

**KAJIAN MODEL *BAYESIAN STRUCTURAL TIME SERIES* PADA DATA
INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA**

(Tesis)

Oleh

**INDAH SUCIATI
NPM 2127031011**



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2023**

ABSTRACT

STUDY OF THE BAYESIAN STRUCTURAL TIME SERIES MODEL ON COMPOSITE STOCK PRICE INDEX DATA IN INDONESIA

By

INDAH SUCIATI

One of the models that can be used for current forecasting by taking into account the independent variables is the Bayesian Structural Time Series (BSTS) model. The BSTS model is a more modern model and can handle data movement better. In the BSTS model, the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) sampling algorithm is used to simulate the posterior distribution, which smoothes the forecasting results over a large number of potential models using Bayesian model averaging. The purpose of this study was to examine the BSTS model on Composite Stock Price Index (CSPI) data for the period January 2009 to December 2022 using trend, seasonal, and regression components, obtaining the best BSTS model for current forecasting based on R-squared values, knowing the variables which factors affect the CSPI value in Indonesia by using the posterior inclusion probability value, as well as obtaining current forecasting results for CSPI data in Indonesia, namely the period January 2023 to June 2023 based on the variables that influence it. The results obtained are that the best BSTS model is the BSTS model which consists of local level and seasonal components state, with the number of seasons used $S = 12$ and MCMC iterations $n = 200$. The variables of oil prices, gold prices, exchange rates, interest rates, and inflation have a significant effect on the value of the CSPI in Indonesia. In addition, the results of the current forecasting for the CSPI value in Indonesia for the period January 2023 to June 2023, with forecasting values ranging from 6.851-7.016, with the lowest CSPI forecasting value located in January 2023 and the highest CSPI forecasting value located in April 2023 .

Key words: Bayesian Structural Time Series Models, Markov Chain Monte Carlo, Spike and Slab Priors

ABSTRAK

KAJIAN MODEL *BAYESIAN STRUCTURAL TIME SERIES* PADA DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA

Oleh

INDAH SUCIATI

Salah satu model yang dapat digunakan untuk peramalan saat ini dengan memperhatikan variabel independen adalah model *Bayesian Structural Time Series* (BSTS). Model BSTS merupakan model yang lebih modern dan dapat mengatasi ketidakpastian data secara lebih baik. Dalam model BSTS, digunakan algoritma pengambilan sampel *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) untuk mensimulasikan distribusi posterior, yang menghaluskan hasil peramalan atas sejumlah besar model yang potensial menggunakan rata-rata model Bayesian. Tujuan penelitian ini adalah mengkaji model BSTS pada data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di Indonesia periode Januari 2009 sampai Desember 2022 dengan menggunakan komponen tren, musiman, dan regresi, memperoleh model BSTS terbaik untuk peramalan saat ini berdasarkan nilai *R-squared*, mengetahui variabel mana saja yang berpengaruh terhadap nilai IHSG di Indonesia dengan menggunakan nilai *posterior inclusion probability*, serta memperoleh hasil peramalan saat ini untuk data IHSG di Indonesia yaitu periode Januari 2023 sampai dengan Juni 2023 berdasarkan variabel yang mempengaruhinya. Hasil yang diperoleh yaitu model BSTS terbaik adalah model BSTS yang terdiri atas komponen *state level* lokal dan musiman, dengan banyaknya musim yang digunakan yaitu $S = 12$ dan iterasi MCMC yaitu $n = 200$. Variabel harga minyak, harga emas, kurs, suku bunga, dan inflasi berpengaruh signifikan terhadap nilai IHSG di Indonesia. Selain itu, diperoleh hasil peramalan saat ini untuk nilai IHSG di Indonesia periode Januari 2023 sampai Juni 2023, dengan nilai peramalan berkisar antara nilai 6.851-7.016, dengan nilai peramalan IHSG terendah terletak pada bulan Januari 2023 dan nilai peramalan IHSG tertinggi terletak pada bulan April 2023.

Kata kunci: model *Bayesian Structural Time Series*, *Markov Chain Monte Carlo*, *Prior Spike* dan *Slab*

**KAJIAN MODEL *BAYESIAN STRUCTURAL TIME SERIES* PADA DATA
INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA**

Oleh

Indah Suciati

Tesis

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
MAGISTER MATEMATIKA**

Pada

Jurusan Matematika

**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung**



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023**

Judul Tesis : **KAJIAN MODEL BAYESIAN STRUCTURAL
TIME SERIES PADA DATA INDEKS HARGA
SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA**

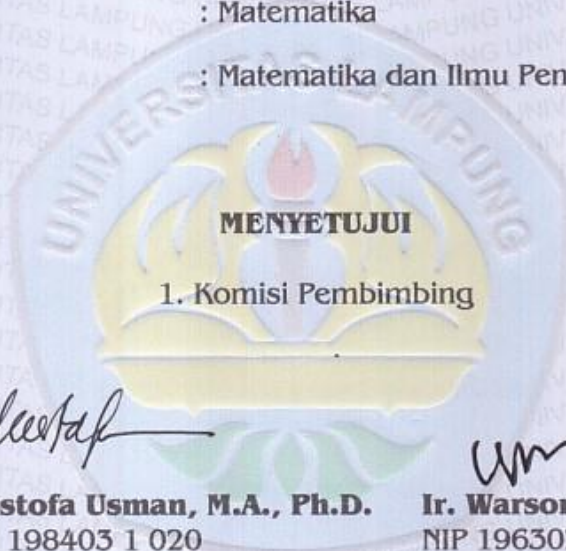
Nama Mahasiswa : **Indah Suciati**

Nomor Pokok Mahasiswa : 2127031011

Program Studi : Magister Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.
NIP 19570101 198403 1 020

Ir. Warsono, M.S., Ph.D.
NIP 19630216 198703 1 003

2. Ketua Program Studi Magister Matematika

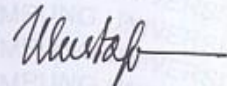
Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP 19760411 200012 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

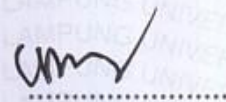
Ketua

: Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.



Sekretaris

: Ir. Warsono, M.S., Ph.D.

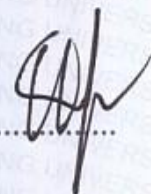


Penguji Anggota

: 1. Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.



2. Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.

NIP. 19711001 200501 1 002

3. Direktur Program Pascasarjana



Prof. Dr. Ir. Murhadi, M.Si.

NIP. 19640326 198902 1 001

4. Tanggal Lulus Ujian Tesis : 07 Agustus 2023

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Indah Suciati**
Nomor Pokok Mahasiswa : **2127031011**
Program Studi : **Magister Matematika**
Jurusan : **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa tesis saya yang berjudul "**KAJIAN MODEL BAYESIAN STRUCTURAL TIME SERIES PADA DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA**" adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Semua hasil tulisan dalam tesis ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa tesis ini merupakan hasil salinan atau telah dibuat orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 07 Agustus 2023
Penulis,



Indah Suciati
NPM. 2127031011

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Indah Suciati, lahir di Pringsewu pada tanggal 20 Agustus 2000. Penulis merupakan anak ketujuh dari delapan bersaudara yang lahir dari pasangan Bapak Kotiman dan Ibu Supiyah.

Penulis telah menempuh pendidikan di Sekolah Dasar Negeri (SDN) 1 Pringsewu Timur pada tahun 2006-2012, Sekolah Menengah Pertama Negeri (SMPN) 2 Pringsewu pada tahun 2012-2015, dan Sekolah Menengah Atas Negeri (SMAN) 1 Gadingrejo pada tahun 2015-2017.

Pada tahun 2017 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung dan lulus sebagai sarjana matematika pada tahun 2021. Pada tahun 2021 penulis berkesempatan memperoleh beasiswa Universitas Lampung untuk melanjutkan pendidikan di program studi Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung, selama menjadi mahasiswa Magister penulis cukup aktif mengikuti seminar internasional dan menulis artikel yang dipublikasi.

KATA MUTIARA

“Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai (dari suatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain). Dan hanya kepada Tuhanmulah engkau berharap.”

(Q.S. Al-Insyirah : 6-8)

“Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.”

(Q.S. Al-Baqarah : 286)

“Barangsiapa menempuh jalan untuk mendapatkan ilmu, Allah akan memudahkan baginya jalan menuju surga.”

(H.R. Muslim)

“Janganlah pernah menyerah ketika Anda masih mampu berusaha lagi. Tidak ada kata berakhir sampai Anda berhenti mencoba”

(Brian Dyson)

“Jangan menyerah, hal-hal besar membutuhkan waktu, bersabarlah”

(Anonim)

PERSEMBAHAN

Dengan mengharap rahmat dan keridhaan Allah SWT, kupersembahkan karya sederhana ini kepada:

Bapak, Ibu, Kakak, Adik, dan Keponakan Tercinta

Yang telah mencurahkan semua pengorbanan, doa, kasih sayang, dan dukungan tiada henti. Terima kasih sudah menjadi rumah dan tempat berpulang dari segala keluh kesah atas hal-hal pelik yang datang.

Dosen Pembimbing dan Penguji

Yang senantiasa telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan ilmu yang berharga kepada penulis.

Sahabat-Sahabatku

Yang selalu memberikan semangat, dukungan dan doa, serta selalu membantu penulis selama masa perkuliahan.

Almamater Tercinta Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah Robbil ‘alamin, Puji dan syukur Penulis ucapkan kepada Allah SWT, yang selalu melimpahkan rahmat dan kasih sayang-Nya, sehingga Penulis dapat menyelesaikan tesis ini. Sholawat serata salam senantiasa tetap tercurah kepada Nabi Muhammad SAW, tuntunan dan tauladan utama bagi seluruh umat manusia. Tesis dengan judul “Kajian Model *Bayesian Structural Time Series* pada Data Indeks Harga Saham Gabungan di Indonesia” adalah salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Matematika di Universitas Lampung.

Dalam menyelesaikan tesis ini, banyak pihak yang telah membantu Penulis dalam memberikan bimbingan, dorongan, dan saran-saran. Sehingga dengan segala ketulusan dan kerendahan hati pada kesempatan ini Penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing Akademik dan Dosen Pembimbing¹ yang senantiasa memberikan bimbingan, saran, motivasi, nasehat serta masukan sehingga penulis dapat menyelesaikan perkuliahan dan tesis ini.
2. Ir. Warsono, M.S., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing 2 yang telah memberikan masukan dan saran dalam penyelesaian tesis.
3. Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembahas 1 yang telah memberikan kritik dan saran kepada penulis dalam penyelesaian tesis.
4. Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Dosen Pembahas 2 yang telah memberikan kritik dan saran kepada penulis dalam penyelesaian tesis.
5. Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

6. Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
7. Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu dan bantuan kepada penulis.
9. Bapak, Ibu (almh.), kakak-kakakku yaitu Mbak Sari, Mas Anton, Mbak Nourma, Mbak Lis, Mbak Wulan, dan Mbak Anggun, adikku yaitu Jaya, dan keponakan-keponakan tersayangku yaitu Devon, Cleo, Sachio, Elvano, Keisha, Alice, dan Meisha serta seluruh keluarga yang selalu menjadi semangat tersendiri bagi penulis dan tiada henti memberi dukungan, kasih sayang, motivasi, serta doa kepada penulis.
10. Sahabat terbaik penulis yaitu Ayu, Dhea, Epmi, Yustika, Nita, Dewi, Inas, Atina, Astri, yang siap mendengarkan keluh kesah, memberi semangat dan keceriaan, serta selalu membantu penulis dalam hal apapun.
11. Teman-teman Magister Matematika Angkatan 2021.
12. S.Coups, Jeonghan, Joshua, Jun, Wonwoo, Woozi, Hoshi, DK, Mingyu, The8, Seungkwan, Vernon, dan Dino yang selalu menjadi semangat dan motivasi tersendiri bagi penulis, yang selalu menghibur dan memberikan kebahagiaan lewat karya-karya indahny.
13. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam penulisan tesis ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, Penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun guna penelitian selanjutnya agar lebih baik.

Bandar Lampung, 07 Agustus 2023
Penulis,

Indah Suciati

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR GAMBAR	vii
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	4
1.3 Manfaat Penelitian	5
II. TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Analisis Deret Waktu.....	6
2.2 Peubah Acak	7
2.2.1 Fungsi Kepekatan Peluang.....	7
2.2.2 Fungsi Distribusi Kumulatif.....	8
2.2.3 Fungsi Peluang Bersama	8
2.2.4 Fungsi Marginal dan Peluang Bersyarat	9
2.2.5 Nilai Harapan, Varians, Kovarians, dan Korelasi	9
2.3 Distribusi Peubah Acak	11
2.3.1 Distribusi Bernoulli.....	11
2.3.2 Distribusi Normal.....	12
2.3.3 Distribusi Gamma	12
2.3.4 Distribusi Invers Gamma	13
2.4 Pendugaan Bayesian	13
2.4.1 Distribusi Prior	16
2.4.2 Fungsi <i>Likelihood</i>	17
2.4.3 Distribusi Posterior	17
2.5 Proses Stokastik.....	17
2.6 <i>Markov Chain</i>	18
2.7 Simulasi Monte Carlo.....	18
2.8 <i>Structural Time Series</i>	19
2.8.1 Level Lokal.....	20
2.8.2 Tren Linear Lokal.....	21
2.8.3 Tren Linear Semi Lokal.....	23
2.8.4 Musiman	24

2.9	<i>Bayesian Structural Time Series</i>	26
2.10	Regresi <i>Spike dan Slab</i>	27
	2.10.1 Spesifikasi Prior.....	29
	2.10.2 Posterior Bersyarat	34
	2.10.3 Distribusi Marginal dari γ	35
2.11	<i>Markov Chain Monte Carlo (MCMC)</i>	36
	2.11.1 <i>Learning</i> Parameter	36
	2.11.2 Peramalan	38
2.12	Istilah-istilah di Luar Konteks Statistika	39
	2.12.1 Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)	39
	2.12.2 Inflasi	39
	2.12.3 Suku Bunga	40
	2.12.4 Nilai Tukar.....	40
	2.12.5 Harga Emas	41
	2.12.6 Harga Minyak	41
III. METODE PENELITIAN		42
3.1	Waktu dan Tempat Penelitian.....	42
3.2	Data Penelitian	42
3.3	Metode Penelitian	42
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN		45
4.1	Analisis Deskriptif	45
4.2	Korelasi antar Variabel	48
4.3	Dekomposisi Data.....	48
4.4	Model BSTS.....	48
4.5	Pemilihan Model Terbaik	49
4.6	Model BSTS Terbaik	50
4.7	Hasil Peramalan Data IHSG di Indonesia.....	52
V. KESIMPULAN		55
DAFTAR PUSTAKA		56
LAMPIRAN		

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Ringkasan model BSTS yang terbentuk.....	49
2. Ringkasan Peramalan Nilai IHSG di Indonesia	54
3. Hasil Peramalan Saat ini Data IHSG di Indonesia	54

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Definisi Peubah Acak	7
2. <i>Flowchart</i> Tahapan Penelitian	44
3. Data IHSG di Indonesia periode Januari 2009 - Desember 2022	45
4. Plot Perbandingan nilai IHSG dengan Variabel Independen.....	46
5. Plot Hubungan antar Variabel.....	47
6. Dekomposisi Deret Waktu Data IHSG di Indonesia	48
7. Plot <i>Inclusion Probabilities</i>	51
8. Distribusi Posterior Data IHSG.....	52
9. Kontribusi <i>State</i> pada data IHSG	52
10. Nilai Peramalan Saat ini pada Data IHSG di Indonesia.....	52
11. Nilai Peramalan Saat ini Periode Januari 2023 – Juni 2023	53

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis deret waktu merupakan analisis sekumpulan data dalam suatu periode waktu yang lampau yang berguna untuk mengetahui atau memprediksi kondisi di masa mendatang (Rohmaningsih, dkk., 2016). Dalam perkembangannya, analisis deret waktu sering digunakan dalam bidang ekonomi dan keuangan, khususnya di pasar modal yaitu saham. Pasar modal merupakan salah satu alternatif bagi investor untuk menginvestasikan uang yang dimilikinya sehingga dapat menghasilkan tingkat keuntungan yang optimal (Nidianti & Wijayanto, 2019). Sedangkan saham merupakan investasi keuangan dalam pasar modal berupa bukti kepemilikan individu atau institusi pada suatu perusahaan (Sinambela, dkk., 2022).

Dalam penerapannya, untuk menarik investor agar melakukan investasi dalam pasar modal, dibutuhkan suatu kondisi pasar modal yang baik. Indikator yang sering digunakan oleh para investor dalam melakukan analisis pasar modal sebelum melakukan investasi adalah Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) (Syahadati, dkk., 2021). Menurut Nurwani (2016), IHSG merupakan nilai gabungan saham-saham perusahaan yang tercatat di Bursa Efek Indonesia (BEI), yang pergerakannya mengindikasikan bagaimana kondisi ekonomi yang sedang terjadi di pasar modal. Kondisi perekonomian yang sedang aktif ditunjukkan dengan nilai IHSG yang mengalami kenaikan, sedangkan kondisi ekonomi yang sedang lesu ditandai dengan nilai IHSG yang menurun.

Menurut Syahadati, dkk. (2021), IHSG merupakan salah satu indikator ekonomi yang digunakan untuk melihat bagaimana kondisi ekonomi di Indonesia. Dalam aplikasinya, nilai IHSG tidak hanya dipengaruhi oleh nilai IHSG sebelumnya, melainkan juga dipengaruhi oleh berbagai indikator luar lainnya seperti nilai inflasi, tingkat suku bunga, nilai tukar rupiah, harga emas, harga minyak, dan indikator lainnya, sehingga dibutuhkan model yang dapat memperhatikan variabel eksogen di dalam modelnya. Indikator-indikator inilah yang disebut dengan variabel eksogen. Menurut Laga, dkk. (2018), variabel eksogen merupakan variabel yang dianggap memiliki pengaruh terhadap variabel lain, namun tidak dipengaruhi oleh variabel lain dalam model, atau juga bisa disebut sebagai variabel independen.

Adapun penelitian mengenai analisis faktor-faktor yang mempengaruhi nilai IHSG diantaranya yaitu penelitian yang dilakukan oleh Nurwani (2016). Diperoleh hasil penelitian bahwa inflasi berpengaruh negatif dan tidak signifikan terhadap nilai IHSG, nilai tukar rupiah berpengaruh positif dan signifikan terhadap nilai IHSG, dan tingkat suku bunga SBI berpengaruh negatif dan signifikan terhadap IHSG. Selain itu, diperoleh hasil bahwa inflasi, nilai tukar rupiah, dan suku bunga SBI berpengaruh signifikan terhadap nilai IHSG secara simultan. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Istamar, dkk. (2019) mengenai nilai IHSG tahun 1998-2018. Diperoleh hasil bahwa harga minyak dunia tidak berpengaruh signifikan terhadap nilai IHSG, harga emas dunia berpengaruh signifikan terhadap nilai IHSG, dan nilai tukar rupiah berpengaruh signifikan terhadap IHSG. Selain itu, harga minyak dunia, harga emas dunia, dan nilai tukar rupiah berpengaruh signifikan terhadap nilai IHSG secara simultan. Kemudian penelitian yang dilakukan oleh Hawiwika (2021) mengenai *literature review* determinasi nilai IHSG. Diperoleh hasil bahwa suku bunga SBI, nilai tukar rupiah, dan tingkat inflasi berpengaruh secara simultan dan parsial terhadap nilai IHSG. Selain itu, diperoleh kesimpulan bahwa masih banyak variabel lain yang dapat mempengaruhi nilai IHSG seperti harga emas, harga minyak, dan Indeks Dow Jones.

Berdasarkan permasalahan sebelumnya, salah satu model yang dapat digunakan untuk peramalan saat ini dengan memperhatikan variabel independen adalah model *Bayesian Structural Time Series* (BSTS). Model BSTS diperkenalkan oleh Steven L. Scott dan Hal. R. Varian pada tahun 2014, dimana model ini dapat digunakan untuk peramalan, mencari variabel-variabel yang berhubungan (*feature selection*), menyimpulkan hubungan sebab akibat (*causal relationship*), dan mengetahui aspek-aspek yang berdampak pada saat ini (*nowcasting*) (Scott & Varian, 2014). Model BSTS merupakan model *state space* stokastik yang dapat menyelidiki komponen tren, musiman, dan regresi secara terpisah (Feroze, 2020). Model BSTS merupakan model yang lebih modern dan dapat mengatasi ketidakpastian data secara lebih baik. Ketidakpastian yang ada dalam data disebabkan oleh pergerakan yang stokastik atau acak sepanjang waktu sehingga untuk peramalan yang lebih akurat, diperlukan suatu model yang dapat menangani ketidakpastian ini dengan baik. Dalam model BSTS, karena perhitungan analitik dari distribusi posterior Bayesian sangatlah sulit, maka akan digunakan perhitungan numerik menggunakan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) untuk mensimulasikan distribusi posterior, yang menghaluskan hasil peramalan atas sejumlah besar model yang potensial menggunakan model *averaging* Bayesian (George & McCulloch, 1997; Hoeting, *et al.*, 1999; Madigan & Raftery, 1994).

Saat ini, penelitian mengenai model BSTS telah banyak dilakukan diberbagai bidang topik penelitian, diantaranya yaitu dalam bidang ekonomi, bidang keuangan, dan bidang lainnya. Adapun penelitian mengenai model BSTS diantaranya yaitu penelitian yang dilakukan oleh Giri, *et al.* (2020), mengenai peramalan tangkapan bulanan ikan hilsa (*Tenualosa ilisha*) di Teluk Benggala Utara dengan memperhatikan indikator curah hujan dan konsentrasi klorofil yang terdapat di sungai. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa kelimpahan bahan makanan (*fitoplankton*) selama musim gugur akan mendorong terjadinya peningkatan pertumbuhan ikan hilsa yang akan bermigrasi ke arah sungai atau muara selama musim hujan berikutnya dan hasil tangkapan ikan hilsa kemungkinan akan meningkat. Kemudian penelitian yang dilakukan oleh Zhang

& Fricker (2021), mengenai penerapan model BSTS untuk mengukur penurunan atau peningkatan aktivitas tidak bermotor yaitu pejalan kaki dan pengendara sepeda di 11 kota Amerika Serikat selama COVID-19. Menurut hasil estimasi, COVID-19 menyebabkan kerugian pada aktivitas tidak bermotor di kota-kota padat penduduk, serta dapat memberikan gambaran bagaimana aktivitas tidak bermotor dipengaruhi oleh COVID-19 di berbagai jenis kota. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh AL-Moders & Kadhim (2021), mengenai model BSTS untuk peramalan harga minyak jangka panjang. Karena harga minyak terus berubah, sangat berguna untuk memasukkan beberapa informasi sebelumnya ke dalam model, misalnya pandemi COVID-19. Diperoleh hasil bahwa harga minyak diperkirakan akan naik menjadi \$119.88 pada tahun 2035.

Sejauh ini, masih sedikitnya penelitian mengenai kajian model BSTS, serta belum terdapat pula penelitian tentang kajian model BSTS pada data IHSG di Indonesia. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk melakukan penelitian mengenai kajian model BSTS pada data IHSG di Indonesia.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah

1. Mengkaji model BSTS pada data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di Indonesia periode Januari 2009 sampai Desember 2022 dengan menggunakan komponen tren, musiman, dan regresi.
2. Memperoleh model BSTS terbaik untuk peramalan saat ini berdasarkan nilai *R-squared*.
3. Mengetahui variabel yang mempengaruhi nilai IHSG di Indonesia dengan menggunakan nilai *posterior inclusion probability*.
4. Memperoleh hasil peramalan saat ini untuk data IHSG di Indonesia periode Januari 2023 sampai dengan Juni 2023 berdasarkan variabel yang mempengaruhinya.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah menambah wawasan dan pengetahuan mengenai model BSTS, mengetahui hasil peramalan saat ini untuk data IHSG di Indonesia dengan mempertimbangkan variabel yang mempengaruhi nilai IHSG, dan sebagai sumber referensi atau rujukan bagi penelitian selanjutnya mengenai model BSTS.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

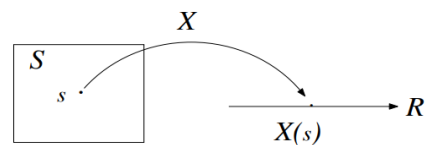
Menurut Box, *et al.* (1994), data deret waktu merupakan rangkaian pengamatan yang berurutan dalam waktu. Sedangkan analisis deret waktu merupakan analisis sekumpulan data dalam suatu periode waktu yang lampau yang berguna untuk mengetahui atau meramalkan kondisi di masa mendatang (Rohmaningsih, dkk., 2016). Menurut Kushartini & Almahdy (2016), peramalan adalah proses untuk memperkirakan kebutuhan meliputi kebutuhan dalam ukuran kuantitas, kualitas, waktu, dan lokasi yang dibutuhkan dalam rangka memenuhi permintaan barang atau jasa dimasa yang akan datang. Menurut Maulana (2018), untuk menentukan metode peramalan pada data deret waktu perlu diketahui pola data sebelumnya, sehingga peramalan dapat dilakukan dengan metode yang sesuai.

Menurut Lusiana & Yuliarty (2020), pola data deret waktu dapat dibedakan menjadi empat jenis yaitu sebagai berikut.

1. Pola *trend*, terjadi jika terdapat kenaikan atau penurunan dari data dalam kurun waktu yang panjang.
2. Pola *seasonal* atau musiman, terjadi jika pola datanya berulang setelah periode tertentu, misalnya harian, mingguan, bulanan, triwulan, dan tahun.
3. Pola siklis, merupakan pola yang terjadinya setiap beberapa tahun, biasanya dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang.
4. Pola *horizontal* atau stasioner, terjadi jika nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang tetap.

2.2 Peubah Acak

Menurut Evans & Rosenthal (2009), peubah acak X adalah suatu fungsi dari ruang sampel S ke himpunan bilangan asli R . Secara intuitif, peubah acak menetapkan nilai numerik untuk setiap kemungkinan hasil dalam ruang sampel. Peubah acak biasanya disimbolkan dengan huruf kapital X , dan untuk nilai dari peubah acak tersebut disimbolkan dengan huruf kecil x . Jika ruang sampel S mengandung sejumlah kemungkinan terbatas, maka ruang sampel tersebut dinamakan ruang sampel diskrit, dan jika suatu ruang sampel S mengandung sejumlah kemungkinan tak terhingga yang sama dengan jumlah titik pada ruas garis, maka ruang sampel tersebut dinamakan ruang sampel kontinu (Walpole, *et al.*, 2011).



Gambar 1. Definisi Peubah Acak.

2.2.1 Fungsi Kepekatan Peluang

Fungsi $f(x)$ merupakan fungsi kepekatan peluang untuk peubah acak diskrit X , didefinisikan atas himpunan bilangan real, jika (Walpole, *et al.*, 2011):

1. $f(x) \geq 0$, untuk setiap $x \in R$,
2. $\sum_x f(x) = 1$,
3. $P(X = x) = f(x)$.

Fungsi $f(x)$ merupakan fungsi kepekatan peluang untuk peubah acak kontinu X , didefinisikan atas himpunan bilangan real, jika (Walpole, *et al.*, 2011):

1. $f(x) \geq 0$, untuk setiap $x \in R$,
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$,
3. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$.

2.2.2 Fungsi Distribusi Kumulatif

Fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ untuk peubah acak diskrit X dengan fungsi kepekatan peluang $f(x)$ didefinisikan sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t), \text{ untuk } -\infty < x < \infty.$$

Sedangkan fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ untuk peubah acak kontinu X dengan fungsi kepekatan peluang $f(x)$ didefinisikan sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt, \text{ untuk } -\infty < x < \infty.$$

2.2.3 Fungsi Peluang Bersama

Jika X dan Y adalah dua peubah acak diskrit, fungsi peluang bersama untuk kejadian bersamanya dapat diwakili oleh fungsi dengan nilai $f(x, y)$ untuk setiap pasangan nilai (x, y) dalam rentang peubah acak X dan Y . Nilai $f(x, y)$ memberikan peluang bahwa hasil x dan y terjadi pada waktu yang sama. Biasanya fungsi ini disebut sebagai fungsi peluang bersama dari X dan Y . Oleh karena itu, dalam kasus diskrit (Walpole, *et al.*, 2011),

$$f(x, y) = P(X = x, Y = y).$$

Fungsi $f(x, y)$ adalah fungsi peluang bersama dari peubah acak diskrit X dan Y jika memenuhi sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

1. $f(x, y) \geq 0$, untuk setiap (x, y) ,
2. $\sum_x \sum_y f(x, y) = 1$.

Sedangkan untuk peubah acak kontinu, fungsi $f(x, y)$ merupakan fungsi peluang bersama dari peubah acak kontinu X dan Y jika memenuhi sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

1. $f(x, y) \geq 0$, untuk setiap (x, y) ,
2. $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$.

2.2.4 Fungsi Marginal dan Peluang Bersyarat

Menurut Walpole, *et al.* (2011) dalam bukunya, fungsi marginal untuk masing-masing peubah acak X dan Y pada kasus diskrit dan kontinu dapat dilihat pada Persamaan 2.1 dan 2.2 sebagai berikut.

$$g(x) = \sum_y f(x, y) \text{ dan } h(y) = \sum_x f(x, y), \quad (2.1)$$

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \text{ dan } h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx. \quad (2.2)$$

Adapun distribusi bersyarat dari peubah acak Y dengan syarat $X = x$ adalah sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

$$f(y|x) = \frac{f(x,y)}{g(x)}, \text{ dengan } g(x) > 0,$$

sedangkan untuk peubah acak X dengan syarat $Y = y$ adalah sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

$$f(x|y) = \frac{f(x,y)}{h(y)}, \text{ dengan } h(y) > 0.$$

2.2.5 Nilai Harapan, Varians, Kovarians, dan Korelasi

Misalkan X adalah peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang $f(x)$. Nilai harapan dari peubah acak X untuk kasus diskrit dan kontinu adalah sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

$$\mu = E(X) = \begin{cases} \sum_x x f(x), & \text{untuk } X \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, & \text{untuk } X \text{ kontinu} \end{cases}.$$

Misalkan X adalah peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang $f(x)$ dan nilai harapan μ . Varians dari peubah acak X untuk kasus diskrit dan kontinu adalah sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \begin{cases} \sum_x (x - \mu)^2 f(x), & \text{untuk } X \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx, & \text{untuk } X \text{ kontinu} \end{cases}.$$

Akar kuadrat positif dari varians yaitu σ , disebut sebagai simpangan baku dari X . Varians dari peubah acak X dapat dituliskan ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2.$$

Bukti:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= E[(X - \mu)^2] \\ &= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2) \\ &= E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2 \\ &= E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2 \\ &= E(X^2) - \mu^2.\end{aligned}$$

Jika X dan Y adalah peubah acak, a dan b adalah konstanta, maka berlaku sifat:

$$\begin{aligned}Var(aX + b) &= a^2 Var(X), \\ Var(X + Y) &= Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y).\end{aligned}$$

Bukti:

$$\begin{aligned}Var(aX + b) &= E[(aX + b - E(aX + b))^2] \\ &= E[(aX + b - (aE(X) + b))^2] \\ &= E[(aX - aE(X))^2] \\ &= E[(a(X - E(X)))^2] \\ &= E[a^2(X - E(X))^2] \\ &= a^2 E[(X - E(X))^2] \\ &= a^2 Var(X).\end{aligned}$$

Dengan menggunakan Persamaan 2.3:

$$\begin{aligned}Var(X + Y) &= E[(X + Y - E(X + Y))^2] \\ &= E[(X + Y - E(X) - E(Y))^2] \\ &= E[(X - E(X) + Y - E(Y))^2] \\ &= E[(X - E(X))^2 + (Y - E(Y))^2 + 2(X - E(X))(Y - E(Y))] \\ &= E[(X - E(X))^2] + E[(Y - E(Y))^2] + 2E[(X - E(X))(Y - E(Y))] \\ &= Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y).\end{aligned}$$

Kovarians dari peubah acak X dan Y untuk kasus diskrit dan kontinu adalah sebagai berikut (Walpole, *et al.*, 2011):

$$\begin{aligned} \sigma_{XY} &= E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] \\ &= \begin{cases} \sum_x \sum_y (x - \mu_X)(y - \mu_Y)f(x, y), & \text{untuk } X \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)(y - \mu_Y)f(x, y) dx dy, & \text{untuk } X \text{ kontinu} \end{cases}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Koefisien korelasi antara dua variabel acak X dan Y didefinisikan sebagai berikut (Tsay, 2005):

$$\begin{aligned} \rho_{x,y} &= \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} \\ &= \frac{E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sqrt{E(X - \mu_X)^2 E(Y - \mu_Y)^2}}, \quad -1 \leq \rho_{x,y} \leq 1. \end{aligned}$$

Dimana μ_x dan μ_y adalah rata-rata dari X dan Y . Koefisien ini mengukur kekuatan ketergantungan linear antara X dan Y . Jika terdapat sampel $\{(x_t, y_t)\}_{t=1}^T$, maka korelasi pasangan sampel dapat diestimasi dengan persamaan sebagai berikut (Tsay, 2005):

$$\hat{\rho}_{x,y} = \frac{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}}$$

dimana \bar{x} dan \bar{y} merupakan rata-rata sampel dari X dan Y dengan persamaan sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{t=1}^T x_t}{T}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T}.$$

2.3 Distribusi Peubah Acak

2.3.1 Distribusi Bernoulli

Menurut Hogg, *et al.* (2019), eksperimen Bernoulli adalah eksperimen acak, yang hasilnya dapat diklasifikasikan dalam salah satu dari dua cara yang saling eksklusif dan lengkap, misalnya, sukses atau gagal. Urutan percobaan Bernoulli

terjadi ketika percobaan Bernoulli dilakukan beberapa kali secara independen sehingga peluang sukses katakanlah p , tetap sama dari percobaan ke percobaan. Misalkan X adalah peubah acak yang terkait dengan percobaan Bernoulli, dengan mendefinisikannya sebagai berikut:

$$X(\text{sukses}) = 1 \text{ dan } X(\text{gagal}) = 0,$$

maka fungsi kepekatan peluang dari X adalah sebagai berikut:

$$p(x) = p^x(1-p)^{1-x}, x = 0, 1,$$

dengan nilai harapan dan varians dari peubah acak X yaitu:

$$\mu = E(X) = (0)(1-p) + (1)(p) = p,$$

$$\sigma^2 = Var(X) = p^2(1-p) + (1-p)^2p = p(1-p).$$

2.3.2 Distribusi Normal

Untuk peubah acak X yang berdistribusi Normal dengan nilai harapan μ dan nilai varians σ^2 , atau dapat ditulis $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, fungsi kepekatan peluangnya didefinisikan dengan persamaan sebagai berikut (Hogg, *et al.*, 2019):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}, \text{ untuk } -\infty < x < \infty.$$

Distribusi Normal juga seringkali disebut sebagai distribusi Gaussian. Apabila nilai harapan $\mu = 0$ dan nilai varians $\sigma^2 = 1$, maka peubah acak X dikatakan berdistribusi Normal Standar atau dapat ditulis $N(0,1)$.

2.3.3 Distribusi Gamma

Menurut Hogg, *et al.* (2019), peubah acak kontinu X dikatakan berdistribusi Gamma dengan parameter $\alpha > 0$ dan $\theta > 0$ atau dapat ditulis $X \sim \Gamma(\alpha, \theta)$, jika memiliki fungsi kepekatan peluang sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta}, & 0 < x < \infty \\ 0 & , \text{ lainnya} \end{cases}.$$

Adapun fungsi Gamma untuk α adalah sebagai berikut:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx. \quad (2.4)$$

Terdapat 3 sifat yang dimiliki oleh fungsi Gamma, yaitu sebagai berikut:

1. $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha)$, dimana $\alpha > 0$;
2. $\Gamma(\alpha + 1) = n!$, untuk $n = 0, 1, 2, \dots$;
3. $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$.

Adapun nilai harapan dan varians untuk $X \sim \Gamma(\alpha, \theta)$ adalah sebagai berikut:

$$E(X) = \alpha\theta,$$

$$Var(X) = \alpha\theta^2.$$

2.3.4 Distribusi Invers Gamma

Menurut Klugman, *et al.* (2012), fungsi kepadatan peluang dari distribusi Invers Gamma dengan parameter α dan θ didefinisikan sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\alpha} e^{-\frac{\theta}{x}}}{x\Gamma(\alpha)},$$

dengan nilai harapan dan varians untuk $X \sim$ Invers Gamma (α, θ) yaitu:

$$E(X) = \frac{\theta}{\alpha - 1}, \alpha > 1,$$

$$Var(X) = \frac{\theta^2}{(\alpha - 1)^2(\alpha - 2)}, \alpha > 2.$$

2.4 Pendugaan Bayesian

Menurut Yani, dkk. (2018), pendugaan parameter dapat dilakukan dengan dua metode yaitu metode klasik dan metode Bayes. Metode klasik melakukan pendugaan parameter hanya berdasarkan informasi yang diperoleh dari sampel acak yang diambil dari populasi. Sedangkan metode Bayes menggabungkan

pengetahuan subjektif mengenai distribusi peluang dari parameter yang tidak diketahui, dengan informasi yang diperoleh dari data sampel.

Menurut Bain & Engelhardt (1992), peluang bersyarat dari kejadian A bersyarat B , didefinisikan sebagai berikut:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; P(B) \neq 0, \quad (2.5)$$

dengan menggunakan aturan perkalian, Persamaan 2.5 dapat ditulis:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B). \quad (2.6)$$

Kemudian misalkan B_1, B_2, \dots, B_k merupakan suatu partisi di dalam ruang sampel S dengan $P(B_i) \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, k$ dan

$$P(B_1) + P(B_2) + \dots + P(B_k) = 1,$$

serta misalkan terdapat kejadian sebarang A , dimana

$A = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_k)$ dan $(B_i \cap B_j) = \emptyset$ untuk setiap $i \neq j$, serta $(A \cap B_1), (A \cap B_2),$ sampai $(A \cap B_k)$ saling lepas, maka berlaku:

$$\begin{aligned} P(A) &= P((A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_k)) \\ &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \dots + P(A \cap B_k) \\ &= \sum_{i=1}^k P(A \cap B_i) \end{aligned} \quad (2.7)$$

berdasarkan Persamaan 2.5, maka persamaan 2.7 dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1) P(A|B_1) + P(B_2) P(A|B_2) + \dots + P(B_k) P(A|B_k) \\ &= \sum_{i=1}^k P(B_i) P(A|B_i), \end{aligned}$$

dimana $P(A)$ disebut sebagai hukum peluang total.

Menurut Soejati & Soebanar (1998), misal kejadian-kejadian B_1, B_2, \dots, B_k membentuk suatu partisi di dalam ruang sampel S sedemikian sehingga $P(B_i) > 0$ dengan $i = 1, 2, \dots, k$ dan misalkan A sembarang kejadian sedemikian hingga $P(A) > 0$, peluang B_i dengan syarat A adalah sebagai berikut:

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}.$$

Jika $P(A) = \sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i)$, maka

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i)}.$$

Bukti:

Berdasarkan Persamaan 2.5 dan Persamaan 2.6, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} P(B_i|A) &= \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)}, P(A) \neq 0 \\ &= \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}. \end{aligned}$$

Menurut Box & Tiao (1973) dalam bukunya, misalkan:

$$\mathbf{x}' = x_1, \dots, x_n$$

adalah vektor dari n pengamatan yang fungsi kepekatan peluangnya adalah $f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ dan bergantung pada nilai k parameter

$$\boldsymbol{\theta}' = \theta_1, \dots, \theta_k.$$

Misalkan juga $\boldsymbol{\theta}$ memiliki fungsi kepekatan peluang $f(\boldsymbol{\theta})$. Maka,

$$f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})f(\mathbf{x}).$$

Sehingga fungsi kepekatan peluang dari $\boldsymbol{\theta}$ yaitu:

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})}{f(\mathbf{x})}, \quad (2.8)$$

dimana:

$$f(\mathbf{x}) = E[f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})] = c^{-1} = \begin{cases} \sum f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}), & \text{untuk } \boldsymbol{\theta} \text{ diskrit} \\ \int f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}, & \text{untuk } \boldsymbol{\theta} \text{ kontinu} \end{cases},$$

dan penjumlahan atau integral diambil dari rentang $\boldsymbol{\theta}$ yang dapat diterima.

Sehingga alternatif Persamaan 2.5 dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = c f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}). \quad (2.9)$$

Persamaan 2.8 atau yang ekuivalen dengan 2.9, biasanya disebut dengan teorema Bayes. Dalam teorema tersebut, $f(\boldsymbol{\theta})$ memberitahu apa yang diketahui tentang $\boldsymbol{\theta}$ tanpa mengetahui datanya, atau disebut dengan distribusi prior dari $\boldsymbol{\theta}$. Kemudian, $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ yang memberitahu apa yang diketahui tentang $\boldsymbol{\theta}$ berdasarkan data, disebut distribusi posterior dari $\boldsymbol{\theta}$ yang diberikan \mathbf{x} . Kuantitas c hanyalah konstanta normalisasi yang diperlukan untuk memastikan bahwa distribusi posterior yang dijumlahkan atau terintegrasi bernilai satu.

2.4.1 Distribusi Prior

Metode Bayes memandang parameter sebagai variabel yang menggambarkan pengetahuan awal tentang parameter sebelum pengamatan dilakukan dan dinyatakan dalam suatu distribusi yang disebut dengan distribusi prior (Yani, dkk., 2018). Menurut Hasanah, dkk. (2018), distribusi prior merupakan distribusi awal dari suatu parameter yang memberikan informasi sebelum mencari distribusi posterior. Menurut Yani, dkk. (2018), distribusi prior yang tidak diketahui ini, dipilih secara subjektif atau berdasarkan hasil penelitian sebelumnya dan idealnya ditentukan sebelum pengumpulan data dimulai.

Menurut Box & Tiao (1973), distribusi prior dikelompokkan menjadi dua, yaitu sebagai berikut:

1. Berdasarkan bentuk distribusi hasil identifikasi pola datanya.
 - a. Distribusi prior konjugat, jika distribusi posteriornya memiliki keluarga sebaran yang sama karakternya dengan keluarga sebaran dari distribusi prior.
 - b. Distribusi prior tidak konjugat, jika distribusi posteriornya memiliki keluarga sebaran yang tidak sama karakternya dengan keluarga sebaran dari distribusi prior.
2. Berdasarkan penentuan masing-masing parameter pada pola distribusi prior.
 - a. Distribusi prior informatif, mengacu pada pemberian parameter dari distribusi prior yang telah dipilih baik distribusi prior konjugat atau tidak, pemberian nilai parameter pada distribusi prior ini didasarkan pada informasi yang diperoleh.
 - b. Distribusi prior non-informatif, pemilihannya tidak didasarkan pada data yang ada atau distribusi prior yang tidak mengandung informasi tentang parameter. Jika pengetahuan tentang priornya sangat lemah, maka dapat digunakan prior berdistribusi normal dengan nilai harapan nol dan varians yang besar.

2.4.2 Fungsi Likelihood

Menurut Bain & Engelhardt (1992), fungsi *likelihood* adalah fungsi kepekatan peluang bersama dari n peubah acak X_1, X_2, \dots, X_n yang dihitung pada x_1, x_2, \dots, x_n dan dinyatakan dalam bentuk $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Jika x_1, x_2, \dots, x_n ditetapkan, maka fungsi *likelihood* adalah fungsi dari parameter yang dinotasikan dengan $L(\theta|x)$, dengan persamaan sebagai berikut:

$$L(\theta|x) = f(x|\theta) = f(x_1, \theta)f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta). \quad (2.10)$$

2.4.3 Distribusi Posterior

Setelah pengamatan dilakukan, informasi dalam distribusi prior dikombinasikan dengan informasi dengan data sampel melalui teorema Bayes, dan hasilnya dinyatakan dalam bentuk distribusi yang disebut distribusi posterior (Yani, dkk., 2018). Berdasarkan teorema Bayes sebelumnya, distribusi posterior didefinisikan sebagai perkalian antara distribusi prior $f(\theta)$ dengan fungsi likelihood $f(x|\theta)$, atau dapat dituliskan sebagai berikut (Box & Tiao, 1973).

$$\text{posterior} \propto \text{likelihood} \times \text{distribusi prior},$$

$$f(\theta|x) \propto f(x|\theta) \times f(\theta).$$

Nilai harapan dari distribusi posterior digunakan untuk menentukan nilai penduga titik bayes bagi parameter yang tidak diketahui.

2.5 Proses Stokastik

Proses stokastik adalah model probabilistik yang menggambarkan suatu barisan peristiwa yang terjadi secara acak dalam rangkaian waktu tertentu (Ghahramani, 2016). Menurut Ross (2010), proses stokastik atau yang ditulis $\{X(t), t \in T\}$ adalah kumpulan peubah acak. Artinya, untuk setiap $t \in T, X(t)$ adalah peubah acak. Indeks t diartikan sebagai waktu dan sebagai hasilnya, $X(t)$ adalah keadaan

proses pada waktu t . Himpunan T disebut himpunan indeks dari proses. Jika T adalah himpunan terhitung, proses stokastik dikatakan sebagai proses waktu diskrit. Jika T adalah interval dari garis real, maka proses stokastik dikatakan sebagai proses waktu kontinu. Misalnya, $\{X_n, n = 0, 1, \dots\}$ merupakan proses stokastik waktu diskrit dengan indeks bilangan bulat non-negatif, sedangkan $\{X(t), t \geq 0\}$ adalah proses stokastik waktu kontinu dengan indeks bilangan real non-negatif. Ruang keadaan dari proses stokastik atau *state space* didefinisikan sebagai himpunan semua kemungkinan nilai dari proses stokastik $\{X(t)\}$.

2.6 Markov Chain

Proses Markov $\{X_t\}$ adalah proses stokastik dengan sifat bahwa jika nilai X_t diketahui, maka nilai X_s dengan $s > t$ tiak dipengaruhi oleh nilai-nilai X_u dengan $u < t$. Dengan kata lain, proses Markov merupakan fenomena dimana peristiwa masa datang hanya dipengaruhi oleh masa sekarang dan tidak dipengaruhi oleh masa lalu (Koerniawan, dkk., 2022). Menurut Ross (2010), proses stokastik merupakan rantai Markov jika memenuhi:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P_{ij},$$

untuk semua *state* $i_0, i_1, \dots, i_{n-1}, i, j$ dan untuk semua $n \geq 0$.

2.7 Simulasi Monte Carlo

Menurut Hutahaen (2018), simulasi *Monte Carlo* merupakan simulasi probabilistik berdasarkan proses randomisasi. Proses acak ini melibatkan suatu distribusi peluang dari variabel data yang dikumpulkan berdasarkan data masa lalu maupun distribusi peluang teoritis. Menurut Simatupang (2022), simulasi *Monte Carlo* mampu menghilangkan ketidakpastian dalam pemodelan reliabilitas, hal ini dikarenakan simulasi *Monte Carlo* mampu mensimulasikan proses aktual dan perilaku dari sistem.

2.8 Structural Time Series

Menurut Almarashi & Khan (2020), dalam model *Structural Time Series* (STS), data berasal dari beberapa proses yang tidak teramati yang dikenal sebagai *state space* dan data yang diamati dibangkitkan dari *state space* dengan *noise* tambahan. *State space* inilah yang akan dimodelkan oleh model STS. Komponen *state space* bertugas untuk membangkitkan data seperti tren, musiman, siklik, dan efek dari variabel independen yang akan diidentifikasi secara terpisah sebelum digunakan dalam model STS. Cara kerja model STS bersifat Markovian, hal ini dikarenakan keadaan di masa depan bergantung pada keadaan di masa kini sehingga perhitungannya bersifat iteratif. Adapun model umum STS adalah sebagai berikut (Scott & Varian, 2014):

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{Z}_t^T \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{e}_t, \quad \mathbf{e}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{H}_t), \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{t+1} = \mathbf{T}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{R}_t \boldsymbol{\eta}_t, \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_t), \quad (2.12)$$

dengan:

\mathbf{y}_t = vektor pengamatan pada waktu t yang berukuran $(n \times 1)$

$\boldsymbol{\alpha}_t$ = vektor *state* pada waktu t berukuran $(m \times 1)$

\mathbf{Z}_t = vektor *output* dari matriks transisi berukuran $(m \times n)$

\mathbf{T}_t = matriks transisi berupa matriks persegi berukuran $(m \times m)$

\mathbf{R}_t = matriks kontrol berupa matriks persegi panjang berukuran $(m \times n)$
karena sebagian dari transisi *state* nya deterministik

\mathbf{H}_t = matriks diagonal konstan dengan elemen diagonalnya berisi σ_e^2

\mathbf{Q}_t = matriks *state diffusion* atau matriks variansi *full rank* berukuran
 $(m \times m)$

\mathbf{e}_t = *error* observasi skalar berupa *noise* variansi \mathbf{H}_t berukuran $(n \times 1)$

$\boldsymbol{\eta}_t$ = *error* sistem berukuran $(n \times 1)$.

Persamaan di atas mengasumsikan bahwa seluruh variabel bersifat independen, termasuk *error* dari tiap komponen *state* yang berbeda (Brodersen, *et al.*, 2015). Persamaan 2.11 disebut persamaan pengamatan dan persamaan 2.12 disebut persamaan transisi. Menurut Durbin & Koopman (2012), ide yang mendasari

dalam model ini adalah bahwa perkembangan sistem dari waktu ke waktu ditentukan oleh α_t berdasarkan Persamaan 2.12, tetapi karena α_t tidak dapat diamati secara langsung, maka didasarkan analisis pada pengamatan \mathbf{y}_t . Matriks $\mathbf{Z}_t, \mathbf{T}_t, \mathbf{R}_t, \mathbf{H}_t$, dan \mathbf{Q}_t pada awalnya diasumsikan diketahui dan *error* \mathbf{e}_t dan $\boldsymbol{\eta}_t$ diasumsikan bebas serial dan bebas satu sama lain pada semua titik waktu. Vektor awal *state* α_1 diasumsikan $\sim N(\alpha_1, \mathbf{P}_1)$ secara independen dari $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n$ dan $\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dots, \boldsymbol{\eta}_n$, dimana α_1 dan \mathbf{P}_1 diasumsikan diketahui terlebih dahulu.

Model STS bersifat fleksibel, modular, dan merupakan metode statistik untuk *feature selection* (Xie, 2021). Komponen *state* yang saling independen dapat digabungkan dengan menggabungkan vektor pengamatan \mathbf{y}_t dan menyusun matriks model lainnya sebagai elemen dari matriks blok diagonal (Brodersen, *et al.*, 2015). Hal ini memberikan fleksibilitas dalam memilih komponen untuk memodelkan tren, musiman, efek regresi, dan komponen *state* lain yang diperlukan (Scott & Varian, 2014). Adapun komponen *state* pada model STS adalah sebagai berikut.

2.8.1 Level Lokal

Model level lokal merupakan model yang paling sederhana pada model STS (Almarashi & Khan, 2020). Model level lokal ini mengasumsikan tren sebagai *random walk*. Sehingga didefinisikan model level lokal sebagai berikut dengan mengikut sertakan komponen regresi statis $\beta^T \mathbf{x}_t$ pada persamaan observasinya:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \beta^T \mathbf{x}_t + e_t, & e_t &\sim N(0, \sigma_e^2), \\ \mu_{t+1} &= \mu_t + u_t, & u_t &\sim N(0, \sigma_u^2). \end{aligned}$$

Pada persamaan model level lokal, parameter struktural $\mathbf{Z}_t, \mathbf{T}_t, \mathbf{R}_t$ bernilai skalar 1, serta \mathbf{H}_t berupa variansi konstan σ_e^2 dan \mathbf{Q}_t berupa variansi konstan σ_u^2 pada model level lokal. Parameter dari model adalah variansi dari error (σ_e^2, σ_u^2). Prior dari komponen ini bergantung pada parameter σ_u^2 .

2.8.2 Tren Linear Lokal

Model tren linear lokal mengasumsikan bahwa nilai harapan dan kemiringan dari tren mengikuti *random walk*. Menurut Durbin & Koopman (2012), persamaan model tren linear lokal adalah sebagai berikut dengan mengikut sertakan komponen regresi pada persamaan observasinya (Brodersen, *et al.*, 2015):

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \beta^T \mathbf{x}_t + e_t, & e_t &\sim N(0, \sigma_e^2), \\ \mu_{t+1} &= \mu_t + \delta_t + u_t, & u_t &\sim N(0, \sigma_u^2), \\ \delta_{t+1} &= \delta_t + v_t, & v_t &\sim N(0, \sigma_v^2). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Pada Persamaan 2.13, persamaan kedua merupakan persamaan untuk rata-rata dari tren dan persamaan ketiga merupakan persamaan untuk *slope* dari trennya. Persamaan 2.13 dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{Z}_t^T \boldsymbol{\alpha}_t + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_t \\ &= \boldsymbol{\mu}_t + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_t \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mu_t \\ \delta_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 \\ x_{1,t} \\ \vdots \\ x_{K,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_T \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{\alpha}_{t+1} &= \mathbf{T}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{R}_t \boldsymbol{\eta}_t \\ \begin{pmatrix} \mu_{t+1} \\ \delta_{t+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mu_t + \delta_t \\ \delta_t \end{pmatrix} + \mathbf{I}_2 \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_t \\ \delta_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

dengan:

K = banyaknya variabel independen

μ_t = nilai tren pada waktu ke- t

δ_t = ekspektasi kenaikan nilai μ antara waktu t hingga $t + 1$

β_k = koefesien regresi untuk varibael independen ke- k dimana

$k = 1, 2, \dots, K$ dan β_0 adalah intersep

$x_{k,t}$ = nilai variabel independen ke- k pada waktu ke- t , dimana $k = 1, 2, \dots, K$ dan $t = 1, 2, \dots, T$.

Diperoleh $m = p = 2$,

$$\mathbf{z}_t = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{T}_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_t = \begin{pmatrix} \mu_t \\ \delta_t \end{pmatrix}, \mathbf{R}_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\eta}_t = \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix}, \mathbf{Q}_t = \begin{pmatrix} \sigma_\mu^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\delta^2 \end{pmatrix},$$

dimana μ_t dan δ_t merupakan variabel *latent state* yang dapat dinyatakan dalam bentuk vektor $\boldsymbol{\alpha}_t$. Terdapat 4 parameter model yang berupa variansi *error* ($\sigma_e^2, \sigma_\mu^2, \sigma_\delta^2$) dan koefisien regresi β . Distribusi priornya berada pada standar deviasi *level* σ_μ dan standar deviasi *slope* σ_δ . Menurut Brodersen, *et al.* (2015), model tren linear lokal dapat dengan baik memodelkan tren dikarenakan model ini cepat beradaptasi dengan variasi lokal yang diperlukan untuk membuat prediksi jangka pendek. Namun, untuk prediksi jangka panjang, fleksibilitas ini tidak diperlukan karena sering kali disertai dengan interval ketidakpastian yang sangat lebar.

2.8.3 Tren Linear Semi Lokal

Model tren linear semi lokal merupakan generalisasi dari model tren linear lokal tapi lebih bermanfaat untuk peramalan jangka panjang (Almarashi & Khan, 2020). Karena *slope* dari model tren linear semi lokal menunjukkan stasioneritas dan tidak mengikuti proses *random walk* seperti halnya model tren linear lokal (Brodersen, *et al.*, 2015). Model ini mengasumsikan komponen level atau *mean* bergerak menurut *random walk*, sedangkan komponen *slope* bergerak berdasarkan proses AR(1) yang berpusat pada nilai potensial tak nol dari D . Persamaan observasi yang mengandung komponen tren linear semi lokal dengan mengikutsertakan komponen regresi adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \beta^T \mathbf{x}_t + e_t, & e_t &\sim N(0, \sigma_e^2), \\ \mu_{t+1} &= \mu_t + \delta_t + u_t, & u_t &\sim N(0, \sigma_u^2), \\ \delta_{t+1} &= D + \rho(\delta_t - D) + v_t, & v_t &\sim N(0, \sigma_v^2). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Pada Persamaan 2.14, persamaan kedua merupakan persamaan untuk rata-rata dari tren dan persamaan ketiga merupakan persamaan untuk *slope* dari trennya. Persamaan 2.14 dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_t &= \mathbf{Z}_t^T \boldsymbol{\alpha}_t + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_t \\
&= \boldsymbol{\mu}_t + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_t \\
&= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ D \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mu_t + D \\ \delta_t - D \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 \\ x_{1,t} \\ \vdots \\ x_{K,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_T \end{pmatrix}, \\
\boldsymbol{\alpha}_{t+1} &= \mathbf{T}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{R}_t \boldsymbol{\eta}_t \\
\begin{pmatrix} \mu_{t+1} + D \\ \delta_{t+1} - D \\ -1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mu_t + \delta_t + D \\ \rho(\delta_t - D) \\ -1 \end{pmatrix} + \mathbf{I}_2 \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & -D \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_t + D \\ \delta_t - D \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

dengan:

K = banyaknya variabel independen

μ_t = nilai tren pada waktu ke- t

δ_t = ekspektasi kenaikan nilai μ antara waktu t hingga $t + 1$

β_k = koefisien regresi untuk variabel independen ke- k dimana

$k = 1, 2, \dots, K$ dan β_0 adalah intersep

$x_{k,t}$ = nilai variabel independen ke- k pada waktu ke- t dimana $k =$

$1, 2, \dots, K$ dan $t = 1, 2, \dots, T$

$|\rho| < 1$ = *learning rate* dimana tren lokal diperbarui.

Diperoleh $m = 3, p = 2$,

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_t &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ D \end{pmatrix}, \mathbf{T}_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -D \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_t = \begin{pmatrix} \mu_t + D \\ \delta_t - D \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{R}_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\boldsymbol{\eta}_t &= \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix}, \mathbf{Q}_t = \begin{pmatrix} \sigma_\mu^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\delta^2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Proses stasioner AR(1) membutuhkan lebih sedikit variabel dibandingkan *random walk* ketika membuat peramalan yang jauh ke masa depan, sehingga

model ini memberikan estimasi ketidakpastian yang lebih masuk akal atau realistis ketika melakukan peramalan jangka panjang. Hal ini dikarenakan model tren linear semi lokal mampu menyeimbangkan informasi jangka pendek dengan informasi yang terjadi jauh di masa lalu (Brodersen, *et al.*, 2015).

2.8.4 Musiman

Model musiman dapat dianggap sebagai regresi dengan variabel *dummy* sebanyak S musim dimana jumlah koefisien harus bernilai 1 dan nilai ekspektasi koefisiennya sebesar 0 selama 1 siklus penuh dari S musim (Scott & Varian, 2014). Persamaan observasi model STS yang mengandung komponen musiman dan regresi adalah sebagai berikut:

$$y_t = \tau_t + \beta^T \mathbf{x}_t + e_t, \quad e_t \sim N(0, \sigma_e^2).$$

Jika ada S musim, maka vektor *state* τ_t adalah dari dimensi $S - 1$. Menurut Brodersen, *et al.* (2015), terdapat beberapa model komponen *state* yang umum digunakan untuk menangkap musiman. Model musiman yang sering digunakan didefinisikan oleh persamaan berikut:

$$\tau_{t+1} = - \sum_{s=0}^{S-2} \tau_{t-s} + w_t, \quad w_t \sim N(0, \sigma_w^2).$$

Komponen *state* dari model ini terdiri atas $S - 1$ efek musiman terbaru, tetapi *error* bernilai skalar, sehingga persamaan transisi pada model *state space* kurang dari *full rank*. Rata-rata dari τ_{t+1} adalah sedemikian sehingga total dari efek musimannya bernilai 0 ketika dijumlahkan selama S musim. Misalkan jika didefinisikan $S = 4$ untuk menangkap 4 musim tiap tahun, maka *mean* dari koefisien musim dingin adalah $-1 \times (\text{musim semi} + \text{musim panas} + \text{musim gugur})$. Maka bagian dari matriks transisi \mathbf{T}_t yang merepresentasikan model musiman adalah matriks berukuran $S - 1 \times S - 1$ yang berisi -1 disepanjang baris pertama, elemen sub diagonalnya berisi 1, dan 0 untuk elemen matriks lainnya (Brodersen, *et al.*, 2015).

Adapun bentuk model *state space* dari model musiman adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_t &= \mathbf{Z}_t^T \boldsymbol{\alpha}_t + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_t \\
 &= \boldsymbol{\tau}_t + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_t \\
 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \tau_t \\ \tau_{t-1} \\ \vdots \\ \tau_{t-(S-2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 \\ x_{1,t} \\ \vdots \\ x_{K,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_T \end{pmatrix}, \\
 \boldsymbol{\alpha}_{t+1} &= \mathbf{T}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{R}_t \boldsymbol{\eta}_t \\
 \begin{pmatrix} \tau_{t+1} \\ \tau_t \\ \tau_{t-1} \\ \vdots \\ \tau_{t-(S-2)} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\sum_{s=0}^{S-2} \tau_{t-s} \\ \tau_t \\ \tau_{t-1} \\ \vdots \\ \tau_{t-(S-2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_t \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_t \\ \tau_{t-1} \\ \tau_{t-2} \\ \tau_{t-3} \\ \vdots \\ \tau_{t-(S-2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} u_t,
 \end{aligned}$$

dengan:

K = banyaknya variabel independen

β_k = koefisien regresi untuk variabel independen ke- k dimana $k = 1, 2, \dots, K$ dan β_0 adalah intersep

$x_{k,t}$ = nilai variabel independen ke- k pada waktu ke- t dimana $k = 1, 2, \dots, K$ dan $t = 1, 2, \dots, T$

S = banyaknya musim

τ_t = koefisien musiman yang merupakan kontribusi bersama terhadap variabel respon y_t .

Diperoleh $m = S - 1, p = 1$,

$$\mathbf{Z}_t = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{T}_t = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_t = \begin{pmatrix} \tau_t \\ \tau_{t-1} \\ \tau_{t-2} \\ \tau_{t-3} \\ \vdots \\ \tau_{t-(S-2)} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_t = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\eta}_t = u_t, \mathbf{Q}_t = \sigma_w^2.$$

Efek musiman dari τ_t dapat diubah tergantung musiman yang ada pada data. Misalkan dimiliki data harian maka digunakan $S = 7$, untuk data triwulan digunakan $S = 4$, dan untuk data bulanan per tahun digunakan $S = 12$. Kemudian jika ingin terdapat efek *weekly annual cycle* maka digunakan $S = 52$ minggu, karena terdapat 52 minggu dalam 1 tahun (Durbin & Koopman, 2012). Distribusi prior model musiman berada pada standar deviasi musiman σ_w .

2.9 Bayesian Structural Time Series (BSTS)

Model BSTS merupakan salah satu model yang dapat digunakan untuk peramalan (*forecasting*), mencari variabel-variabel yang berhubungan (*feature selection*), menyimpulkan hubungan sebab akibat (*causal relationship*), dan mengetahui aspek-aspek yang berdampak pada saat ini (*nowcasting*) (Scott & Varian, 2014). Sesuai namanya, model BSTS merupakan model STS yang menggunakan pendekatan Bayesian dalam pengestimasiannya, dimana model tersebut direpresentasikan dalam bentuk model *state space* (Almarashi & Khan, 2020). Estimasi parameter dengan metode Bayesian menganggap bahwa nilai parameter tidak tunggal dan berupa variabel acak sehingga parameter berdistribusi tertentu, yaitu distribusi prior (dugaan awal). Hal ini berbeda dengan *frequentist estimation* yang mengasumsikan bahwa parameter itu konstan walaupun nilainya tidak diketahui (Hazhiah, dkk., 2012).

Adapun langkah untuk menerapkan pendekatan Bayesian tersebut ke model STS:

1. Menentukan distribusi prior untuk masing-masing parameter pada model. Misalnya varians *error* yang berdistribusi prior Inverse Gamma.

2. Memperoleh distribusi posterior. Namun, karena perhitungan analitis atau penyelesaian integral dari rumus distribusi posterior Bayesian ini sangat sulit. Maka dilakukan perhitungan numerik dengan menggunakan metode simulasi MCMC seperti *Gibbs sampling* yaitu dengan mengambil sampel dari distribusi posterior sehingga dapat diperoleh nilai estimasi parameter dari model BSTS (George & McCulloch, 1997). Dimana komputasinya dilakukan dengan menggunakan *package bsts* di *software R*.

Model BSTS memiliki dua komponen, yaitu komponen *time series* untuk menangkap tren dan pola musiman pada data, serta komponen regresi yang menangkap pengaruh dari variabel independen. Komponen regresi ini dinamakan regresi *spike* dan *slab* (Scott & Varian, 2014).

2.10 Regresi *Spike* dan *Slab*

Menurut Scott & Varian (2014), terdapat beberapa cara untuk mengatur matriks model supaya komponen regresi dapat ditambahkan ke dalam model *state space*. Cara yang mudah digunakan yaitu dengan menambahkan konstanta 1 untuk setiap α_t dan menambahkan $\beta^T \mathbf{x}_t$ ke Z_t pada persamaan pengamatan. Dengan menggunakan cara ini, maka dimensi dari vektor *state* hanya akan meningkat sebanyak 1 saja, terlepas dari berapa variabel independen yang digunakan.

Dalam penelitian ini, akan berfokus pada koefisien regresi yang konstan sepanjang waktu atau yang disebut koefisien regresi statis yang merupakan *default* dari *package bsts* pada *software R*. Bentuk model *state space* dari regresi statis didefinisikan dengan mengatur nilai $Z_t = \beta^T \mathbf{x}_t$ yang berupa bilangan skalar dan $\alpha_t = 1$. Sehingga persamaan pengamatan dan transisinya adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{y}_t = (\beta^T \mathbf{x}_t)^T + \mathbf{e}_t = \mathbf{x}_t^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}_t,$$

$$1 = \mathbf{T}_t + \mathbf{R}_t \boldsymbol{\eta}_t,$$

dimana

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_K), \quad \mathbf{x}_t^T = (1 \ x_{1,t} \ \dots \ x_{K,t})^T,$$

dengan:

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor berukuran $(K + 1) \times 1$ yang berisikan intersep dan sebanyak r koefisien regresi.

\mathbf{x}_t = vektor berukuran $(K + 1) \times 1$ yang berisikan bilangan 1 dan variabel independen $x_{K,T}$.

Menurut Brodersen (2015), apabila koefisien regresi berubah menurut waktu, maka dinamakan regresi dinamis. Regresi dinamis merupakan regresi linear dimana koefisiennya berubah menurut waktu atau bersifat dinamis. Regresi ini berguna untuk menjelaskan hubungan antara variabel dependen dengan variabel independen yang berubah berdasarkan waktu. Komponen regresi dinamis adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{x}_t^T \boldsymbol{\beta}_t = \beta_{t,0} + \sum_{k=1}^K x_{k,t} \beta_{k,t},$$

dimana

$$\beta_{t+1,k} = \beta_{t,k} + h_t, \quad h_t \sim N(0, \sigma_h^2),$$

dengan:

$\beta_{k,t}$ = koefisien regresi ke- k pada waktu ke- t

$x_{k,t}$ = variabel independen ke- k pada waktu ke- t

σ_h = standar deviasi dari proses *random walk* yang berkaitan dengan β_k .

Bentuk model *state space* dari regresi dinamis didefinisikan dengan mengatur nilai $\mathbf{Z}_t = \mathbf{x}_t$, $\boldsymbol{\alpha}_t = \boldsymbol{\beta}_t$, matriks transisi $\mathbf{T}_t = \mathbf{I}_{k \times k}$, dan $\mathbf{Q}_t = \text{diag}(\sigma_h^2)$. Sehingga persamaan observasi dan transisi untuk model dengan komponen regresi dinamis adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{x}_t^T \boldsymbol{\beta}_t + \mathbf{e}_t, \\ \boldsymbol{\beta}_{t+1} &= \mathbf{I}_{k \times k} \boldsymbol{\beta}_t + \mathbf{R}_t \boldsymbol{\eta}_t. \end{aligned}$$

Berikut adalah langkah-langkah dalam regresi *spike* dan *slab* dengan koefisien regresi statis.

2.10.1 Spesifikasi Prior

Model BSTS menggunakan prior *spike* dan *slab* untuk meminimalkan multikolinearitas dalam model dan untuk menghasilkan model yang hemat parameter (Mokilane, *et al.*, 2019). *Spike* digunakan untuk mengatur probabilitas dari variabel-variabel untuk dimasukkan ke dalam model. Variabel yang dimasukkan ke dalam model adalah variabel dengan koefisien tak nol. Sedangkan *slab* akan menyusutkan variabel-variabel dengan koefisien tak nol tersebut menuju nilai ekspektasi priornya, dimana nilai ekspektasi prior ini seringkali bernilai 0. Menurut Scott & Varian (2014), prior *spike* dan *slab* didefinisikan sebagai berikut:

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2) = p(\boldsymbol{\beta}_\gamma | \boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2) p(\sigma_e^2 | \boldsymbol{\gamma}) p(\boldsymbol{\gamma}), \quad (2.15)$$

dengan:

$\boldsymbol{\gamma}$ = parameter yang tidak diketahui, berupa vektor berisi nilai 0 dan 1, dimana $\gamma_k = 1$ jika $\beta_k \neq 0$ yang artinya bahwa variabel independen dengan koefisien tak nol terpilih masuk ke dalam model dan $\gamma_k = 0$ jika $\beta_k = 0$ yang artinya bahwa variabel independen dengan koefisien nol tidak dimasukkan ke dalam model (Scott & Varian, 2014).

$\boldsymbol{\beta}_\gamma$ = himpunan bagian berupa elemen tak nol dari vektor $\boldsymbol{\beta}$ (yaitu $\beta_k \neq 0$)

β_k = koefisien regresi untuk variabel independen x_k , dimana $k = 1, \dots, K$

σ_e^2 = variansi *error*

$p(\boldsymbol{\gamma})$ = distribusi marginal yang disebut *spike* karena pdf di titik 0 bernilai positif, hal ini merepresentasikan probabilitas memilih variabel independen yang diberikan untuk dimasukkan dalam model.

$p(\boldsymbol{\beta}_\gamma | \boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2) p(\sigma_e^2 | \boldsymbol{\gamma})$ = distribusi bersyarat yang disebut *slab*.

Dalam praktiknya, lebih mudah untuk menggunakan distribusi prior dengan distribusi Bernoulli yang independen. Oleh karena itu, diasumsikan bahwa *spike* mengikuti distribusi prior Bernoulli independen yang didefinisikan dengan persamaan berikut (Scott & Varian, 2014):

$$p(\gamma) = \prod_{k=1}^K \pi_k^{\gamma_k} (1 - \pi_k)^{(1-\gamma_k)}, \quad (2.16)$$

dimana

$$\pi_k = p(\gamma_k = 1) = 1 - p(\gamma_k = 0)$$

dengan π_k merupakan probabilitas prior dari variabel x_k dimasukkan ke dalam model. Untuk menyederhanakan Persamaan 2.16, diasumsikan bahwa:

$$\pi_k = \pi, \forall k = 1, \dots, K.$$

Cara untuk memperoleh nilai π adalah dengan menggunakan ekspektasi ukuran model (yaitu p) yang diperoleh dari peneliti. Sehingga jika terdapat p prediktor yang tidak nol dan vektor variabel independen x_t yang memiliki dimensi K , maka (Scott & Varian, 2014):

$$\pi = \frac{p}{K}.$$

Dalam kasus tertentu, alternatif lain adalah dengan mengatur nilai π_k menjadi bilangan biner yaitu $\pi_k = 0$ atau 1 untuk nilai k tertentu, sehingga secara sendirinya dapat terpilih mana variabel yang dimasukkan dan variabel yang dikeluarkan dari model. Cara lain yang bisa dilakukan untuk menentukan nilai π_k yaitu dengan mengelompokkan prediktor secara subjektif berdasarkan probabilitasnya masuk ke dalam model. Kemudian setiap prediktor yang berada pada kelompok yang sama akan memiliki nilai *prior inclusion probability* yang sama pula secara subjektif (Scott & Varian, 2014).

Untuk bagian *slab*, didefinisikan matriks simetri Ω^{-1} dimana Ω_{γ}^{-1} menunjukkan baris dari matriks Ω^{-1} , sedangkan kolom dari matriks Ω^{-1} disesuaikan dengan $\gamma_k = 1$. Maka prior bersyarat $p\left(\frac{1}{\sigma_e^2} | \gamma\right)$ dan $p(\beta_{\gamma} | \sigma_e^2, \gamma)$ dapat dieskpresikan sebagai pasangan bersyarat konjugat sebagai berikut (Scott & Varian, 2014):

$$\beta_{\gamma} | \sigma_e^2, \gamma \sim N\left(b_{\gamma}, \sigma_e^2 (\Omega_{\gamma}^{-1})^{-1}\right); \frac{1}{\sigma_e^2} | \gamma \sim \text{Gamma}\left(\frac{v}{2}, \frac{SS}{2}\right), \quad (2.16)$$

dengan:

Ω^{-1} = matriks informasi prior dari *full model* yang berisikan presisi prior dari β dalam *full model* dimana seluruh variabel dimasukkan ke dalam model tersebut

ss = jumlah kuadrat prior

v = ukuran sampel prior

b = vektor rata-rata prior dari tiap elemen vektor β yang diasumsikan bernilai 0.

Persamaan (2.16) disebut *slab* karena peneliti dapat memilih parameter prior yang sedikit informatif yang bersyarat terhadap nilai γ . Mudah untuk menentukan distribusi prior yang informatif terhadap data yang dipunya apabila peneliti memiliki asumsi mengenai prediktor mana yang dianggap paling berpengaruh. Karena kedua persamaan tersebut merupakan distribusi prior bersyarat konjugat, maka akan diperoleh distribusi posterior bersyarat dari keluarga distribusi yang sama namun dengan parameter yang boleh berbeda. Nilai parameter prior ss dan v dapat diatur dengan menggunakan nilai ekspektasi R^2 dari regresi dan banyaknya pengamatan yang senilai dengan bobot v yang estimasinya harus diberikan terlebih dahulu. Sehingga dapat didefinisikan sebagai berikut (Scott & Varian, 2014):

$$\frac{ss}{v} = (1 - R^2)s_y^2,$$

dimana

$$s_y^2 = \frac{\sum_t (y_t - \bar{y})^2}{n - 1},$$

dengan:

R^2 = banyaknya variasi yang dapat dijelaskan oleh model regresi

s_y^2 = variansi sampel untuk variabel dependen y

\bar{y} = rata-rata dari nilai variabel independen untuk seluruh $t = 1, \dots, T$.

Meskipun perhitungan ss dan v menggunakan s_y^2 ini sedikit melanggar aturan Bayesian karena menentukan prior berdasarkan data yang dimiliki, namun tidak terdapat dampak negatif dari penggunaan s_y^2 tersebut pada analisis BSTS (Scott & Varian, 2014).

Misalkan \mathbf{X} adalah matriks desain untuk model regresi yang diperoleh dengan menyusun variabel independen $x_{t,k}$ dimana $t = 1, \dots, T$ dan $k = 1, \dots, K$ sehingga berukuran $T \times (K + 1)$. Matriks \mathbf{X} dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,K} \\ 1 & x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{T,1} & x_{T,2} & \dots & x_{T,K} \end{pmatrix}.$$

Likelihood dari model regresi linear $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$ memiliki matriks informasi $\mathbf{X}^T\mathbf{X}/\sigma_e^2$, sehingga dapat didefinisikan persamaan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\Omega}^{-1} = \frac{\mathcal{K}}{T} \mathbf{X}^T\mathbf{X},$$

dengan:

$\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_K)^T$ adalah vektor ukuran $(K + 1) \times 1$ yang berisikan intersep dan koefisien regresi

$\mathbf{e} = (e_0, e_1, \dots, e_T)^T$ adalah vektor ukuran $n \times 1$ yang berisikan *error* pengamatan pada waktu $t = 1, 2, \dots, T$

\mathcal{K} = banyaknya pengamatan yang memberikan informasi yang berarti

$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ = matriks total informasi dari variabel independen yang berukuran $(K + 1) \times (K + 1)$

K = banyaknya variabel independen

n = banyaknya pengamatan pada data latih

$\mathbf{X}^T\mathbf{X}/n$ = rata-rata informasi dalam 1 pengamatan.

Maka sebanyak \mathcal{K} pengamatan yang senilai bobot akan dimasukkan dalam nilai prior rata-rata b . Inilah yang disebut *Zellner's g-prior* (Scott & Varian, 2014). Namun dalam praktiknya, peneliti harus berhati-hati supaya tidak terjadi kolinearitas sempurna pada kolom \mathbf{X} . Ketika matriks $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ tidak definit positif, menyebabkan penggunaan *Zellner's g-prior* menjadi tidak tepat. Oleh karena itu, didefinisikan persamaan berikut supaya *full rank* dapat terjamin (Scott & Varian, 2014):

$$\boldsymbol{\Omega}^{-1} = \frac{\mathcal{K}}{T} \left(w\mathbf{X}^T\mathbf{X} + (1 - w)\text{diag}(\mathbf{X}^T\mathbf{X}) \right),$$

dimana $\text{diag}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})$ adalah matriks diagonal dengan elemen pada diagonalnya disesuaikan dengan elemen diagonal pada matriks $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ dan elemen lainnya berisi nilai 0.

Jadi, *spike* dan *slab* prior ini memberikan fleksibilitas bagi data sampel untuk menentukan parameter prior seperti π_k , b , $\mathbf{\Omega}^{-1}$, ss , dan v . Supaya lebih sederhana maka digunakan asumsi-asumsi yang masuk akal sehingga informasi prior yang berguna dapat dikurangi menjadi nilai ekspektasi ukuran model, ekspektasi nilai R^2 , dan ukuran sampel v yang menentukan besarnya bobot pada perhitungan R^2 . Perlu diketahui bahwa *package bsts* di *software R* yang digunakan dalam penelitian ini telah secara default menetapkan nilai:

$$\begin{aligned} w &= 0.5, \\ \mathcal{K} &= 1, \\ R^2 &= 0.5, \\ v &= 0.01, \\ \pi_k &= 0.5. \end{aligned}$$

Ditetapkan *prior inclusion probability* $\pi_k = 0.5$ supaya setiap variabel independen yang berpotensi masuk ke dalam model memiliki nilai peluang yang sama untuk masuk ke dalam model yakni sebesar 50% (Scott & Varian, 2014). Sehingga diperoleh Persamaan 2.15 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} p(\gamma) &= \prod_{k=1}^K \pi_k^{\gamma_k} (1 - \pi_k)^{(1-\gamma_k)} \\ &= \prod_{k=1}^K 0.5^{\gamma_k} (1 - 0.5)^{(1-\gamma_k)} \\ &= \prod_{k=1}^K 0.5^{\gamma_k} (0.5)^{(1-\gamma_k)} \\ &= \prod_{k=1}^K 0.5 \\ &= 0.5^K. \end{aligned}$$

Diperoleh persamaan untuk matriks $\mathbf{\Omega}^{-1}$ dengan diberikan nilai $K = 1$ dan $w = 0.5$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{\Omega}^{-1} &= \frac{1}{T} (0.5\mathbf{X}^T\mathbf{X} + (1 - 0.5)\text{diag}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})) \\ &= \frac{1}{T} (0.5\mathbf{X}^T\mathbf{X} + 0.5 \text{diag}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})).\end{aligned}$$

Diperoleh nilai ss dengan diberikan nilai $v = 0.01$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{ss}{v} &= (1 - R^2)s_y^2 \\ \frac{ss}{0.01} &= (1 - 0.5)s_y^2 \\ ss &= (0.01)(0.5)s_y^2 \\ ss &= 0.005s_y^2.\end{aligned}$$

2.10.2 Posterior Bersyarat

Untuk membentuk distribusi posterior, misalkan

$$y_t^* = y_t - Z_t^* \alpha_t$$

dimana

$$\mathbf{y} = y_{1:T},$$

$$\mathbf{y}^* = y_{1:T}^*,$$

dengan:

$$Z_t^* = \text{matriks pengamatan dengan } \beta^T \mathbf{x}_t = 0$$

$$y_{1:T} = (y_1, y_2, \dots, y_T)$$

\mathbf{y} = seluruh pengamatan pada variabel dependen di data latih

$$y_{1:T}^* = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_T^*)$$

\mathbf{y}^* = \mathbf{y} yang telah dihilangkan kontribusi komponen *time series*, seperti komponen tren, musiman, dan lain-lain.

Berdasarkan distribusi prior *spike* dan *slab*, maka diperoleh distribusi posterior *spike* dan *slab* sebagai berikut (Brodersen, *et al.*, 2015):

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2 | \mathbf{y}^*) = p(\boldsymbol{\beta}_\gamma | \boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2, \mathbf{y}^*) p(\sigma_e^2 | \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{y}^*) p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{y}^*),$$

Adapun distribusi bersyarat pada $\boldsymbol{\gamma}$, distribusi posterior bersama untuk $\boldsymbol{\gamma}$ dan σ_e^2 dengan menggunakan persamaan konjugasi standar, dituliskan sebagai berikut (Scott & Varian, 2014):

$$\boldsymbol{\beta}_\gamma \left| \sigma_e^2, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{y}^* \sim N(\tilde{\boldsymbol{\beta}}_\gamma, \sigma_e^2 (\mathbf{V}_\gamma^{-1})^{-1}); \frac{1}{\sigma_e^2} \left| \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{y}^* \sim \text{Gamma}\left(\frac{N}{2}, \frac{SS_\gamma}{2}\right),$$

dengan statistik cukup sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_\gamma^{-1} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})_\gamma + \boldsymbol{\Omega}_\gamma^{-1}, \\ \tilde{\boldsymbol{\beta}}_\gamma &= (\mathbf{V}_\gamma^{-1})^{-1} (\mathbf{X}_\gamma^T + \boldsymbol{\Omega}_\gamma^{-1} \mathbf{b}_\gamma), \\ SS_\gamma &= ss + \mathbf{y}^{*T} \mathbf{y}^* + \mathbf{b}_\gamma^T \boldsymbol{\Omega}_\gamma^{-1} \mathbf{b}_\gamma - \tilde{\boldsymbol{\beta}}_\gamma^T \mathbf{V}_\gamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{\beta}}_\gamma, \\ N &= v + T, \end{aligned}$$

dimana \mathbf{X}_γ merupakan matriks berukuran $T \times q_\gamma$ dan q_γ adalah banyaknya kolom matriks yang bergantung pada komponen $\boldsymbol{\beta}_\gamma$ berdasarkan nilai $\boldsymbol{\gamma}$ yang dihasilkan.

2.10.3 Distribusi Marginal dari $\boldsymbol{\gamma}$

Distribusi marginal posterior didefinisikan sebagai berikut (Scott & Varian, 2014):

$$p(\boldsymbol{\gamma} | \mathbf{y}^*) \propto C(\mathbf{y}^*) \frac{|\boldsymbol{\Omega}_\gamma^{-1}|^{\frac{1}{2}} p(\boldsymbol{\gamma})}{|\mathbf{V}_\gamma^{-1}|^{\frac{1}{2}} SS_\gamma^{\frac{N}{2}-1}}, \quad (2.17)$$

dengan $C(\mathbf{y}^*)$ merupakan konstanta normalisasi yang tidak diketahui nilainya dan bergantung terhadap \mathbf{y}^* tetapi tidak bergantung pada $\boldsymbol{\gamma}$. Algoritma MCMC yang digunakan untuk mem-*fit* kan model tidak memerlukan perhitungan $C(\mathbf{y}^*)$ secara eksplisit. Persamaan 2.17 tidak susah untuk dievaluasi, karena matriks yang perlu diinverskan hanya \mathbf{V}_γ^{-1} yang berdimensi rendah jika model yang diamati memiliki beberapa koefisien regresi yang bernilai 0.

2.11 *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC)

Karena BSTS merupakan model Bayesian, maka estimasi parameternya dapat dilakukan dengan metode MCMC. MCMC adalah algoritma *sampling* untuk melakukan simulasi dari distribusi posterior sehingga menghasilkan estimasi parameter dari model (Mokilane, *et al.*, 2019). MCMC dapat menghaluskan prediksi atas sejumlah besar model yang berpotensi dengan menggunakan Bayesian model *averaging* (Hoeting, *et al.*, 1999; Madigan & Raftery, 1994). Algoritma MCMC menggunakan algoritma SSVS, *filter Kalman*, dan *smoother* untuk mengambil sampel dari distribusi posterior, estimasi parameter dari model dan melakukan peramalan. Terdapat 2 tahapan yang dilakukan algoritma MCMC yaitu:

1. Dilakukan simulasi (atau pengambilan sampel) dari distribusi posterior, yaitu distribusi parameter model dan barisan vektor *state* yang digunakan dalam model dengan diberikan nilai variabel dependen pada data latih.
2. Dilakukan simulasi dari distribusi posterior prediktif terhadap variabel dependen di data uji dengan diberikan variabel dependen di data latih sehingga dapat menghasilkan peramalan untuk periode data uji.

2.11.1 *Learning Parameter*

Distribusi posterior dari model *state space* dapat disimulasikan secara langsung menggunakan algoritma MCMC. Misalkan θ adalah himpunan dari semua parameter model selain vektor koefisien regresi statis β dan σ_e^2 untuk masing-masing n observasi di data latih. Kemudian $\alpha = \alpha_{1:n} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ sebagai barisan vektor *latent state* α_t untuk setiap pengamatan pada data latih. Adapun langkah-langkah untuk simulasi distribusi posterior dengan MCMC adalah sebagai berikut (Scott & Varian, 2014):

1. Melakukan simulasi *latent state* α dari $p(\alpha|\mathbf{y}, \theta, \beta, \sigma_e^2)$ dengan menggunakan *simulation smoother* dari Durbin & Koopman (2002).

2. Melakukan simulasi $\theta \sim p(\theta | \mathbf{y}, \boldsymbol{\alpha}, \beta, \sigma_e^2)$.
3. Melakukan simulasi β dan σ_e^2 dari rantai Markov dengan distribusi stasioner $p(\beta, \sigma_e^2 | \mathbf{y}, \boldsymbol{\alpha}, \theta)$.

Misalkan $\boldsymbol{\phi} = (\theta, \beta, \sigma_e^2, \boldsymbol{\alpha})$. Ulangi ketiga langkah di atas secara terus menerus sehingga dihasilkan barisan sampel estimasi parameter untuk masing-masing n pengamatan sebanyak iterasi MCMC yang dilakukan yaitu $\boldsymbol{\phi}^{(1)}, \boldsymbol{\phi}^{(2)}, \dots$ dari rantai Markov dengan distribusi stasioner $p(\boldsymbol{\phi} | \mathbf{y})$, dimana $p(\boldsymbol{\phi} | \mathbf{y})$ merupakan distribusi posterior dari $\boldsymbol{\phi}$ dengan diberikan \mathbf{y} .

Menurut Brodersen (2015), langkah 1 merupakan *data augmentation* sedangkan langkah 2 dan 3 merupakan simulasi parameter. Simulasi pada langkah 1 tidak dapat menggunakan Kalman *smoother* secara langsung, dikarenakan terdapat korelasi antara α_t dengan α_{t+1} . Oleh karena itu, simulasi pada langkah 1 menggunakan *simulation smoother* yang merupakan versi stokastik dari Kalman *smoother* yang dapat digunakan untuk mengambil sampel secara langsung dari $p(\boldsymbol{\alpha} | \mathbf{y}, \theta, \beta, \sigma_e^2)$ (Scott & Varian, 2014). Simulasi dari θ pada langkah 2 bergantung pada komponen *state* yang ada dalam model, dimana sering kali trivial (solusinya berupa nilai 0).

Simulasi pada langkah 3 dapat diselesaikan menggunakan *Stochastic Search Variable Selection* (SSVS) yang merupakan algoritma dari George dan McCulloch (George & McCulloch, 1997). Algoritma SSVS merupakan algoritma Gibbs *sampling* yang melakukan pengambilan sampel γ_k dengan diberikan γ_{-k} (semua elemen γ selain γ_k) dari distribusi bersyarat penuh yang proporsional terhadap persamaan dan juga merupakan metode untuk *Bayesian model averaging*. Distribusi bersyarat penuh dapat diperoleh secara langsung karena γ_k hanya mempunyai 2 kemungkinan nilai, yaitu 1 dan 0. Setelah pengambilan sampel γ selesai, langkah selanjutnya yaitu melakukan pengambilan sampel β_γ dan σ_e^2 dari distribusi bersyarat penuhnya yang *closed form*.

2.11.2 Peramalan

Seperti pada analisis dengan pendekatan Bayesian lainnya, peramalan dengan model BSTS juga didasarkan pada distribusi posterior prediktif. Dilakukan simulasi dari distribusi posterior prediktif dengan diberikan parameter model dan parameter *state* dari distribusi posterior $p(\phi|\mathbf{y})$. Misalkan $\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{y}}_{n+1:m} = (\tilde{y}_{n+2}, \dots, \tilde{y}_m)$ adalah himpunan nilai variabel dependen di data uji, dimana m adalah total banyaknya observasi di data latih dan data uji. Distribusi posterior prediktif dari $\tilde{\mathbf{y}}$ dengan diberikan data historis variabel dependen \mathbf{y} dituliskan sebagai berikut:

$$p(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{y}) = \int p(\tilde{\mathbf{y}}|\phi) p(\phi|\mathbf{y}) d\phi,$$

dimana $\phi^{(1)}, \phi^{(2)}, \dots$ adalah himpunan hasil simulasi random dari distribusi posterior $p(\phi|\mathbf{y})$. Kemudian, dilakukan pengambilan sampel dari $p(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{y})$ dengan melakukan pengambilan sampel terlebih dahulu terhadap $p(\tilde{y}(g)|\phi(g))$, yang dilakukan dengan iterasi dari Persamaan 2.10 dan 2.11 yang diteruskan dari $\alpha_n^{(g)}$ dengan parameter $\theta(g)$, $\beta(g)$ dan $\sigma_e^2(g)$. Pengambilan sampel $p(\tilde{y}(g)|\phi(g))$ dilakukan sebanyak g kali, dimana g menyatakan jumlah iterasi MCMC. Dikarenakan elemen β yang berbeda akan bernilai 0 disimulasi MCMC yang berbeda pula, maka simulasi dari distribusi posterior prediktif akan secara otomatis mempertimbangkan *sparsity* dan ketidakpastian dari model yang merupakan kelebihan dari metode Bayesian model *averaging* yang digunakan dalam algoritma MCMC.

Metode peramalan ini menghasilkan sampel hasil simulasi dari distribusi posterior prediktif $p(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{y})$. Hasil simulasi dapat diringkas menjadi suatu nilai tertentu, misalnya dengan menggunakan estimasi Monte Carlo dari rata-rata posterior prediktif $E(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{y})$. Selain itu, hasil simulasi juga dapat ditampilkan dalam bentuk histogram, estimasi densitas Kernel, ataupun plot densitas dinamik. Dengan distribusi posterior prediktif ini, dapat dilakukan peramalan untuk beberapa periode di masa depan ataupun *nowcasting* yang merupakan peramalan 1 langkah ke depan (atau peramalan kondisi masa kini, masa lalu atau masa depan dalam

jangka waktu yang singkat) yang berorientasi untuk mengetahui hubungan antara variabel independen dengan variabel dependen.

2.12 Istilah-istilah di Luar Konteks Statistika

2.12.1 Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)

Menurut Nurwani (2016), IHSG merupakan nilai gabungan saham-saham perusahaan yang tercatat di Bursa Efek Indonesia (BEI), yang pergerakannya mengindikasikan bagaimana kondisi ekonomi yang sedang terjadi di pasar modal. Apabila IHSG menunjukkan kenaikan, hal ini dapat diartikan bahwa keadaan ekonomi Indonesia ada pada situasi yang baik dan begitupun sebaliknya. IHSG selalu menunjukkan pergerakan yang naik turun dari masa ke masa. Naik turunnya nilai IHSG ini menentukan untuk mereka apakah akan membeli ataupun menjual saham karena akan menjadi penting bagi investor (Asriani & Hapsari, 2022). Perubahan nilai IHSG ini dapat disebabkan oleh berbagai indikator, diantaranya yaitu inflasi, suku bunga, nilai tukar, harga emas, harga minyak, dan lainnya.

2.12.2 Inflasi

Inflasi pada umumnya merupakan suatu keadaan meningkatnya harga-harga pada umumnya, atau suatu keadaan turunnya nilai uang karena meningkatnya jumlah uang yang beredar tidak diimbangi dengan peningkatan persediaan barang (Setyaningrum & Muljono, 2016). Menurut Laurent (2022), tingkat inflasi yang tinggi dapat berkaitan dengan keadaan ekonomi yang menurun karena terjadi permintaan atas suatu produk yang melebihi penawaran dan mengakibatkan harga barang cenderung mengalami peningkatan. Menurut Sasono (2022), tingkat inflasi yang tinggi akan menyebabkan naiknya biaya produksi dan dapat membuat daya beli masyarakat menurun. Penurunan daya beli dan biaya produksi yang tinggi

secara tidak langsung akan mempengaruhi kondisi pasar modal. Investor tidak akan tertarik untuk menanamkan modalnya di saham, maka terjadi penurunan minat beli saham, sehingga mengakibatkan harga saham akan menjadi turun.

2.12.3 Suku Bunga

Suku bunga dapat diartikan bunga atau *rate* yang dibayarkan setiap tahun atas pinjaman dalam bentuk persentase (Asriani & Hapsari, 2022). Menurut Sasono (2022), naik turunnya suku bunga perbankan baik deposito, tabungan, dan pinjaman akan mempengaruhi keputusan masyarakat calon investor dalam pembelian saham perusahaan di BEI. Apabila suku bunga bank mengalami kenaikan, maka masyarakat calon investor akan menyimpan dananya di bank dalam bentuk deposito, dan apabila suku bunga bank turun, maka masyarakat akan mempergunakan dan menempatan dananya untuk membeli saham di pasar modal.

2.12.4 Nilai Tukar

Menurut Yulu dalam Rizki (2020), nilai tukar atau juga disebut kurs konversi adalah rasio mata uang suatu negara atau wilayah terhadap mata uang negara atau wilayah lain. Dengan kata lain, nilai tukar merupakan harga suatu mata uang dalam mata uang lain. Menurut Surahman & Tua (2021), fluktuasi nilai tukar antara Indonesia dengan negara lain akan mempengaruhi perekonomian secara luas, terutama dalam hal ekspor dan impor. Hal ini menyebabkan nilai tukar menjadi perhatian utama mulai dari pemerintah, pengusaha besar, Usaha Mikro Kecil dan Menengah (UMKM), sampai dengan kelompok masyarakat umum sebagai konsumen produk barang dan jasa. Menurut Rizki (2020), kenaikan nilai tukar disebut depresiasi atau penurunan nilai mata uang nasional terhadap mata uang asing, sedangkan penurunan nilai tukar disebut apresiasi atau kenaikan nilai mata uang nasional terhadap mata uang asing.

2.12.5 Harga Emas

Emas merupakan salah satu komoditas penting yang dapat mempengaruhi pergerakan harga saham. Hal ini dikarenakan emas merupakan salah satu alternatif investasi yang cenderung aman dan bebas dari resiko (Basit, 2020). Emas memiliki nilai yang cenderung stabil dan naik sehingga jarang sekali untuk mengalami penurunan. Selain itu, emas juga merupakan alat yang dapat digunakan untuk menangkal inflasi yang kerap terjadi setiap tahunnya. Kenaikan harga emas dunia dapat menarik investor untuk melakukan investasi emas dari pada saham-saham yang ada, sehingga dapat menyebabkan penurunan nilai IHSG. Demikian juga sebaliknya, jika harga emas dunia mulai turun, maka banyak dari investor yang akan menjual emasnya dan beralih pada saham sehingga dapat membuat IHSG mengalami peningkatan.

2.12.6 Harga Minyak

Minyak mentah (*crude oil*) merupakan komoditas dan sumber energi yang sangat dibutuhkan bagi pertumbuhan suatu negara. Minyak mentah dapat diolah menjadi sumber energi, seperti *Liquified Petroleum Gas* (LPG), bensin, solar, minyak pelumas, minyak bakar, dan lain-lain. Kenaikan harga minyak mentah akan memicu naiknya harga barang kebutuhan lainnya. Hal ini karena berbagai kegiatan dalam industri menggunakan minyak sebagai bahan bakarnya. Jika harga barang naik, ada kemungkinan penjualan akan menurun sehingga akan menurunkan laba perusahaan. Turunnya laba perusahaan akan menyebabkan harga saham perusahaan tersebut juga ikut turun (Basit, 2020).

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2022/2023, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data bulanan IHSG di Indonesia periode Januari 2009 sampai Desember 2022 yang diperoleh melalui *website* <https://finance.yahoo.com/>, dengan variabel independen yang digunakan yaitu tingkat inflasi, nilai suku bunga, nilai tukar rupiah, harga emas, dan harga minyak mentah dunia. Untuk data tingkat inflasi diperoleh melalui *website* Bank Indonesia, nilai suku bunga diperoleh melalui *website* Badan Pusat Statistik Indonesia, dan data nilai tukar rupiah, harga emas, serta harga minyak dunia diperoleh melalui *website* <https://id.investing.com/>.

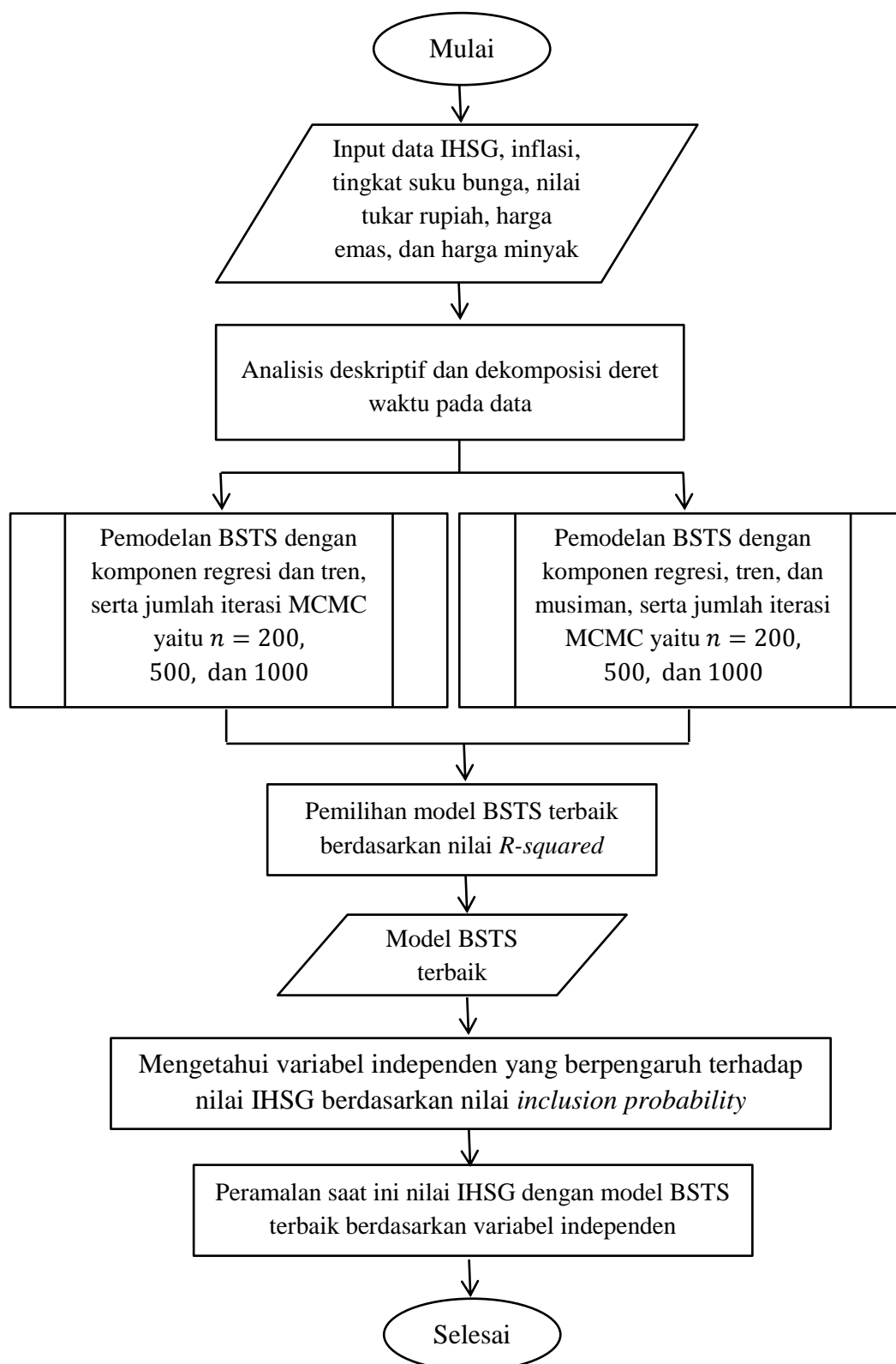
3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan untuk membentuk model BSTS pada data IHSG di Indonesia dengan menggunakan 5 variabel independen yaitu nilai inflasi, tingkat suku bunga, nilai tukar rupiah, harga emas, dan harga minyak, dengan

menggunakan bantuan *software* RStudio 4.2.1. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memasukkan data penelitian yang akan dianalisis.
2. Melakukan analisis deskriptif dan dekomposisi deret waktu pada data.
3. Melakukan pemodelan menggunakan metode BSTS, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Melakukan pembentukan model BSTS yang terdiri atas komponen regresi dan komponen tren yaitu model BSTS dengan komponen lokal level, model BSTS dengan komponen tren linear lokal, dan model BSTS dengan komponen tren linear semi lokal, dengan banyaknya iterasi MCMC yang digunakan yaitu $n = 200, 500, \text{ dan } 1000$.
 - b. Melakukan pembentukan model BSTS yang terdiri atas komponen regresi, komponen tren, dan komponen musiman yaitu model BSTS dengan komponen lokal level dan musiman, model BSTS dengan komponen tren linear lokal dan musiman, serta model BSTS dengan komponen tren linear semi lokal dan musiman. Banyaknya musim yang digunakan pada model yaitu $S = 12$, karena data penelitian merupakan data bulanan per tahun dengan banyaknya iterasi MCMC yang digunakan yaitu $n = 200, 500, \text{ dan } 1000$.
 - c. Kemudian melakukan perbandingan model BSTS yang diperoleh sebelumnya berdasarkan nilai *R-squared* pada masing-masing model, sehingga diperoleh model BSTS dengan komponen dan jumlah iterasi terbaik.
4. Setelah memperoleh model BSTS dengan komponen dan jumlah iterasi terbaik, langkah selanjutnya yaitu melihat nilai *inclusion probability* dari masing-masing variabel independen pada model BSTS terbaik, sehingga diketahui variabel independen yang mempengaruhi nilai IHSG.
5. Melakukan peramalan nilai IHSG di Indonesia bulan Januari 2023 sampai dengan Juni 2023, berdasarkan variabel independen yaitu nilai inflasi, tingkat suku bunga, nilai tukar rupiah, harga emas, dan harga minyak.

Untuk lebih jelas bagaimana tahapan penelitian yang digunakan, telah disajikan diagram alir atau *flowchart* pada Gambar 2 sebagai berikut.



Gambar 2. *Flowchart* Tahapan Penelitian.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan sebelumnya, diperoleh kesimpulan bahwa model BSTS terbaik adalah model BSTS yang terdiri atas komponen *state* level lokal dan musiman, dengan banyaknya musim yang digunakan yaitu $S = 12$ dan iterasi MCMC yaitu $n = 200$. Kemudian, diketahui bahwa variabel harga minyak, harga emas, kurs, suku bunga, dan inflasi berpengaruh terhadap nilai IHSG di Indonesia. Selain itu, diperoleh hasil peramalan saat ini untuk nilai IHSG di Indonesia periode Januari 2023 sampai Juni 2023, dengan nilai peramalan berkisar antara nilai 6.851 sampai 7.016, dengan nilai peramalan IHSG terendah terletak pada bulan Januari 2023 dan nilai peramalan IHSG tertinggi terletak pada bulan April 2023.

DAFTAR PUSTAKA

- Almarashi, A.M. & Khan, K. 2020, Bayesian Structural Time Series. *Nanoscience and Nanotechnology Letters*. **12**: 54-61.
- AL-Moders, A.H. & Kadhim, T.H. 2021. Bayesian Structural Time Series for Forecasting Oil Prices. *Ibn Al-Haitham Jour. for Pure & Appl. Sci.* **34**(2): 100-107.
- Asriani, D. & Hapsari, M.T. 2022. Analisis Pengaruh Inflasi, B17DRR, dan Jumlah Uang Beredar Terhadap IHSG Tahun 2017-2020. *Jurnal Ekonomi Manajemen Akuntansi*. **7**(1): 1-10.
- Basit, A. 2020. Pengaruh Harga Emas Dan Minyak Dunia Terhadap Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) Periode 2016-2019. *Jurnal Manajemen Bisnis Islam(REVENUE)*. **1**(2): 95-110.
- Bain, L.J & Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistic*. 2nd Edition. Duxbury Press, California.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M., & Reinsel, G.C. 1994. *Time Series Analysis: Forecasting and Control 3rd Edition*. Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Box, G.E.P. & Tiao, G.C. 1973. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison Wesley Publishing Company, Inc., United States of America.
- Brodersen, K.H., Gallusser, F., Koehler, J., Remy, N., & Scott, S.L. 2015. Inferring Causal Impact using Bayesian Structural Time-Series Models, *The Annals of Applied Statistics*. **9**(1): 247–274.

- Durbin, J. & Koopman, S.J. 2012. *Time Series Analysis by State Space Methods*. 2nd Edition. Oxford University Press, UK.
- Evans, M.J. & Rosenthal, J.S. 2009. *Probability and Statistics: The Science of Uncertainty*. 2nd Edition. W. H. Freeman, New York.
- Feroze, N. 2020. Forecasting the patterns of COVID-19 and Causal Impacts of Lockdown in Top Five Affected Countries Using Bayesian Structural Time Series. *Elsevier Journal of Chaos, Solitons, and Fractals*. **140**: 1-8.
- George, E.I. & McCulloch, R.E. 1997. Approaches for Bayesian Variable Selection. *Statistica Sinica*. **7**: 339–374.
- Ghahramani, S. 2016. *Fundamentals of Probability with Stochastic Processes*. 3rd Edition. *CRC Press*, US.
- Giri, S., Purkayastha, S., Hazra, S., Chandra, A., Das, I., & Das, S. 2020. Prediction of Monthly Hilsa (*Tenualosa ilisha*) Catch in The Northern Bay of Bengal using Bayesian Structural Time Series Model. *Elsevier Journal of Regional Studies in Marine Science*. **39**: 1-8.
- Hasanah, U., Yanuar, F., & Devianto, D. 2018. Pendugaan Paramater pada Distribusi Gamma dengan Metode Bayes. *Jurnal Matematika UNAND*. **7**(4): 81-86.
- Hawiwika, L. 2021. Determinasi Indeks Harga Sham Gabungan: Analisis Pengaruh BI Rate, Kurs Rupiah, dan Tingkat Inflasi (Literature Review Manajemen Keuangan). *Jurnal Ekonomi Manajemen Sistem Informasi*. **2**(5): 650-658.
- Hazhiah, T.I., Sugito, & Rahmawati, R. 2012. Estimasi Parameter Distribusi Weibull Dua Parameter Menggunakan Metode Bayes. *Media Statistik*. **5**(1): 27-35.
- Hoeting, J.A., Madigan, D., Raftery, A.E., & Volinsky, C.T. 1999. Bayesian Model Averaging: A Tutorial. *Statistical Science*. **14**(4): 382-417.

- Hogg, R.V., McKean, J.W., & Craig, A.T. 2019. *Introduction to Mathematical Statistics*. 8th Edition. Pearson, Boston.
- Hutahaean, H.D. 2018. Analisa Simulasi Monte Carlo untuk Memprediksi Tingkat Kehadiran Mahasiswa dalam Perkuliahan. *Jurnal of Informatic Pelita Nusantara*. **3**(1): 41-45.
- Istamar, Sarfiah, S.N., & Rusmijati. 2019. Analisis Pengaruh Harga Minyak Dunia, Harga Emas, dan Nilai Kurs Rupiah Terhadap Indeks Harga Saham Gabungan di Bursa Efek Indonesia Tahun 1998-2018. *Directory Journal of Economic*. **1**(4): 433-442.
- Klugman, S.A., Panjer, H.H., & Wilmot, G.E. 2012. *Loss Models: From Data to Decisions*. 4th Edition. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.
- Koerniawan, V., Nilsen, A., Sari, F.P., Ayyasy, M.Y., & Indranto, S.P. 2022. Pemodelan Peluang Transisi Rantai Markov dengan Simulasi Monte Carlo Berdasarkan Distribusi Multinoulli untuk Memprediksi Harga Indeks Saham. *Jurnal Statistika dan Aplikasinya*. **6**(2): 276-287.
- Kushartini, D. & Almahdy, I. 2016. Sistem Persediaan Bahan Baku Produk Dispersant di Industri Kimia. *Jurnal PASTI*. **10**(2): 217-234.
- Laga, A.P.B., Wahyuningsih, S., & Hayati, M.N. 2018. Peramalan Penjualan Pakaian dengan Autoregressive Integrated Moving Average with Exogeneous Input (ARIMAX) (Studi Kasus: Penjualan Pakaian di Toko M~Al Samarinda Tahun 2012 s.d 2016). *Jurnal Eksponensial*. **9**(2): 111-118.
- Laurent, S.F. 2021. Pengaruh Nilai Inflasi dan Nilai Tukar Mata Uang pada Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Informasi Akuntansi*. **1**(3): 96-112.
- Lusiana A. & Yuliarty, P. 2020. Penerapan Metode Peramalan (Forecasting) pada Permintaan Atap di PT X. *Jurnal Teknik Industri ITN Malang*. **10**(1): 11-20.

- Madigan, D. & Raftery, A.E. 1994. Model Selection and Accounting for Model Uncertainty in Graphical Models Using Occam's Window. *Journal of the American Statistical Association*. **89**(428): 1535–1546.
- Maulana, H.A. 2018. Pemodelan Deret Waktu dan Peramalan Curah Hujan pada Dua Belas Stasiun di Bogor. *Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi*. **15**(1): 50-63.
- Mokilane, P., Debba, P., Yadavalli, V.S.S., & Sigauke, C. 2019. Bayesian Structural Time Series Approach to a Long-Term Electricity Demand Forecasting. *Applied Mathematics & Information Sciences*. **13**(2): 189-199.
- Nidianti, E. & Wijayanto, E. 2019. Analisis Pengaruh Kurs, BI Rate, dan Inflasi Terhadap IHSG di BEI Periode 2014-2017. *Journal Finance and Business*. **7**(1): 64-76.
- Nurwani. 2016. Analisis Pengaruh Inflasi, Nilai Tukar Rupiah, dan Suku Bunga SBI Terhadap Pergerakan Indeks Harga Saham Gabungan di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Ilmu Ekonomi dan Studi Pembangunan*. **16**(2).
- Rizki, M. 2021. Dampak Suku Bunga, Inflasi, Nilai Tukar, dan Cadangan Devisa Terhadap Return IHSG di Bursa Efek Indonesia. *Journal of Business Administration Economic & Entrepreneurship*. **3**(1): 44-55.
- Rohmaningsih, N.M., Sudarno, & Diah Safitri. 2016. Pemodelan dan Peramalan Volatilitas pada Return Saham Bank Bukopin Menggunakan Model Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (APARCH). *Jurnal Gaussian*. **5**(4): 705-715.
- Ross, S.M. 2010. *Introduction to Probabilit Models*. 10th Edition. Elsevier, California.
- Sasono, H. 2022. Analisis Pengaruh Jumlah Penduduk, Inflasi, Pertumbuhan Ekonomi, Harga Emas, Kurs Dollar, SBI, dan Indek Gini Terhadap IHSG. *Jurnal Ilmu Sosial*. **1**(2): 133-148.
- Scott, S.L. & Varian, H.R. 2014. Predicting the Present with Bayesian Structural Time Series. *Int. J. Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*. **5**(1-2): 4-23.

- Setyaningrum, R. & Muljono. 2016. Inflasi, Tingkat Suku Bunga, dan Nilai Tukar Terhadap Return Saham. *Jurnal Bisnis & Ekonomi*. **14**(2): 151-161.
- Simatupang, S. 2022. Simulasi Monte Carlo dalam Memprediksi Ketersediaan Barang PT. Terang Abadi Pekanbaru. *Jurnal Sistem Informasi dan Manajemen*. **10**(1): 176-184.
- Sinambela, N.H., Maruddani, D.A., & Hakim, A.R. 2022. Value at Risk dengan Memperhatikan Model Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity-Generalized Pareto Distribution. *Jurnal Ilmu Dasar*. **23**(1): 1-8.
- Soejati, Z. & Soebanar. 1998. *Inferensi Bayesian*. Karunia Universitas Terbuka, Jakarta.
- Surahman, A. & Tua, R.B.M. 2020. Pengaruh Dolar Singapura dan Fluktuasi Inflasi Terhadap Pergerakan Harga IHSG. *Jurnal Sekuritas*. **4**(1): 24-33.
- Syahadati, A., Lengkong, N.C., Safitri, O., Machsus, S., Putra, Y.R., & Nooraeni, R. 2021. Analisis Sentimen Penerapan PSBB di DKI Jakarta dan Dampaknya Terhadap Pergerakan IHSG. *Jurnal Teknoinfo*. **15**(1): 20-25.
- Tsay, R. 2005. *Analysis of Financial Time Series: 2nd Edition*. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.
- Xie, L. 2021. The Analysis and Forecasting COVID-19 Cases in The United States Using Bayesian Structural Time Series Models. *Biostatistics & Epidemiology*. **6**(1): 1-15.
- Walpole, R.E., Myers, R.H., Myers, S.L., & Ye, K. 2011. *Probability & Statistics: For Engineers & Scientists*. 9th Edition. Prentice Hall, US.
- Yani, R.N.Y., Yanuar, F., & Yozza, H. 2018. Inferensi Bayesian untuk σ^2 dari Distribusi Normal dengan Berbagai Distribusi Prior. *Jurnal Matematika UNAND*. **7**(2): 132-139.

Zhang, Y. & Fricker, J.D. 2021. Quantifying the Impact of COVID-19 on Non-Motorized Transportation: A Bayesian Structural Time Series Model. *Elsevier Journal of Transport Policy*. **103**: 11-20.