

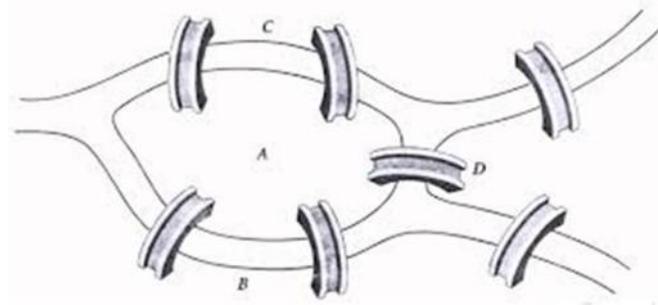
I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi sampai saat ini terus mengalami kemajuan. Salah satunya adalah cabang ilmu matematika yang sampai saat ini mengalami perkembangan yang berguna untuk kemajuan teknologi. Para peneliti terus melakukan penelitian untuk selalu menemukan penemuan-penemuan baru yang dapat memberikan sumbangan ilmu pengetahuannya sebagai penunjang berkembangnya ilmu-ilmu lain.

Teori graf merupakan salah satu dari contoh ilmu matematika yang semakin lama semakin berkembang. Berawal dari permasalahan jembatan *Konigsberg (Konigsberg problem)* memiliki tujuh jembatan yang menghubungkan empat daerah. Penduduk kota tersebut ingin melewati ketujuh jembatan tersebut tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat awal keberangkatan. Dari permasalahan tersebut, seorang matematikawan Swiss, Leonard Euler pada tahun 1736 menemukan jawaban, yaitu memodelkan masalah ini dengan cara merepresentasikannya ke dalam graf. Daratan yang dihubungkan oleh jembatan sebagai titik (*vertex*) dan jembatan sebagai sisi

(*edge*). Representasi tersebut mempermudah menganalisis dan menentukan solusi dari permasalahan tersebut yang sangat membutuhkan dana besar dan waktu lama untuk membuktikannya secara langsung.



Gambar 1. Permasalahan Jembatan *Königsberg*

Salah satu ilmu dalam teori graf adalah bilangan kromatik lokasi. Konsep bilangan kromatik lokasi diperkenalkan pada tahun 2000 oleh Chartrand, Erwin, Henning, Slater, Zhang sebagai perkembangan dari dua konsep dalam graf yaitu pewarnaan titik dan dimensi partisi graf. Kajian penentuan bilangan kromatik lokasi graf dilakukan dengan membatasi kelas-kelas graf tertentu atau dengan membatasi bilangan kromatik lokasi tertentu.

Sejauh penelusuran literatur, penelitian yang terkait dengan penentuan bilangan kromatik lokasi dari graf pohon masih terbatas pada lintasan, graf bintang, dan graf bintang ganda. Pada penelitian sebelumnya, telah berhasil ditentukan bilangan kromatik lokasi untuk kelas graf pohon, khususnya kelas graf pohon yang merupakan amalgamasi dari n buah graf bintang yang tidak harus isomorfik dan dilanjutkan dengan menentukan sifat kemonotonannya (Asmiati dkk., 2011). Penelitian lainnya yang telah berhasil dilakukan adalah menentukan bilangan kromatik lokasi untuk graf

kembang api (*firecracker graphs*) yakni kelas dari graf pohon yang dikonstruksi dari n buah graf bintang dengan menghubungkan satu daun dari setiap graf bintang menjadi sebuah lintasan P_n (Asmiati. 2012).

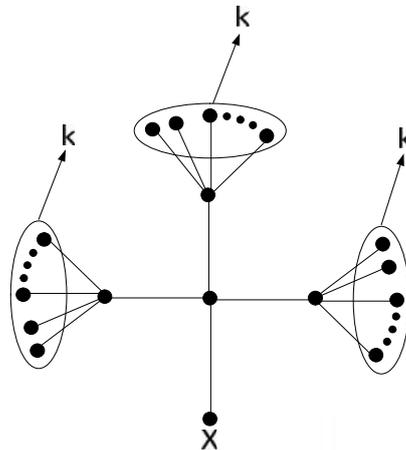
Chartrand dkk. (2002) mendefinisikan bilangan kromatik lokasi sebagai berikut. Misalkan c suatu pewarnaan sejati di G dengan $c(u) \neq c(v)$ untuk u dan v yang bertetangga di G . Misalkan C_i adalah himpunan titik-titik yang diberi warna i , yang selanjutnya disebut *kelas warna*, maka $\Pi = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ adalah himpunan yang terdiri dari kelas-kelas warna dari $V(G)$. *Kode warna*, $c_\Pi(v)$ dari v adalah k -pasang terurut $(d(v, C_1), d(v, C_2), \dots, d(v, C_k))$ dengan $d(v, C_i) = \min\{d(v, x) \mid x \in C_i\}$ untuk $1 \leq i \leq k$. Jika setiap titik di G mempunyai kode warna yang berbeda, maka c disebut pewarnaan lokasi dari G . Banyaknya warna minimum yang digunakan pada pewarnaan lokasi disebut bilangan kromatik lokasi dari G , dan dinotasikan dengan $\chi_L(G)$.

Chartrand dkk.(2002) telah mendapatkan bilangan kromatik lokasi untuk beberapa graf antara lain $\chi_L(P_n) = 3$ untuk $n \geq 3$, untuk $n \geq 3$ berlaku $\chi_L(C_n)$, adalah 3 jika n ganjil dan 4 jika n genap, untuk graf bintang ganda $(S_{a,b})$, $1 \leq a \leq b$ dan $b \geq 2$, bilangan kromatik lokasinya adalah $b + 1$. Misalkan G graf terhubung berorde $n \geq 3$, maka $\chi_L(G) = n$ jika dan hanya jika G graf multipartit lengkap.

Selanjutnya, Chartrand dkk. (2003) telah menunjukkan kelas-kelas graf yang berorde n dengan bilangan kromatik lokasinya $(n - 1)$ dan juga graf-graf yang mempunyai bilangan kromatik loksai dengan batas atasnya $(n - 2)$. Chartrand dkk. (2003) juga menunjukkan bahwa terdapat pohon berorde $n \geq 5$ dengan bilangan kromatik lokasi n jika dan hanya jika $k \in \{3, 4, \dots, n - 2, n\}$.

1.2 Perumusan Masalah

Diberikan graf $S_{4,k}$ sebagai berikut :



Gambar 2. Graf $S_{4,k}$

Graf $nS_{4,k}$ diperoleh dari n graf $S_{4,k}$ dan setiap titik x nya dihubungkan oleh suatu lintasan. Pada penelitian ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi graf $nS_{4,k}$ untuk n, k sebarang bilangan asli.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan bilangan kromatik lokasi dari graf $nS_{4,k}$.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Memberikan pemahaman mengenai bilangan kromatik lokasi dari suatu graf
2. Sebagai bahan referensi penelitian lanjutan untuk menentukan bilangan kromatik lokasi kelas graf pohon lainnya.