GRAF KONJUGASI GRUP $A_m \times S_n$, DENGAN m = 3, 4 DAN n = 3

(Skripsi)

Oleh

MUHAMMAD FIKRI MUAMMAR

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGEAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

ABSTRACT

CONJUGATION GRAPH OF GROUP $A_m \times S_n$ WITH m = 3, 4 AND n = 3

By

Muhammad Fikri Muammar

An algebraic structure consist of a non-empty set with one binary operation is a group. One type of graph whose discussion is related to graph theory and algebraic structures is a conjugated graph, whose formation is based on conjugated classes in a group. In this study, the focus will be on the alternative group A_m, the symmetry group S_n, and the group $A_m \times S_n$ with $m = 3, 4$ and $n = 3$. The purpose of this research is to find out the characteristics and the relationship between the conjugated graphs in the alternative group A_m and the symmetry group S_n with the conjugated graphs in the group $A_m \times S_n$. The results obtained show that the entire conjugate graph formed based on the conjugate classes of each group is in the form of a complete graph K_i, where i is a positive integer. The characteristics of the conjugated graph that is formed in the group $A_m \times S_n$ is a complete graph $K_{i \times i}$.

Keyword : Group, Conjugation, Graph.

ABSTRAK

GRAF KONJUGASI GRUP $A_m \times S_n$, DENGAN m = 3, 4 DAN n = 3

Oleh

Muhammad Fikri Muammar

Struktur aljabar yang terdiri dari himpunan tak kosong dengan dilengkapi satu operasi biner adalah grup. Salah satu jenis graf yang bahasannya terkait tentang teori graf dan struktur aljabar adalah graf konjugasi, yang pembentukannya berdasarkan kelas-kelas konjugasi pada suatu grup. Pada penelitian ini akan difokuskan pada grup alternatif A_m, grup simetri S_n, dan grup $A_m \times S_n$ dengan $m = 3, 4$ dan $n = 3$. Tujuan penelitian ini adalah mengetahui karakteristik dan hubungan yang terdapat antara graf konjugasi pada grup alternatif A_m dan grup simetri S_n dengan graf konjugasi pada grup $A_m \times S_n$. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa keseluruhan graf konjugasi yang terbentuk berdasarkan kelas-kelas konjugasi dari masing-masing grupnya ialah berbentuk graf lengkap K_i, dengan i adalah bilangan bulat positif. Karakteristik graf konjugasi yang terbentuk pada grup $A_m \times S_n$ adalah graf lengkap $K_{i \times i}$.

Kata Kunci : Grup, Konjugasi, Graf.

GRAF KONJUGASI GRUP $A_m \times S_n$, DENGAN m = 3, 4 DAN n = 3

Oleh

MUHAMMAD FIKRI MUAMMAR
1917031071

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengeahuan Alam
Universitas Lampung

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGEAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

Judul : **GRAF KONJUGASI GRUP A_m x S_n, DENGAN m = 3, 4 DAN n = 3**

Nama : *Muhammad Fikri Muammar*

Nomor Pokok Mahasiswa : **1917031071**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc.	**Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.**
NIP. 19800206 200312 1 003	NIP. 19840627 200604 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: : **Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc.**	______
Sekretaris	: **Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.**	______
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**	______

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **12 Juni 2023**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: **Muhammad Fikri Muammar**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1917031071**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **Graf Konjugasi Grup $A_m \times S_n$, dengan $m = 3, 4$ dan $n = 3$**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 12 Juni 2023

Penulis

Muhammad Fikri Muammar

NPM. 1917031071

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Muhammad Fikri Muammar, yang menurut bahasa memiliki arti seorang laki-laki yang senantiasa berpikir dan dipanjangkan umurnya serta memiliki kepribadian yang baik seperti Rasulullah SAW. Penulis dilahirkan di Bandar Lampung pada 19 Maret 2002. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Kasiyanto dan Ibu Kosiyem. Alamat tempat tinggal penulis bertempat di Kecamatan Tanjung Senang, Bandar Lampung, Lampung.

Penulis menempuh pendidikan dasar di SDN 2 Tanjung Senang dan lulus pada tahun 2014, kemudian melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTsN 2 Bandar Lampung dan lulus pada tahun 2017. Penulis melanjutkan pendidikan menengah atas di SMAN 9 Bandar Lampung dan lulus pada tahun 2019. Pada tahun yang sama, penulis terdaftar sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN).

Selama kuliah, penulis aktif menjadi anggota organisasi kampus, antara lain menjadi Anggota Biro BBQ Rois FMIPA Universitas Lampung Periode 2020, Anggota Bidang Eksternal HIMATIKA FMIPA Universitas Lampung Periode 2020 dan Ketua Bidang Eksternal HIMATIKA FMIPA Universitas Lampung Periode 2021. Pada Bulan Januari hingga Februari 2022, penulis melaksanakan Kerja Praktik di LPMP Provinsi Lampung dan pada bulan Juni hingga Agustus 2022, penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Mekar Jaya, Kecamatan Jabung, Kabupaten Lampung Timur.

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Alhamdulillah dan puji syukur kepada Allah SWT atas limpahan nikmat, karunia serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

Ayah dan Ibu Tercinta

Terimakasih kepada kedua orang tuaku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu yang sudah beranjak dewasa ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang sangat berharga dari awal sampai terselesaikannya skripsi ini .

Teman-temanku

Terimakasih kepada teman-teman dan semua orang baik yang telah memberikan pengalaman,semangat, motivasi, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

KATA INSPIRASI

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupanya”

(QS. Al-Baqarah: 286)

“Tidak ada balasan kebaikan kecuali kebaikan (pula)”

(QS. Ar-Rahman: 60)

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan”

(QS. Al-Insyirah: 6)

“Angin tidak berhembus untuk menggoyahkan pepohonan, melainkan menguji kekuatan akarnya”

(Ali bin Abi Thalib)

“Barang siapa belum pernah merasakan pahitnya mencari ilmu walau sesaat, ia akan menelan hinanya kebodohan sepanjang hidupnya”

(Imam Syafi’i)

SANWACANA

Puji syukur atas kehadirat Allah SWT karena berkat limpahan rahmat, karunia serta nikmat yang telah diberikan-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **"Graf Konjugasi Grup $A_m \times S_n$, dengan m = 3, 4 dan n = 3"** dengan baik. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat.) pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dalam penyusunan skripsi ini, tentu tak lepas dari dukungan, arahan serta berbagai masukan dari berbagai pihak yang telah membantu. Untuk itu penulis ucapkan rasa hormat dan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing utama atas kesediaan waktu, pemberian arahan, saran serta masukan dalam proses pembuatan dan penyelesaian skripsi ini.
2. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing kedua yang telah memberikan arahan serta masukan dalam penulisan dan penyelesaian skripsi ini.
3. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji atas kesediaan waktu, pemberian arahan, saran serta masukan yang membangun dalam proses penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku dosen pembimbing akademik atas kesediaan waktu, pemberian saran serta masukan selama perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh civitas akademika, dosen, serta staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

8. Mamak, Bapak, Bulek Linah, Bulek Nur, Fakhri, Faiz, Mbah Gino, Mbah Pon dan seluruh keluarga yang selalu memberikan nasihat, membimbing, mendukung, dan memotivasi dalam penyelesaian skripsi ini ini.
9. Terimakasih kepada Lathoif, Ali, dan Ikhsan sebagai teman seperbimbingan selama penyusunan skripsi ini.
10. Teman-teman dan sahabat yang selalu mendukung yaitu Gusti, Puja, Ari, Arta, Aris, Rangga, Para Pimpinan HIMATIKA 2021, Keluarga Besar Madrasah Diniyyah Nurul Iman, Abang Yunda Jurusan Matematika, Teman-Teman Keluarga Besar HIMATIKA, serta Teman-Teman Jurusan Matematika Angkatan 2019 yang telah mendukung dan memotivasi dalam penyelesaian skripsi ini.
11. Semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian laporan kerja praktik ini, yang tidak bisa penulis tuliskan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, serta memiliki kesalahan didalamnya. Oleh sebab itu, saran dan kritikan yang membangun senantiasa penulis harapkan demi menyempurnakan skripsi ini. Penulis juga berharap semoga dengan adanya skripsi ini dapat memberikan kebermanfaatan informasi bagi yang membacanya.

Bandar Lampung, 12 Juni 2023
Penulis

Muhammad Fikri Muammar
NPM. 1917031071

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar merupakan salah satu bagian penting dari ilmu matematika yang erat kaitanya dengan himpunan dan sifat struktur-struktur di dalamnya. Terdapat cabang dari ilmu aljabar yang sangat fundamental dalam matematika, yaitu struktur aljabar.

Salah satu struktur aljabar yang terdiri dari himpunan tak kosong dengan dilengkapi satu operasi biner adalah grup. Grup $(G,*)$ merupakan suatu himpunan tak kosong G yang dilengkapi dengan operasi biner $*$ yang memenuhi empat aksioma, yaitu tertutup terhadap operasi biner $*$, operasi $*$ bersifat asosiatif di G, G mempunyai unsur identitas terhadap operasi $*$, dan setiap unsur di G mempunyai invers terhadap operasi $*$. Apabila operasi biner pada suatu grup berlaku sifat komutatif, maka grup tersebut disebut Grup Abel atau grup komutatif. Berdasarkan banyak elemen yang termuat di dalam grup, grup dibagi menjadi dua, yaitu grup berhingga dan grup tak berhinga.

Secara umum, suatu grup yang elemen – elemennya merupakan permutasi dengan operasi komposisi disebut grup permutasi. Jika sekumpulan permutasi dengan operasi komposisi fungsi $(\circ)$, maka S disebut grup permutasi atau disebut grup simetri pada S. Jika order dari S adalah n, maka grup simetri ini dinotasikan S_n, sedangkan grup dari suatu himpunan yang berisi permutasi genap dari himpunan tersebut disebut grup alternatif. Grup alternatif biasa ditullis dengan notasi A_n, yang berarti grup alternatif dengan order n.

Grup dapat dibuat ke dalam bentuk graf dengan menggunakan elemen-elemen dari grup beserta operasi yang digunakan pada grup tersebut. Suatu graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan berhingga (V, E), biasanya ditulis dengan notasi $G(V, E)$ dengan V merupakan himpunan tak kosong yang elemennya berupa titik dan E adalah himpunan yang elemennya berupa sisi yang menghubungkan sepasang titik atau menghubungkan titik dengan titik itu sendiri.

Salah satu jenis graf yang bahasannya terkait tentang teori graf dan struktur aljabar adalah graf konjugasi. Graf konjugasi didefinisikan sebagai suatu graf yang dibangun dari kelas-kelas konjugasi pada suatu grup tidak komutatif, dimana kelas-kelas konjugasi tersebut diperoleh dari unsur-unsur yang saling berkonjugasi. Contoh dari grup yang tidak komutatif ialah grup simetri dan grup alternatif. Terdapat beberapa penelitian terdahulu yang berkaitan dengan topik penelitian ini, diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Irnawati pada tahun 2016 yang meneliti tentang graf konjugasi pada subgrup di grup simetri S_n dengan $n = 3{,}4$ dan 5, kemudian pada tahun 2015, Ismail dan Bashir melakukan penelitian terkait grup yang tidak dapat direduksi dalam persamaan differensial yang juga berhubungan dengan kelas konjugasi di aljabar, lalu ada juga penelitian yang dilakukan oleh Ruatakurey dkk. pada tahun 2019 yang meneliti tentang kelas-kelas konjugasi pada grup simetri S_n dan grup dihedral D_n. Oleh karena itu, terbuka peluang untuk dilakukannya penelitian lanjutan dengan tujuan mengetahui karakteristik dan hubungan yang terdapat antara graf konjugasi pada grup alternatif A_m dan grup simetri S_n dengan graf konjugasi pada grup $A_m \times S_n$. Pada penelitian ini akan difokuskan pada grup alternatif A_m dengan $m = 3, 4$ dan grup simetri S_n dengan $n = 3$.

1.2 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakangnya, tujuan dari dilakukannya penelitian ini adalah menerapkan konsep teori grup dan teori graf pada graf konjugasi untuk mengetahui karakteristik dan hubungan yang terdapat antara graf konjugasi pada grup alternatif A_m dan grup simetri S_n dengan graf konjugasi pada grup $A_m \times S_n$. Dalam hal ini $m = 3, 4$ dan $n = 3$.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini yang diharapkan dapat berguna bagi pembaca yaitu sebagai berikut:

1. mengembangkan wawasan keilmuan matematika khususnya tentang keterkaitan antara teori graf dengan aljabar;
2. memberikan pengetahuan mengenai graf konjugasi pada grup alternatif dan grup simetri;
3. menjadikan tulisan ini sebagai referensi dalam mempelajari penerapan teori graf dalam aljabar.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Himpunan

Berikut dijelaskan beberapa definisi himpunan.

Definisi 2.1.1 Himpunan adalah kumpulan benda atau objek yang dapat didefinisikan dengan jelas, sehingga dengan tepat dapat diketahui objek yang termasuk himpunan dan yang tidak termasuk dalam himpunan tersebut (Nuharini dan Wahyuni, 2008).

Definisi 2.1.2 Himpunan dapat dipandang sebagai kumpulan benda-benda yang berbeda tetapi dalam satu segi dapat ditanggapi sebagai suatu kesatuan. Objek - objek ini disebut anggota atau elemen himpunan. Himpunan dinotasikan dengan huruf kapital seperti A, B, C … dan anggota himpunan biasanya dinotasikan dengan huruf kecil seperti a, b, c, …(Wibisono, 2008).

Beberapa contoh sederhana dari himpunan antara lain: himpunan hewan berkaki empat, himpunan Kecamatan yang ada di Kota Bandar Lampung, himpunan buah berwarna hijau, dan lain-lain. Adapun contoh yang bukan himpunan yaitu: himpunan pria-pria tampan, karena seorang pria dikatakan tampan oleh seseorang namun belum tentu tampan menurut orang lain.

Berikut adalah contoh lain dari suatu himpunan.

Contoh 2.1.2 Diberikan himpunan H yang menyatakan himpunan bilangan genap lebih dari 3 dan kurang dari 15. Himpunan H dapat ditulis
$H = \{ h \mid 3 < h < 15,\ h$ bilangan genap $\}$ sehingga
$H = \{ 4, 6, 8, 10, 12, 14 \}$.

2.2 Relasi

Setelah dijelaskan sebelumnya tentang himpunan dan contohnya, akan dijelaskan definisi dan contoh relasi.

Definisi 2.2.1 Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah aturan yang menghubungkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B (Kurniawan, 2008).

Relasi dapat dinyatakan dengan 3 cara, yaitu dengan diagram panah, diagram kartesius, atau himpunan pasangan berurutan.

Contoh 2.2.1 Misalkan Andi, Toni, Aisyah dan Bella di minta untuk menyebutkan tinggi badan mereka. Hasilnya adalah Andi memiliki tinggi 177 cm lalu Toni memiliki tinggi 173 cm kemudian Aisyah memiliki tinggi 173 cm dan Bella memiliki tinggi 170 cm.

Jika dinyatakan dalam bentuk himpunan pasangan berurutan, maka dimisalkan himpunan $A = \{\text{Andi, Toni, Aisyah, Bella}\}$ dan himpunan $B = \{177, 173, 170\}$. Pasangan berurutan dilambangkan (x, y) dengan x anggota himpunan A dan y anggota himpunan B. Diperoleh himpunan pasangan berurutan dari data diatas adalah $\{\text{Andi}, 177\}$, $\{\text{Toni}, 173\}$, $\{\text{Aisyah}, 173\}$, dan $\{\text{Bella}, 170\}$.

2.3 Fungsi

Selanjutnya akan dijelaskan terkait definisi dan contoh fungsi.

Definisi 2.3.1 Fungsi merupakan sebuah relasi yang khusus. Sebuah fungsi adalah suatu aturan yang memasangkan antara dua himpunan tak kosong yang memadankan tiap elemen pada daerah asal dengan tepat satu elemen pada daerah hasil (Rawuh dkk., 1984).

Diberikan A dan B himpunan tak kosong. Suatu fungsi dari A ke B adalah aturan yang memasangkan setiap anggota di A tepat satu anggota di B dan ditulis $f : A \to B$ (dibaca "f sebuah fungsi dari A ke B" atau "f memetakan A ke B").

Contoh 2.3.1 Diberikan suatu persamaan $y = x + 4,\ x \epsilon R$ yang mendefinisikan suatu fungsi yang daerah asal dan hasilnya adalah R (himpunan bilangan real). Tiap bilangan real x sepadan dengan suatu bilangan y. Misalnya $x = 3$ sepadan dengan $y = (3) + 4 = 7$, lalu untuk $x = 0$ sepadan dengan $y = (0) + 4 = 4$.

Terdapat beberapa jenis fungsi, salah satunya adalah fungsi komposisi. Berikut dijelaskan definisi dan contoh dari fungsi komposisi.

Definisi 2.3.2 Jika f suatu fungsi dari A ke B, dan g suatu fungsi dari B ke C, maka h adalah suatu fungsi dari A ke C yang disebut komposisi fungsi dan dinyatakan $g \circ f$ (Choundary, 1983).
Proses pengoperasian fungsi komposisi $g(f(x))$ atau biasa dinotasikan sebagai $(g \circ f)(x)$ ialah dengan mulai mengoperasikan nilai x pada fungsi $f(x)$, kemudian hasil dari $f(x)$ tadi dioperasikan kembali kedalam fungsi $g(x)$ untuk memperoleh hasil komposisi fungsinya.

Contoh 2.3.2 Diberikan dua fungsi $g(x) = x - 3$ dan $f(x) = 2x$. Pilih sembarang bilangan di dalam domain fungsi f, misalkan $x = 7$. Maka dapat dihitung $f(7) = 2(7) = 14$. Hasil 14 dari $f(x)$ dioperasikan lagi menjadi masukan untuk fungsi g, diperoleh $g(14) = (14) - 3 = 11$. Proses ini ditulis $g\big(f(7)\big) = 11$.

Selain fungsi komposisi, terdapat pula fungsi invers yang definisinya dijelaskan pada Definisi 2.3.3.

Definisi 2.3.3 Fungsi $f : A \rightarrow B$ menyatakan pemetaan setiap $a \epsilon A$ ke $f(a) = b$ dengan $b \epsilon B$. Jika ada fungsi $g : B \rightarrow A$ sedemikian sehingga $g(b) = a$ maka fungsi g disebut invers dari f dan fungsi f adalah invers dari fungsi g (Sulistiyono dkk., 2007).

Contoh 2.3.3 Diberikan $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$ dan fungsi $f : A \rightarrow B$ didefinisikan dengan $f(x) = x + 1,\ \forall\, x \epsilon A$. Maka diperoleh $(1) = 2,\ f(3) = 4,\ f(5) = 6$ dan $f(7) = 8$. Diperoleh inversnya yaitu $f^{-1}(2) = 1,\ f^{-1}(4) = 3,\ f^{-1}(6) = 5$ dan $f^{-1}(8) = 7$.

2.4 Grup

Sebelum membahas definisi grup, akan dijelaskan terlebih dahulu mengenai definisi operasi biner sebagai dasar pembentukan grup. Berikut diberikan definisi operasi biner.

Definisi 2.4.1 Diberikan A suatu himpunan tak kosong $, b \in A$. Suatu operasi biner " $*$ " pada himpunan A merupakan pemetaan yang didefinisikan sebagai $*: A \times A \rightarrow A$ sehingga $*(ab) = a * b$ dengan $(a, b) \in A \times A$ untuk setiap $a, b \in A$ (Ayres dan Jaisingh, 2004).

Untuk lebih memahami Definisi 2.4.1, diberikan contoh operasi biner sebagai berikut.

Contoh 2.4.1 Diketahui $\mathbb{Z}$ himpunan semua bilangan bulat. Operasi penjumlahan $(+)$ pada $\mathbb{Z}$ merupakan operasi biner. Karena $(+)$ merupakan fungsi dari $|\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}| \rightarrow \mathbb{Z}$, yaitu untuk setiap $(a, b) \in |\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}|$, diperoleh $|a + b| \in \mathbb{Z}$.

Selanjutnya, akan dijelaskan definisi dan contoh grup.

Definisi 2.4.2 Suatu grup merupakan pasangan berurutan $(G,*)$ dengan G himpunan tak kosong dan $*$ merupakan operasi biner di G yang memenuhi aksioma-aksioma berikut:

a. tertutup terhadap operasi biner $*$. Untuk setiap $a, b \in G$ maka berlaku $a * b \in G$;
b. bersifat asosiatif terhadap operasi biner $*$. Untuk setiap $a, b, c \in G$ maka berlaku $a * (b * c) = (a * b) * c$;
c. terdapat unsur e di G yang disebut unsur identitas dari G sedemikian sehingga untuk semua $a \in G$ maka berlaku $a * e = e * a = a$;
d. untuk setiap $a \in G$, terdapat suatu unsur a^{-1} di G yang disebut invers dari a sedemikian sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ (Subiono, 2009).

Contoh 2.4.2 Diberikan himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$ dan operasi $(+)$ merupakan operasi biner pada $\mathbb{Z}$. Akan ditunjukkan $(\mathbb{Z}, +)$ merupakan grup.

Untuk menunjukan bahwa $\mathbb{Z}$ merupakan grup, maka $\mathbb{Z}$ harus memenuhi aksioma aksioama grup, yaitu:

a. operasi penjumlahan $(+)$ pada $\mathbb{Z}$ merupakan tertutup terhadap operasi biner. Karena $(+)$ merupakan fungsi dari $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}) \rightarrow \mathbb{Z}$, yaitu untuk setiap $(a, b) \in (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$, $(a + b) \in \mathbb{Z}$;
b. untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$ maka berlaku $a + (b + c) = (a + b) + c$. Jadi operasi $(+)$ bersifat asosiatiif di $\mathbb{Z}$;
c. ambil $0 \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $a + 0 = 0 + a = a$, untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$. Jadi 0 adalah unsur identitas pada operasi $(+)$ di $\mathbb{Z}$;
d. untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$ terdapat a^{-1} yaitu $(-a) \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$. Jadi invers dari a adalah $(-a)$.

Karena himpunan $\mathbb{Z}$ dengan operasi penjumlahan $(+)$ memenuhi semua aksioma grup maka $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup.

Berikut dijelaskan definisi dan contoh grup komutatif.

Definisi 2.4.3 Grup G dikatakan komutatif jika untuk setiap a dan b di G berlaku $a * b = b * a$ (Arifin, 2000).

Contoh 2.4.3 Diketahui grup $(\mathbb{Z}, +)$ dengan $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat. Ambil $a, b \in \mathbb{Z}$, maka $a + b = b + a$ Karena $a + b \in \mathbb{Z}$ dan $b + a \in \mathbb{Z}$ merupakan grup komutatif, maka $(\mathbb{Z}, +)$ merupakan grup komutatif.

Selanjutnya akan ditampilkan struktur dari grup $G_1 \times G_2$ yang menjadi pokok bahasan pada penelitian ini beserta dengan operasinya.

Proposisi 2.4 Diberikan grup $(G_1, *)$ dan grup $(G_2, *')$. Himpunan $G_1 \times G_2 = \{(a, b) \mid a \in G_1 \text{ dan } b \in G_2\}$ terhadap operasi biner

$$\circ : (G_1 \times G_2) \times (G_1 \times G_2) \rightarrow (G_1 \times G_2)$$

$$(a, b) \circ (x, y) = (a * x, b *' y),$$

dengan $a, x \in G_1$ dan $b, y \in G_2$, merupakan grup.

2.5 Grup Simetri S_n

Setelah memahami definisi dan contoh-contoh grup, dijelaskan definisi grup simetri.

Definisi 2.5.1 Diberikan R adalah sembarang himpunan tak kosong dan misal S_R adalah himpunan yang memuat semua fungsi-fungsi bijektif dari $R \rightarrow R$ (atau himpunan yang memuat semua permutasi dari R). Himpunan S_R dengan operasi komposisi " $\circ$ " atau (S_R,∘) merupakan suatu grup yang disebut grup simetri (Dummit dan Foote, 2004).

Operasi komposisi " $\circ$ " merupakan suatu operasi biner pada S_R karena jika $x: R \rightarrow R$ dan $y: R \rightarrow R$ adalah fungsi-fungsi bijektif, maka $x \circ y$ juga merupakan suatu fungsi bijektif dari $R \rightarrow R$. Selanjutanya operasi " $\circ$ " adalah komposisi fungsi yang bersifat asosiatif. Identitas dari S_R merupakan permutasi 1 yang didefinisikan dengan $1(a) = a$, untuk setiap $a \in R$. Untuk setiap permutasi $x: R \rightarrow R$ terdapat fungsi invers $x^{-1}: R \rightarrow R$ yang memenuhi $x \circ x^{-1} = x^{-1} \circ x = 1$. Semua aksioma grup dipenuhi oleh (S_R,∘). Grup (S_R,∘) disebut sebagai grup simetri pada himpunan R. Suatu *cycle* adalah deretan bilangan bulat yang mempresentasikan unsur-unsur dari S_n yang mempermutasikan *cycle* nya dari bilangan bulat. Panjang *cycle* adalah banyaknya bilangan bulat yang terdapat pada *cycle* tersebut. Suatu *cycle* dengan panjang t disebut *cycle* -t dan dua *cycle* dikatakan saling asing jika banyaknya bilangan bulat tidak sama. Jika $a \in S_n$ adalah produk dari *cycle* yang saling asing dengan panjang *cycle* $n_1, n_2, \dots, n_r$ dimana $n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r$, maka $n_1, n_2, \dots, n_r$ disebut sebagai tipe *cycle* dari a.

Definisi 2.5.2 Suatu *cycle* yang panjangnya 2 dinamakan transposisi. *Cycle* dapat ditulis sebagai hasil kali transposisi. Hasil kali tranposisi yang diekspresikan dengan sejumlah ganjil transposisi disebut permutasi ganjil. Sedangkan hasil kali tranposisi yang diekspresikan dengan sejumlah genap transposisi disebut permutasi genap (Suryanti, 2017).

Untuk lebih memahami Definisi 2.5.1 dan Definisi 2.5.2, diberikan contoh sebagai berikut.

Contoh 2.5.1 Diberikan suatu himpunan tak kosong A. A dinyatakan dengan $A = \{1, 2, 3\}$. Permutasi dari himpunan A tersebut ialah suatu fungsi dari A ke A yang satu-satu dan pada. Untuk semua $x \epsilon A$, permutasi yang mungkin terjadi adalah:

1. $f(1) = 1,\ f(2) = 2,\ f(3) = 3;$
2. $f(1) = 1,\ f(2) = 3,\ f(3) = 2;$
3. $f(1) = 2,\ f(2) = 1,\ f(3) = 3;$
4. $f(1) = 2,\ f(2) = 3,\ f(3) = 1;$
5. $f(1) = 3,\ f(2) = 1,\ f(3) = 2;$
6. $f(1) = 3,\ f(2) = 2,\ f(3) = 1.$

Misalkan permutasi yang pertama ditulis dengan α_1, maka untuk menyatakan hubungan antara A dan hasil permutasinya adalah dengan menyusunnya dalam bentuk matriks, yaitu:

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ f(1) & f(2) & f(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Dengan cara yang sama, permutasi ke dua sampai ke enam juga dapat dinyatakan dalam bentuk matriks berikut ini:

$$\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\alpha_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \alpha_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Selain dengan notasi matriks, permutasi juga dapat dinyatakan dalam notasi putaran atau biasa disebut *cycle*. Matriks α_1 dapat dinyatakan dalam bentuk (1), sehingga $\alpha_1 = (1)$. Matriks $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ dan α_6 jika dinyatakan kedalam bentuk notasi *cycle*, maka akan diperoleh semua permutasi pada himpunan A, yaitu $A = \{(1\ 2\ 3), (\ 1\ 3\ 2\ ), (1), (1\ 2), (1\ 3), (2\ 3)\}$.

Berdasarkan *cycle cycle* yang telah diperoleh tersebut, diketahui bahwa setiap *cycle* nya merupakan hasil kali transposisi.

Sebagai contoh dipilih *cycle* $(1\ 2\ 3)$ yang dapat ditulis sebagai hasil kali 2 transposisi, yaitu $(1\ 3)(1\ 2)$. Sehingga *cycle* $(1\ 2\ 3)$ merupakan salah satu permutasi genap pada himpunan A. Sedangkan *cycle* $(1\ 2)$ dapat ditulis sebagai hasil kali 1 transposisi, yaitu $(1\ 2)$ itu sendiri. Akibatnya *cycle* $(1\ 2)$ merupakan salah satu permutasi ganjil pada himpunan A.

Himpunan A tersebut merupakan grup simetri dengan order 3, sehingga $S_3 = \{(1\ 2\ 3), (\ 1\ 3\ 2\ ), (\ 1\ ), (\ 1\ 2\ ), (\ 1\ 3\ ), (\ 2\ 3\ )\}$. Apabila dikenai operasi komposisi " $\circ$ " pada S_3, maka struktur $(S_3, \circ)$ membentuk grup simetri-3 yang dapat dilihat pada Tabel 2.5.1.

Tabel 2.5.1 Tabel Cayley Grup S_3

$\circ$	(1 2 3)	(1 3 2)	(1)	(2 3)	(1 3)	(1 2)
(1 2 3)	(1 3 2)	(1)	(1 2 3)	(1 2)	(2 3)	(1 3)
(1 3 2)	(1)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1 3)	(1 2)	(2 3)
(1)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1)	(2 3)	(1 3)	(1 2)
(2 3)	(1 3)	(1 2)	(2 3)	(1)	(1 2 3)	(1 3 2)
(1 3)	(1 2)	(2 3)	(1 3)	(1 3 2)	(1)	(1 2 3)
(1 2)	(2 3)	(1 3)	(1 2)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1)

Dari Tabel 2.5.1 dapat dilihat invers dari setiap elemen grup simetri S_3, yaitu invers dari $(1\ 2\ 3)$ adalah $(1\ 3\ 2)$, invers dari $(1\ 3\ 2)$ adalah $(1\ 2\ 3)$, invers dari (1) adalah (1), invers dari $(2\ 3)$ adalah $(2\ 3)$, invers dari $(1\ 3)$ adalah $(1\ 3)$, dan invers dari $(1\ 2)$ adalah $(1\ 2)$.

2.6 Grup Alternatif A_n

Berkaitan dengan grup simetri, akan dijelaskan juga definisi dan contoh dari grup alternatif.

Definisi 2.6.1 Himpunan A_n merupakan himpunan bagian dari S_n, yaitu himpunan yang anggotanya semua permutasi genap dari himpunan S_n. Himpunan A_n ini merupakan subgrup dari S_n yang selanjutnya disebut grup alternatif. Grup Alternatif A_n adalah subgrup normal dari Grup Simetri S_n, dan banyaknya elemen dari A_n adalah $\frac{n!}{2}$ (Suryanti, 2017).

Contoh 2.6.1 Diberikan grup alternatif A_4. Grup alternatif A_4 merupakan subgrup normal dari grup simetri S_4 yang berisi himpunan dari semua permutasi genap yang ada di S_4. Adapun jumlah elemen dari grup alternatif A_4 adalah $\frac{4!}{2}$, atau sebanyak 12 elemen, yaitu:

$A_4 = \{(1), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 2\ 3), (2\ 4\ 3), (1\ 4\ 2),$
$(1\ 3\ 4), (1\ 3\ 2), (1\ 4\ 3), (2\ 3\ 4), (1\ 2\ 4)\}$.

2.7 Konjugasi Pada Grup

Selanjutnya diberikan definisi dan contoh konjugasi pada grup.

Definisi 2.7.1 Diberikan grup non komutatif G, dan $h, g \in G$. Jika terdapat $x \in G$ sedemikian sehingga $g = xhx^{-1}$, maka g dan h saling konjugasi satu sama lain (Kandasamy dan Smarandache, 2009).

Contoh 2.7.1 Diberikan grup non komutatif S_3 yang anggotanya berjumlah 6, yaitu $S_3 = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (2\ 3), (1\ 3), (1\ 2)\}$.

Untuk $(1\ 2\ 3) \in S_3$ terdapat $(2\ 3) \in S_3$ sehinga diperoleh:

$$\begin{aligned}(2\ 3) \circ (1\ 2\ 3) \circ (2\ 3)^{-1} &= (2\ 3) \circ (1\ 2\ 3) \circ (2\ 3)\\ &= (2\ 3) \circ (1\ 2)\\ &= (1\ 3\ 2).\end{aligned}$$

Diperoleh bahwa untuk $(1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2) \in S_3$ terdapat $(2\ 3) \in S_3$ yang menyebabkan $(1\ 2\ 3)$ dan $(1\ 3\ 2)$ saling berkonjugasi.

Definisi 2.7.2 Suatu relasi ekuivalensi pada suatu grup G mempartisi G ke dalam kelas kelas ekuivalensi. Kelas-kelas ekuivalensi ini disebut kelas-kelas konjugasi dari G. Kelas konjugasi dari $g \in G$ adalah

$$C[g] = \{\ h = xgx^{-1} | x \in G\ \}.$$

$C[a] = C[b]$ jika dan hanya jika a dan b saling konjugasi, yaitu $gag^{-1} = b$, untuk setiap $g \in G$, dan sebaliknya. Untuk beberapa $x \in G$, hubungan yang simetri pada saat $g = yhy^{-1}$ dengan $y = x^{-1}$. Ketika

$xgx^{-1} = h$ dapat dikatakan bahwa x membuat g dan h saling konjugasi (Ismail dan Bashir, 2015).

Contoh 2.7.2 Berdasarkan Contoh 2.7.1, telah diperoleh bahwa $(1\ 2\ 3)$ saling berkongasi dengan $(1\ 3\ 2)$. Dengan langkah yang sama, didapatkan bahwa $(1\ 2\ 3)$ juga saling berkongasi dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu, kelas konjugasinya adalah $C[(1\ 2\ 3)] = \{(1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$ yang merupakan himpunan elemen yang saling berkonjugasi di S_3.

2.8 Graf

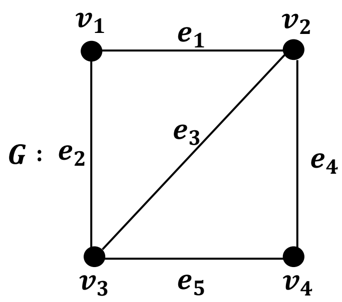
Berikut dijelaskan definisi dan contoh graf.

Definisi 2.8.1 Suatu graf G adalah struktur matematika yang berisikan dua himpunan berhingga V dan E. Elemen-elemen dari V disebut titik, dan unsur-unsur dari E disebut sisi (Gross dan Yellen, 2006).

Definisi 2.8.2 Graf G adalah suatu himpunan berhingga tak kosong dari objek-objek yang disebut titik dan himpunan pasangan berurutan dari titik-titik yang berada di G yang disebut sisi. Himpunan titik di G dinotasikan $V(G)$, sedangkan himpunan sisi dinotasikan $E(G)$. Banyaknya himpunan titik di G disebut *order* di G dan dinotasikan dengan $n(G)$ atau dapat dinotasikan dengan n. Sedangakan banyaknya himpunan sisi pada graf G disebut ukuran di G dan dinotasikan dengan $m(G)$ atau dapat dinotasikan dengan m (Chartrand dan Lesniak, 1996)

Untuk lebih memahami Definisi 2.8.2, diberikan contoh suatu graf G.

Contoh 2.8.2



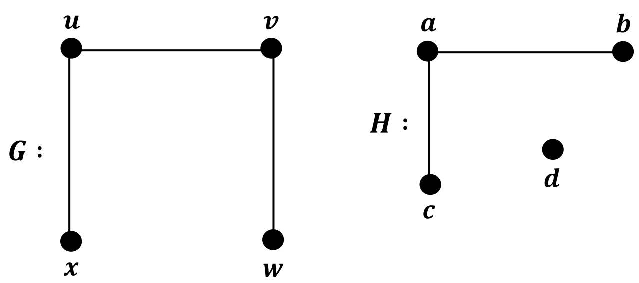
Gambar 2.8.2 Graf G

Pada Gambar 2.8.2, graf G dapat dinyatakan $G = \{V(G), E(G)\}$ dengan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_2v_3, v_2v_4, v_3v_4\}$. Dapat pula dituliskan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ dengan $e_1 = (v_1v_2)$, $e_2 = (v_1v_3)$, $e_3 = (v_2v_3)$, $e_4 = (v_2v_4)$ dan $e_5 = (v_3v_4)$. Graf G mempunyai 4 titik, maka order dari graf G adalah $n = 4$ dan mempunyai 5 sisi sehingga ukuran graf G adalah $m = 5$.

Selanjutnya diberikan definisi dan contoh graf terhubung.

Definisi 2.8.3 Sebuah graf G dikatakan terhubung (*connected*) jika untuk setiap dua titik G yang berbeda terdapat sebuah lintasan yang menghubungkan kedua titik tersebut, sedangkan graf yang tidak terhubung disebut *disconnected* (Budayasa, 2007).

Contoh 2.8.3

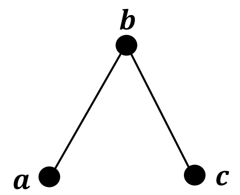


Gambar 2.8.3 Graf Terhubung G dan Graf tidak Terhubung H

Berikut juga dijelaskan definisi dan contoh derajat titik pada graf.

Definisi 2.8.4 Misalkan G sebuah graf dan v sebuah titik di G. Derajat titik v di graf G adalah banyaknya sisi di G yang terkait dengan v, dinotasikan dengan $\deg v$. Derajat minimum di G adalah derajat minimum diantara titik-titik di G dan dinotasikan dengan $\delta(G)$. Derajat titik maksimum di G adalah derajat maksimum diantara titik-titik di G dan dinotasikan dengan $\Delta(G)$ (Chartand dan Lesniak, 1996).

Contoh 2.8.4



Gambar 2.8.4 Graf G dengan deg a = 1, deg b = 2 dan deg c = 1

2.9 Graf Konjugasi

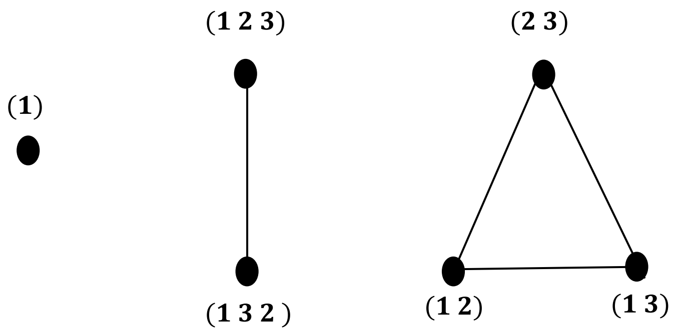
Berikut dijelaskan juga definisi dan contoh dari graf konjugasi.

Definisi 2.9.1 Diberikan grup non komutatif G dan $[e]$, $[g_1]$, $[g_2]$,……., $[g_n]$ (dengan e adalah unsur identitas) dinotasikan sebagai kelas-kelas konjugasi dari G, maka untuk setiap anggota h_i yang berada pada kelas konjugasi $[g_i]$ adalah saling terhubung dengan G_i, dengan $i = 1,2,3, \dots \dots n$. Graf ini disebut sebagai graf konjugasi dari kelas-kelas konjugasi pada grup tidak komutatif (Kandasamy dan Smarandache, 2009).

Contoh 2.9.1.1 Berdasarkan Contoh 2.4.2 diperoleh bahwa $(1\ 2\ 3)$ konjugasi dengan $(1\ 3\ 2)$. Oleh karena itu, kelas konjugasinya adalah $[(1\ 2\ 3)] = \{(1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$. Dengan menggunakan cara yang serupa, didapatkan kelas konjugasi lain dari S_3, yaitu:

a. $C[(1)] = \{(1)\}$;
b. $C[(1\ 3\ 2)] = \{(1\ 3\ 2), (1\ 2\ 3)\}$;
c. $C[(2\ 3)] = \{(2\ 3), (1\ 3), (1\ 2)\}$;
d. $C[(1\ 3)] = \{(1\ 3), (2\ 3), (1\ 2)\}$;
e. $C[(1\ 2)] = \{(1\ 2), (2\ 3), (1\ 3)\}$.

Graf konjugasi dari grup simetri S_3 dapat dilihat pada Gambar 2.9.1.1.



Gambar 2.9.1.1 Graf Konjugasi dari Grup Simetri S_3

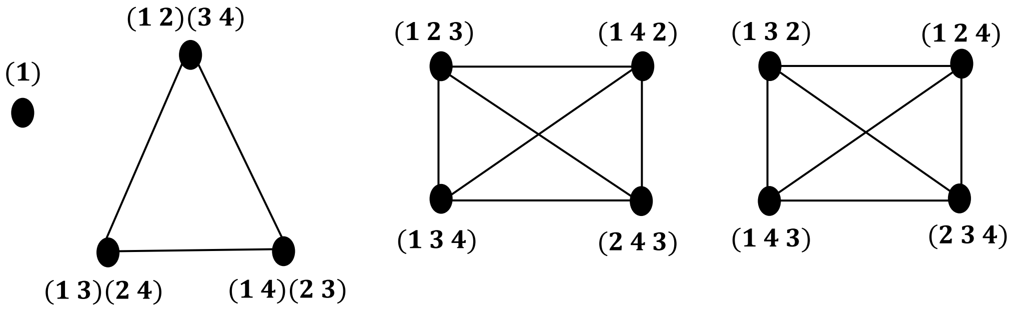
Contoh 2.9.1.2 Diberikan grup A_4 yang elemennya berjumlah 12, yaitu:

$$A_4 = \{(1), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 2\ 3), (2\ 4\ 3), (1\ 4\ 2), \\ (1\ 3\ 4), (1\ 3\ 2), (1\ 4\ 3), (2\ 3\ 4), (1\ 2\ 4)\}.$$

Dengan cara yang sama untuk mencari elemen – elemen yang saling berkonjugasi seperti tertulis pada Contoh 2.4.2, diperoleh kelas – kelas konjugasi pada grup A_4, yaitu:

a. $C[(1)] = \{(1)\}$;
b. $C[(1\ 2)(3\ 4)] = \{(1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$;
c. $C[(1\ 3)(2\ 4)] = \{(1\ 3)(2\ 4), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$;
d. $C[(1\ 4)(2\ 3)] = \{(1\ 4)(2\ 3), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4)\}$;
e. $C[(1\ 2\ 3)] = \{(1\ 2\ 3), (1\ 3\ 4), (2\ 4\ 3), (1\ 4\ 2)\}$;
f. $C[(1\ 3\ 4)] = \{(1\ 3\ 4), (1\ 2\ 3), (2\ 4\ 3), (1\ 4\ 2)\}$;
g. $C[(2\ 4\ 3)] = \{(2\ 4\ 3), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 2)\}$;
h. $C[(1\ 4\ 2)] = \{(1\ 4\ 2), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 4), (2\ 4\ 3)\}$;
i. $C[(1\ 3\ 2)] = \{(1\ 3\ 2), (1\ 4\ 3), (2\ 3\ 4), (1\ 2\ 4)\}$;
j. $C[(1\ 4\ 3)] = \{(1\ 4\ 3), (1\ 3\ 2), (2\ 3\ 4), (1\ 2\ 4)\}$;
k. $C[(2\ 3\ 4)] = \{(2\ 3\ 4), (1\ 3\ 2), (1\ 4\ 3), (1\ 2\ 4)\}$;
l. $C[(1\ 2\ 4)] = \{(1\ 2\ 4), (1\ 3\ 2), (1\ 4\ 3), (2\ 3\ 4)\}$.

Berdasarkan kelas-kelas konjugasi tesebut, diperoleh graf konjugasi dari grup alternatif A_4 yang digambarkan pada gambar di bawah ini.



Gambar 2.9.1.2 Graf Konjugasi dari Grup Alternatif A_4

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun 2022/2023, bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Pada penelitian ini penulis menggunakan pendekatan studi literatur dari buku, jurnal, catatan, maupun laporan hasil penelitian dari peneliti terdahulu serta mempelajari definisi dan teorema yang berkaitan dengan permasalahan yang berhubungan dengan penelitian.

Langkah-langkah yang dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. menunjukkan grup $A_m \times S_n$ dengan $m = 3, 4$ dan $n = 3$ beserta elemen-elemennya;
2. menentukan elemen-elemen yang saling berkonjugasi pada setiap grup, kemudian dibentuk kelas-kelas konjugasinya yang dilakukan dengan bantuan *software Mathematica*;
3. menggambarkan graf konjugasi berdasarkan kelas-kelas konjugasi yang telah diperoleh pada setiap grup menggunakan *software Mathematica*;
4. membuat kesimpulan tentang karakteristik dan hubungan yang terdapat antara graf konjugasi pada grup alternatif A_m dan grup simetri

S_n dengan graf konjugasi pada grup $A_m \times S_n$ dengan $m = 3, 4$ dan $n = 3$.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

Elemen-elemen yang saling berkonjugasi pada grup alternatif A_3 dan grup simetri S_3 akan saling berkonjugasi juga pada grup $A_3 \times S_3$ dan elemen-elemen yang saling berkonjugasi pada grup alternatif A_4 dan grup simetri S_3 akan saling berkonjugasi juga pada grup $A_4 \times S_3$.

Graf konjugasi yang terbentuk berdasarkan kelas-kelas konjugasi pada grup alternatif A_3, grup alternatif A_4, dan grup simetri S_3 keseluruhannya berbentuk graf lengkap K_p dengan $p = 1,2,3,4$. Graf konjugasi pada grup alternatif A_3, grup alternatif A_4, dan grup simetri S_3 saling berhubungan dengan graf konjugasi pada grup $A_3 \times S_3$ dan grup $A_4 \times S_3$. Jika graf konjugasi yang terbentuk pada grup alternatif A_3 atau A_4 berbentuk graf lengkap K_m dengan $m = 1,2,3,4$, dan graf konjugasi yang terbentuk pada grup simetri S_3 berbentuk graf lengkap K_n dengan $n = 1,2,3$, maka graf konjugasi yang akan terbentuk pada grup $A_3 \times S_3$ dan grup $A_4 \times S_3$ berdasarkan kelas-kelas konjugasinya adalah graf lengkap $K_{m \times n}$ dengan $m = 1,2,3,4$ dan $n = 1,2,3$.

DAFTAR PUSTAKA

Irnawati. 2016. *Graf Konjugasi dari Subgrup di Grup Simetri*.Tugas Akhir / Skripsi. Malang.Jurusan Matematika Fakultas Saintek UIN Maliki Malang.

Ayres, F dan Jaisingh, L.R. 2004. *Theory and Problems of Abstract Algebra 2nd edition*. New York: McGraw-Hill Publishing Company.

Subiono. 2016. *Aljabar : Sebagai suatu Pondasi Matematika Edisi Ke-2*. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Dummit, D. S. dan Foote, R. M. 2004. *Abstract Algebra Third Edition*. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Arifin, A. 2000. *Aljabar*. Bandung: ITB Bandung.

Choundhary. B. 1983. *The Element of Complex Analys*. New Delhi : Rajkamal Electic Press.

Suryanti, S. 2017. *Teori Grup* (*Struktur Aljabar 1*).Gresik: UMG Press.

Kandasamy, W.B. dan Smarandache, F. 2009. *Grups As Graphs.* Romania: Editura Cuart.

Ruatakurey, M., Montolalu, C., dan Mananohas, M. 2019. *Kelas-kelas konjugasi dari Grup Simetri S_n dan Grup Dihedral D_n*. Manado: Jurusan Matematika FMIPA Unsrat Manado.

Ismail, M. M., dan Bashir, M. A. 2015. *Utility of irreducible group representations in differential equations. International Journal of Scientific and Research Publications.*

Gross, J.L. dan Yellen, J. 2006. *Graph Theory and its Applications Second Edition.* New York: Chapman & Hall/CRC.

Chartrand, G. dan Lesniak, L. 1996. *Graphs and Digraphs Third Edition*. London: Chapman & Hall/CRC.

Budayasa, I.K. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya.* Surabaya: Unesa University Press.

Kurniawan. 2008. *Mandiri Matematika SMP Kelas VIII.* Jakarta : Erlangga.

Rawuh., Kartasasmita, B., dan Susilo I.N. 1984. *Kalkulus dan Geometri Analitis.* Jakarta : Erlangga.

Sulistiyono., Kurnianingsih S., dan Kuntarti. 2007. *Matematika SMA dan MA untuk Kelas XI Semester 2 Program IPA*. Jakarta : Esis

Nuharini., Dewi., dan Wahyuni, T. 2008. *Matematika Konsep dan Aplikasinya.* Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional.

Wibisono, S. 2008. *Matematika Diskrit (Edisi Kedua)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.