

**ANALISIS PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME*
AUTOREGRESSIVE WITH EXOGENOUS VARIABLE (GSTARX) PADA
DATA SUHU DAN KELEMBABAN DI TIGA KABUPATEN PROVINSI
LAMPUNG**

(Skripsi)

Oleh

FEBY LYVIA NUR AHYA



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023**

ABSTRACT

ANALYSIS OF GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE WITH EXGENOUS VARIABLE (GSTARX) MODELING ON TEMPERATURE AND HUMIDITY DATA IN THREE DISTRICTS OF LAMPUNG PROVINCE

By:

Feby Lyvia Nur Ahya

The combined model of the relationship between time and location is also called the space-time model. One of the space-time models is the GSTAR model which is then developed by adding exogenous variables on a metric scale, namely air humidity. This model is known as the GSTARX model. The aim of this study was to obtain the appropriate GSTARX model and to find out the forecasting results for the next three months on temperature data for three regencies in Lampung Province. Three regencies in Lampung Province include North Lampung Regency, South Lampung Regency and Pesawaran Regency. Parameter estimation used in the GSTARX model is the SUR method. Based on the results of the GSTARX modeling analysis, the GSTARX $([1]_1)$ (0,1,1) model is suitable for temperature data for three districts in Lampung Province, with the application of cross-correlation normalized location weights.

Keywords: GSTARX, Temperature, Humidity

ABSTRAK

ANALISIS PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE WITH EXOGENOUS VARIABLE* (GSTARX) PADA DATA SUHU DAN KELEMBABAN DI TIGA KABUPATEN PROVINSI LAMPUNG

Oleh:

Feby Lyvia Nur Ahya

Model gabungan keterkaitan antar waktu dan lokasi disebut juga dengan model *space-time*. Pemodelan *space-time* salah satunya adalah model GSTAR yang kemudian dikembangkan dengan menambahkan variabel eksogen skala metrik yakni variabel kelembaban udara. Model tersebut dikenal dengan model GSTARX. Tujuan penelitian ini adalah memperoleh model GSTARX yang sesuai dan mengetahui hasil peramalan tiga bulan kedepan pada data suhu tiga Kabupaten di Provinsi Lampung. Tiga Kabupaten di Provinsi Lampung antara lain Kabupaten Lampung Utara, Kabupaten Lampung Selatan dan Kabupaten Pesawaran. Pendugaan parameter yang digunakan pada model GSTARX ini adalah metode SUR. Berdasarkan hasil analisis pemodelan GSTARX yang sesuai untuk data suhu tiga Kabupaten di Provinsi Lampung adalah model GSTARX $([1]_1) (0,1,1)$ dengan penerapan bobot lokasi normalisasi korelasi silang.

Kata kunci : GSTARX, Suhu, Kelembaban

**ANALISIS PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME*
AUTOREGRESSIVE WITH EXOGENOUS VARIABLE (GSTARX) PADA
DATA SUHU DAN KELEMBABAN DI TIGA KABUPATEN PROVINSI
LAMPUNG**

Oleh

FEBY LYVIA NUR AHYA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

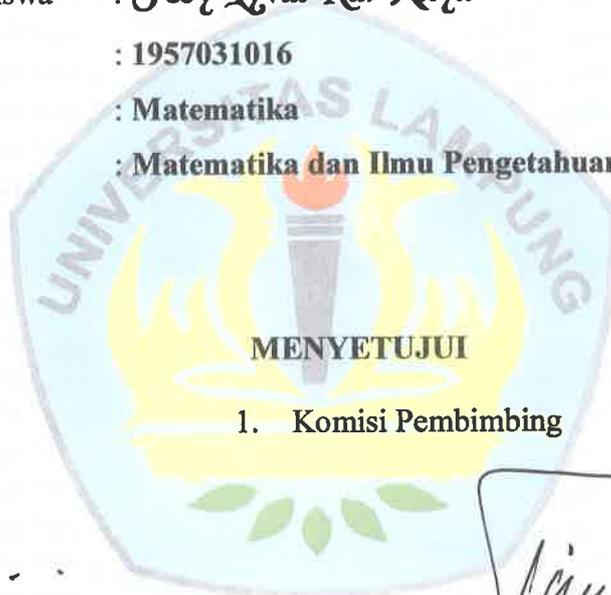
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022**

Judul Skripsi : **ANALISIS PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE WITH EXOGENOUS VARIABLE* (GSTARX) PADA DATA SUHU DAN KELEMBABAN DI TIGA KABUPATEN PROVINSI LAMPUNG**

Nama Mahasiswa : **Febry Lyvia Nur Ahya**
NPM : **1957031016**
Jurusan : **Matematika**
Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



1. Komisi Pembimbing

Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.
NIP. 19740726 200003 2 001

Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D
NIP. 19620704 198803 1 002

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.**



Sekretaris : **Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D**



Penguji
Bukan Pembimbing : **Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 19 Juni 2023

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Feby Lyvia Nur Ahya**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1957031016**

Jurusan : **Matematika**

Judul Skripsi : **ANALISIS PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE WITH EXOGENOUS VARIABLE (GSTARX)* PADA DATA SUHU DAN KELEMBABAN DI TIGA KABUPATEN PROVINSI LAMPUNG**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 19 Juni 2023

Yang menyatakan,



Feby Lyvia Nur Ahya
NPM. 1957031016

RIWAYAT HIDUP

Penulis lahir di Bandar Lampung pada tanggal 13 Februari 2001 dengan nama lengkap Feby Lyvia Nur Ahya, anak pertama dari pasangan Bapak Ahmad Shafrudin dan Ibu Tati Yulianti. Penulis mempunyai saudara laki-laki yang bernama Ahmad Jailani Sidiq.

Penulis mengawali pendidikan Taman Kanak-kanak di TK Yustikarini pada tahun 2006-2007, kemudian menempuh pendidikan sekolah dasar di SD Negeri 2 Labuhan Ratu pada tahun 2008-2013, selanjutnya pada tahun 2014-2016 penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 22 Bandar Lampung dan tahun 2017-2019 penulis melanjutkan Sekolah Menengah Atas di SMAS Global Madani Bandar Lampung.

Pada tahun 2019 penulis melanjutkan pendidikan S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Selama kuliah penulis aktif menjadi anggota organisasi kampus, antara lain Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai Anggota Biro Dana dan Usaha periode 2020. Penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di BPS Provinsi Lampung pada tanggal 4 Januari 2022 sampai 12 Februari 2022. Penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) Periode II tahun 2022 di Desa Sukabumi Kecamatan Talang Padang, Kabupaten Tanggamus bersama perwakilan mahasiswa Universitas Lampung..

KATA INSPIRASI

“Barang siapa bertakwa kepada Allah maka Dia akan menjadikan jalan keluar baginya, dan memberinya rezeki dari jalan yang tidak ia sangka, dan barang siapa yang bertawakal kepada Allah maka cukuplah Allah baginya, Sesungguhnya Allah melaksanakan kehendak-Nya, Dia telah menjadikan untuk setiap sesuatu kadarnya.”
(Q.S At-Talaq: 2-3)

“Apa yang melewatkanmu tidak akan pernah menjadi takdirmu, dan apa yang ditakdirkan untukmu tidak akan pernah melewatkanmu.”
(Umar bin Khattab)

“Jadilah seperti bunga yang memberikan keharuman bahkan kepada tangan yang telah merusaknya.”
(Ali bin Abi Thalib)

“Yakinlah, ada sesuatu yang menantimu setelah sekian banyak kesabaran (yang kau jalani), yang akan membuatmu terpana hingga kau lupa betapa pedihnya rasa sakit.”
(Ali bin Abi Thalib)

“Untuk mencapai apa yang kamu inginkan, kamu harus terus mengejar dan berjuang menuju mereka, tetapi pada saat yang sama menjaga diri sendiri dalam kondisi baik”
(Park Chanyeol)

"Jika kamu terburu-buru untuk sampai ke depan, kamu akan kehilangan banyak hal-hal penting."
(Do Kyungsoo)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah hirobbil'amin,
Puji dan syukur tiada hentinya terpanjatkan kepada Allah SWT atas ridhonya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini untuk :

Ibu dan Bapak tercinta, yang selalu memberikan cinta, kasih sayang yang berlimpah serta doa yang tidak pernah berhenti untuk anak-anaknya

Adikku tersayang yang selalu memberikan dukungan, kasih sayang dan doa hingga saat ini

Skripsi ini saya persembahkan untuk Bapak dan Ibu Dosen jurusan Matematika yang selalu memberikan yang terbaik bagi mahasiswanya, terutama Dosen pembimbing saya. Terima kasih karena telah memberikan bantuan, semangat, dan doa sehingga skripsi ini dapat diselesaikan.

Sahabat dan teman-temanku, terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dan tawa serta doa dan semangat yang slalu kalian berikan kepadaku

Almamater kebanggaanku, Universitas Lampung.

SANCAWACANA

Puji syukur kehadiran Allah SWT, atas segala rahmat dan karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi yang berjudul “Analisis Pemodelan *Generalized Space Time Autoregressive With Exogenous Variable* (GSTARX) Pada Data Suhu dan Kelembaban di Tiga Kabupaten Provinsi Lampung”. Dalam kesempatan ini penulis mengungkapkan rasa terima kasih kepada :

1. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan dan arahan dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan pengarahannya selama proses penulisan skripsi
3. Ibu Prof. Ir. Netti Herawati M.Sc., Ph.D, selaku Dosen Pembahas, terimakasih atas kesediaannya untuk membahas dan memberikan saran yang membangun.
4. Alm Bapak Amanto, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik.
5. Ibu Dina Eka Nurvazly, M.Si. selaku dosen pembimbing akademik.
6. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Dengan segala kerendahan hati ucapan terimakasih ini kupersembahkan kepada keluarga besar Malau, teristimewa kepada kedua orangtua, Ayahanda Ahmad Shafruddin dan Ibunda tercinta Tati Yulianti yang telah memberikan dukungan doa, motivasi, semangat dan materi dan yang selalu mendukung dalam menjalani Pendidikan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung. Kepada adik penulis, Ahmad Jailani Sidiq

terimakasih atas dukungan, doa dan semangat yang selalu diberikan kepada saya.

9. Terima kasih untuk sahabat terkasihku Med, Fara, Faqih dan Delta yang selalu memberikan dukungan, dan semangat kepada penulis.
10. Teman-teman tersayangku Debi, Hijri, Nada, Putri, Qorry, Zahro, Manda, Sugar, dan Deswita yang selalu mendukung dan memberikan semangat dalam menjalani pendidikan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung. Rekan seperjuangan Putri, Debi, Amel dan Deswita yang selalu bersama selama kegiatan Kerja Praktik. Teman-teman dari Hiling-hiling santai yang selalu memberikan masukan dan dorongan untuk saya
11. Semua pihak yang tidak bisa saya sebutkan satu-persatu yang telah membantu saya dalam menyelesaikan skripsi. *Last but not least*, terimakasih kepada diri saya sendiri yang telah berjuang melawan rasa malas dan bekerja keras untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Terimakasih karena selalu berpikir positif ketika keadaan sempit tidak berpihak, dan selalu berusaha mempercayai diri sendiri, hingga akhirnya diri saya mampu membuktikan bahwa saya bisa mengandalkan diri sendiri.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Kritik yang konstruktif sangat penulis harapkan agar dapat digunakan untuk bahan perbaikan kedepannya. Semoga laporan ini memberikan manfaat kepada kita.

Bandar Lampung, Juli 2023

Penulis,

Feby Lyvia Nur Ahya

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	iii
DAFTAR GAMBAR	iv
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian	4
II. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Deret Waktu Multivariat.....	5
2.2 Model <i>Autoregressive</i> (AR).....	6
2.3 Model <i>Generalized Space Time Autoregressive</i> (GSTAR).....	6
2.4 Model <i>Generalized Space Time Autoregressive with Exogenous Variable</i> (GSTARX)	7
2.5 Fungsi Korelasi Silang	8
2.6 Bobot Respon Impuls	10
2.7 Uji Stasioneritas	12
2.8 Pemilihan bobot lokasi pada Model GSTARX.....	14
2.8.1 Bobot Seragam	14
2.8.2 Bobot Invers Jarak.....	15
2.8.3 Bobot Normalisasi Korelasi Silang	15
2.9 Uji Keheterogenan Lokasi dengan Indeks Gini	16
2.10 <i>Generalized Least Square</i> (GLS)	17
2.10.1 <i>Ordinary Least Square</i> (OLS).....	17
2.10.2 <i>Generalized Least Square</i> (GLS)	18
2.11 Pemilihan Model Terbaik	18
2.11.1 <i>Akaike Information Criterion</i> (AIC).....	19
2.11.2 <i>Mean Absolute Percentage Error</i> (MAPE)	19
2.12 Uji Autokorelasi Residual.....	20
2.13 Peramalan (<i>Forecasting</i>)	21
2.14 Suhu Udara	21
2.15 Kelembaban Udara	22

III. METODOLOGI PENELITIAN	23
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	23
3.2 Data Penelitian	23
3.3 Metode Penelitian.....	24
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	25
4.1 Analisis Deskriptif	25
4.2 Koefisien korelasi silang data	27
4.3 Stasioneritas Data.....	28
4.4 Pengujian Keheterogenan Lokasi dengan Indeks Gini	30
4.5 Fungsi Korelasi Silang	30
4.5.1 Fungsi Korelasi Silang Lampung Utara.....	30
4.5.2 Fungsi Korelasi Silang Lampung Selatan.....	31
4.5.3 Fungsi Korelasi Silang Pesawaran	32
4.6 Pembentukan Model GSTARX	33
4.6.1 Penentuan Orde Model	34
4.6.2 Penentuan Bobot Lokasi	34
4.6.2.1 Bobot Lokasi Invers Jarak.....	34
4.6.2.2 Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang	35
4.7 Pendugaan Parameter Model GSTARX.....	37
4.7.1 Pendugaan Parameter Model GSTARX dengan metode OLS	37
4.7.1.1 Pendugaan Parameter dengan bobot lokasi invers jarak	37
4.7.1.2 Pendugaan Parameter dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang	39
4.7.2 Pendugaan Parameter Model GSTARX dengan metode GLS	40
4.7.2.1 Pendugaan Parameter dengan bobot lokasi invers jarak	40
4.7.2.2 Pendugaan Parameter dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang	42
4.8 Uji Autokorelasi Residual	44
4.9 Pemilihan Model Terbaik	45
V. KESIMPULAN	47

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Tipe bobot respon impulse untuk $r=0$	11
2. Tipe bobot respon impulse untuk $r=1$	11
3. Tipe bobot respon impulse untuk $r=2$	12
4. Kriteria nilai MAPE	20
5. Statistika deskriptif data suhu di tiga Kabupaten Provinsi Lampung	25
6. Statistika deskriptif data kelembaban di tiga Kabupaten Provinsi Lampung	26
7. Nilai Koefisien Korelasi pada data suhu di setiap lokasi	27
8. Nilai Koefisien Korelasi pada data kelembaban di setiap lokasi	28
9. Uji ADF pada data suhu di setiap lokasi	29
10. Uji ADF pada data kelembaban di setiap lokasi	29
11. Ringkasan Nilai AIC	34
12. Jarak masing-masing Kabupaten di Provinsi Lampung	35
13. Estimasi Pendugaan Parameter dengan bobot lokasi invers jarak ...	37
14. Pendugaan Parameter Bobot Respose Impuls	38
15. Estimasi Pendugaan Parameter dengan bobot lokasi normalisasi Korelasi silang	39

16. Pendugaan Parameter Bobot Response Impuls.....	39
17. Estimasi pendugaan parameter dengan bobot lokasi invers jarak ...	41
18. Pendugaan Parameter Bobot Response Impuls.....	41
19. Estimasi Parameter Bobot normalisasi korelasi silang.....	42
20. Pendugaan Parameter Bobot Response Impuls.....	43
21. Tabel Uji Autokorelasi Residual Beurch-Godfrey.....	44
22. Perbandingan Data Aktual dan Ramalan 3 Bulan Kedepan	45
23. Ringkasan nilai MAPE terbaik	46
24. Nilai MAPE terbaik untuk masing-masing lokasi	46

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. <i>Cross Correlation Function</i> Lampung Utara	31
2. <i>Cross Correlation Function</i> Lampung Selatan.....	32
3. <i>Cross Correlation Function</i> Pesawaran	33

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Deret waktu merupakan rangkaian pengamatan yang berurutan dalam waktu (Box, *et al.*, 1994). Waktu yang digunakan dapat berupa hari, minggu, bulan, tahun dan sebagainya. Analisis data deret waktu memiliki dua jenis model analisis yaitu model univariat dan model multivariat. Pada beberapa studi empirik, data deret waktu seringkali memiliki kompleksitas tersendiri. Data tidak hanya mengandung keterkaitan dengan kejadian sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan dengan lokasi atau tempat lain disebut dengan data ruang waktu (Ardianto, 2014). Suatu model yang menggabungkan keterkaitan kejadian pada waktu-waktu sebelumnya dan melibatkan keterkaitan dengan lokasi pada data deret waktu multivariat disebut model ruang waktu (Ruchjana, 2002; Suhartono & Atok, 2006).

Model *Space Time Autoregressive* (STAR) merupakan salah satu model untuk data ruang waktu yang diperkenalkan oleh Pfeifer & Deutsch (1980). Selanjutnya, Borovkova *et al.*, (2002) mengembangkan model STAR menjadi *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) untuk memodelkan data yang mempunyai karakteristik berbeda dari beberapa lokasi. Data ruang waktu juga dapat dipengaruhi faktor lain atau variabel eksogen. Penambahan variabel eksogen ini berguna untuk menambah informasi dan meningkatkan akurasi pemodelan atau peramalan suatu variabel. Pemodelan GSTAR dengan menambah variabel eksogen dikenal dengan model GSTARX. Penggunaan bobot lokasi pada pembentukan model spasial temporal juga dilihat dalam

tingkat keakuratan model yang dibentuk. Bobot lokasi yang sering digunakan antara lain bobot lokasi seragam, invers jarak, dan normalisasi korelasi silang (Suhartono & Atok, 2006; Suhartono & Subanar, 2006). Pemodelan GSTAR dengan menambahkan variabel eksogen di mana pemodelan GSTARX ini menggunakan variabel eksogen dengan skala metrik dan non metrik.

Indonesia berada tepat pada garis ekuator, dapat diartikan bahwa Indonesia dekat dengan matahari yang mengakibatkan Indonesia beriklim tropis. Di wilayah tropis, kenaikan suhu udara diikuti dengan peningkatan intensitas curah hujan akibat dari tingginya penguapan di laut (Chou, *et al.*, 2009). Meningkatnya temperatur suhu yang terjadi hampir di seluruh belahan dunia pada dekade terakhir ini berdampak pada kenaikan temperatur suhu, perubahan pola cuaca, dan terjadinya berbagai peristiwa ekstrim. Analisis iklim ekstrim global hasilnya terlihat bahwa peningkatan tersebut disertai dengan perubahan suhu udara yang ekstrim secara signifikan suhu udara 1951-2003 (Alexander, *et al.*, 2006). Pergerakan matahari termasuk cepat, jadi jeda suhu antara waktu siang hari dan waktu malam hari tidak jauh. Iklim erat hubungannya dengan perubahan cuaca dan pemanasan global. Perubahan iklim merupakan suatu kondisi berubahnya pola iklim di suatu wilayah yang mengakibatkan fenomena cuaca jadi tidak menentu. Perubahan iklim terjadi karena adanya perubahan variabel iklim, suhu dan kelembaban merupakan satu kesatuan yang sangat berpengaruh dalam kehidupan (Prasetya, dkk., 2021). Hubungan antara suhu dan kelembaban udara menunjukkan bahwa semakin tinggi suhu maka kelembaban akan semakin rendah, sebaliknya jika suhu rendah maka kelembaban akan tinggi.

Pada penelitian sebelumnya dengan model GSTARX pernah dilakukan oleh Kurnia dkk, (2015) yang menerapkan metode GLS untuk estimasi parameter pada model GSTARX. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa estimasi parameter model menggunakan metode GLS lebih efisien dan memiliki nilai *error* yang lebih kecil. Metode OLS untuk estimasi parameter model kurang sesuai apabila digunakan pada model dengan respon *multivariat* yang saling berkorelasi. Penelitian lain juga pernah dilakukan oleh Suhartono dkk, (2016) untuk

meramalkan tingkat inflasi di Jawa Timur, namun variabel eksogen yang digunakan merupakan data non metrik yang berupa intervensi. Penelitian lainnya juga pernah dilakukan oleh Prasetya (2017) Pemodelan tersebut diterapkan pada data inflasi di Kalimantan, di mana skala metrik yang digunakan adalah data curah hujan yang tidak dipengaruhi oleh bobot lokasi. Penelitian tersebut bertujuan untuk mendapatkan model GSTARX untuk peramalan data inflasi pada enam kota di Kalimantan dan memperoleh perbandingan akurasi hasil peramalan model ARIMAX dan GSTARX untuk data inflasi pada enam kota di Kalimantan.

Berdasarkan penjelasan di atas, dalam penelitian ini akan dilakukan penelitian lebih lanjut tentang model GSTAR dengan variabel eksogen. Belum adanya penelitian terkait hubungan antara suhu dan kelembaban di Provinsi Lampung. Pada penelitian ini, penulis akan melakukan pemodelan dan peramalan suhu udara di tiga Kabupaten Provinsi Lampung, yaitu Kabupaten Lampung Utara, Kabupaten Lampung Selatan, dan Kabupaten Pesawaran dengan menggunakan metode GSTAR yang melibatkan variabel eksogen dengan skala metrik yaitu kelembaban udara. Data suhu dan kelembaban yang digunakan pada Januari 2018 – Mei 2022 didapatkan dari Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG).

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menentukan model GSTARX yang sesuai dan mendapatkan hasil peramalan pada data suhu di tiga Kabupaten Provinsi Lampung untuk periode yang akan datang.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menghasilkan model GSTARX yang dapat menjelaskan keterkaitan suhu udara pada beberapa Kabupaten di Lampung dan dapat digunakan untuk meramalkan suhu udara pada Kabupaten yang bersangkutan pada periode mendatang.
2. Memberikan informasi mengenai hasil peramalan data suhu udara tiga Kabupaten di Provinsi Lampung dengan model GSTARX.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Deret Waktu Multivariat

Data deret waktu tidak hanya terdiri dari beberapa variabel biasa disebut dengan data deret waktu multivariat. Analisis deret waktu multivariat dilakukan hanya dengan melibatkan satu variabel, namun dalam kenyataan sehari-hari banyak ditemukan data deret waktu yang saling berhubungan antara variabel yang satu dengan variabel lainnya. Analisis deret waktu yang melibatkan keterkaitan beberapa variabel dikenal dengan model deret waktu multivariat. Deret waktu multivariat adalah pengamatan yang dilakukan secara simultan pada dua variabel atau lebih (Wei, 2006).

Menurut Wei (2006), Deret waktu multivariate merupakan suatu serangkaian data yang mencakup beberapa variabel dari waktu ke waktu secara berurutan sesuai waktu kejadian dengan interval waktu yang tetap. Diperlukan pengujian untuk membangun model deret waktu multivariat dengan menentukan dan menemukan interaksi yang ada pada suatu variabel deret waktu dengan satu atau lebih variabel. Pada umumnya, model deret waktu multivariat digunakan untuk memodelkan dan menjelaskan interaksi antara sejumlah variabel deret waktu yang mempunyai keterkaitan waktu-waktu sebelumnya untuk mendapatkan keakuratan pemodelan atau peramalan.

Proses dalam pemodelan deret waktu multivariate sama dengan pemodelan deret waktu univariat, diantaranya memperhatikan stasioneritas data dalam varians dan

rata-rata. Data multivariat yang tidak stasioner dalam varians akan dilakukan transformasi sedangkan data yang tidak stasioner dalam rata-rata dapat dilakukan *differencing* (Wei, 2006).

2.2 Model Autoregressive (AR)

Autoregressive adalah suatu bentuk regresi yang menghubungkan nilai-nilai sebelumnya pada selang waktu yang bermacam-macam. Jadi, suatu model *autoregressive* akan menyatakan suatu ramalan sebagai fungsi nilai-nilai sebelumnya dari deret waktu tertentu (Wei, 2006). Model *Autoregressive* (AR) dengan order p dinotasikan dengan AR (p), memiliki bentuk umum sebagai berikut:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

dimana.

y_t = nilai variabel pada waktu ke- t . $t = 1, 2, \dots, n$.

$y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$ = nilai masa lalu dari data *deret waktu* yang bersangkutan pada waktu ke $t - 1, t - 2, \dots, t - p$

ϕ_i = parameter AR tingkat i . $i = 1, 2, 3, \dots, p$.

ε_t = nilai *error* pada waktu ke- t .

p = orde AR

2.3 Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)

Model GSTAR merupakan salah satu model yang digunakan untuk memprediksi data deret waktu yang memiliki hubungan antara waktu dan lokasi. Model ini juga merupakan bentuk pengembangan dari model STAR yang juga merupakan spesifikasi dari model VAR (*Vector Autoregressive*) (Ruchjana, 2002).

Perbedaan yang mendasar antara model GSTAR dan model STAR terletak pada nilai-nilai parameter Φ_{kl} . Pada model STAR nilai parameter Φ_{kl} diasumsikan

sama untuk semua lokasi, sehingga model ini hanya dapat diterapkan pada lokasi yang bersifat seragam. Sedangkan, model GSTAR memiliki nilai parameter Φ_{kl} berbeda pada setiap lokasi, sehingga model ini memiliki karakteristik yang bersifat heterogen (Wutsqa, dkk., 2010). Model GSTAR (p, l) dengan model *autoregressive* orde p dan orde *spasial* $l = 1, 2, \dots, \lambda_k$ dapat dituliskan:

$$\mathbf{Z}_t = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \Phi_{kl} \mathbf{W}^l \mathbf{Z}_{(t-k)} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2.2)$$

dengan,

- \mathbf{Z}_t = vektor acak berukuran $(N \times 1)$ pada waktu t .
- l = ruang (*spasial*) dimana $l = 0, 1, 2, \dots, \lambda_k$
- λ_k = spasial lag dari bentuk *autoregressive* orde k .
- Φ_{k0} = $\text{diag}(\phi_{k0}^{(1)}, \dots, \phi_{k0}^{(N)})$ merupakan matriks parameter waktu.
- Φ_{kl} = $\text{diag}(\phi_{kl}^{(1)}, \dots, \phi_{kl}^{(N)})$ adalah parameter *autoregressive* pada lag waktu k dan lag *spasial* l
- $W^{(l)}$ = matriks $N \times N$ bobot dengan nilai pembobot yang dipilih agar memenuhi syarat $w_{ii}^{(l)} = 0$
- $\sum_{i \neq j} w_{ij}^{(l)} = 1$, dimana $W^{(0)}$ didefinisikan sebagai matriks identitas I .
- $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ = vektor *error* terhadap waktu t yang diasumsikan bebas dan normal dengan rata-rata nol dan variansi yang konstan.

2.4 Model *Generalized Space Time Autoregressive with Exogenous Variabel* (GSTARX)

Model *Generalized Space Time Autoregressive with Exogenous Variabel* (GSTARX) merupakan pengembangan dari model GSTAR yang terdapat pengaruh satu variabel eksogen metrik di dalam model. Model GSTAR-X merupakan model ruang waktu dengan menambahkan variabel lain yang berpengaruh terhadap variabel yang diamati. Misalnya, pemodelan curah hujan di beberapa titik pos hujan yang dipengaruhi oleh variabel kelembaban udara, ketinggian tempat, dan lain sebagainya. Variabel eksogen yang digunakan pada

penelitian ini adalah data metrik. Perluasan dari model GSTAR(p,q) dengan memasukkan variabel eksogen X, yang diharapkan dapat meningkatkan akurasi pemodelan dan peramalan disebut model GSTARX (p,q) (Putri, dkk., 2018).

Bentuk umum dituliskan sebagai berikut :

$$\mathbf{Z}_t = \sum_{k=1}^p \left(\Phi_{k0} \mathbf{W}^{(0)} + \sum_{l=1}^{\lambda_p} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \right) \mathbf{Z}_{(t-k)} + \sum_{m=0}^s \beta_m \mathbf{X}_{t-m} + \boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (2.3)$$

dimana,

\mathbf{Z}_t = vektor variabel endogen pada waktu t berukuran $p \times 1$.

λ_p = orde spasial variabel endogen dengan derajat p .

Φ_{k0} = vektor intersep berukuran $p \times p$.

Φ_{kl} = matriks koefisien variabel endogen pada *lag* waktu k dan *lag* spasial l berukuran $p \times p$.

$\mathbf{W}^{(l)}$ = matriks pembobot berukuran $p \times p$ pada *lag* spasial l .

$\mathbf{W}^{(0)}$ = matriks identitas berukuran $p \times p$.

β_m = matriks koefisien variabel eksogen pada *lag* waktu s berukuran $p \times p$.

\mathbf{X}_{t-m} = vektor variabel eksogen dengan skala metrik pada waktu $t-m$ berukuran $p \times 1$.

$\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ = vektor galat pada waktu t dengan asumsi $(t) \sim iid N(0, \sigma^2 I)$ berukuran $p \times 1$.

2.5 Fungsi Korelasi Silang

Fungsi korelasi silang digunakan untuk mengukur kekuatan dan arah hubungan antara dua variabel *random* dimana bentuk fungsi kovarian silang antara x_t dan y_{t+k} (Wei, 2006) dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \Gamma(k) &= Cov \{ \mathbf{Y}_t, \mathbf{Y}_{t+k} \} = E [(\mathbf{Y}_t - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{Y}_{t+k} - \boldsymbol{\mu})'] \quad (2.4) \\ &= E \begin{bmatrix} Y_{1,t} - \mu_1 \\ Y_{2,t} - \mu_2 \\ \vdots \\ Y_{n,t} - \mu_n \end{bmatrix} [Y_{1,t+k} - \mu_1 \quad Y_{2,t+k} - \mu_2 \quad \cdots \quad Y_{n,t+k} - \mu_n] \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \gamma_{11}(k) & \gamma_{12}(k) & \dots & \gamma_{1n}(k) \\ \gamma_{21}(k) & \gamma_{22}(k) & \dots & \gamma_{2n}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n1}(k) & \gamma_{n2}(k) & \dots & \gamma_{nn}(k) \end{bmatrix}$$

dimana,

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

Untuk $i = j$, $\gamma_{ij}(k)$ adalah fungsi autokovarian dari $Y_{i,t}$ dan $Y_{j,t}$. $i \neq j$, $\gamma_{ij}(k)$ fungsi kovarian silang antara $Y_{i,t}$ dan $Y_{j,t}$. Matriks fungsi korelasi dituliskan sebagai berikut:

$$\rho(k) = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \Gamma(k) \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} = [\rho_{ij}(k)] \quad (2.5)$$

dengan,

$$\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} = \text{diag} [\gamma_{11}(0), \gamma_{22}(0), \dots, \gamma_{mm}(0)] \quad (2.6)$$

Fungsi korelasi silang antara $Y_{i,t}$ dan $Y_{j,t}$ dituliskan sebagai berikut:

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\gamma_{ij}(k)}{[\gamma_{ii}(0) \gamma_{jj}(0)]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.7)$$

dengan,

$$S\rho_{ij}(k) = \frac{1}{\sqrt{T-k}} \quad (2.8)$$

dimana,

$$S\rho_{ij}(k) = \text{standard error dari } \rho_{ij}(k)$$

$$T = \text{banyak sampel pengamatan}$$

$$k = \text{lag pada korelasi silang}$$

Uji korelasi antara $Y_{i,t}$ dan $Y_{j,t}$ yaitu dengan membandingkan nilai antara $\rho_{ij}(k)$ dengan $2S\rho_{ij}(k)$. Jika, nilai korelasi silang signifikan pada lag positif dan negatif maka dapat dikatakan bahwa $Y_{i,t}$ dan $Y_{j,t}$ memiliki hubungan dua arah. Tetapi, jika nilai korelasi silang hanya signifikan pada lag positif atau negatif maka dapat dikatakan bahwa $Y_{i,t}$ dan $Y_{j,t}$ hanya memiliki hubungan satu arah.

2.6 Bobot Respon Impuls

Fungsi dari bobot respon impuls digunakan untuk mengidentifikasi orde b, r, s pada model GSTARX $(p\lambda_p)$ (b, r, s) . Bobot respon impuls dapat dituliskan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$v_k = \frac{s_y}{s_x} \rho_{xy}(k), k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

dimana,

s_y = simpangan baku dari variabel endogen.

s_x = simpangan baku dari variabel eksogen.

$\rho_{xy}(k)$ = korelasi silang antara X dan Y.

Penetapan b, r, s dapat ditentukan dari plot bobot respon impuls yang dihasilkan tiap *lag* dengan batas $\frac{1}{\sqrt{T-k}}$.

Terdapat petunjuk dalam menentukan orde b, r, s sebagai berikut:

1. Untuk b ditentukan dari *lag* yang menunjukkan signifikan sampai *lag* waktu ke- b , korelasi silang tidak signifikan.
2. Untuk s *lag* waktu selanjutnya, korelasi silang tidak memperlihatkan suatu pola yang jelas.
3. Untuk r *lag* waktu selanjutnya, korelasi silang memperlihatkan pola yang jelas.

1. Untuk $r = 0$, bobot respon impuls hanya terbatas.

Tabel 1. Tipe bobot respon impuls untuk $r=0$

(b, r, s)	Bentuk	Tipe bobot respon impuls
(2,0,0)	$v(B)x_t = \omega_0 x_{t-2}$	
(2,0,1)	$v(B)x_t = (\omega_0 - \omega_1 B)x_{t-2}$	
(2,0,2)	$v(B)x_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)x_{t-2}$	

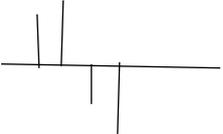
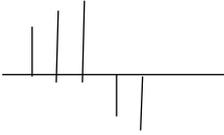
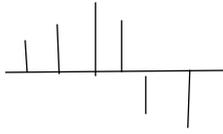
2. Untuk $r = 1$, bobot respon impuls hanya terbatas.

Tabel 2. Tipe bobot respon impuls untuk $r=1$

(b, r, s)	Bentuk	Tipe bobot respon impuls
(2,1,0)	$v(B)x_t = \frac{\omega_0}{(1 - \delta_1 B)} x_{t-2}$	
(2,1,1)	$v(B)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B)}{(1 - \delta_1 B)} x_{t-2}$	
(2,1,2)	$v(B)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)}{(1 - \delta_1 B)} x_{t-2}$	

3. Untuk $r = 2$, bobot respon impuls hanya terbatas.

Tabel 3. Tipe bobot respon impuls untuk $r=2$

(b, r, s)	Bentuk	Tipe bobot respon impuls
(2,2,0)	$v(B)x_t = \frac{\omega_0}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2)} x_{t-2}$	
(2,2,1)	$v(B)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B)}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2)} x_{t-2}$	
(2,2,2)	$v(B)x_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2)} x_{t-2}$	

2.7 Uji Stasioneritas

Stasioneritas diartikan bahwa tidak terdapat pertumbuhan atau penurunan pada suatu data deret waktu (Wei, 2006). Nilai autokorelasi menurun setelah *lag* kedua atau ketiga. Fluktuasi data berada pada sekitar nilai rata-rata dan ragam konstan. Pemeriksaan stasioneritas data deret waktu terdiri dari stasioneritas terhadap ragam dan stasioneritas terhadap rata-rata. Stasioneritas data juga dapat ditentukan dengan menggunakan uji akar unit. Dalam ujian Ada beberapa uji statistik untuk akar kesatuan ini dan yang paling sering digunakan adalah uji tersebut *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) (Desvina & Nuraziza, 2014). Menurut Box, *et al.*, (1994) nilai-nilai autokorelasi pada data stasioner terhadap rata-rata tidak akan signifikan setelah *lag* waktu kedua atau ketiga, sedangkan data tidak stasioner memiliki nilai autokorelasi yang signifikan setelah *lag* waktu ketiga atau beberapa periode. Kestasioneran terhadap rata-rata dapat diketahui secara grafis dengan melihat plot ACF. Menurut (Wei, 2006), *Augmented Dickey-*

Fuller (ADF) merupakan suatu uji stasioneritas yang digunakan untuk mengetahui apakah suatu data memiliki akar unit dalam model atau tidak.

Adapun uji hipotesis $H_0 = \rho = 0$ dalam persamaan regresi sebagai berikut:

$$Y_t = \alpha + \delta t + \rho Y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \phi_j Y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.10)$$

dimana,

Y_t = variabel pengamatan waktu ke- t .

α = konstanta.

δ = parameter regresi data.

ρ = parameter regresi *lag* ke-1.

ϕ_j = parameter regresi *lag* ke- j .

ε_t = *error* waktu ke- t .

Uji ADF dapat dilakukan dengan tahap pengujian hipotesis sebagai berikut:

Hipotesis:

$H_0: \phi = 1$ data tidak stasioner

$H_0: \phi \neq 1$ data stasioner

Statistik uji:

$$ADF_{hitung} = \frac{\hat{\phi}-1}{SE(\hat{\phi})} \quad (2.11)$$

dengan $SE(\hat{\phi}) = [\hat{\sigma}_e^2 (\sum_{i=1}^n Y_{t-1}^2)]^{\frac{1}{2}}$. dan $\hat{\sigma}_e^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(Y_t - \hat{\phi} Y_{t-1})}{(n-1)}$

Daerah kritis:

H_0 ditolak jika nilai statistic uji ADF hiung kurang dari nilai daerah kritis. Jika H_0 ditolak maka data bersifat stasioner. Sebaliknya, H_0 diterima maka data bersifat tidak stasioner.

Data deret waktu dikatakan stasioner dalam rata-rata jika fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan. Jika data tidak stasioner dalam rata-rata maka dapat dilakukan proses pembedaan (*differencing*).

$$\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (2.12)$$

dengan,

∇Y_t = hasil *differencing* waktu ke- t .

Y_t = hasil pengamatan waktu ke- t .

Y_{t-1} = hasil pengamatan waktu ke- $(t-1)$.

Statistika Uji:

$$\tau = \frac{\widehat{\phi}^*}{se(\widehat{\phi}^*)} \quad (2.13)$$

dengan,

$\widehat{\phi}^*$ = nilai duga parameter *Autoregressive* (AR).

$Se(\widehat{\phi}^*)$ = *standard error* $\widehat{\phi}^*$.

2.8 Pemilihan bobot lokasi pada Model GSTAR

Menurut Mansoer, dkk. (2016), hubungan spasial dalam model GSTAR dapat dinyatakan dalam matriks pembobot. Berikut ini adalah macam-macam pembobot *spasial* yang dapat digunakan dalam model GSTAR yaitu:

2.8.1 Bobot Seragam

Bobot seragam merupakan salah satu bobot yang biasanya digunakan pada data yang memiliki lokasi yang sama (Borovkova & Nurani, 2002). Berikut ini adalah perhitungan nilai dari bobot seragam:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{n_i}, & i \neq j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (2.14)$$

dimana n_i adalah jumlah lokasi yang berdekatan dengan lokasi i .

2.8.2 Bobot Invers Jarak

Bobot invers jarak didapatkan dari penghitungan berdasarkan jarak sebenarnya antar lokasi. Lokasi yang berdekatan mendapatkan nilai bobot yang lebih besar dan lokasi yang berjauhan mendapatkan nilai bobot yang lebih kecil (Faizah & Setiawan, 2013). Pembobot ini dihitung dari garis lintang dan garis bujur koordinat jarak yang diamati. Sedangkan, pembobotan model dengan invers jarak mengacu pada jarak antar lokasi yang sebenarnya. Jarak yang digunakan dapat diambil dari jarak antara titik tengah masing-masing lokasi.

$$w_{ij} = \frac{c(1+c_{i,j})^{-a}}{\sum_{j \neq i} c(1+d_{ij})^{-a}} \quad (2.15)$$

dimana $i \neq j$, dan memenuhi $\sum_{j \neq i} w_{ij} = 1$.

2.8.3 Bobot Normalisasi Korelasi Silang

Bobot lokasi normalisasi korelasi silang merupakan hasil normalisasi korelasi silang antar lokasi ke- i dan ke- j pada lag waktu ke- k . Pembobot normalisasi korelasi silang tidak memberikan syarat tertentu, seperti bergantung pada jarak antar lokasi (Suhartono & Atok, 2016). Secara umum, korelasi silang antar lokasi ke- i dan ke- j pada lag waktu ke- k dituliskan sebagai berikut:

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\gamma_{ij}(k)}{\sigma_i \sigma_j}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.16)$$

dimana,

$\gamma_{ij}(k)$ = korelasi silang antar pengamatan pada lokasi ke- i dan ke- j
pada lag waktu ke- k .

σ_i = standart deviasi pada pengamatan lokasi ke- i

Penentuan bobot lokasi untuk model GSTAR sebagai berikut:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{r_{ij(1)}}{\sum_{k \neq 1} |r_{ik(1)}|}, & \text{untuk } i \neq j \\ 0, & \text{untuk } i = j \end{cases} \quad (2.17)$$

Bobot normalisasi korelasi silang dapat merepresentasikan semua bentuk hubungan antar lokasi yang terjadi pada data.

2.9 Uji Keheterogenan Lokasi dengan Indeks Gini

Model GSTAR adalah salah satu model yang banyak digunakan untuk memodelkan dan meramalkan data deret waktu dan lokasi. Untuk mengkaji keheterogenan lokasi diperkenalkan suatu indeks (Indeks Gini) oleh seorang statistikawan Italia. Corrado Gini (1884-1965) yang dapat digunakan untuk membandingkan suatu perubahan dari periode ke periode atau dari lokasi ke lokasi. sehingga data yang digunakan dapat berupa data deret waktu atau data *spasial* (lokasi). Indeks Gini adalah suatu koefisien yang menunjukkan tingkat ketidakmerataan suatu distribusi. Untuk mengkuantifikasi ketidakmerataan suatu pengamatan.

$$G = 1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{(n^2 \bar{y}_i)} \times \sum_{i=1}^{n_i} y_i \quad (2.18)$$

dengan,

- G = Indeks gini.
- n = jumlah data.
- \bar{y}_i = rata-rata variabel yang diamati.
- n_i = jumlah data pada lokasi ke- i .

2.10 Generalized Least Square (GLS)

2.10.1 Ordinary Least Square (OLS)

Ordinary Least Square (OLS) merupakan metode regresi yang meminimumkan jumlah *error* kuadrat (Borovkova & Nurani, 2002). Metode estimasi parameter yang digunakan adalah metode OLS (*Ordinary Least Square*), yaitu menduga koefisien regresi (β) dengan meminimumkan kesalahan (*error*). Misal, model linear antara variabel endogen y dan variabel eksogen x dituliskan sebagai berikut:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (2.19)$$

atau ditulis dalam bentuk matriks

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.20)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Metode ini sering digunakan oleh para ilmuwan atau peneliti dalam proses penghitungan suatu persamaan regresi sederhana. Adapun penaksir parameternya adalah sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (2.22)$$

dimana,

$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ = vektor dari parameter yang berukuran $(p + 1) \times 1$.

\mathbf{X} = matriks variabel prediktor yang berukuran $n \times (p + 1)$.

\mathbf{y} = vektor observasi dari variabel respon $n \times 1$.

2.10.2 *Generalized Least Square (GLS)*

Menurut Greene (1997), penanggulangan kasus heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan estimasi melalui pembobotan yang dapat dikatakan sebagai kuadrat terkecil yang diberlakukan secara umum atau disebut *Generalized Least Squares* (GLS). (Takada, *et al.*, 1995), meneliti estimator model GLS ketika matriks variansi-kovariansinya singular. Di sisi lain, (Alaba, *et al.*, 2010) membandingkan estimasi parameter model SUR dengan OLS satu-satu.

$$\sigma^2 = \text{var}(\varepsilon_i) \quad (2.23)$$

Ketika $\text{var}(\varepsilon_i)$ tidak homogen dan ε_i mengandung autokorelasi maka $\text{var}(\varepsilon) \neq \sigma^2 I$. yaitu $\text{var}(\varepsilon) = \Gamma = \sigma^2 \Omega$ sehingga penduga $\hat{\beta}$ yang dapat mengatasi masalah heterogen dan autokorelasi adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{GLS} = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} Y \quad (2.24)$$

dimana,

i = banyak persamaan.

$t = 1, 2, \dots, n$.

T = indeks pengamatan.

2.11 **Pemilihan Model Terbaik**

Pemilihan model terbaik dilakukan jika terdapat lebih dari satu model yang memenuhi kriteria kelayakan. Salah satu kriteria penentuan model terbaik adalah dengan menggunakan AIC (*Akaike's Information Criterion*). Model terbaik diperoleh jika nilai AIC semakin kecil pada suatu model maka model tersebut akan semakin baik.

2.11.1 Akaike Information Criterion (AIC)

Pemilihan model terbaik dapat dilakukan menggunakan AIC. *Akaike's Information Criterion* (AIC) diperkenalkan pertama kali oleh Akaike untuk mengidentifikasi model dari suatu kumpulan data. Pada suatu model dikatakan baik apabila nilai AIC nya paling kecil. Berikut perhitungan nilai AIC (Wei, 2006):

$$AIC = m \log\left(\frac{JKG}{m}\right) + 2p \quad (2.25)$$

dengan,

m = Banyaknya pengamatan.

p = Jumlah parameter yang diduga.

JKG = Jumlah kuadrat galat.

2.11.2 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Untuk mengukur seberapa besar kesalahan peramalan dibandingkan dengan nilai aktual dapat menggunakan metode MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*). MAPE juga digunakan untuk membandingkan ketepatan peramalan. Berikut perhitungan MAPE (Wei, 2006):

$$MAPE = \sum_{t=1}^T \left| \left(\frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right) \right| \times 100\% \quad (2.26)$$

dengan,

T = Banyaknya pengamatan

Z_t = Data pengamatan ke- t

\hat{Z}_t = Nilai dugaan dari pengamatan ke- t

Tabel 4. Kriteria nilai MAPE

Nilai MAPE	Akurasi Prediksi
$MAPE \leq 10\%$	Tinggi
$10\% < MAPE \leq 20\%$	Baik
$20\% < MAPE \leq 50\%$	Cukup
$MAPE > 50\%$	Rendah

2.12 Uji Autokorelasi Residual

Autokorelasi residual dapat dicermati dengan menggunakan Uji *Breusch-Godfrey*. Uji statistik *Breusch-Godfrey* dikembangkan untuk mengatasi kelemahan uji *Durbin Watson* yang tidak cocok untuk beberapa kasus. Perhatikan model berikut

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t \quad (2.27)$$

dimana,

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.28)$$

Uji Lagrange Multiplier (LM) *Breusch-Godfrey* menggabungkan dua persamaan (2.27) dan (2.28):

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} - \varepsilon_t \quad (2.29)$$

Berikut adalah hipotesis nol dan hipotesis alternatif untuk uji *Breusch-Godfrey*

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0 \quad (\text{Residual tidak berkorelasi})$$

$$H_1: \text{setidaknya ada satu } \rho_s \text{ tidak nol} \quad (\text{Residual berkorelasi})$$

Langkah-langkah untuk menyelesaikan pengujian adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Estimasi (2.27) menggunakan OLS dan hitung \hat{u}_t

Langkah 2. Jalankan model regresi berikut dengan jumlah *lag* yang digunakan (p) ditentukan oleh urutan orde korelasi serial yang ingin diuji

$$\hat{u}_t = a_0 + a_1 X_{2t} \dots a_R X_{Rt} + a_{R+1} \hat{u}_{t-1} \dots a_{R+p} \hat{u}_{t-p} \quad (2.30)$$

Langkah 3 Hitung statistik dari $LM = (n - p)R^2$ dari regresi di langkah 2.

Jika nilai statistik LM ini lebih besar dari nilai kritis X_p^2 untuk tingkat signifikansi tertentu, maka tolak H_0 dan dapat disimpulkan adanya korelasi serial. Perhatikan bahwa pilihan p adalah sebarang. Namun, periodisitas data (triwulanan, bulanan, mingguan, dll) akan memberi kita gambaran untuk nilai p (Asteriou dan Hall, 2007).

2.13 Peramalan (*Forecasting*)

Peramalan (*forecasting*) adalah suatu cara untuk memprediksi apa yang akan terjadi di masa yang akan datang. Peramalan muncul karena adanya waktu senjang (*timelag*) antara kesadaran akan peristiwa atau kebutuhan mendatang dengan peristiwa itu sendiri. Peramalan diperlukan untuk menetapkan suatu peristiwa akan terjadi sehingga tindakan yang tepat dapat dilakukan. Menurut Sanny (2012), peramalan sebagai seni dan ilmu memprediksi peristiwa-peristiwa masa depan.

2.14 Suhu Udara

Suhu merupakan ukuran yang mewakili banyaknya energi radiasi matahari berupa panas yang dirasakan (*sensible heat*), yang berperan dalam pemanasan atmosfer. Suhu udara adalah keadaan panas atau dinginnya udara atau dapat disebut dengan temperatur (Prasetya dkk., 2021). Variasi suhu udara di kepulauan Indonesia tergantung pada ketinggian tempat. Suhu udara akan semakin rendah pada tempat yang semakin tinggi. Apabila suhu suatu tempat tinggi, maka kelembabannya rendah dan sebaliknya apabila suhu rendah maka kelembaban tinggi.

2.15 Kelembaban Udara

Kelembaban udara adalah banyaknya uap air yang terkandung dalam udara atau atmosfer. Kandungan uap air dalam udara hangat lebih banyak daripada kandungan uap air di dalam udara dingin. Jika kandungan uap air di udara mengalami pendinginan, maka akan terbentuk titik-titik air (Handoko, 1994). Banyaknya titik-titik air yang dikandung tergantung pada suhu udara. Semakin tinggi suhu udara, makin banyak uap air yang terkandung. Kelembaban relatif atau *relative humidity* (RH) adalah perbandingan antara tekanan uap air aktual pada suhu tertentu dengan tekanan uap air jenuh pada suhu tersebut. Fungsi kelembaban relatif sangat penting untuk lingkungan abiotik dan biotik. Misalnya, di bidang pertanian kelembaban relatif mempengaruhi hubungan air pada tanaman yang berperan dalam proses fotosintesis tanaman, mempengaruhi pertumbuhan tanaman dan lain-lain.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun akademik 2022/2023 yang bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari tiga Kabupaten di Provinsi Lampung, yaitu Kabupaten Lampung Utara, Lampung Selatan, dan Kabupaten Pesawaran. Data yang diambil berupa data rata-rata suhu dan kelembaban udara dari bulan Januari 2018-Mei 2022. Data diperoleh dari data *online* Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG) yang dapat diakses (<https://dataonline.bmkg.go.id/home>).

3.3 Metode Penelitian

Adapun tahapan analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Analisis deskriptif data penelitian.
2. Memeriksa korelasi antar lokasi pada data suhu dan kelembaban.
3. Mengecek kestasioneran data suhu dan kelembaban.
4. Melakukan pengujian keheterogenan lokasi menggunakan indeks gini.
5. Memeriksa korelasi antara suhu dan kelembaban pada ketiga Kabupaten di Provinsi Lampung dengan menggunakan uji Fungsi Korelasi Silang
6. Menentukan bobot lokasi pada data.
7. Menentukan pendugaan parameter pada model GSTARX dengan metode OLS dan GLS.
 - a. Menentukan orde waktu dari model GSTARX yang sesuai berdasarkan dengan melihat nilai AIC yang paling kecil.
 - b. Menetapkan nilai bobot invers jarak dan normalisasi korelasi silang.
 - c. Melakukan penaksiran parameter dari model GSTARX dengan metode OLS dan GLS.
8. Menguji autokorelasi model GSTARX.
9. Menghitung MAPE untuk memilih model terbaik.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa Model GSTARX yang terbaik untuk data suhu di Kabupaten Lampung Utara, Lampung Selatan, dan Pesawaran adalah model GSTARX $([1]_1)$ (0,1,1) metode GLS dengan bobot lokasi yang digunakan yaitu bobot normalisasi korelasi silang. Model GSTARX $([1]_1)$ (0,1,1) dengan bobot lokasi korelasi silang memiliki nilai rata-rata MAPE yaitu 0,771417. Model GSTARX menjelaskan keterkaitan ruang dan waktu pada data suhu yang juga dipengaruhi oleh variabel lain yaitu kelembaban. Suhu Lampung Utara pada waktu t dipengaruhi oleh suhu Lampung Selatan dan Pesawaran pada satu periode sebelumnya ($t - 1$) juga dipengaruhi oleh kelembaban, tetapi Suhu Lampung Utara pada satu periode sebelumnya tidak mempengaruhi suhu ketiga Kabupaten pada waktu t .

DAFTAR PUSTAKA

- Alaba, O. O., Olubusoye, E. O., & Ojo, S. O. 2010. Efficiency of Seemingly Unrelated Regression Estimator over The Ordinary Least Square. *European Journal of Scientific Research*. **39**(1): 153-160.
- Alexander, L. V., Zhang, X., Peterson, T. C., Caesar, J., Gleason, B., Klein Tank, A. M. G., & Vazquez-Aguirre, J. L. 2006. Global observed changes in daily climate extremes of temperature and precipitation. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. **111**(5):1-22.
- Ardianto, M. P. 2014. Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) pada Tiga Periode Waktu (Studi Kasus Inflasi di Lima Kota Besar di Pulau Jawa). *Jurnal Mahasiswa Statistik*. **2**(4): 265-268,
- Asteriou, D. dan Hall, S.G. 2007. *Applied Econometrics*. Palgrave Macmillan, New York.
- Borovkova, S. H., & Nurani, B. 2002. Generalized STAR Model with Experimental Weight. Proceeding of the 17 th International Workshop on Statistical Modelling. 139-147.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. 1994. *Deret waktu Analysis: Forecasting and Control*. Prentice Hall, New Jersey.

- Brohan, P., Kennedy, J. J., Harris, I., Tett, S. F., & Jones, P. D. 2006. Uncertainty Estimates in regional and global observed temperature changes: a new Dataset from 1850. *Journal of Geophys Research*. **111**(12): 1-21.
- Chou, C., Neelin, J. D., Chen, C.-A., & Tu, J. Y. 2009. Evaluating the Rich-Get-Richer Mechanism in Tropical Precipitation Change under Global Warming. *Journal of Climate*. **22**(8): 1982-2005.
- Desvina, A. P., & Nuraziza, D. 2022. Peramalan Metode Box-Jenkins untuk Memprediksi Banyaknya Air Bersih yang Disalurkan PDAM di Pekanbaru. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*. **8**(2): 146-155.
- Faizah, L., & Setiawan. 2013. Pemodelan Inflasi di Kota Semarang, Yogyakarta dan Surakarta dengan Pendekatan GSTAR. *Jurnal Sains dan Seni Pomits*, **2**(2): 317-322.
- Greene, W. H. 1997. *Econometric Anlysis*. Prentice Hall Internsional, New York.
- Handoko. 1994. *Pengantar Unsur-unsur Cuaca di Stasiun Klimatologi Pertanian*. IPB, Bogor.
- Makridakis. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Erlangga, Jakarta.
- Mansoer, A. S., Tarno, & Wilandari, Y. 2016. Pemodelan Seasonal Generalized Space Time Autoregressive (SGSTAR) (Studi Kasus: Produksi Padi di Kabupaten Demak, Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobongan). *Jurnal Gaussian*. **5**(4): 593-602.

- Pfeifer, P. E., & Deustch, S. J. 1980. A Three Stage Iterative Procedure for Space Time Modeling. *Technometrics*. **22**(1): 35-47.
- Putri, F. K. K. W., Kusnandar, D., & Debatara, N. N. 2018. Model Generalized Space Time Autoregressive-X (GSTAR-X) dalam Meramalkan Produksi Kelapa Sawit. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*. **7**(2): 85-92.
- Prasetyo, S., Hidayat, U., Haryanto, Y. D., & Riama, N. F. 2021. Karakteristik Suhu Udara di Pulau Jawa Kaitannya Dengan Kelembapan Udara, Curah Hujan, SOI, dan DMI. *Jurnal Geografi, Edukasi Dan Lingkungan (JGEL)*. **5**(1): 15-26.
- Ruchjana, B. 2002. *Pemodelan Kurva Produksi Minyak Bumi Melalui Pendekatan Spatio-temporal*. IPB, Bandung.
- Sanny, L. 2012. Metode Forecasting dengan Pendekatan Program Minitab, hlm. 313-322. Prosiding Seminar Nasional dan Call for Paper Pengentasan Kemiskinan Melalui UMKM. Komparasi Model Indonesia dan Malaysia. UPN Veteran Yogyakarta.
- Suhartono & Atok, R. M. 2006. Pemilihan Bobot Lokasi yang Optimal pada Model GSTAR, hlm.571-580. National Mathematics Conference XIII. Universitas Negeri Semarang, Semarang.
- Suhartono, & Subanar. 2006. The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model by Using Cross-correlation Inference. *Journal of Quantitative Methods: Journal Devoted the Mathematical and Statistical Application in Various Field*. **2**(2): 45-53.

Takada, H., Ullah, A., & Chen, Y. M. 1995. Estimation of the seemingly unrelated regression model when the error covariance matrix is singular. *Journal of Applied Statistics*. **22**(4): 517-530.

Wei, W. W. 2006. *Deret waktu Univariate and Multivariate Methods*. Addison Wesley Publishing Company, Canada.

Wutsqa, D. U., Suhartono, & Sutijo, B. 2010. Generalized Space Time Autoregressive Modelling, hlm. 752-761. Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA 2010), Kuala Lumpur.