PENERAPAN HIMPUNAN *ROUGH* PADA HOMOMORFISMA SEMIGRUP

(Skripsi)

Oleh

Melinawati

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

ABSTRACT

THE APPLICATION OF ROUGH SET ON A SEMIGROUP HOMOMORPHISM

By

MELINAWATI

The rough set theory was first introduced by Zdzislaw Pawlak in 1982 as a powerful methodology for uncertain data, unclear, or incomplete information and knowledge while modeling problems in computer science, medical science, data analysis, and many other diverse fields. Let (U, R) be an approximation space, where U is the universal set and R is the equivalence relation on U. The equivalence relation will partition the universe set into mutually exclusive classes called equivalence classes. Then given a subset G of the universal set U, if the upper approximation of G is not the same as the lower approximation of G then the set G is a rough set. If binary operations are defined, the set G will form a rough semigroup if it satisfies certain conditions. In this study, we will construct a homomorphism of a rough semigroup and investigate its properties. If $\varphi : \overline{R}(G) \to \overline{R}(H)$ is a rough semigroup homomorphism, then $\varphi\left(e_{\overline{R}(G)}\right) = e_{\overline{R}(H)}$. If $\varphi : \overline{R}(G) \to \overline{R}(H)$ is a rough homomorphism, then $\varphi(a^{-1}) = \left(\varphi(a)\right)^{-1}$ for all $a \in \overline{R}(G)$.

Keywords: *Upper approximation, lower approximation, rough set, rough semigroup, rough semigroup homomorphism.*

ABSTRAK

PENERAPAN HIMPUNAN *ROUGH* PADA HOMOMORFISMA SEMIGRUP

Oleh

MELINAWATI

Teori himpunan *Rough* diperkenalkan oleh Zdzislaw Pawlak pada tahun 1982 sebagai metodologi yang kuat untuk data yang tidak pasti, tidak jelas, atau informasi dan pengetahuan tidak lengkap sambil memodelkan masalah dalam ilmu komputer, ilmu kedokteran, analisis data, dan banyak bidang beragam lainnya. Diberikan pasangan (U, R) merupakan ruang aproksimasi dengan U adalah himpunan semesta dan R adalah relasi ekuivalensi pada U. Suatu relasi ekuivalensi akan mempartisi himpunan semesta menjadi kelas-kelas yang saling asing yang dinamakan dengan kelas ekuivalensi. Kemudian diberikan himpunan bagian G dari himpunan semesta U, jika aproksimasi atas dari G tidak sama dengan aproksimasi bawah dari G maka himpunan G merupakan himpunan *rough*. Jika didefinisikan operasi biner pada G, himpunan G akan menjadi semigrup *rough* apabila memenuhi syarat tertentu. Pada penelitian ini akan dikonstruksi homomorfisma dari suatu semigrup dan diselidiki sifat-sifatnya. Jika $\varphi : \overline{R}(G) \to \overline{R}(H)$ merupakan homomorfisma semigrup *rough*, maka $\varphi\left(e_{\overline{R}(G)}\right) = e_{\overline{R}(H)}$. Jika $\varphi : \overline{R}(G) \to \overline{R}(H)$ merupakan homomorfisma semigrup *rough*, maka $\varphi(a^{-1}) = \left(\varphi(a)\right)^{-1}$ untuk setiap $a \in \overline{R}(G)$.

Kata kunci: *Aproksimasi atas, aproksimasi bawah, himpunan rough, semigrup rough, homomorfisma semigrup rough.*

PENERAPAN HIMPUNAN *ROUGH* PADA HOMOMORFISMA SEMIGRUP

MELINAWATI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

Judul Skripsi : **PENERAPAN HIMPUNAN *ROUGH* PADA HOMOMORFISMA SEMIGRUP**

Nama Mahasiswa : **Melinawati**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1957031006**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.	**Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc.**
NIP 19840627 200604 2 001	NIP 19800206 200312 1 003

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.** ....

Sekretaris : **Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Lampung,

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **13 Juli 2023**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

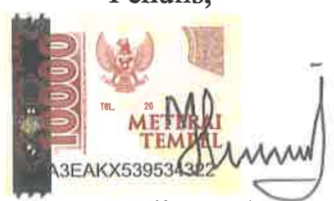
Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: **Melinawati**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1957031006**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **Penerapan Himpunan *Rough* pada Homomorfisma Semigrup**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 13 Juli 2023

Penulis,



Melinawati

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Melinawati yang lahir di Serang pada tanggal 30 Mei 2001. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara yang terlahir dari pasangan A.Hafis dan Suratin.

Penulis menempuh awal pendidikan di TK Pembangunan pada tahun 2006 sampai dengan tahun 2007. Selanjutnya, penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Dasar di SDN 2 Anyer pada tahun 2007 sampai tahun 2013. Kemudian, penulis melanjutkan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 1 Anyer pada tahun 2013 sampai tahun 2016. Penulis melanjutkan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Anyer.

Pada tahun 2019, penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung (Unila) melalui jalur SMMPTN Barat.

Pada bulan Januari sampai Februari 2022, sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat, penulis melaksanakan kegiatan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Cikoneng, Kecamatan Anyer, Kabupaten Serang. Pada bulan Juni sampa Juli penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Dinas Perpustakaan dan Kearsipan Kota Bandar Lampung.

KATA INSPIRASI

"Sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan"
(Q.S Al-Insyirah: 5)

"Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya"
(Q.S. Al-Baqarah: 286)

"Jalan pelan-pelan bukan berarti terlambat, bukan berarti tidak mampu jalan lebih cepat. Terkadang kita perlu hidup seperti kura-kura sebentar, untuk merasakan banyak hal dengan waktu yang lebih lama. Untuk bisa memaksimalkan sebuah moment, karena tidak semua hal bisa kejadian dua kali"
(Rintik Sedu)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirobbil'alamin,

Puji dan syukur kehadirat Allah Subhanahu Wata'ala atas limpahan nikmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad Shallallahu 'Alaihi Wasallam

Dengan penuh syukur, kupersembahkan karya ini kepada:

Keluarga Tercinta

Terimakasih kepada keluargaku untuk semua do'a, kasih sayang, serta nasehat yang diberikan. Terimakasih seluruh keluargaku karena sudah mendukungku dalam segala hal dan selalu memberikan semangat.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat berjasa dalam membantu, memberikan masukan, arahan, serta ilmu yang berharga.

Sahabat – Sahabatku

Terimakasih kepada sahabat – sahabatku atas semua do'a, dukungan, semangat, serta canda tawa keceriaan selama masa perkuliahan ini.

Almamater Tercinta Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillahirabbilalamin, puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala limpahan karunia serta rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Penerapan Himpunan *Rough* pada Homomorfisma Semigrup". Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing I atas kesediaan waktu dalam memberikan arahan, motivasi, bimbingan, serta saran kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan, serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyeesaikan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Penguji dan Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi yang membangun kepada penulis selama proses penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph. D. selaku dosen pembimbing akademik yang telah membimbing penulis selama mengikuti perkuliahan.
5. Seluruh dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Ayah, Ibu, Hendri dan keluarga besar yang selalu memotivasi, memberikan dukungan dan do'a kepada penulis.
7. Terimakasih kepada diriku sendiri karena sudah berjuang dan bertahan sejauh ini.

8. Sahabat-sahabatku Shella, Triya, Ale, Aulia Ayu, Roro, Listra, Aulia Zahro, Kori, Nada, Fitri, Hana, Feby, Eccha, Putri, Deswita dan Hijri terimakasih untuk semua motivasi, dukungan, semangat, kebersamaan serta kenangan yang indah dalam menjalani perkuliahan dan selama proses penyusunan skripsi ini.
9. Teman – teman KKN Cikoneng, untuk segala kebersamaan dan dukungan selama ini.
10. Teman – teman satu bimbingan Triya, Gusti, Rara, Lutfi yang telah memberikan semangat, motivasi maupun saran kepada penulis.
11. Teman – teman Jurusan Matematika angkatan 2019 yang sudah banyak membantu selama masa perkuliahan.
12. Semua pihak yang membantu dalam proses penyusunan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebut satu persatu.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 13 Juli 2023
Penulis,

Melinawati

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Teori himpunan *Rough* diperkenalkan oleh Zdzislaw Pawlak pada tahun 1982 sebagai metodologi yang kuat untuk data yang tidak pasti, tidak jelas, atau informasi dan pengetahuan tidak lengkap sambil memodelkan masalah dalam ilmu komputer, ilmu kedokteran, analisis data, dan banyak bidang beragam lainnya.

Teori himpunan *rough* ini memungkinkan setiap himpunan bagian dari himpunan semesta dicirikan menjadi dua himpunan bagian yang dapat didefinisikan sebagai aproksimasi atas (*upper approximation*) dan aproksimasi bawah (*lower approximation*). Ruang aproksimasi didefinisikan sebagai pasangan (U, R), dengan U adalah himpunan semesta dan R adalah relasi ekuivalensi pada U. Suatu relasi ekuivalensi akan mempartisi himpunan semesta menjadi kelas-kelas yang saling asing yang dinamakan kelas ekuivalensi.

Teori himpunan *rough* telah dipelajari oleh beberapa peneliti sebelumnya seperti, Miao dkk. (2005) yang mempelajari tentang grup *rough*, subgrup *rough*, dan sifat-sifatnya. Bagirmaz dan Ozcan (2015) mempelajari semigrup *rough* pada ruang aproksimasi. Edwards (1985) mempelajari semigrup mendasar dan Kuroki (1997) mempelajari ideal *rough* di semigrup. Selain itu, Bibi (2016) mempelajari generalisasi ideal *rough* di semigrup dan Shabir dan Rehman (2011) mempelajari himpunan *rough* di semigrup *ternary* dan Wang dan Zhang (2016) mempelajari semigrup *rough* dan semigrup *fuzzy rough* berdasarkan ideal *fuzzy*.

Selanjutnya, Jun (2003) mempelajari ideal di gamma-semigrup, Biswas dan Nanda (1994) mempelajari pengertian dari subgrup *rough*, Bashir dkk. (2022) mempelajari ideal *fuzzy rough* yang diinduksi oleh set-nilai homomorfisma di semigrup *ternary*. Selain itu, Hafifullah dkk. (2022) mempelajari sifat-sifat barisan V-Koeksak *rough* pada grup *rough*, serta Nugraha dkk., (2022) mempelajari penerapan himpunan *rough* pada struktur grup. Konsep dasar dari himpunan *rough* adalah himpunan semesta, operasi biner dan relasi ekuivalensi.

Semigrup *rough* mengkarakterisasi ruang aproksimasi dan operasi biner. Semigrup *rough* memliki 2 sifat yaitu untuk setiap $x, y \in S, x * y \in \overline{R}(S)$ dan memenuhi sifat asosiatif. Homomorfisma adalah pemetaan ϕ dari suatu grup ke grup lainnya. Pada penelitian ini penulis tertarik untuk meneliti implementasi dari himpunan *rough* kedalam suatu struktur aljabar yaitu homomorfisma dari semigrup *rough* dan akan diselidiki sifat-sifat dari homomorfisma semigrup *rough*.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkontruksi homomorfisma semigrup *rough* dari suatu ruang aproksimasi dan menyelidiki sifat-sifatnya serta membuat program untuk menentukan homomorfisma semigrup *rough* menggunakan program *Python*.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. mengembangkan pengetahuan tentang struktur aljabar terutama pada himpunan *rough*,
2. mengembangkan pengetahuan tentang homomorfisma semigrup *rough*,
3. sebagai referensi untuk penelitian lebih lanjut.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Himpunan

Sebelum membahas lebih lanjut, berikut ini akan diberikan definisi himpunan.

Definisi 2.1.1 Himpunan (*set*) adalah kumpulan objek-objek yang berbeda. Objek yang terdapat di dalam himpunan disebut elemen, unsur, atau anggota. Jika elemen suatu himpunan terbatas, maka dapat disajikan himpunan dengan cara mengenumerasi, artinya menuliskan semua elemen himpunan yang bersangkutan diantara dua buah kurung kurawal. Biasanya suatu himpunan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital maupun dengan simbol-simbol lainnya (Munir, 2010).

Berikut ini merupakan contoh dari himpunan.

Contoh 2.1.2

Diberikan himpunan A yang berisi 6 anggota 1,2,3,4,5 dan 6. Himpunan A dapat ditulis sebagai $A = \{1,2,3,4,5,6\}$. Himpunan ditentukan oleh anggota-anggotanya dan bukan pada urutan anggota-anggotanya. Urutan anggota dalam suatu himpunan tidak berarti apa-apa. Oleh karena itu, dapat ditulis himpunan A sebagai $A = \{1,2,4,5,3,6\}$ atau $A = \{6,5,4,3,2,1\}$.

Setelah membahas tentang definisi himpunan, berikut ini akan diberikan definisi kardinalitas suatu himpunan.

Definisi 2.1.3 Suatu himpunan dikatakan berhingga (*finite set*) jika terdapat n elemen berbeda (*distinct*) yang dalam hal ini n adalah bilangan bulat tak-negatif. Sebaliknya himpunan tersebut dinamakan tak-berhingga (*infinite set*). Banyaknya anggota himpunan A disebut kardinalitas dari himpunan A dan dinotasikan dengan $n(A)$ atau $|A|$ (Munir, 2010).

Berikut ini merupakan contoh dari kardinalitas.

Contoh 2.1.4

1. Jika $A = \{x \mid x$ merupakan bilangan genap yang lebih kecil dari $10\}$, maka $|A| = 4$ dengan anggota A adalah 2,4,6 dan 8.
2. Jika himpunan B = {dosen, perawat, dokter, polisi, supir, petani}, maka $|B| = 6$.
3. Himpunan bilangan riil mempunyai anggota tak berhingga, sehingga $|\mathbb{R}| = \infty$.

Setelah membahas tentang definisi kardinalitas, berikut ini akan diberikan definisi himpunan kosong.

Definisi 2.1.5 Himpunan kosong (*empty set*) merupakan himpunan yang tidak memiliki satupun elemen atau himpunan dengan cardinal = 0. Himpunan kosong dinotasikan dengan $\emptyset$ atau $\{\}$ (Munir, 2010).

Berikut ini merupakan contoh dari himpunan kosong.

Contoh 2.1.6

1. Jika $A = \{x \mid x < x\}$, maka $|A| = 0$.
2. Jika B = {nama-nama bulan yang diawali dengan huruf X}, maka $|B| = 0$.
3. Jika $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x$ adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 2 = 0\}$, maka $|C| = 0$.

Setelah membahas tentang definisi himpunan kosong, berikut ini akan diberikan definisi himpunan bagian.

Definisi 2.1.7 Himpunan *A* dikatakan himpunan bagian (*subset*) dari himpunan *B* jika dan hanya jika setiap anggota *A* merupakan anggota dari *B*. Dalam hal ini, *B* dikatan *superset* dari *A*. Himpunan bagian dinotasikan dengan $A \subseteq B$ (Munir, 2010).

Berikut ini merupakan contoh dari himpunan bagian.

Contoh 2.1.8

1. Jika $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{a, b, c, d, e, f\}$, maka $A \subseteq B$.
2. Jika $C = \{1,2,3,4\}$ dan $D = \{1,2,3,4,5,6\}$, maka $C \subseteq D$.

Setelah membahas tentang definisi himpunan bagian, berikut ini akan diberikan definisi himpunan saling lepas.

Definisi 2.1.9 Dua himpunan *A* dan *B* dikatakan saling lepas jika keduanya tidak memiliki anggota yang sama. Himpunan saling lepas dinotasikan dengan *A* // *B* (Munir, 2010).

Berikut ini merupakan contoh dari himpunan saling lepas.

Contoh 2.1.10

Jika $A = \{x | x \in P, x < 5\}$ dan $B = \{6,7,8,9\}$, maka *A* // *B*.

Setelah membahas tentang definisi himpunan saling lepas, berikut ini akan diberikan definisi himpunan kuasa.

Definisi 2.1.11 Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan A adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri. Himpunan kuasa dinotasikan dengan P(A) atau 2^A (Munir, 2010).

Berikut ini merupakan contoh dari himpunan kuasa.

Contoh 2.1.12

1. Jika $A = \{1,2\}$, maka $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$.
2. Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$, dan himpunan kuasa dari $\{\emptyset\}$ adalah $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

2.2 Relasi

Menurut Munir (2010), hubungan antara elemen himpunan dengan elemen himpunan lain dinyatakan dengan struktur yang disebut relasi. Secara matematis, definisi relasi adalah sebagai berikut.

Definisi 2.2.1 Suatu relasi R pada himpunan S adalah suatu himpunan bagian dari $S \times S = \{(a,b) | a,b \in S\}$. Dengan kata lain, suatu relasi R atas suatu himpunan S adalah suatu aturan yang menghubungkan unsur dari himpunan S ke unsur himpunan S itu sendiri (Suwilo dkk., 1987).

Contoh 2.2.3

Misalkan $A = \{2,3,4\}$ dan $B = \{2,4,8,9,15\}$. Jika didefinisikan relasi R dari A ke B dengan $(a,b) \in R$ jika dan hanya jika a faktor prima dari b, maka diperoleh:

$R = \{(2,2), (2,4), (2,8), (3,9), (3,15)\}$.

Contoh 2.2.4

Misalkan R adalah relasi pada $A = \{2,3,4,8,9\}$ yang didefinisikan oleh $(x, y) \in R$ jika dan hanya jika *x* habis dibagi oleh y, maka diperoleh:

$R = \{(2,2), (4,4), (4,2), (8,8), (8,2), (8,4), (3,3), (9,9), (9,3)\}$.

Setelah membahas tentang definisi relasi, berikut ini akan diberikan definisi relasi ekuivalensi.

Definisi 2.2.5 Suatu relasi ekuivalensi atas suatu himpunan S adalah suatu himpunan R yang terdiri dari pasangan berurut dari unsur-unsur di S sehingga berlaku:

1. sifat refleksif : yaitu $(a, a) \in R$, untuk setiap $a \in S$;
2. sifat simetris : yaitu jika $(a, b) \in R$, maka $(b, a) \in R$;
3. sifat transitif : yaitu jika $(a, b) \in R$ dan $(b, c) \in R$, maka $(a, c) \in R$.

(Suwilo dkk., 1987)

Berikut ini merupakan contoh dari relasi ekuivalensi.

Contoh 2.2.6

1. Relasi R pada $\mathbb{R}$, dengan $(a, b) \in R$, jika $a^2 + 2b = b^2 + 2a$ (bersifat refleksif).
2. Misalkan R merupakan relasi pada sebuah himpunan bilangan riil yang dinyatakan oleh aRb jika dan hanya jika $a - b \in \mathbb{Z}$ (bersifat simetris).
3. Misalkan $A = \{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ dan relasi R didefinisikan oleh aRb jika dan hanya jika *a* membagi *b* dimana $a, b \in A$ (bersifat transitif).

Setelah membahas tentang relasi dan relasi ekuivalensi, berikut ini akan diberikan definisi kelas ekuivalensi.

Definisi 2.2.7 Misalkan R adalah suatu relasi ekuivalensi atas himpunan *A*. Himpunan semua elemen yang mempunyai relasi dengan elemen a, disebut kelas ekuivalensi dari *a*. Kelas ekuivalensi dari *a* berdasarkan relasi *R* dinotasikan dengan $[a]_R$ (Suwilo dkk., 1987).

Berikut ini merupakan contoh dari kelas ekuivalensi.

Contoh 2.2.8

Misalkan diberikan $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ dan relasi $R = \{(x, y) | x = y(\text{mod } 3)\}$ atau

$R = \{(1,1), (1,4), (1,7), (1,10), (2,2), (2,5), (2,8), (3,3), (3,6), (3,9), (4,1), (4,4), (4,7), (4,10), (5,2), (5,5), (5,8), (6,3), (6,6), (6,9), (7,1), (7,4), (7,7), (7,10), (8,2), (8,5), (8,8), (9,3), (9,6), (9,9), (10,1), (10,4), (10,7), (10,10)\}$

Kelas ekuivalensinya adalah:

$E_1 = \{1,4,7,10\}$,

$E_2 = \{2,5,8\}$,

$E_3 = \{3,6,9\}$.

Setelah membahas tentang relasi, relasi ekuivalensi dan kelas ekuivalensi, berikut ini akan diberikan definisi pemetaan.

Definisi 2.2.9 Suatu pemetaan (*mapping*) ϕ dari suatu himpunan *S* ke himpunan *T* merupakan suatu aturan yang menghubungkan setiap unsur dari himpunan *S* ke tepat satu unsur dari himpunan *T*. Jika ϕ adalah suatu pemetaan dari himpunan *S* ke himpunan *T*, maka pemetaan tersebut dinotasikan dengan $\phi : S \rightarrow T$ (Suwilo dkk., 1987).

Setelah membahas tentang definisi pemetaan, berikut ini akan diberikan definisi tentang suatu cara untuk menggabungkan dua buah pemetaan atau lebih.

Definisi 2.2.10 Jika diberikan $\phi : S \to T$ dan $\varphi : T \to U$, maka komposisi $\phi \circ \varphi$ adalah pemetaan dari S ke U yang didefinisikan oleh $\phi \circ \varphi(s) = \varphi(\phi(s))$ untuk setiap $s \in S$ (Suwilo dkk., 1987).

Berikut ini merupakan contoh dari pemetaan.

Contoh 2.2.11

Misalkan $\phi :\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dan $\varphi :\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ adalah pemetaan dari himpunan bilangan riil $\mathbb{R}$ ke $\mathbb{R}$ itu sendiri. Jika $\phi(x) = 3x + 6$ dan $\varphi(x) = x + 2$ untuk setiap $x \in \mathbb{R}$, maka $(\phi \circ \varphi)(x) = \varphi\big(\phi(x)\big) = \varphi(3x + 6) = (3x + 6) + 2 = 3x + 8$.

Setelah membahas tentang definisi pemetaan, berikut ini akan diberikan definisi sifat-sifat dari pemetaan.

Definisi 2.2.12 Berikut ini merupakan sifat-sifat dari pemetaan (*mapping*):

1. Injektif (satu-satu)

   Suatu pemetaan $\phi : A \to B$ dikatakan injektif jika dan hanya jika untuk setiap $a, b \in A, \phi(a) = \phi(b)$ selalu mengakibatkan $a = b$.
2. Surjektif (pada / *onto*)

   Suatu pemetaan $\phi : A \to B$ dikatakan surjektif jika setiap unsur dari B adalah bayangan dari paling sedikit satu unsur di A, atau untuk setiap $b \in B$ terdapat paling sedikit satu $a \in A$ sehingga $\phi(a) = b$.
3. Bijektif (satu-satu dan pada)

   Suatu pemetaan $\phi : A \to B$ dikatakan bijektif jika ϕ adalah satu-satu dan pada.

(Suwilo dkk., 1987).

Berikut ini merupakan contoh dari sifat-sifat pemetaan.
Contoh 2.2.13

Misalkan pemetaan $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ yang didefinisikan oleh $\phi(x) = 4x$. Jika

$\phi(x) = \phi(y)$, maka $4x = 4y$ mengakibatkan $x = y$. Jadi, $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ adalah pemetaan injektif (satu-satu). Selanjutnya, untuk setiap $x \in \mathbb{R}$, terdapat $\frac{x}{4} \in \mathbb{R}$ sehingga $\phi\left(\frac{x}{4}\right) = 4\left(\frac{x}{4}\right) = x$. Jadi ϕ adalah pemetaan surjektif.

2.3 Grup

Setelah membahas tentang himpunan dan relasi, berikut ini diberikan definisi operasi biner yang akan digunakan dalam pembentukan struktur grup.

Definisi 2.3.1 Jika S merupakan suatu himpunan, maka operasi biner $*$ pada S adalah relasi yang menghubungkan setiap pasangan berurut (s, t) dari unsur-unsur di S ke tepat satu $u \in S$ dan dinotasikan dengan $u = s * t$ (Saracino, 2008).

Berikut ini merupakan contoh dari operasi biner.
Contoh 2.3.2
Operasi perkalian $\times$ pada himpunan $S = \{s \in \mathbb{Z} : s \text{ habis dibagi } 4\}$ adalah operasi biner. Untuk setiap pasangan berurut (s, t) diperoleh $s * t = s \times t$ habis dibagi 4, jadi $s * t \in S$.

Setelah membahas definisi operasi biner, berikut ini diberikan definisi grup

Definisi 2.3.3 Misalkan G suatu himpunan tak kosong, maka G bersama-sama operasi biner $*$ adalah grup, ditulis $\langle G, * \rangle$ jika memenuhi aksioma-aksioma berikut:

1. operasi biner $*$ merupakan operasi biner di G, yaitu untuk setiap $a, b \in G, a * b \in G$. Dapat dikatakan G bersifat tertutup terhadap operasi $*$.

2. operasi biner $*$ bersifat asosiatif, yaitu untuk setiap $a, b \in G$ berlaku $(a * b) * c = a * (b * c)$.
3. terdapat $e \in G$ sehingga untuk setiap $a \in G$ berlaku $a * e = e * a = a$. Elemen e disebut elemen identitas terhadap operasi biner $*$ di G.
4. untuk setiap $a \in G$, terdapat $a^{-1} \in G$, sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$, a^{-1} adalah invers dari elemen a.

(Suryanti, 2017)

Setelah membahas tentang definisi grup, berikut ini akan diberikan definisi grup abel.

Definisi 2.3.4 Jika $\langle G,* \rangle$ suatu grup yang memenuhi sifat komutatif, maka

$\langle G,* \rangle$ disebut grup komutatif atau grup abelian (Suryanti, 2017).

Setelah membahas tentang definisi grup abel, berikut ini akan diberikan definisi order grup.

Definisi 2.3.5 Order grup *G* adalah banyaknya elemen dari suatu grup *G*. Jika order suatu grup adalah berhingga maka grup tersebut disebut grup berhingga. Sebaliknya jika order suatu grup tak hingga maka grup tersebut disebut grup tak hingga (Suryanti, 2017).

Berikut ini adalah beberapa contoh terkait grup.

Contoh 2.3.6

Diberikan himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$. Didefinisikan operasi pada $\mathbb{Z}$ sebagai berikut: Operasi + adalah operasi penjumlahan biasa dan $(\mathbb{Z}, +)$ merupakan grup.

Penyelesaian:

Akan ditunjukkan $(\mathbb{Z}, +)$ membentuk struktur grup abelian.

1. $\mathbb{Z}$ bersifat tertutup terhadap operasi penjumlahan, yaitu untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}$, $a + b \in \mathbb{Z}$.
2. Operasi $+$ bersifat asosiatif, yaitu untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}, (a + b) + c = a + (b + c)$.
3. Terdapat elemen identitas, yaitu terdapat $e \in \mathbb{Z}$, sedemikian sehingga untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$ berlaku $a * e = e * a = a$ yaitu nol. Jadi nol adalah elemen identitas pada bilangan bulat.
4. Setiap elemen di $\mathbb{Z}$ mempunyai invers di $\mathbb{Z}$, yaitu untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$, terdapat $a^{-1} \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$, a^{-1} adalah invers dari elemen a. Dalam hal ini $a^{-1} = -a$.
5. Operasi $+$ bersifat komutatif, yaitu untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}, a + b = b + a$.

Contoh 2.3.7

Diketahui $\mathbb{Z}_5$ adalah himpunan bilangan bulat modulo 5. Didefinisikan operasi + adalah operasi penjumlahan pada himpunan bilangan bulat modulo 5. $\langle \mathbb{Z}_5, +_5 \rangle$ merupakan grup.

Penyelesaian:

Akan ditunjukkan $\langle \mathbb{Z}_5, +_5 \rangle$ merupakan grup abelian.

1. Akan ditunjukkan $\mathbb{Z}_5$ bersifat tertutup terhadap operasi penjumlahan modulo 5, yaitu untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}_5$, $a + b \in \mathbb{Z}_5$. Akan ditunjukkan dengan menggunakan Tabel *Cayley*

Tabel 2.3.1 Tabel *Cayley* penjumlahan modulo 5

$+_5$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$

Jadi, $\mathbb{Z}_5$ bersifat tertutup terhadap $+_5$

2. Operasi $+_5$ bersifat asosiatif, yaitu untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}_5, (a +_5 b) +_5 c = a +_5 (b +_5 c)$.
3. Terdapat elemen identitas, yaitu terdapat $e \in \mathbb{Z}_5$ sehingga berlaku $a * e = e * a = a$ yaitu $\bar{0}$. Jadi, $\bar{0}$ adalah elemen identitas pada himpunan bilangan bulat modulo 5.
4. Setiap elemen mempunyai invers, yaitu untuk setiap $a \in Z_5$, terdapat $a^{-1} \in Z_5$ sedemikian sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e, a^{-1}$ dalam hal ini $0^{-1} = 0$, $1^{-1} = 4,\ 2^{-1} = 3, 3^1 = 2, 4^1 = 1$.
5. Bersifat komutatif, yaitu untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}_5, a +_5 b = b +_5 a$.

Setelah membahas tentang grup, berikut ini akan diberikan definisi tentang subgrup.

Definisi 2.3.8 Misalkan *G* adalah grup dan misalkan $G \subseteq H$ adalah himpunan bagian. *H* dikatakan subgrup dari *G* jika *H* bersama dengan operasi biner dari *G* adalah grup (Adkins dan Weintraub, 1992). Berikut ini merupakan contoh dari subgrup.

Contoh 2.3.9

$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ dan $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ terhadap operasi penjumlahan.

Proposisi 2.3.10 Jika *G* adalah grup dan jika *H* adalah himpunan bagian tak kosong dari *G*. Himpunan *H* adalah subgrup jika dan hanya jika memenuhi kedua syarat berikut:

1. jika $a, b \in H$, maka $ab \in H$;
2. jika $a \in H$, maka $a^{-1} \in H$.

(Adkins dan Weintraub, 1992)

Bukti:

Jika H adalah subgrup maka (1) dan (2) terpenuhi. Jika (1) dan (2) terpenuhi dan $a \in H$ maka $a^{-1} \in H$ oleh (2) dan $e = aa^{-1} \in H$ oleh (1). Dengan demikian kondisi (1),(2),dan(3) dalam definisi grup terpenuhi untuk H. Oleh karena itu H adalah subgrup dari G. ■

Setelah membahas tentang subgrup berikut ini akan diberikan definisi tentang semigrup.

Definisi 2.3.11 Misalkan $*$ adalah operasi biner pada himpunan S. Operasi biner $*$ asosiatif do S untuk setiap $x, y, z \in S$.

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

Semigrup adalah $\langle S,*\rangle$, dimana S adalah himpunan dan $*$ adalah operasi biner asosiatif pada S (Warner, 2018).

Berikut ini merupakan contoh semigrup.

Contoh 2.3.12

Operasi $*$ pada himpunan bilangan asli $\mathbb{N}$ yang didefinisikan dengan $a * b = a + b - 2$, untuk setiap $a, b \in \mathbb{N}$. Akan diselidiki apakah $(\mathbb{N},*)$ merupakan semigrup.

Penyelesaian:

Akan ditunjukkan $(a * b) * c = a * (b * c)$

$$\begin{aligned}(a * b) * c &= (a + b - 2) * c \\ &= a + b - 2 + c - 2 \\ &= a + b + c - 4 \\ &= a + b + c - 2 - 2 \\ &= a * (b + c - 2) - 2 \\ &= a * (b * c).\end{aligned}$$

2.4 Koset

Setelah membahas tentang ideal, berikut merupakan definisi koset.

Definisi 2.4.1 Diberikan grup G dan subgrup H di G. Himpunan $aH = \{ah \mid h \in H\}$ dinamakan koset kiri dari H yang memuat a, sedangkan himpunan $Ha = \{ha \mid h \in H\}$ dinamakan koset kanan dari H yang memuat a (Adkins dan Weintraub, 1992).

Berikut ini adalah contoh dari koset.

Contoh 2.4.2

Diberikan grup $(\mathbb{Z}, +)$ dan $5\mathbb{Z}$ subgrup $\mathbb{Z}$.

$$5\mathbb{Z} = \{\dots, -10, -5, 0, 5, 10, \dots\}$$

Koset-koset kiri dari $\mathbb{Z}_5$ yaitu:

$0 + 5\mathbb{Z} = \{\cdots, -10, -5, 0, 5, 10, \cdots\};$

$1 + 5\mathbb{Z} = \{\cdots, -9, -4, 1, 6, 11, \cdots\};$

$2 + 5\mathbb{Z} = \{\cdots, -8, -3, 2, 7, 12, \cdots\};$

$3 + 5\mathbb{Z} = \{\cdots, -7, -2, 3, 8, 13, \cdots\};$

$4 + 5\mathbb{Z} = \{\cdots, -6, -1, 4, 9, 14, \cdots\}.$

Koset-koset kanan dari $\mathbb{Z}_5$ yaitu:

$5\mathbb{Z} + 0 = \{\cdots, -10, -5, 0, 5, 10, \cdots\};$

$5\mathbb{Z} + 1 = \{\cdots, -9, -4, 1, 6, 11, \cdots\};$

$5\mathbb{Z} + 2 = \{\cdots, -8, -3, 2, 7, 12, \cdots\};$

$5\mathbb{Z} + 3 = \{\cdots, -7, -2, 3, 8, 13, \cdots\};$

$5\mathbb{Z} + 4 = \{\cdots, -6, -1, 4, 9, 14, \cdots\}.$

2.5 Ruang Aproksimasi

Setelah membahas tentang ideal berikut merupakan definisi ruang aproksimasi.

Definisi 2.5.1 Misalkan diberikan $K = (U, R)$. Dengan setiap himpunan bagian $X \subseteq U$ dan relasi ekuivalensi R dinamakan ruang aproksimasi (Pawlak, 1991).

Pada ruang aproksimasi (U, R) akan dinotasikan suatu kelas ekuivalensi dari R yang berisi objek x dengan $[x]_R$.

Berikut ini adalah contoh dari ruang aproksimasi.

Contoh 2.5.2

Pasangan $(\mathbb{Z}, \mathbb{R})$ merupakan ruang aproksimasi dengan $\mathbb{R}$ adalah suatu relasi ekuivalensi atas himpunan bulat $\mathbb{Z}$.

2.6 Aproksimasi Atas dan Aproksimasi Bawah

Setelah membahas tentang ruang aproksimasi, kemudian akan dibahas mengenai aproksimasi atas dan aproksimasi bawah. Berikut ini merupakan definisi tentang aproksimasi atas.

Definisi 2.6.1 Misalkan *X* adalah himpunan bagian dari *U*. Suatu aproksimasi atas (*upper approximation*) yang dinotasikan dengan $\overline{R}(X)$ merupakan gabungan kelas ekuivalensi yang memiliki irisan (*intersection*) tidak kosong dengan himpunan *X*, yaitu

$$\overline{R}(X) = \{x \mid [x]_R \cap X \neq \emptyset\}$$

(Bagirmaz dan Ozcan, 2015).

Setelah membahas tentang definisi aproksimasi atas, berikut ini merupakan definisi tentang aproksimasi bawah.

Definisi 2.6.2 Misalkan X adalah himpunan bagian dari U. Suatu aproksimasi bawah (*lower approximation*) yang dinotasikan dengan $\underline{R}(X)$ merupakan gabungan kelas ekuivalensi yang seluruhnya merupakan himpunan bagian dalam X, yaitu

$$\underline{R}(X) = \{x \mid [x]_R \subseteq X\}$$

(Bagirmaz dan Ozcan, 2015)

2.7 Himpunan *Rough*

Teori himpunan *rough* diperkenalkan oleh Z. Pawlak pada tahun 1982 sebagai metodologi yang kuat untuk data yang tidak pasti sambil memodelkan masalah dalam ilmu komputer, ilmu kedokteran, analisis data, dan banyak bidang beragam lainnya. Konsep dasar dari teori himpunan *rough* adalah aproksimasi atas (*upper approximation*) dan aproksimasi bawah (*lower approximation*).

Sebelum membahas lebih lanjut, berikut akan diberikan definisi tentang himpunan *rough*.

Definisi 2.7.1 Misalkan (U, R) adalah ruang aproksimasi dan X adalah himpunan bagian dari U. X dikatakan himpunan *rough* di (U, R) jika $\overline{R}(X) - \underline{R}(X) \neq \emptyset$ (Bagirmaz dan Ozcan, 2015).

Berikut ini adalah contoh dari himpunan *rough*.

Contoh 2.7.2

Misalkan $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ dan $E_1 = \{x_1, x_2, x_6\}, E_2 = \{x_3\}, E_3 = \{x_4, x_5\}$. Diberikan $A = \{x_1, x_2, x_3\}$, diperoleh $\underline{R}(X) = \{x_3\}$ dan $\overline{R}(X) =$

$\{x_1, x_2, x_6\} \cup \{x_3\} = \{x_1, x_2, x_3, x_6\}$. Oleh karena itu, $\overline{R}(X) - \underline{R}(X) = \{x_1, x_2, x_6\} \neq \emptyset$. Jadi, X adalah himpunan *rough*.

2.8 Grup *Rough*

Setelah membahas tentang himpunan *rough*, berikut ini akan dibahas definisi grup *rough*.

Definisi 2.8.1 Misalkan $K = (U, R)$ adalah ruang aproksimasi dan operasi biner $*$ didefinisikan dengan U. Himpunan bagian G dari himpunan semesta U dikatakan grup *rough* jika sifat-sifat berikut terpenuhi:

1. untuk setiap $x, y \in G, x * y \in \overline{G}$;
2. operasi $*$ bersifat asosiatif di $\overline{G}$;
3. terdapat $e \in \overline{G}$ sedemikian sehingga $\forall\, x \in G, x * e = e * x = e$; e dikatakan elemen identitas dari grup *rough* G;
4. untuk setiap $x \in G$, terdapat $y \in G$ sedemikian sehingga $x * y = y * x = e$; y dikatakan invers grup *rough* dari x di G

(Miao dkk., 2005).

Setelah membahas tentang definisi grup *rough*, berikut ini akan diberikan definisi subgrup *rough*.

Definisi 2.8.2 Himpunan bagian tidak kosong H dari grup *rough* G dikatakan subgrup *rough* jika itu adalah grup *rough* itu sendiri terhadap operasi biner $*$ (Miao dkk., 2005).

2.9 Semigrup *Rough*

Setelah membahas tentang grup *rough*, berikut ini akan dibahas definisi semigrup *rough*.

Definisi 2.9.1 Diberikan ruang aproksimasi (U, R) dan operasi biner $*$ yang didefinisikan pada *U*. Himpunan bagian *S* dari *U* dikatakan semigrup *rough* pada ruang aproksimasi (U, R), jika sifat-sifat berikut dipenuhi:

1. untuk setiap $x, y \in S, x * y \in \overline{R}(S)$,
2. untuk setiap $x, y, z \in S, (x * y) * z = x * (y * z) \in \overline{R}(S)$

(Bagirmaz dan Ozcan, 2015).

Diberikan ruang aproksimasi (U, R) dan operasi biner $*$ yang didefinisikan pada *U*. Misalkan *S* adalah semigrup *rough*. Terdapat satu elemen $x \in \overline{R}(S)$ adalah identitas kiri dari *S*, jika untuk setiap $y \in S, xy = y$. Sebaliknya, *x* adalah identitas kanan dari *S*, jika untuk setiap $y \in S, yx = y$. Jika *x* adalah identitas kiri dan identitas kanan dari *S*, maka *x* dikatakan identitas *rough* dari *S*. Semigrup *rough* adalah monoid *rough* jika mempunyai identitas *rough*.

Lemma 2.9.3 Semigrup *rough S* dapat memiliki paling banyak satu identitas. Jika *S* memiliki identitas kiri *x* dan identitas kanan *y*, maka $x = y$. Dengan kata lain, elemen identitas monoid *rough* itu unik (Bagirmaz dan Ozcan, 2015).

Bukti

Dari Definisi 2.8.1, $y = xy = x$. ∎

Identitas dari monoid *rough S* dinotasikan oleh e. Monoid *rough G* adalah grup *rough*, jika setiap $x \in G$ memiliki invers $x^{-1} \in G$, yaitu:

$$x^{-1}x = e = x^{-1}x.$$

2.10 Homomorfisma semigrup *rough*

Diberikan dua ruang aproksimasi $(U_1, R_1), (U_2, R_2)$, dan operasi biner $(*), (\circ)$ yang didefinisikan masing-masing pada U_1 dan U_2.

Definisi 2.10.1 Ruang aproksimasi (U_1, R_1) dan (U_2, R_2) dan semigrup *rough* $S_1 \subseteq U_1$ dan $S_2 \subseteq U_2$. Jika ada pemetaan $\varphi : \overline{R}(S_1) \to \overline{R}(S_2)$ sedemikian sehingga $\varphi(x * y) = \varphi(x) \circ \varphi(y)$ untuk setiap $x, y \in \overline{R}(S_1)$, maka φ dikatakan homomorfisma *rough* (Bagirmaz dan Ozcan, 2015).

Proposisi 2.10.2 Diberikan $\varphi : \overline{R}(S_1) \to \overline{R}(S_2)$ adalah homomorfisma semigrup *rough* yang bersifat surjektif. Jika operasi biner $(*)$ memenuhi sifat komutatif, maka operasi biner $(\circ)$ juga bersifat komutatif (Bagirmaz dan Ozcan, 2015).

Bukti

Diberikan S_1, S_2 dan φ sedemikian sehingga $\varphi(x * y) = \varphi(x) \circ \varphi(y)$ untuk setiap $x, y \in G_1$. Untuk setiap $\varphi(x), \varphi(y) \in S_2$ karena φ adalah surjektif, terdapat $x, y \in S_1$ sedemikian sehingga $x \mapsto \varphi(x), y \mapsto \varphi(y)$. Dengan demikian $\varphi(x * y) = \varphi(x) \circ \varphi(y)$ dan $\varphi(y * x) = \varphi(y) \circ \varphi(x)$. Kemudian, diasumsikan $x * y = y * x$, diperoleh $\varphi(x) \circ \varphi(y) = \varphi(y) \circ \varphi(x)$. Akibatnya $(\circ)$ bersifat komutatif. ■

Berikut ini adalah contoh dari homomorfisma semigrup *rough*.

Contoh 2.10.3

Jika S adalah semigrup *rough*, maka $i : \overline{R}(S) \to \overline{R}(S)$, dengan i fungsi identitas merupakan homomofisma *rough*.

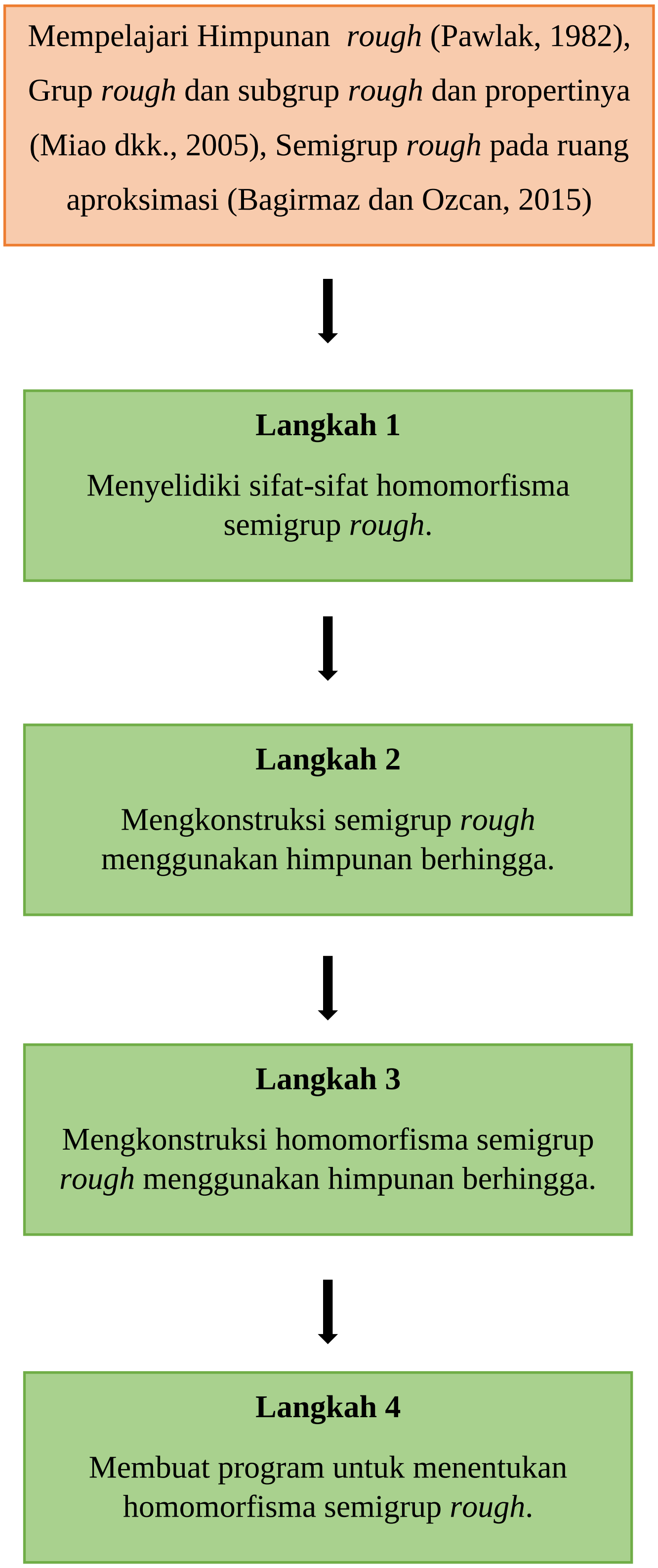
III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada Semester Ganjil Tahun Ajaran 2022/2023 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan studi literatur secara sistematis yang diperoleh dari jurnal atau artikel dan buku-buku untuk mendukung penulisan penelitian ini. Adapun langkah-langkah yang dilakukan di dalam penelitian ini dapat dilihat pada diagram berikut:



Gambar 3.2.1 Diagram metode penelitian

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Pasangan himpunan *rough* G dikatakan semigrup *rough* jika dan hanya jika tertutup terhadap $\overline{R}(G)$ dan bersifat asosiatif di $\overline{R}(G)$. Kernel dari homomorfisma semigrup *rough* $\varphi : \overline{R}(G) \to \overline{R}(H)$ adalah subsemigrup *rough* dari $\overline{R}(G)$.

Berdasarkan pembahasan homomorfisma semigrup *rough* yang telah dikonstruksi sebelumnya, didapatkan jika $\varphi : \overline{R}(G) \to \overline{R}(H)$ merupakan homomorfisma semigrup *rough*, maka $\varphi\left(e_{\overline{R}(G)}\right) = e_{\overline{R}(H)}$ dan juga Jika $\varphi : \overline{R}(G) \to \overline{R}(H)$ merupakan homomorfisma semigrup *rough*, maka $\varphi(a^{-1}) = \left(\varphi(a)\right)^{-1}$ untuk setiap $a \in \overline{R}(G)$. Serta penggunaan program dalam mengkonstruksi homomorfisma semigrup *rough* dapat mengefisiensikan waktu pengerjaan.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian, penulis telah mengkonstruksi semigrup *rough* dan homomorfisma semigrup *rough* menggunakan himpunan bilangan bulat, masih banyak himpunan universal lain yang bisa digunakan dalam penelitian berikutnya. Oleh karena itu, disarankan untuk penelitian berikutnya dapat menggunakan himpunan universal yang lain, juga dapat menerapkan himpunan *rough* pada struktur aljabar yang lain dan dapat mengkaji sifat-sifat lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Adkins, W. A., & Weintraub, S. H. (1992). *Algebra*. Springer.

Bagirmaz, N., & Ozcan, A. F. (2015). Rough semigroups on approximation spaces. *International Journal of Algebra*. Vol 9(7): 339–350.

Bashir, S., Aslam, M., Mazhar, R., & Asghar, J. (2022). Rough Fuzzy Ideals Induced by Set-Valued Homomorphism in Ternary Semigroups. *Journal of Function Spaces*. Vol 2022:1-8.

Bibi, M. (2016). Generalized Rough Ideals In Semigroups. *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology*. Vol 3(10): 5622–5628.

Biswas, R., & Nanda, S., (1994). Rough Groups and Rough Semigroups. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Mathematics*. Vol 42 (3):251-254.

Edwards, P. M. (1985). Fundamental semigroups. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*. Vol 99A(19):313–317.

Hafifullah, D., Fitriani., & Faisol, A. (2022). The Properties of Rough V-Ceoxact Sequence in Rough Group. *J. Math. & App*. Vol 16(3):1069-1078.

Jun, Y. B. (2003). Roughness of Gamma-Subsemigroups. *Bulletin Korean Math Society*. Vol 40 (3):531-536.

Kuroki. (1997). Rough Ideals in Semigroups. *Intelligent Systems*. Vol 0255(96):139–163.

Miao, D., Han, S., Li, D., & Sun, L. (2005). Rough Group, Rough Subgroup, and their Properties. *Lecture Notes in Computer Science*. Vol 3641(1):104–113.

Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit*. Informatika Bandung.

Nugraha, A., Fitriani., Ansori, M., & Faisol, A. (2022). The Implementation of Rough Set on a Group Structure. *Jurnal Matematika MANTIK*, Vol 8 (1):45-52.

Pawlak, Z. (1991). *Rough Sets*. Kluwer Academic.

Saracino, D., (2008). *Abstract Algebra: A First Course*. Edisi Kedua. Waveland Press, Inc., Illinois.

Shabir, M., & Rehman, N. (2011). Roughness in Ternary Semigroups. *Quasigroups and Related* Systems. Vol19:331–338.

Suryanti, S. (2017). *Teori Grup*. UMG Press.

Suwilo, S., Tulus, & Lubis, S. R. (1987). *Aljabar Abstrak*. USU Press.

Wang, Q., & Zhan, J. (2016). Rough semigroups and rough fuzzy semigroups based on fuzzy ideals. *De Gruyt Open*. Vol 14:1114–1121.

Warner, S. (2018). *Pure Mathematics for Beginners*.