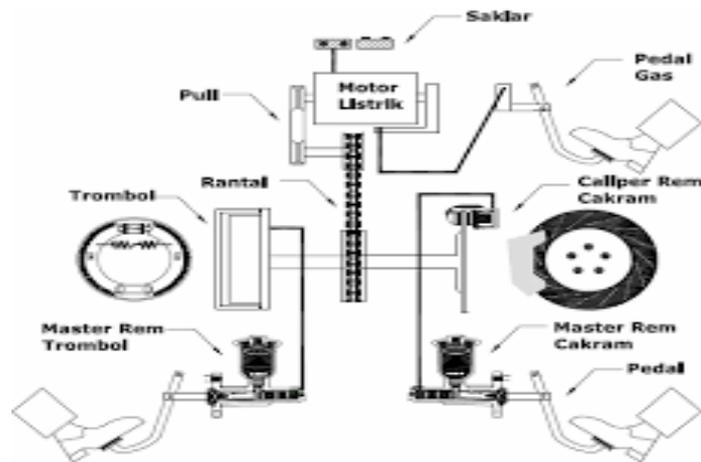
2.1. Sistem Pengereman Mobil

2.1.1. Pengertian Umum Sistem Pengereman

Sistem rem merupakan salah satu komponen paling penting dari kendaraan bermotor, yang berfungsi untuk membantu menghentikan, mengurangi kecepatan, menjaga kestabilan arah dan jarak antar kendaraan. Jika sistem rem tidak berfungsi dengan baik, itu dapat menimbulkan bahaya bagi kendaraan dan penumpangnya karena tidak dapat menghentikan kendaraan pada kondisi jalan lurus atau belok pada segala kecepatan. Akibatnya, perawatan dan perbaikan sistem rem sangat penting untuk meningkatkan kenyamanan pengemudi.

Menurut Saleh (1995) Sistem rem bekerja dengan menekan bagian yang berputar dari tromol ke bagian yang tidak berputar dari sepatu rem yang terbuat dari asbestos. Bergeseknya rem dengan trombol menghasilkan energi panas, yang menyebabkan roda-roda mobil berhenti. Jenis rem berbeda berdasarkan mekanismenya. Rem hidrolik menggunakan tekanan cairan rem terhadap kanvas rem sehingga piringan (cakram) dijepit oleh kanvas rem. Sebaliknya, rem mekanik menggunakan perantara

kawat rem dalam pengereman.



Gambar 1. Rangkaian sistem pada pengereman

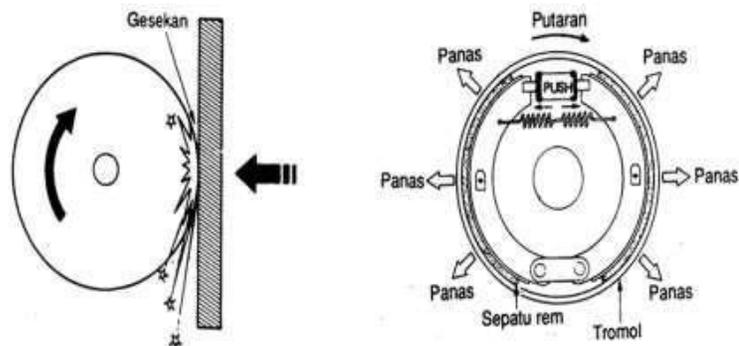
2.1.2. Fungsi Rem

Rem sangat penting untuk keamanan berkendara karena fungsinya adalah untuk mengurangi perputaran roda dan kemudian menghentikan kendaraan. Ini memungkinkan pengemudi untuk mengatur dan mengendalikan kendaraan sesuai keinginannya.

2.1.3. Prinsip Kerja Rem

Prinsip kerja rem yaitu pengereman terjadi karena adanya gesekan antar ban dengan jalan, gesekan akan bertambah sesuai dengan pembagian beban pada ban. Saat melakukan pengereman roda depan lebih dahulu melakukan pengereman dan disusul roda belakang, ini dikarenakan saat dilakukan pengereman maka titik pusat gravitasi kendaraan akan pindah kedepan disebabkan adanya gaya inersia dan karena adanya beban yang menyatu pada bagian depan. Dan pada pengertian lain rem dapat

diartikan tenaga gerak putar roda dirubah oleh proses gesekan menjadi tenaga panas dan tenaga panas itu segera dibuang ke udara luar. Pengereman dilakukan dengan cara menekan sepatu rem yang tidak berputar terhadap tromol (*break drum*) yang berputar bersama roda sehingga menghasilkan gesekan dan kendaraan melambat untuk berhenti (Sularso dan Kiyokatsu Suga, 1978).



Gambar 2. Prinsip kerja rem

2.2. Pemodelan Matematika

Model adalah sifat umum yang diwakili oleh kumpulan bentuk yang ada atau representasi masalah dalam format yang lebih sederhana dan mudah digunakan. Penyusunan beberapa perilaku dunia nyata (fenomena alam) ke dalam bagian matematika yang disebut "dunia matematika" dikenal sebagai pemodelan matematika. Dua jenis model matematika adalah deterministik dan empirik. Hukum dan karakteristik sistem adalah dasar model deterministik, sedangkan data atau fakta yang diberikan oleh sistem adalah dasar model empirik. (Giordano dan Weir, 1977).

Berikut pengertian Pemodelan matematika menurut para ahli:

Menurut Meyer (1985) Model adalah ide atau objek yang digunakan untuk menggambarkan situasi sehingga dapat dipahami. Model matematika, misalnya, terdiri dari bagian-bagian dari konsep matematika seperti variabel, konstanta, fungsi, persamaan, pertidaksamaan, dan lainnya.

Menurut Ross (1989), model matematika yang dibuat dari suatu masalah matematika dan kemudian diselesaikan dengan aturan yang ada. Untuk menentukan validitas penyelesaian, penyelesaian harus diuji. Hasil yang valid akan menjawab secara tepat model matematikanya dan disebut sebagai solusi matematika. Jika penyelesaiannya tidak valid, maka solusi masalah belum ditemukan, dan model matematikanya harus dipecahkan ulang.

Menurut Cahyono (2013) dalam menciptakan model matematika untuk fenomena yang didasarkan pada asumsi yang digunakan. Proses ini merupakan langkah awal yang penting dalam menggunakan matematika untuk mempelajari fenomena alam, ekonomi, sosial, dan lainnya. Secara umum, matematika digunakan untuk mempelajari fenomena, yaitu dengan mencari solusi atau kesimpulan matematika. Setelah model matematika diperoleh, metode matematika yang sesuai digunakan untuk mencari solusi atas model tersebut; kadang-kadang, metode matematika tidak cukup untuk menemukan solusi untuk masalah yang dihadapi. Para ahli matematika terapan sering didorong oleh hal ini untuk membuat metode matematika baru.

Angka-angka, grafik, dan fungsi matematika adalah cara yang paling umum untuk menyampaikan solusi matematika ini.

Bidang matematika yang dikenal sebagai pemodelan matematika berusaha untuk merepresentasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau masalah dunia nyata dalam pernyataan matematik, sehingga pemahaman kita tentang masalah dunia nyata ini menjadi lebih tepat. Proses ini dikenal sebagai model matematika. (Widowati dan Sutimin, 2007).

Model matematika adalah suatu model matematis yang dirancang untuk mempelajari suatu fenomena tertentu yang terjadi di dunia nyata (Chandra, 2016). Dalam penyusunan model matematika dilakukan prosedur sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi masalah.
2. Membuat asumsi;
langkah ini terdiri dari dua kegiatan utama:
 - a. Mengklasifikasikan variabel.
 - b. Menentukan hubungan antara variabel yang telah dipilih.
3. Menyelesaikan atau menginterpretasikan model.
4. Memeriksa kebenaran model.
5. Melaksanakan atau menerapkan model. Proporsionalitas

2.3. Proporsionalitas

2.3.1. Defenisi Proporsionalitas

Proporsionalitas adalah fungsi yang dapat ditentukan menggunakan rumus sebagai berikut

$$y = kx \quad (2.1)$$

Yang dimana k adalah bilangan real bukan nol maka ditulis $y \propto x$.

Jika $y \propto x$ maka $x = \frac{1}{k}y$, karena konstanta k lebih besar dari nol sehingga

Berikut adalah contoh lain dari hubungan proporsionalitas:

$$y \propto x^2 \text{ jika dan hanya jika } y = k_1x^2, \text{ untuk } k_1 \text{ konstan} \quad (2.2)$$

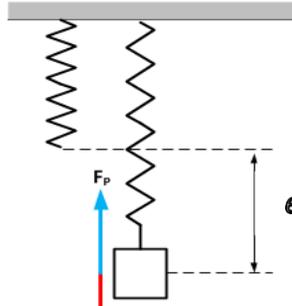
$$y \propto \ln x \text{ jika dan hanya jika } y = k_2 \ln x, \text{ untuk } k_2 \text{ konstan} \quad (2.3)$$

$$y \propto e^x \text{ jika dan hanya jika } y = k_3e^x, \text{ untuk } k_3 \text{ konstan} \quad (2.4)$$

Dari persamaan (2.2) maka kita punya $x \propto y^{\frac{1}{2}}$ karena $x = \left(\frac{1}{\sqrt{k_1}}\right)y^{\frac{1}{2}}$.

Dari defenisi tersebut berarti bahwa grafik y dan x terletak sepanjang garis lurus melalui titik asal. Pengamatan garis ini berguna untuk menguji apakah kumpulan data yang diberikan cukup mengasumsikan hubungan proporsionalitas. Jika proporsionalitas masuk akal, plot satu variabel terhadap yang lain harus mendekati garis lurus melalui titik awal

2.3.2. Menguji proposionalitas



Gambar 3. Sistem pegas-massa

Pertimbangkan sistem pegas-massa, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3. Dilakukan percobaan untuk mengukur bentangan pegas sebagai fungsi dari massa (diukur sebagai berat) yang ditempatkan pada pegas. Data yang dikumpulkan untuk percobaan ini, ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Sistem pegas-massa

massa	panjang
50	1.000
100	1.875
150	2.750
200	3.250
250	4.375
300	4.875
350	5.675
400	6.500
450	7.250
500	8.000
550	8.750

Data dalam Tabel 1 menunjukkan aturan proporsionalitas bahwa pemanjangan sebanding dengan massa m , atau secara simbolis $e \propto m$. Garis lurus terlihat melewati titik awal. Pada pemahaman geometris ini memungkinkan untuk melihat data untuk

menentukan apakah proporsionalitas merupakan asumsi penyederhanaan yang masuk akal dan jika demikian untuk memperkirakan kemiringan k . dalam hal ini, asumsi ini adalah valid. Jadi dapat diperkirakan bahwa konstanta proporsionalitas dengan memilih dua titik (200, 3.250) dan (300, 4.875) yang terletak di sepanjang garis lurus. Dapat dihitung kemiringan garis yang menghubungkan titik-titik dalam Tabel 1 dengan formula berikut:

$$\begin{aligned} \text{kemiringan} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{4.875 - 3.250}{300 - 200} \\ &= 0.01625 \end{aligned}$$

Didapat grafik *scatterplot* dari peregangan atau perpanjangan pegas maupun massa atau berat yang ditempatkan di atasnya menunjukkan garis lurus perkiraan yang melewati titik asal.

2.4. Pengertian dan Dasar Teori Hukum Newton

Dalam fisika, Hukum Newton terdiri dari tiga rumusan dasar yang menjelaskan dan menunjukkan hubungan antara gaya dan gerak benda (Nurachmandani, 2009)

Sir Isaac Newton, ilmuwan yang menemukan dan memperkenalkan kata "Newton", adalah sumber dari istilah tersebut. Dalam karyanya *Philosophie Naturalis Principia Mathematica* menguraikan ketiga hukum tersebut. Hukum Newton tentang meneliti dan mengamati gerak dalam berbagai sistem dan mekanisme.



Gambar 4. Gaya reaksi dan aksi

Berikut adalah bunyi hukum-hukum Newton dalam Nurachmandani (2009:82) yaitu :

1. Hukum Pertama Newton

Hukum I Newton menyatakan bahwa jika gaya yang bekerja pada sesuatu sama dengan nol, maka sesuatu yang sebelumnya diam akan tetap diam, dan sesuatu yang bergerak lurus beraturan akan tetap bergerak lurus beraturan. Dengan kata lain, sesuatu akan tetap dalam keadaannya jika gaya yang bekerja padanya sama dengan nol. Sebagai contoh, batu akan tetap berada di atas gunung tanpa bergerak.

Hukum I Newton dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\sum F = 0 \quad (2.5)$$

Keterangan:

$\sum F$ = resultan gaya ($\text{Kg } m/s^2$)

2. Hukum Kedua Newton

Percepatan (perubahan dan kecepatan) gerak suatu benda selalu berbanding lurus dengan hasil gaya yang bekerja padanya dan berbanding terbalik dengan massanya, menurut Hukum II Newton.

Artinya, gaya suatu sistem sangat dipengaruhi oleh massa suatu benda. Perubahan akan terjadi ketika massa ditambah atau dikurangi. Menghitung sistem dengan massa yang berubah-ubah membutuhkan banyak perumusan suatu benda, contohnya, menjadi lebih sulit untuk diangkat jika lebih berat.

Hukum II Newton dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\sum F = m \cdot a \quad (2.6)$$

Keterangan:

$\sum F$ = resultan gaya ($\text{Kg } m/s^2$)

m = massa benda (kg)

a = percepatan (m/s^2)

3. Hukum Ketiga Newton

Hukum III Newton, setiap aksi dan reaksi, menyatakan bahwa setiap benda akan berinteraksi apabila ada yang memberikan gaya padanya; dengan kata lain, jika suatu benda melakukan gaya terhadap benda lain, benda lain akan membalas

gaya yang diberikan ke arah yang berlawanan. Dalam hal ini, bentuk perwujudan dan interaksi adalah dengan membalas gaya yang diberikan ke arah yang berlawanan.

Gaya selalu bekerja pada dua benda, sehingga setiap gaya memiliki dua ujung: satu ke benda pertama dan satu lagi ke benda kedua. Gaya magnet adalah contohnya.

Hukum III Newton dapat didefinisikan sebagai berikut

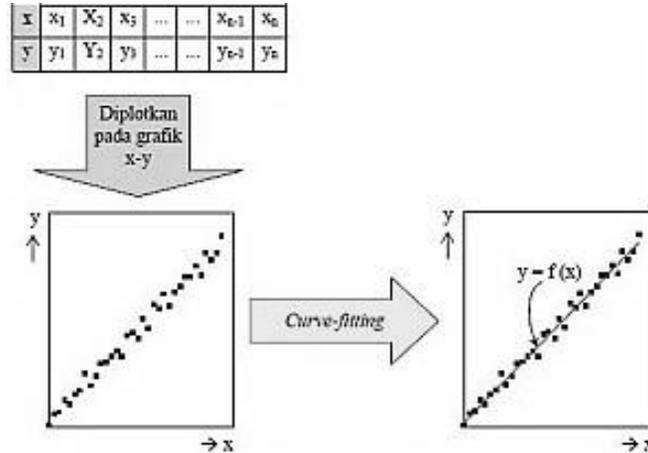
$$\sum F_{aksi} = \sum F_{reaksi} \quad (2.7)$$

2.5. Pengepasan Kurva (*Curve Fitting*)

Menurut Munir (2006) Penelitian biasanya menggunakan data diskrit, yang biasanya berbentuk tabel. Menentukan nilai di antara titik-titik diskrit ini adalah masalah umum. Solusi untuk masalah ini adalah mencari fungsi yang mencocokkan titik-titik data dalam tabel. Metode ini disebut pencocokan kurva (*curve fitting*).

Banyak situasi di mana kita bekerja dengan sejumlah data diskrit, biasanya dalam bentuk tabel. Data dapat berasal dari pengukuran di laboratorium, pengamatan di lapangan, atau tabel dari buku acuan. Menentukan harga di antara data yang sudah ada tanpa melakukan pengukuran ulang adalah masalah yang sering muncul. Misalkan data-data y tersedia pada sejumlah n pasang x , maka dapat ditemukan persamaan $y = f(x)$ yang menunjukkan hubungan antara y dan x yang terdekat dengan

data. Metode numerik seperti ini disebut Pengepasan Kurva (*Curve Fitting*).
(Iskandar, 2014)



Gambar 5 proses pada *curve fitting*

Secara numerik, metode untuk melakukan teknik penyesuaian kurva adalah interpolasi dan regresi:

1. Interpolasi

Bila data dalam tabel mempunyai ketelitian yang sangat tinggi (misal : tabel harga suatu fungsi, tabel yang terdapat dalam acuan ilmiah, seperti harga percepatan gravitasi sebagai fungsi jarak dari pusat bumi) kurva cocokannya dibuat melalui setiap titik data. Pencocokan data seperti ini disebut interpolasi. Metode yang digunakan antara lain adalah : interpolasi linear, interpolasi kuadrat dan interpolasi polinom (Muhaemin dan Saukat, 2009).

2. Regresi

Regresi adalah teknik pemecahan kurva untuk data yang ketelitiannya rendah.

Contohnya:

- Data hasil pengamatan

- Data hasil percobaan di laboratorium
- Data statistik

Data seperti ini disebut data hasil pengukuran. Pencocokan kurva untuk data hasil pengukuran, kurvanya tidak pula melalui semua titik dan tidak pula menggunakan polinom derajat tinggi. Jika sebuah data menunjukkan derajat kesalahan, dapat dibuat kurva tunggal untuk merepresentasikan trend data tersebut (Luknanto, 2001).

Terdapat beberapa metode regresi yang dapat digunakan yaitu: regresi linear, regresi eksponensial, regresi linear berganda dan regresi polinomial.

➤ Regresi polinomial

Polynomial Regression atau regresi polinomial digunakan untuk menentukan fungsi polinomial yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_r, y_r) yang diketahui. dengan persamaan polinomial dengan derajat r dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{y} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_rx^r \quad (2.8)$$

Jika y adalah data hasil pengukuran dan \hat{y} adalah model persamaan polinomialnya, maka kesalahan antara data dan model dapat diketahui sebagai jumlah kuadrat dari selisih antara y dan \hat{y} untuk setiap variabel x . Jumlah kuadrat dari kesalahan tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$E^2 = \sum_{i=1}^r (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$E^2 = \sum_{i=1}^r (y_i - a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_rx^r)^2 \quad (2.9)$$

Selain itu, persamaan berikut akan terpenuhi dengan jumlah kuadrat

kesalahan minimum atau E^2 sebagai berikut:

$$\frac{6E^2}{6a_0} = \frac{6E^2}{6a_1} = \frac{6E^2}{6a_2} = \frac{6E^2}{6a_3} = \dots = \frac{6E^2}{6a_r} = 0 \quad (2.10)$$

Hasil persamaan-persamaan berikut didapat dari turunan E^2 terhadap masing-masing konstanta yaitu:

$$\begin{aligned} na_0 + a_1 \sum x_i + a_2 \sum x_i^2 + \dots + a_r \sum x_i^r &= \sum y_i \\ a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 + a_2 \sum x_i^3 + \dots + a_r \sum x_i^{r+1} &= \sum x_i y_i \\ a_0 \sum x_i^2 + a_1 \sum x_i^3 + a_2 \sum x_i^4 + \dots + a_r \sum x_i^{r+2} &= \sum x_i^2 y_i \\ a_0 \sum x_i^r + a_1 \sum x_i^{r+1} + a_2 \sum x_i^{r+2} + \dots + a_r \sum x_i^{r+r} &= \sum x_i^r y_i \end{aligned} \quad (2.11)$$

Dan dapat disusun dalam bentuk perkalian matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^r \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{r+1} \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \dots & \sum x_i^{r+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sum x_i^r & \sum x_i^{r+1} & \sum x_i^{r+2} & \dots & \sum x_i^{r+r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \vdots \\ \sum x_i^r y_i \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Dalam menentukan nilai-nilai parameter yang belum diketahui yaitu

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_r$ dapat dicari dengan menggunakan persamaan (2.12)

(Widodo, 2015).

2.5.1. Metode Kuadrat Terkecil

Salah satu metode "pendekatan" yang paling penting dalam dunia keteknikan adalah metode kuadrat terkecil (*Least-Squares Method*), untuk: (a) pembentukan persamaan

atau regresi dari titik data diskretnya (dalam pemodelan) dan (b) analisis sesatan pengukuran (dalam validasi model).

Hubungan linear antara dua variabel diidentifikasi dengan menentukan garis tren dengan kuadrat terkecil dari selisih data asli dengan garis tren. Teknik kuadrat terkecil, juga dikenal sebagai metode kuadrat terkecil, digunakan dalam proses ini. Metode ini menghasilkan persamaan garis dengan koefisien nilai kecenderungan negatif atau positif. Nilai prediksi untuk periode berikutnya dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan garis ini. Rumus persamaan garis yang digunakan (Montgomery, dkk, 2008) adalah

$$\hat{Y} = a + bt \quad (2.13)$$

Keterangan:

\hat{y} = variabel nilai tren

a = nilai konstanta saat t sama dengan 0

b = kemiringan garis

t = variabel waktu

untuk mencari nilai kemiringan garis (b) digunakan rumus:

$$b = \frac{n \sum tF - (\sum F)(\sum t)}{n \sum t^2 - (\sum t)^2} \quad (2.14)$$

Dengan:

$\sum Y$ = total nilai tren

$\sum t$ = total variabel waktu

$\sum tY$ = total perkalian dari variabel waktu dengan nilai tren

$\sum t^2$ = total kuadrat variabel waktu

n = jumlah nilai tren

untuk mencari nilai konstanta (a) digunakan rumus

$$a = \frac{\sum F}{n} - b \left(\frac{\sum x}{n} \right) \quad (2.15)$$

Nilai kemiringan garis (b) dan nilai konstanta (a) harus diterapkan pada persamaan garis untuk mengetahui kecenderungan dan nilai prediksi di periode berikutnya.

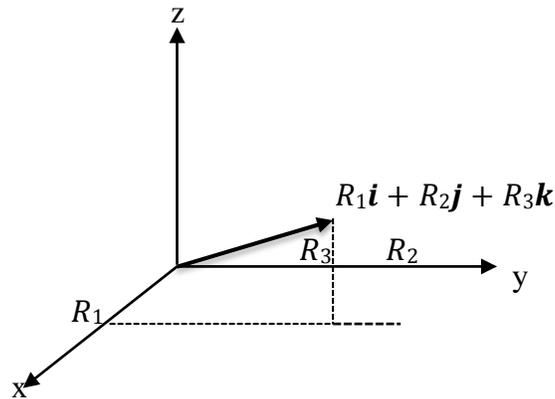
Saat ini, kriteria pencocokan kurva yang paling sering digunakan adalah kriteria kuadrat terkecil. Dengan menggunakan notasi yang sama seperti ditunjukkan sebelumnya, yaitu menentukan parameter dari fungsi bertipe $y = f(x)$ untuk meminimalkan jumlah

$$\sum_{i=1}^m |y_i - f(x_i)|^2$$

Bagian dari popularitas kriteria ini berasal dari kemudahan dalam menyelesaikan masalah optimalisasi yang dihasilkan hanya dengan menggunakan kalkulus pada beberapa variabel. Namun, kemajuan relatif baru dalam teknik pemrograman matematika (*mathematical programming techniques*) seperti metode simplex (*Simplex Method*) untuk memecahkan banyak penerapan kriteria Chebyshev dan kemajuan dalam metode numerik untuk mendekati solusi kriteria yang menjanjikan untuk menghilangkan keunggulan ini. Untuk penggunaan metode kuadrat terkecil akan meningkat saat mempertimbangkan argumen probabilistik yang menganggap kesalahan didistribusikan secara acak.

Akan diberikan iterpretasi geometris dari kriteria kuadrat terkecil. Pertimbangkan kasus tiga titik data dan misalkan $R_i = |y_i - f(x_i)|$ menunjukkan nilai mutlak antara

nilai yang diamati dan diprediksi untuk $i=1,2,3$. misalkan R_i adalah sebagai komponen skalar dari vektor deviasi seperti yang digambarkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Interpretasi geometris dari kriteria kuadrat terkecil

Jadi, vektor $R = R_1i + R_2j + R_3k$ mempresentasikan menghasilkan deviasi antar nilai yang diamati dan nilai yang diprediksi. Besarnya vektor deviasi diberikan oleh

$$|R| = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2} \quad (2.16)$$

Untuk meminimalkan $|R|$ kita dapat meminimalkan $|R|^2$. Dengan demikian, masalah kuadrat terkecil adalah menentukan parameter dari fungsi bertipe $y = f(x)$ demikian sehingga

$$|R|^2 = \sum_{i=1}^3 R_i^2 = \sum_{i=1}^3 |y_i - f(x_i)|^2$$

Diminimalkan. Artinya, kita dapat menginterpretasikan kriteria kuadrat terkecil sebagai meminimalkan besaran vektor yang koordinatnya mewakili deviasi absolut antara nilai yang diamati dan diprediksi.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2022/2023 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2. Data Penelitian

Data yang digunakan penulis dalam penelitian ini adalah jarak pengereman oleh Biro Jalan Umum A.S.

3.3. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan secara studi pustaka, yaitu dengan mempelajari buku- buku teks penunjang dan jurnal. Untuk mempermudah pengaturan jarak antar kendaraan yang melaju secara bersamaan digunakan metode model matematika.

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini yaitu :

1. Mengidentifikasi masalah
2. Membuat asumsi
 - a. Mengidentifikasi Mengklarifikasikan variabel

- b. Menentukan keterkaitan antar variabel yang dipilih dan sub model
3. Membuat model matematika berdasarkan asumsi
4. Memecahkan atau menyelesaikan model dan menginterpretasikannya.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan sebagai berikut:
Model matematika terbaik untuk mengatur jarak berhenti total yaitu $d = 1.1v + 0,054v^2$ dimana semakin jauh jarak antar kedua kendaraan akan semakin kecil kemungkinan terjadinya tabrakan, karena masih memiliki waktu yang cukup untuk melakukan pengereman mulai dari menginjak rem hingga rem benar-benar berhenti total.

5.2. Saran

Penelitian ini dapat digunakan sebagai referensi untuk penelitian selanjutnya, dengan melakukan penelitian lebih lanjut mengenai bagaimana menentukan jarak, waktu dan kecepatan yang lebih akurat agar tidak terjadi tubrukan antar dua kendaraan yang saling beriringan dengan metode yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

- Cahyono. 2013. *Pemodelan Matematika*. Graha Ilmu, Bandung.
- Chandra, T.D. 2016. *Pengenalan Pemodelan*. Universitas Terbuka, Tangerang Selatan.
- Giordano, F.P. and Weir, M.D. 1977. *Differential Equations A Modelling Approach*. Addison-Wesley Publishing Company, New York.
- Giordano, F.P., Fox, W.P., and Weir, M.D. 2002. *A First Course in Mathematical Modeling*. 3rd Edition. Thomson Books/Cole. Australia.
- Iskandar, D. 2014. *Metode Numerik*. STIMIK-AMIK Riau. Pekanbaru.
- Luknanto, D. 2001. *Metoda Numerik*. UGM. Yogyakarta
- Meyer, W.J. 1985. *Concept of Mathematical Modeling*. Mgraw-Hill Book Company, New York.
- Montgomery, D.C., Jennings, C.L., & Kulachi, M. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. United States of America: Wiley-Interscience.
- Muhaemin, M., dan Saukat, M. 2009. *Analisis Numerik*. Universitas Padjadjaran, Bandung
- Munir, R. 2006. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.

- Nurachmandani, S. 2009. *Fisika : Untuk SMA/MA Kelas X*, Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional, Jakarta
- Ross, L.S. 1989. *Differential Equation*. 3thEdition. John Writtlely and Sons, New York.
- Saleh, A.M. 1995. *Teknik Mobil*. Bharatara Niaga Media, Jakarta
- Sularso, Kiyokatsy Suga. 1978. *Dasar – dasar Pemilihan dan Perencanaan Elemen Mesin*. PT. Pradya Paramita, Jakarta
- Widodo, S. 2015. *Metode Numerik*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Widowati dan Sutimin. 2007. *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro, Semarang.