PENERAPAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMENGARUHI KEMISKINAN DI PULAU JAWA TAHUN 2021

(Skripsi)

Oleh

NUR AZIZAH

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

ABSTRAK

PENERAPAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMENGARUHI KEMISKINAN DI PULAU JAWA TAHUN 2021

Oleh

NUR AZIZAH

Kemiskinan merupakan salah satu persoalan mendasar yang menjadi perhatian serius dari pemerintah. Banyaknya faktor yang memengaruhi kemiskinan dapat ditinjau dari bidang ketenagakerjaan, kesehatan, pendidikan dan perekonomian. Banyaknya faktor yang melatarbelakangi kemiskinan, maka akan dilakukan penelitian dengan menggunakan metode dalam analisis multivariat yaitu Analisis Komponen Utama (AKU) untuk menentukan faktor-faktor dominan yang berpengaruh terhadap kemiskinan tersebut. AKU bertujuan untuk mereduksi jumlah variabel penelitian menjadi dimensi yang lebih kecil dan tetap mempertahankan varians sebesar mungkin dari variabel asal sehingga lebih mudah untuk menginterpretasikan data-data tersebut. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data kemiskinan di Pulau Jawa Tahun 2021. Dari hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat 4 komponen utama yang terbentuk dari 13 variabel yang digunakan dengan proporsi kumulatif sebesar 73.353% dalam menjelaskan keberagaman dari variabel asal.

Kata kunci : Analisis Komponen Utama (AKU), kemiskinan, reduksi variabel

ABSTRACT

APPLICATION OF PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS TO DETERMINE THE FACTORS THAT INFLUENCE POVERTY ON THE ISLAND OF JAVA IN 2021

By

NUR AZIZAH

Poverty is one of the fundamental problems that has become a serious concern of the government. The many factors that influence poverty can be seen from the fields of labor, health, education and the economy. There are many factors behind poverty, so research will be conducted using a method in multivariate analysis, namely Principal Component Analysis (MCA) to determine the dominant factors that affect poverty. MCA aims to reduce the number of research variables into smaller dimensions and still maintain as much variance as possible from the original variables so that it is easier to interpret the data. The data used in this study is poverty data in Java Island in 2021. The results of the analysis show that there are 4 main components formed from the 15 variables used with a cumulative proportion of 73.353% in explaining the diversity of the original variables.

Keywords: Principal Component Analysis (PCA), poverty, variable reduction

PENERAPAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMENGARUHI KEMISKINAN DI PULAU JAWA TAHUN 2021

Oleh

NUR AZIZAH

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Univeristas Lampung

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2023

Judul Skripsi : **PENERAPAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMENGARUHI KEMISKINAN DI PULAU JAWA TAHUN 2021**

Nama Mahasiswa : ***Nur Azizah***

Nomor Pokok Mahasiswa : **1917031051**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D
NIP. 195701011984031020

Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.
NIP. 197008311999031028

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman. S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D**	………………...
Sekretaris	: **Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**	………………...
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.**	………………...

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **31 Juli 2023**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa : Nur Azizah

Nomor Pokok Mahasiswa : 1917031051

Jurusan : Matematika

Judul Skripsi : **PENERAPAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMENGARUHI KEMISKINAN DI PULAU JAWA TAHUN 2021**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku. Semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya tulis ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 31 Juli 2023

Yang Menyatakan

METERAI TEMPEL

389B2AKX457729252

Nur Azizah

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Nur Azizah lahir di Pringsewu, 29 Agustus 2001. Penulis merupakan anak keempat dari lima bersaudara Bapak Orival Tanjung dan Ibu Uswatun Hasanah.

Penulis menyelesaikan pendidikan awal di TK Baitussalam pada tahun 2006. Lalu, melanjutkan pendidikan sekolah dasar di SD Muhammadiyah Pringsewu pada tahun 2007-2013. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Negeri 1 Pringsewu pada tahun 2013-2016. Pendidikan sekolah menengah atas di SMA Negeri 1 Pringsewu pada tahun 2016-2019. Kemudian, penulis diterima sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung (FMIPA Unila) pada tahun 2019 melalui jalur SBMPTN (Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri).

Selama menjadi mahasiswa, penulis pernah bergabung dengan Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila sebagai Anggota Bidang Minat dan Bakat pada periode 2020. Sebagai bentuk penerapan dalam dunia kerja, penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) selama 40 hari di Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Pringsewu pada bulan Januari sampai dengan Februari 2022. Kemudian, sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat pada bulan Juni sampai dengan Agustus 2022, penulis melaksanakan kegiatan Kuliah Kerja Nyata (KKN) Periode II selama 40 hari di Desa Jabung, Kecamatan Jabung, Kabupaten Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

" Orang lain tidak akan paham struggle dan masa sulitnya kita, yang mereka ingin tahu hanya bagian success stories. Berjuanglah untuk diri sendiri walaupun tidak ada yang tepuk tangan. Kelak diri kita di masa depan akan sangat bangga dengan apa yang kita perjuangkan hari ini. "

"Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya."

(Q.S. Al-Baqarah, 2 : 286)

" Jadilah apa yang kamu inginkan, bukan karena ingin dilihat orang lain."

(Park Jimin-BTS)

"No Action, Nothing Happen. Take Action, Miracle Happen!"

"Kalau engkau dapat yang diinginkan, bersyukurlah. Karena Allah ingin engkau dapatkan pahala syukur. Kalau engkau sudah berusaha, namun tidak dapat yang diinginkan. Berarti Allah ingin kau dapat pahala satu lagi yang lebih besar daripada syukur yaitu pahala sabar."

(Ust. Abdul Somad)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, puji dan syukur kepada Allah SWT atas segala nikmat dan karunia-Nya, sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.

Dengan rasa syukur dan bahagia kupersembahkan karya sederhana ini untuk:

Kedua Orang Tuaku Tercinta Abi dan Umi

Terima kasih kepada Abi dan Umi yang tidak pernah lelah untuk mendoakan, mendidik, membesarkan dan mendukungku dengan penuh kasih sayang, serta sebagai motivasi terbesar dalam hidupku. Hanya atas doa dan ridho abi umi, Allah memudahkan tiap proses yang kulakukan. Terimalah bukti kecil ini sebagai kado awal kesuksesanku dalam menggapai impian untuk menjadi seorang sarjana.

Dosen Pembimbing dan Dosen Pembahas

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Teman dan Sahabat

Terima kasih kepada orang-orang baik yang telah memberikan bantuan, dukungan, dan selalu ada saat suka maupun duka.

Alamamater Tercinta Universitas Lampung

SANWACANA

Segala puji dan syukur atas kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Penerapan Analisis Komponen Utama untuk Menentukan Faktor-Faktor yang Memengaruhi Kemiskinan di Pulau Jawa Tahun 2021." dengan sebaik-baiknya dan tepat waktu.

Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis banyak mendapatkan bimbingan, dukungan, bantuan dan motivasi serta saran dari berbagai pihak sehingga skirpsi ini dapat terselesaikan. Untuk itu penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D. selaku dosen pembimbing satu, yang senantiasa membimbing dan memberikan arahan, ide, kritik dan saran serta semangat kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing kedua, yang telah membimbing, memberi masukan, dan mengarahkan penulis selama proses penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembahas yang telah memberikan kritik, masukan dan saran yang membangun kepada penulis selama proses penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
5. Bapak Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
6. Seluruh dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

7. Teristimewa orang tuaku tercinta, Abi dan Umi yang selalu memberikan semangat, doa, dukungan penuh, dan rasa sabar serta selalu memberikan yang terbaik.
8. Teristimewa juga untuk keempat saudaraku tersayang, Kak Iyah, Kak Pipah, Bang Haris, dan adikku Dzaki yang selalu memberikan semangat, dukungan, dan doa selama ini.
9. Sahabat-sahabat terbaikku selama kuliah, Neni Yuliyanti, Nurul Isnaini, dan Astina, serta Anisa Fitriyani yang telah banyak memberikan dukungan, saling menguatkan, semangat, doa dan berbagi keceriaan serta kenangan indah kepada penulis.
10. Silvi, Dinda, dan Citra yang telah membantu dan saling menyemangati dalam proses penulisan skripsi.
11. Terima kasih untuk peliharaan berbuluku Aya, Zomin, Mochi, Kuku, Cici, Sisi, dan Cantik yang telah menemani, menghibur hari-hariku serta memberikan warna dalam hidupku.
12. Orang-orang baik yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu atas peran dan dukungannya dalam menyusun skripsi ini.

Penulis menyadari skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan baik dalam penyajian maupun teknik penulisan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan masukan berupa kritik dan saran untuk dijadikan pelajaran kedepannya. Semoga skripsi ini dapat berguna dan bermanfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, 31 Juli 2023

Penulis,

Nur Azizah

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR iii

DAFTAR TABEL.. iv

I. PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang dan Masalah 1
1.2 Tujuan Penelitian.. 4
1.3 Manfaat Penelitian 4

II. TINJAUAN PUSTAKA 5
2.1 Matriks... 5
2.1.1 Jenis-Jenis Matriks 6
2.1.2 Operasi Matriks.. 7
2.2 Analisis Multivariat 9
2.2.1 Klasifikasi Teknik Multivariat 9
2.3 Analisis Komponen Utama... 10
2.4 Uji Korelasi.. 15
2.4.1 Uji *Bartlett* 15
2.4.2 Uji *Kaiser Meyer Oklin* (KMO) – *Measure Of Sampling Adequency* (MSA) 16
2.5 Varians Kovarians dan Korelasi 17
2.6 Standarisasi Data.. 20
2.7 Nilai Eigen dan Vektor Eigen... 20
2.8 Penentuan Banyaknya Komponen Utama 22

III. METODE PENELITAN.. 25
3.1 Tempat dan Waktu Penelitian 25
3.2 Data Penelitian... 25
3.3 Metode Penelitian 28

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN... 29
4.1 Analisis Deskriptif 29
4.2 Melakukan Standarisasi Data 33
4.3 Perhitungan Uji Bartlett dan Uji *Keiser Meyers Oklin* (KMO) 34
4.4 Hasil Analisis Komponen Utama 37

4.4.1 Matriks Kovarians 37
4.4.2 Menentukan Nilai Eigen dan Vektor Eigen 39
4.4.3 Menentukan Komponen Utama yang Terpilih 42
4.5 Interpretasi Hasil Penelitian 45

V. KESIMPULAN DAN SARAN 49
5.1 Kesimpulan 49
5.2 Saran 50

DAFTAR PUSTAKA 51

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. *Scree plot* 23
2. Hasil *Scree plot* 45

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Data Publikasi Terkait Kemiskinan (Variabel $X_1 - X_8$)............................. 26
2. Data Publikasi Terkait Kemiskinan (Variabel $X_9 - X_{15}$) 26
3. Analisis Deskriptif 29
4. Standarisasi Data (Variabel $X_1 - X_8$) 34
5. Standarisasi Data (Variabel $X_9 - X_{15}$) 34
6. Uji *Bartlett* 35
7. Uji *Kaiser-Meyer-Olkin* 35
8. Nilai *Measure of Sampling Adequacy* (MSA) untuk 15 Variabel 35
9. Uji *Bartlett* untuk 13 Variabel 36
10. Uji *Kaiser-Meyer-Olkin* untuk 13 Variabel 36
11. Nilai *Measure of Sampling Adequacy* (MSA) untuk 13 Variabel 36
12. Matriks Kovarians 38
13. Nilai Eigen 40
14. Vektor Eigen 40
15. Proporsi kumulatif 42
16. Nilai Eigen yang Terpilih 44
17. Nilai Koefisien Komponen Utama 45
18. Hasil Pengelompokkan Variabel ke dalam Komponen Utama 46

I. PENDAHULUAN

1. 1 Latar Belakang dan Masalah

Kemiskinan merupakan salah satu persoalan mendasar yang menjadi perhatian serius dari pemerintah. Salah satu sasaran pembangunan nasional adalah penurunan tingkat kemiskinan. Masalah kemiskinan juga dijadikan salah satu indikator untuk mengevaluasi kinerja pemerintah baik pemerintah pusat maupun pemerintah daerah. Kemiskinan merupakan ketidakmampuan seseorang untuk memenuhi kebutuhan dasar makanan dan bukan makanan yang diukur dari pengeluaran (Badan Pusat Statistik, 2021). Oleh karena itu, penduduk miskin diartikan sebagai seseorang yang memiliki rata-rata pengeluaran perkapita perbulan dibawah garis kemiskinan. Salah satu pulau yang mengalami masalah kemiskinan yang paling tinggi di Indonesia adalah Pulau Jawa yang jumlah penduduknya berfluktuasi setiap tahun. Tingkat kemiskinan antar kota dan kabupaten yang ada di Pulau Jawa mengalami kesenjangan yang cukup tinggi. Kondisi ini menghadapkan pada tantangan untuk meningkatkan dan memeratakan kesejahteraan rakyat.

Faktor-faktor yang memengaruhi kemiskinan dapat dilihat dari bidang ketenagakerjaan, kesehatan, pendidikan dan perekonomian (Badan Pusat Statistik, 2021). Permasalahan kemiskinan yang terjadi di Pulau Jawa disebabkan oleh 15 variabel atau faktor yang memengaruhi. Contoh faktor yang dapat memengaruhi yaitu pendidikan, pengeluaran konsumsi makanan, fasilitas perumahan, pekerjaan, dll. Apabila tingkat pendidikan seseorang rendah, produktivitasnya juga akan cenderung rendah. Kondisi ini tentu saja berpotensi untuk meningkatkan kemiskinan (Zahra dkk, 2019). Semakin tingginya pendidikan yang ditempuh akan meningkatkan kualitas penduduk yang mengakibatkan terbukanya peluang kerja dan memiliki keahlian sehingga dapat menghasilkan pendapatan. Selain itu, rendahnya kualitas dan kuantitas sarana dan prasarana air bersih meliputi akses air bersih, kondisi sanitasi, dan kondisi drainase akan memengaruhi tingkat kemiskinan di suatu daerah juga (Putra & Rianto, 2016).

Kesehatan juga merupakan faktor terpenting untuk mengurangi kemiskinan. Penduduk yang sehat akan meningkatkan produktivitas dan membantu agar pembangunan perekonomian berjalan lancar (Islami & Anis, 2019). Namun, dari banyaknya variabel atau faktor tersebut belum diketahui faktor mana yang lebih dominan berpengaruh terhadap kemiskinan. Maka, dari ke-15 variabel tersebut akan dicoba menggunakan analisis yang dapat membantu untuk menentukan faktor yang memiliki pengaruh paling dominan terhadap kemiskinan.

Analisis komponen utama merupakan suatu teknik untuk mereduksi data dengan tujuan utama adalah untuk menyusun kombinasi linear variabel asal yang menjelaskan sebanyak mungkin dari keragaman total. Kombinasi berurutan diekstraksi sedemikian rupa sehingga kombinasi linear tersebut tidak ada hubungan satu sama lain yang dikenal dengan ortogonal dan menjelaskan sejumlah kecil varians total secara berurutan (Kuntoro, 2014). Banyaknya faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan dan tersusun dari faktor-faktor yang saling berhubungan, maka dibutuhkan metode analisis komponen utama. Analisis komponen utama tersebut akan memperoleh variabel-variabel baru yang merupakan kombinasi linear membentuk kelompok bersama yang sesuai dengan karakteristiknya masing-masing dan tidak saling berkorelasi, tanpa menghilangkan karakteristik dari variabel aslinya.

Komponen utama dapat membantu dalam memberikan interpretasi jika terdapat suatu permasalahan yang terkait dengan lebih dari satu variabel. Oleh karena itu, terdapat kecocokan antara data dengan metode yang akan diteliti yaitu data publikasi yang merupakan hasil dari SUSENAS BPS dan memuat banyak indikator didalamnya terkait kemiskinan. Kemudian, indikator-indikator yang banyak tersebut dapat diperkecil mengunakan metode ini tanpa mengurangi informasi yang diberikan pada indikator awal.

Ada beberapa penelitian sebelumnya yang menerapkan metode analisis komponen utama. Salah satunya adalah penelitian Purnama (2019) untuk mengetahui komponen utama pada data potensi kota palu sebelum dan sesudah gempa bumi dengan hasil penelitian tiga komponen yang dapat menerangkan keragaman dari data tersebut. Penelitian lainnya dilakukan oleh Haumahu & Norisca (2020) mengenai data penyebab diare di Provinsi Maluku dengan hasil penelitian yang diterapkan terbentuk empat hasil komponen utama serta dapat menjelaskan varians data secara keseluruhan sebesar 82%. Penelitian lainnya juga dilakukan oleh Pangkey, dkk (2018) mengenai kasus Varietas Tanaman Hias Krisan dengan hasil reduksi 14 variabel menjadi 3 komponen utama yang terbentuk. Perbedaan ketiga penelitian ini dengan yang penulis lakukan adalah terdapat pada data dan variabel-variabel yang akan digunakan untuk menyederhanakan variabel dan mengetahui faktor-faktor utama yang ada di Pulau Jawa dengan data terkait kemiskinan tahun 2021.

Berdasarkan permasalahan yang telah dipaparkan, peneliti pun tertarik untuk mengkaji studi kasus terkait kemiskinan di Pulau Jawa pada tahun 2021 sebagai bahan pertimbangan serta evaluasi pemerintah Indonesia dalam melakukan kebijakan-kebijakan selanjutnya dengan menggunakan metode *Principal Component Analysis* atau Analisis Komponen Utama untuk menentukan faktor-faktor yang paling dominan memengaruhi kemiskinan.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini yaitu:

1. Dapat menyederhanakan variabel yang diamati dengan cara menyusutkan dimensinya.
2. Dapat menentukan faktor-faktor yang dominan berpengaruh terhadap kemiskinan di Pulau Jawa.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini yaitu:

1. Menambah pengetahuan dan wawasan mengenai pengaplikasian metode analisis komponen utama.
2. Dapat mengetahui faktor-faktor utama yang memengaruhi kemiskinan di Pulau Jawa.
3. Sebagai bahan tinjauan pustaka bagi setiap pihak yang membutuhkan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Matriks

Matriks adalah susunan bilangan atau fungsi yang diletakkan atas baris dan kolom serta diapit oleh dua kurung siku. Bilangan atau fungsi tersebut disebut entri atau elemen matriks. Elemen matriks terdiri dalam baris dan kolom. Lambang matriks dilambangkan dengan huruf besar, sedangkan entri (elemen) matriks dilambangkan dengan huruf kecil (Anton, 1987).

Matriks A berukuran *m* baris dan *n* kolom, dapat ditulis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{A}_{mxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Atau dapat ditulis:

$$\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$$

dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

2.1.1 Jenis-Jenis Matriks

Berikut beberapa jenis matriks, yaitu:

a. Matriks Simetris

Matriks simetris adalah matriks persegi yang elemennya simetris secara diagonal. Suatu matriks persegi $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ disebut matriks simetris jika elemen dibawah diagonal utama merupakan cermin dari elemen atas diagonal utama. Matriks A dikatakan simetris jika $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^T$ artinya $a_{ij} = a_{ji}$ (Anton, 1987).

b. Matriks Ortogonal

Matriks ortogonal ialah matriks yang apabila dikalikan dengan matriks tranposenya menghasilkan matriks satuan (identitas). Matriks ortogonal dapat dituliskan sebagai:

$$\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^T = I \qquad (2.2)$$

Sifat matriks ortogonal:

1) Invers matriks ortogonal juga matriks ortogonal
2) Hasil kali matriks-matriks ortogonal juga matriks ortogonal
3) Jika **A** matriks ortogonal, maka $det(\boldsymbol{A})$ =1 atau $det(\boldsymbol{A}) = -1$

   Dengan bukti melalui sifat determinan, yaitu:

   $[A][A^T]$=$[A]^2 = 1$, maka $[A]$ = 1 atau -1.

c. Matriks Singular dan Non Singular

Jika $\boldsymbol{X}$ dikatakan mempunyai invers dilambangkan dengan $\boldsymbol{X}^{-1}$, jika $\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^{-1} = \boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{X} = I$. Jika suatu matriks mempunyai invers maka dikatakan matriks tersebut non singular, tetapi jika tidak mempunyai invers maka matriks tersebut singular.

2.1.2 Operasi Matriks

Berikut beberapa operasi matriks, yaitu:

a. Jumlah Unsur Diagonal Suatu Matriks (*Trace*)

Bila $\boldsymbol{A}$ adalah suatu matriks persegi dengan ukuran $n \times n$, maka jumlah unsur diagonal matriks $\boldsymbol{A}$ dilambangkan $tr(\boldsymbol{A})$, adalah

$$tr(\boldsymbol{A}) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} \tag{2.3}$$

Lambang *tr* adalah singkatan dari *trace* dalam bahasa inggris.

b. Perkalian Skalar

Jika $\boldsymbol{A}$ adalah suatu matriks dan *k* adalah suatu skalar, maka hasil kali $k\boldsymbol{A}$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap anggota dari $\boldsymbol{A}$ dan *k*. Perkalian matriks dengan skalar menghasilkan sebuah matriks baru yang elemennya adalah hasil perkalian setiap elemen matriks aslinya dengan skalar. Dalam notasi matriks, jika $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$, maka $k\boldsymbol{A} = k[a_{ij}]$.

c. Perkalian Matriks

Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks berukuran $m\ x\ r$ dan $\boldsymbol{B}$ adalah matriks berukuran $r\ x\ n$, maka hasil kali $\boldsymbol{AB}$ adalah matriks $\boldsymbol{C}$ dan ukurannya $m\ x\ n$. Perkalian matriks hanya bisa dilakukan jika banyaknya kolom matriks yang pertama sama dengan banyaknya baris matriks yang kedua.

d. Transpose Matriks

Transpose dari suatu matriks $\boldsymbol{A}$ berordo $m\ x\ n$ dengan dinotasikan $[a_{ij}]$ adalah matriks $\boldsymbol{B}$ berorde $n\ x\ m$ yang dinotasikan $[b_{ji}]$ yang didefinisikan oleh:

$$b_{ji} = a_{ij} \tag{2.4}$$

Untuk $i = 1, 2, 3, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \ldots, n$. Transpose dari matriks $\boldsymbol{A}$ dinyatakan oleh $\boldsymbol{A}^T$.

Beberapa sifat transpose matriks:

a) $(\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}})^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{A}$

b) $(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B})^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}} + \boldsymbol{B}^{\boldsymbol{T}}$

c) $(k\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}) = k(\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}})$, dengan k sembarang skalar

d) $(\boldsymbol{AB})^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{B}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}$

e. Determinan Matriks

Misalkan $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ adalah matriks berukuran $n \, x \, n$, maka determinan dari $\boldsymbol{A}$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\det(\boldsymbol{A}) = \sum a_{ij}(-1)^{i+j}M_{ij} \tag{2.5}$$

Dengan M_{ij} adalah minor dari a_{ij} yaitu determinan sub matriks $\boldsymbol{A}$ yang diperoleh dengan cara membuang semua entri pada baris ke-i dan semua entri pada kolom ke-j.

Jika $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ adalah matriks berukuran $n \times n$ yang mengandung sebaris bilangan nol, maka $|\boldsymbol{A}| = 0$. Jika $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ matriks segitiga, maka $|\boldsymbol{A}|$ adalah hasil kali elemen-elemen diagonal utama, yaitu $\boldsymbol{A} = a_{11}a_{22} \dots a_{mm}$. Jika $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ adalah sebarang matriks persegi, maka $|\boldsymbol{A}| = |\boldsymbol{A}^T|$, dimana $\boldsymbol{A}^T$ adalah transpose dari $\boldsymbol{A}$. Jika $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ dan $\boldsymbol{B} = [b_{ji}]$ adalah matriks persegi yang ordonya sama, maka $|\boldsymbol{AB}| = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$.

f. Invers Matriks

Jika ***A*** adalah matriks bujur sangkar berordo n, dan jika terdapat matriks ***B*** yang ukurannya sama sedemikian rupa sehingga ***AB* = *BA* = *I***, maka ***A*** disebut dapat dibalik (*invertible*) dan ***B*** dinamakan invers (*inverse*) dari ***A*** dan dapat dinotasikan $\boldsymbol{A}^{-1}$ (Anton, 1987). Jika A tidak bujur sangkar dan B tidak bujur sangkar maka, dapat diperoleh AB = I atau BA = I.

2.2 Analisis Multivariat

Analisis statistika yang digunakan pada data yang terdiri atas beberapa variabel dan antarvariabel saling berkorelasi disebut analisis multivariat. Data multivariat mencakup tidak hanya satu variabel saja, tetapi terdiri dari beberapa variabel (Alwi & Hasrul, 2018). Analisis multivariat merupakan metode analisis yang berkenaan dengan sejumlah besar variabel yang datanya diperoleh secara simultan dari setiap objek pengamatan. Dalam analisis ini, membutuhkan proses perhitungan yang sangat kompleks dan dalam proses perhitungannya menggunakan pendekatan matriks seperti, nilai eigen, vektor eigen, dll.

2.2.1 Klasifikasi Teknik Multivariat

Analisis multivariat dikelompokkan menjadi dua, yaitu metode dependensi dan metode interdependensi. Jika tujuan dari analisis adalah menguraikan atau memperkirakan variabel tak bebas berdasarkan dua ataupun lebih variabel bebas, maka digunakan analisis dependensi. Ciri dari analisis ini adalah adanya satu atau beberapa variabel yang berfungsi sebagai dependen dan beberapa variabel lain variabel bebas. Teknik multivariat yang termasuk dalam analisis dependensi yaitu analisis diskriminan berganda, analisis multivariat varians, dan analisis korelasi kanonikal. Sedangkan, jika tujuan dari analisis adalah menjelaskan beberapa variabel atau pengelompokan berdasarkan beberapa variabel tertentu, maka digunakan analisis interdependensi. Ciri dari analisis ini adalah bahwa variabel saling berhubungan satu dengan yang lainnya tanpa membedakan antara variabel yang terikat ataupun variabel yang bebas. Teknik multivariat yang termasuk dalam analisis interdependensi antara lain PCA (*Principal Component Analysis*), analisis faktor, analisis klaster, MDS (*Multidimensional Scaling*), dan CA (*Categorical Analysis*).

2.3 Analisis Komponen Utama

Analisis komponen utama adalah analisis multivariat yang mentransformasi variabel-variabel asal yang saling berkorelasi menjadi variabel baru (komponen utama) yang tidak saling berkorelasi dengan mereduksi sejumlah variabel sehingga mempunyai dimensi yang lebih kecil namun dapat menerangkan sebagian besar keragaman variabel aslinya (Johnson & Wichern, 2007**)**. Misalkan terdapat *p* buah variabel, maka dengan analisis komponen utama akan diperoleh variabel baru yang dinamakan komponen utama (*principal component*), yang saling tidak berkorelasi, dan memaksimalkan variansi. Dengan dua atau tiga buah komponen utama diharapkan dapat memuat informasi variansi yang dikandung di dalam *p* buah variabel. Komponen utama tersebut merupakan vektor karakteristik dari matriks korelasi antara *p* buah variabel tersebut. Sedangkan variansi dari komponen utama merupakan nilai karakteristik dari matriks korelasi yang sama.

Secara umum tujuan dari analisis komponen utama adalah mereduksi dimensi data yang besar dan saling berkorelasi menjadi dimensi data yang kecil dan tidak saling berkorelasi (Jolliffe, 2002). Jadi, *Principal Component Analysis* (PCA) berguna untuk mereduksi data sehingga lebih mudah untuk menginterpretasikan data-data tersebut (Johnson & Wichern, 2007**)**. Analisis Komponen Utama (AKU) tidak selalu bermanfaat digunakan untuk mereduksi banyaknya peubah asal menjadi beberapa peubah baru yang dapat menjelaskan dengan baik keragaman data asal. Bila tidak adakorelasi antara peubah asal, AKU tidak akan memberikan hasil yang diinginkan, karena peubah baru yang diperoleh hanyalah peubah asal yang disusun berdasarkan besar keragamannya.

Johnson & Wichern (2007) menyatakan bahwa secara prinsip pembentukan komponen utama merupakan pembentukan kombinasi linear dari variabel-variabel yang diamati. Dalam analisis komponen utama ditentukan suatu metode untuk mendapatkan nilai-nilai koefisien atau bobot dari kombinasi linear variabel-variabel pembentuknya dengan ketentuan sebagai berikut:

a. Ada sebanyak p komponen utama, yaitu sebanyak variabel yang diamati dan setiap komponen utama adalah kombinasi linear dari variabel-variabel tersebut.
b. Setiap komponen utama saling ortogonal (tegak lurus) dan saling bebas.
c. Komponen utama dibentuk berdasarkan urutan varians dari yang terbesar hingga yang terkecil.

Misalkan variabel acak $X_1, X_2,\ldots, X_p$ memiliki sebaran peubah ganda dengan vektor rata-rata $\mu = (\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p)$ dan matriks kovarian Σ dengan nilai eigen yaitu $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_p \geq 0$ serta vektor eigen a_p. Komponen Utama (KU) merupakan kombinasi linear dari p variabel asal, atau dapat ditulis:

$$KU = AX \tag{2.6}$$

$$\begin{pmatrix} KU_1 \\ KU_2 \\ \vdots \\ KU_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & x_{kp} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_k \end{pmatrix}$$

dengan:

$KU = \begin{pmatrix} KU_1 \\ KU_2 \\ \vdots \\ KU_p \end{pmatrix}$ merupakan definisi dari komponen utama,

$A = \begin{pmatrix} a_1^T \\ a_2^T \\ \vdots \\ a_p^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & x_{kp} \end{pmatrix}$ merupakan definisi transpos vektor eigen, dan

$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_k \end{pmatrix}$ merupakan variabel ke-k,$k = 1, 2, \cdots, i$.

Komponen Utama adalah kombinasi linear dari variabel-variabel asal sedemikian sehingga:

1. Komponen Utama pertama (KU_1) merupakan kombinasi linear dari seluruh variabel yang diamati dan memiliki varians terbesar yang memuat informasi paling banyak atau sama dengan nilai eigen terbesar.

Komponen utama pertama sebagai berikut:

$$KU_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1p}X_k = a_1^T X \quad (2.7)$$

2. Komponen Utama kedua (KU_2) merupakan kombinasi linear dari seluruh variabel yang diamati yang bersifat ortogonal terhadap KU_1 dan memiliki varians kedua terbesar.

$$KU_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2p}X_k = a_2^T X \quad (2.8)$$

3. Komponen Utama ke-p (KU_p) merupakan kombinasi linear dari seluruh variabel yang diamati yang bersifat ortogonal terhadap $KU_1, KU_2, \dots, KU_p$, dan memiliki varians yang terkecil.

$$KU_p = a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \cdots + a_{kp}X_k = a_p^T X \quad (2.9)$$

Dengan demikian, bentuk analisis komponen utama yang diasumsikan ada *p* variabel

yaitu X_1, X_2,... X_p yang akan dibentuk menjadi *p* kombinasi linear sebagai berikut:

$$KU_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1p}X_k = a_1^T X \quad (2.10)$$

$$KU_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2p}X_k = a_2^T X \quad (2.11)$$

$$\vdots$$

$$KU_p = a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \cdots + a_{kp}X_k = a_p^T X \quad (2.12)$$

Krzanowski (1998) menyatakan bahwa matriks kovarians didefinisikan sebagai berikut:

$$\Sigma = E\left[(X - E(X))\big(X - E(X)\big)^T\right] \quad (2.13)$$

Yang merupakan pengembangan dari nilai, $var(x_k, x_p) = E\big[\big(x_k - E(x_k)\big)(x_p - E(x_p))\big]$ dan $var(x_k) = E[(x_k - E(x_k))]^2$.

Jika matriks kovarians dari variabel asal X_p dilambangkan dengan Σ, maka diperoleh varians masing-masing komponen utama, yaitu:

$$\begin{aligned} var(KU_p) &= E\left[(KU_p - E(KU_p))\left(KU_p - E(KU_p)\right)^T\right] \\ &= E\left[(a_p^T X - E(a_p^T X))\left(a_p^T X - E(a_p^T X)\right)^T\right] \\ &= E\left[(a_p^T X - a_p^T E(X))\left(a_p^T X - a_p^T E(X)\right)^T\right] \end{aligned}$$

$$= E\left[(a_p^T X - a_p^T \mu)\left(a_p^T X - a_p^T \mu\right)^T\right]$$

$$= E\left[\left(a_p^T X - a_p^T \mu\right)\left(X^T a_p - \mu^T a_p\right)\right], E(aX) = aE(X)$$

$$= a_p^T \underbrace{E[(X - \mu)(X - \mu)^T]}_{\Sigma} a_p$$

$$= a_p^T \Sigma a_p \tag{2.14}$$

Dengan definisi tersebut maka varian dari komponen utama pertama adalah

$$var(KU_1) = \sigma_{KU_1}^2 = a_1^T \Sigma a_1 \tag{2.15}$$

Vektor $a_1$dipilih sedemikian rupa sehingga $\sigma_{KU_1}^2$dengan kendala $a_1^T a_1 = 1$.

Dengan menggunakan teknik pemaksimuman berkendala Lagrange, maka diperoleh persamaan komponen utama:

1. Komponen Utama Pertama

$$\max f\,(a_1) = \sigma_{KU_1}^2 - \lambda(a_1^T a_1 - 1), \lambda = \text{pengganda lagrange}$$

$$\max f\,(a_1) = a_1^T \Sigma a_1 - \lambda(a_1^T a_1 - 1) \tag{2.16}$$

Jika persamaan diatas diturunkan terhadap vektor a_1 kemudian disamadengankan nol didapatkan:

$$\frac{\partial f(a_1)}{\partial (a_1)} = 2\Sigma a_1 - 2\lambda a_1 + 0 = 0$$

$$\Sigma a_1 - \lambda a_1 = 0$$

$$a_1^T \Sigma a_1 - a_1^T \lambda a_1 = 0$$

$$var(KU_1) - a_1^T \lambda a_1 = 0$$

$$var(KU_1) = a_1^T \lambda a_1$$

$$var(KU_1) = \lambda a_1^T a_1$$

$$var(KU_1) = \lambda \tag{2.17}$$

$var(KU_1)$ merupakan nilai eigen dari matriks kovarians Σ yang terbesar. a_1 merupakan vektor eigen dari matriks kovarians Σ yang berpadanan dengan nilai eigen terbesar pertama.

2. Komponen Utama Kedua

$$KU_2 = a_2^T X = a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \cdots + a_{2p} X_k \tag{2.18}$$

dengan varians dari KU_2 yaitu $a_2^T \Sigma a_2$ dan $a_2^T = (a_{21}, a_{22}, \cdots, a_{2p})^T$ ingin dimaksimumkan dengan kendala $a_2^T a_2 = 1$ dan

$$cov(KU_2, KU_1) = cov(a_2^T X, a_1^T X) = a_2^T \Sigma a_1 = 0 \quad (2.19)$$

Karena a_2 adalah vektor eigen dari Σ yang merupakan matriks simetris, maka

$$a_2^T \Sigma = a_2^T \Sigma^T = (\Sigma a_2)^T = (\lambda a_2)^T = \lambda a_2^T \quad (2.20)$$

Sehingga kendala,

$$a_2^T \Sigma a_1 = \lambda a_2^T a_1 = a_2^T a_1 = 0 \quad (2.21)$$

Dengan demikian, fungsi Lagrange yang dimaksimumkan adalah

$$\max f\,(a_2) = \sigma_{KU_2}^2 - \lambda(a_2^T a_2 - 1) - \delta(a_2^T a_1 - 0),\ \lambda,\ \delta = \text{pengganda lagrange}$$

$$\max f\,(a_2) = a_2^T \Sigma a_2 - \lambda(a_2^T a_2 - 1) - \delta(a_2^T a_1 - 0)$$

$$\max f\,(a_2) = a_2^T \Sigma a_2 - \lambda a_2^T a_2 - \lambda - \delta a_2^T a_1 \quad (2.22)$$

dan dengan menurunkan terhadap vektor a_2 didapatkan

$$\frac{\partial f(a_2)}{\partial(a_2)} = 2\,\Sigma a_2 - 2\lambda a_2 - \delta a_1 = 0 \quad (2.23)$$

Jika persamaan tersebut dikalikan dengan a_2^T, akan diperoleh:

$$2a_2^T\,\Sigma a_2 - 2\lambda a_2^T a_2 - \delta a_2^T a_1 = 0,\ a_2^T a_1 = 0$$

$$2a_2^T\,\Sigma a_2 - 2\lambda a_2^T a_2 - 0 = 0$$

$$a_2^T\,\Sigma a_2 - \lambda a_2^T a_2 = 0$$

$$var(KU_2) - \lambda a_2^T a_2 = 0$$

$$var(KU_2) = \lambda a_2^T a_2,\ a_2^T a_2 = 1$$

$$var(KU_2) = \lambda \quad (2.24)$$

$var(KU_2)$ merupakan nilai eigen dari matriks kovarians Σ. a_2 tidak lain adalah vektor eigen yang berpadanan dengan nilai eigen terbesar kedua dari matriks kovarians Σ. Logika yang sama digunakan untuk mendapatkan komponen utama yang lain. Dapat ditunjukkan bahwa komponen utama ketiga (KU_2), keempat (KU_3),... , (KU_p), maka vektor eigen $a_{1p}, a_{2p}, \dots, a_{kp,}$adalah vektor eigen dari matriks kovarians Σ yang berpadanan dengan nilai eigen terbesar λ_3, λ_4,... , λ_p dan $var\left(a_p^T X\right) = \lambda_p$ dengan $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_p$.

Komponen utama memiliki sifat variansi yang semakin mengecil, sebagian besar variasi (keragaman atau informasi) dalam himpunan variabel yang diamati cenderung berkumpul pada beberapa komponen utama pertama, dan semakin sedikit informasi dari variabel asal yang terkumpul pada komponen utama terakhir.

Analisis komponen utama bukan merupakan akhir dari suatu pekerjaan pengolahan data tetapi juga biasanya digunakan sebagai tahap antara dalam kebanyakan penelitian yang bersifat lebih besar (luas). Analisis komponen utama merupakan tahap antara karena komponen utama dipergunakan sebagai input dalam membangun analisis regresi, selain itu dalam analisis klaster komponen utama dipergunakan sebagai input untuk melakukan pengelompokan.

2.4 Uji Korelasi

Dalam melakukan analisis komponen utama terdapat beberapa uji yang harus terpenuhi untuk menentukan variabel-variabel dalam data tersebut layak digunakan untuk menggunakan analisis komponen utama. Uji kelayakan data tersebut terdiri dari uji korelasi *Bartlett* dan uji *Kaiser Meyer Olkin* (KMO).

2.4.1 Uji *Bartlett*

Uji *Bartlett* merupakan uji yang digunakan untuk mengetahui apakah ada korelasi yang antar variabel (Hair, dkk., 1998). Uji ini dilakukan dengan melihat apakah matriks korelasi yang dihasilkan adalah matriks identitas yang mana masing-masing variabel berkorelasi sempurna hanya pada dirinya atau variabel itu sendiri (nilai korelasi 1), namun tidak berkorelasi dengan variabel lainnya (nilai korelasi 0). Apabila tidak terdapat korelasi, maka tidak dapat dilakukan analisis komponen utama. Berikut langkah pengujiannya.

1. Hipotesis

   $H_0 : \rho = 1$ (tidak terdapat korelasi antar variabel)

   $H_1 : \rho \neq 1$ (terdapat korelasi antar variabel)

2. Statistik Uji

   $$\chi^2_{hitung} = -\left[(N-1) - \frac{(2p+5)}{6}\right] ln|R| \qquad (2.25)$$

   dengan:

N : jumlah observasi (pengamatan)

p : jumlah variabel

$|R|$: determinan dari matriks korelasi

3. Taraf Signifikasi

   $\alpha = 0.05$

4. Daerah Kritis

   Terima H_0, jika $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{\alpha,p(p-1)/2}$ atau p-value $\geq \alpha$

   Tolak H_0, jika $\chi^2_{hitung} \geq \chi^2_{\alpha,p(p-1)/2}$ atau *p-value* $< \alpha$

5. Kesimpulan

   Jika H_0 ditolak maka terdapat korelasi antar variabel pada data, tetapi jika H_0 diterima maka tidak terdapat korelasi antar variabel pada data.

2.4.2 Uji *Kaiser Meyer Olkin* (KMO)-*Measure Of Sampling Adequancy* (MSA)

Uji ini digunakan untuk melihat apakah data layak untuk digunakan analisis komponen utama. Jika nilai KMO berada diantara 0,5 sampai 1 maka dapat disimpulkan data penelitian yang digunakan dapat dilakukan menggunakan analisis komponen utama (Delsen, dkk., 2017). Adapun uji hipotesis KMO sebagai berikut.

H_0 = Ukuran data cukup untuk analisis komponen utama

H_1 = Ukuran data tidak cukup untuk analisis komponen utama

Nilai statistik uji KMO sebagai berikut.

$$KMO = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} {r_{ij}}^2}{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} {r_{ij}}^2 + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} {\alpha_{ij}}^2} \quad ; i,j = 1,2,p \qquad (2.26)$$

dengan:

${r_{ij}}^2$ = nilai koefisien korelasi antar variabel ke-*i* dan *j*

${\alpha_{ij}}^2$ = nilai koefisien korelasi parsial antar variabel ke-*i* dan *j*

Kriteria keputusan adalah terima H_0 apabila nilai KMO lebih besar dari 0.5.

2.5 Varians Kovarians dan Korelasi

Komponen utama tergantung sepenuhnya pada matriks kovarians yang pada umumnya disimbolkan dengan $\mathbf{\Sigma}$ dan matriks korelasi ρ dari komponen utama peubah-peubah X_1, X_2, …, X_k. Komponen utama dapat dibentuk dari matriks varians-kovarians maupun matriks korelasi. Pembentukan komponen utama dapat menggunakan matriks korelasi ataupun matriks kovarians. Apabila satuan dari variabel yang digunakan dalam membentuk komponen utama tidak sama atau perbedaan skala yang jauh, maka variabel perlu ditransformasikan terlebih dahulu kedalam angka baku (Z) atau yang biasa disebut dengan standarisasi data (Mariana, 2013).

Matriks varians kovarians merupakan suatu matriks simetris yang berisi varians pada diagonal utamanya dan kovarians pada elemen selainnya (Raykov & Marcoulides, 2008). Koefisien varians menggambarkan sebuah indeks dari hubungan linear antara dua peubah penjelas. Sedangkan, matriks korelasi adalah matriks yang entri-entrinya terdiri dari koefisien korelasi, dan diagonal utamanya bernilai satu, dan matriksnya bersifat simetris. Dalam proses pembentukan komponen utama, matriks varians-kovarians digunakan jika satuan dari variabel sama dan perbedaan varians tidak terlalu jauh sehingga dapat dilakukan menggunakan variabel asal. Namun, jika varians sangat berbeda atau jika satuan pengukuran tidak sama, variabel lain akan berkontribusi sangat sedikit. Untuk representasi yang lebih seimbang dalam kasus seperti itu, dapat menggunakan matriks korelasi (Rencher, 2002).

Nilai eigen dari matriks varians kovarians $\mathbf{\Sigma}$ merupakan varians dari komponen utama, sehingga matriks varians kovarians dari KU, yaitu:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_P \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

Total keragaman variabel asal akan sama dengan total keragaman yang telah dijelaskan oleh komponen utama, yaitu:

$$\sum_{i=1}^{p} var(X_i) = tr(\Sigma) = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_p = \sum_{i=1}^{p} var(KU_i). \qquad (2.28)$$

Dengan *p* adalah buah komponen utama yang mampu menjelaskan semua total keragaman. Penyusutan dimensi dari variabel asal dilakukan dengan mengambil sejumlah kecil komponen yang dapat menjelaskan bagian terbesar varians data. Jika KU (*y*) yang diambil sebanyak *k* komponen, dengan $k < p$, maka proporsi dari keragaman total yang bisa diterangkan oleh komponen ke-*i* adalah:

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_p}, i = 1,2,\cdots,p \qquad (2.29)$$

ika populasi rata-ratanya $E(X) = \mu = (\mu_1, \mu_2, ..., \mu_p)$ maka matriks varians-kovariannya adalah:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \text{cov(X)} = E(X-\mu)(X-\mu)^T$$

$$= \left(E \begin{bmatrix} X_1 - \mu_1 \\ X_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ X_p - \mu_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 - \mu_1 & X_2 - \mu_2 & \cdots & X_p - \mu_P \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} E(X_1-\mu_1)^2 & E(X_1-\mu_1)(X_2-\mu_2) & \ldots & E(X_1-\mu_1)(X_P-\mu_P) \\ E(X_2-\mu_2)(X_1-\mu_1) & E(X_2-\mu_2)^2 & \ldots & E(X_2-\mu_2)(X_P-\mu_P) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ E(X_P-\mu_P)(X_1-\mu_1) & \sigma_{p2} & \ldots & E\left(X_P-\mu_p\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} var(x_1) & cov(x_1,x_2) & \ldots & cov(x_1,x_p) \\ cov(x_2,x_1) & var(x_2) & \ldots & cov(x_2,x_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \ldots & var(x_p) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \text{cov(X)} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \qquad (2.30)$$

Kemudian, gunakan kovarian σ_{ik} dengan varians σ_{ii} dan σ_{kk} untuk mendapatkan koefisien korelasi, yaitu:

$$\boldsymbol{\rho}_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{\sqrt{\sigma_{ii}}\sqrt{\sigma_{kk}}} \tag{2.31}$$

Misalkan ukuran matriks korelasi $\boldsymbol{\rho}$ adalah matriks simetris $p \times p$.

Maka matriks korelasi yang diperoleh, yaitu:

$$\boldsymbol{\rho}_{ik} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{11}}{\sqrt{\sigma_{11}}\sqrt{\sigma_{11}}} & \frac{\sigma_{12}}{\sqrt{\sigma_{11}}\sqrt{\sigma_{22}}} & \cdots & \frac{\sigma_{1p}}{\sqrt{\sigma_{11}}\sqrt{\sigma_{pp}}} \\ \frac{\sigma_{12}}{\sqrt{\sigma_{22}}\sqrt{\sigma_{11}}} & \frac{\sigma_{22}}{\sqrt{\sigma_{22}}\sqrt{\sigma_{22}}} & \cdots & \frac{\sigma_{2p}}{\sqrt{\sigma_{22}}\sqrt{\sigma_{pp}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\sigma_{ip}}{\sqrt{\sigma_{11}}\sqrt{\sigma_{pp}}} & \frac{\sigma_{2p}}{\sqrt{\sigma_{22}}\sqrt{\sigma_{pp}}} & \cdots & \frac{\sigma_{pp}}{\sqrt{\sigma_{pp}}\sqrt{\sigma_{pp}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{p1} & \rho_{p2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

Jika diberikan simpangan baku matriks *p x p*, mak a:

$$V^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{\sigma_{pp}} \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

Maka $\boldsymbol{\Sigma} = V^{\frac{1}{2}}\rho V^{\frac{1}{2}}$ dan $\boldsymbol{\rho} = (V^{\frac{1}{2}})^{-1}\Sigma(V^{\frac{1}{2}})^{-1}$

$V^{\frac{1}{2}}$ adalah simpangan baku dengan unsur diagonal utamanya $\sqrt{\sigma_{ii}}$ sedangkan unsur lainnya adalah nol dan koefisien korelasi ($\boldsymbol{\rho}$) merupakan sebuah ukuran yang menunjukan variabel-variabel yang saling berkorelasi. Untuk mencari nilai eigen dan menentukan vektor pembobotnya sama seperti pada matriks $\boldsymbol{\Sigma}$. Sementara *trace* matriks korelasi akan sama dengan jumlah *p* variabel yang dipakai. Pemilihan komponen utama yang digunakan didasarkan pada nilai eigennya, yaitu komponen utama akan digunakan apabila nilai eigennya lebih besar dari 1.

2.6 Standarisasi Data

Analisis komponen utama dapat dibentuk dari matriks korelasi atau kovarians dengan dilihat dari satuan data setiap variabel memiliki skala yang sama. Variabel yang memiliki nilai besar mempunyai pengaruh yang lebih besar dibandingkan variabel dengan nilai kecil. Untuk mengatasi masalah tersebut, dapat digunakan teknik standarisasi data sehingga semua variabel akan berbeda dalam jangkauan yang sama. Maka sebelum menghitung matriks korelasi atau kovarians, variabel harus distandarisasi apabila memungkinkan untuk menghindari masalah yang dihasilkan.

Proses standarisasi akan menjadikan data-data dengan perbedaan satuan yang lebar akan otomatis menjadi menyempit. Menurut Larose (2005), rumus standarisasi data sebagai berikut:

$$Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}, i = 1,2,\cdots,p \tag{2.34}$$

dengan:

Z = standarisasi variabel

x_i = data asli ari i

μ = rata-rata keseluruhan data setiap variabel

σ = standar deviasi

2.7 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Vektor eigen adalah gabungan kata dari bahasa jerman dan inggris. Dalam bahasa Jerman kata eigen berarti sebenarnya atau karakteristik, oleh karena itu nilai eigen dapat dikatakan nilai sebenarnya atau nilai karakteristik. Nilai *eigen* merupakan suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar pengaruh suatu variabel terhadap pembentukan karakteristik yang dinotasikan dengan λ (Delsen, dkk., 2017).

Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks *n x n,* maka vektor tak nol *x* dinamakan vektor eigen dari *A* jika $\boldsymbol{A}x$ adalah kelipatan skalar dari x, yaitu:

$$\boldsymbol{A}x = \lambda x \tag{2.35}$$

untuk suatu skalar λ. Skalar λ dinamakan nilai eigen (*eigen value*) dari $\boldsymbol{A}$ dan x dikatakan vektor eigen (*eigen vector*) yang bersesuaian dengan λ. Nilai eigen diperoleh dengan cara menyelesaikan persamaan karakteristik dari matriks korelasi, yaitu:

$$|A - \lambda I| = 0 \tag{2.36}$$

A adalah matriks *n x n* dan *I* adalah matriks identitas.

Dalam pendekatan aljabar, nilai eigen (λ) dan vektor eigen (v) dapat ditentukan dengan menggunakan definisi berikut:

$$(\boldsymbol{A} - \lambda I)v = 0 \tag{2.37}$$

dengan:

A = matriks kovarians pada data

λ = nilai eigen

I = matriks identitas

v = vektor eigen

Elemen-elemen yang terdapat pada matriks vektor eigen merupakan nilai *loading*/koefisien pada komponen utama yang terbentuk. Koefisien menyatakan besarnya variansi suatu variabel yang mampu dijelaskan oleh suatu komponen utama. Nilai dari variansi variabel yang besar berarti bahwa variabel mempunyai korelasi atau hubungan/pengaruh yang besar terhadap komponen utama yang mewakili data variabel-variabel yang mempengaruhi kemiskinan (Fitrianingsih & Sugiyarto, 2018). Faktor dominan ditentukan berdasarkan variabel yang saling berkorelasi dengan nilai *loading*/koefisien terbesar pada komponen utama (tanpa memperhatikan tanda negatif), karena memiliki nilai keragaman total yang paling besar. Variabel yang saling berkorelasi dengan nilai koefisien pada setiap komponen utama terpilih menunjukan faktor-faktor dominan di setiap komponen utama.

2.8 Penentuan Banyaknya Komponen Utama

Langkah awal dalam menentukan komponen utama dari variabel vektor X adalah memperoleh nilai eigen dan vektor eigen dari matriks varians kovarian atau matriks korelasi. Oleh karena itu, titik awal untuk analisis komponen utama adalah matriks varians kovarians atau matriks korelasi. Masalah umum yang biasanya muncul adalah memilih matriks mana yang akan digunakan, karena tidak terdapat hubungan yang jelas antara nilai eigen dan vektor eigen dari matriks varians kovarians dengan matriks korelasi sehingga komponen utama yang dihasilkan oleh keduanya bisa sangat berbeda. Masalah lain yaitu jumlah komponen utama yang digunakan. Dalam beberapa literatur, sering direkomendasikan menggunakan matriks korelasi, kecuali ada masukan yang cukup bahwa variabel-variabel yang ada diukur menggunakan range skala yang sama dan memiliki ukuran varians yang tidak terlalu jauh berbeda. Perbedaan satuan ukuran adalah salah satu pertimbangan utama saat menggunakan matriks korelasi.

Perbedaan satuan ukuran biasanya memengaruhi keragaman variabel. Salah satunya pertimbangan utama ketika menggunakan matriks korelasi. Menggunakan matriks korelasi sangat efektif, kecuali untuk dua hal. Pertama, pengujian statistik nilai eigen dan vektor eigen dari matriks korelasi secara teoritis jauh lebih rumit daripada menggunakan matriks varians kovarians. Kedua, menggunakan matriks korelasi, di mana setiap variabel memiliki varians yang sama, seringkali gagal mencapai tujuan untuk mendapatkan variabel dengan kontribusi terbesar.

Johnson & Wichern (2007) menyatakan bahwa terdapat tiga metode yang umum digunakan untuk menentukan banyaknya komponen utama. Metode pertama didasarkan pada kumulatif proporsi keragaman total yang mampu dijelaskan. Metode ini merupakan metode yang paling banyak digunakan, dan bisa diterapkan pada penggunaan matriks korelasi maupun matriks varians-kovarians. Minimum persentase keragaman yang mampu dijelaskan ditentukan terlebih dahulu, dan selanjutnya banyaknya komponen yang paling kecil hingga batas itu terpenuhi dijadikan sebagai banyaknya komponen utama yang digunakan.

Tidak ada patokan baku berapa batas minimum tersebut, Sebagian menyebutkan 70%, 80%, bahkan ada yang 90%. Idealnya, banyaknya komponen utama yang secara kumulatif telah dapat menerangkan sekitar 60% atau lebih variasi dalam data, khususnya untuk data sosial. Jika $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \cdots \geq \lambda_p$ adalah nilai eigen dari matriks varians-kovarians maka proporsi kumulatif dari k komponen utama pertama adalah

$$\frac{\sum_{i=1}^{k} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{p} \lambda_i}, k = 1, 2, \cdots, p \qquad (2.38)$$

Untuk $k \leq p$.

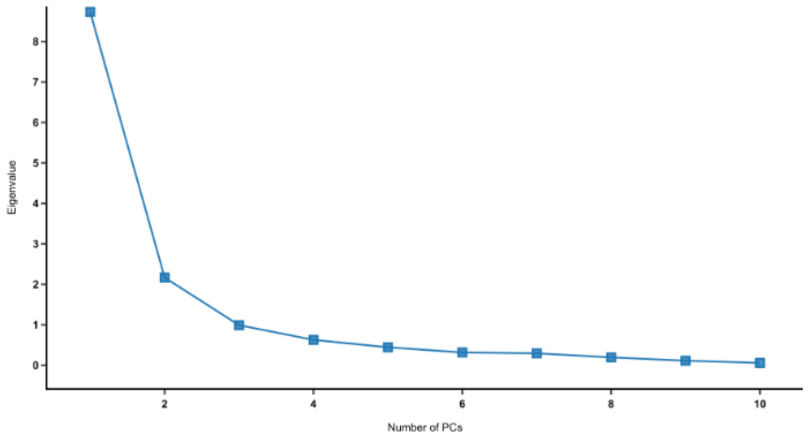
Pada kasus penggunaan matriks korelasi maka,

$$\sum_{i=1}^{p} \lambda_i = p \tag{2.39}$$

Sehingga proporsi kumulatifnya adalah

$$\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{k} \lambda_i \text{ }, k = 1, 2, \cdots, p \tag{2.40}$$

Metode kedua hanya bisa diterapkan pada penggunaan matriks korelasi. Ketika menggunakan matriks ini, peubah asal ditransformasi menjadi peubah yang memiliki ragam yang sama yaitu satu. Pemilihan komponen utama didasarkan pada ragam komponen utama, yang tidak lain adalah nilai eigen. Jika peubah asal saling bebas maka komponen utama tidak lain adalah peubah asal, dan setiap komponen utama akan memiliki ragam satu. Sehingga jika ada komponen utama yang ragamnya kurang dari satu dianggap memiliki kontribusi yang kurang. Dengan cara ini, komponen yang berpadanan dengan nilai eigen kurang dari satu tidak digunakan



Gambar 1. *Scree Plot.*

Metode ketiga adalah penggunaan grafik yang disebut *scree plot*. *Scree plot* adalah alat bantu visual yang berguna untuk menentukan jumlah komponen utama yang sesuai. Cara ini bisa digunakan ketika titik awalnya matrik korelasi maupun varians-kovarian. *Scree plot* merupakan plot antara nilai eigen λ_k dengan *k*. Nilai eigen diurutkan dari yang terbesar ke terkecil, dan *scree plot* nya adalah λ_k dan *k* yang merupakan grafik penghubung antara jumlah nilai eigen dan bilangan tersebut. Ide dalam metode ini adalah bahwa banyaknya komponen utama yang dipilih sedemikian rupa sehingga selisih antara nilai eigen yang berurutan sudah tidak besar lagi.

Pada *scree plot* bagian vertikal mendefiniskan nilai eigen, sedangkan horizontal mendefinisikan banyaknya komponen utama. Kemudian, pada *scree plot* ditariklah garis yang menghubungkan titik-titik nilai eigen setiap faktor. Banyaknya komponen utama yang diambil adalah dengan memilih titik sebelum kurva menurun tajam atau mulai melandai. Dalam menentukan jumlah variabel baru yang akan digunakan bersifat subjektif maka, tergantung pada peneliti akan obyek atau kasus yang dianalisis. Oleh karena itu, kesimpulan tiap analisis akan memberikan hasil yang berbeda-beda.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2022/2023, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari *website* Badan Pusat Statistik (BPS): https://www.bps.go.id/. Dan juga telah dipublikasikan dalam Data dan Informasi Kemisikinan Kabupaten/Kota Tahun 2021 yang merupakan hasil perhitungan data Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) periode Maret 2021. Dalam analisis ini, data yang digunakan berjumlah 119 data yang menjadi obyek dari analisis komponen utama yang berkaitan dengan kemiskinan. Berdasarkan data tersebut peneliti menggunakan sebanyak 15 variabel yang akan dilakukan untuk pengujian. Struktur data penelitian yang digunakan dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Data Publikasi Terkait Kemiskinan (Variabel $X_1 - X_8$)

Kecamatan	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
Kepulauan Seribu	9.14	57.94	32.92	100	100	100	53.03	30.7
Kota Jakarta Selatan	5.97	37.16	56.87	100	100	100	53.62	20.27
Kota Jakarta Timur	7.59	48.83	43.58	99.06	97.28	96.58	51.3	20.23
Kota Jakarta Pusat	12.62	52.31	25.07	100	98.39	82.41	45.41	25.75
Kota Jakarta Barat	3.7	42.4	53.9	100	100	100	45.88	23.97
…	…	…	…	…	…	…	…	…
Kota Cilegon	22.22	28.29	39.49	99.77	100	100	58.67	11.79
Kota Serang	18.59	66.79	14.61	100	100	81.83	57.73	22.45
Kota Tangerang S.	0	37.6	62.4	100	100	100	55.3	23.29

Tabel 2. Data Publikasi Terkait Kemiskinan (Variabel $X_9 - X_{15}$)

Kecamatan	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}
Kepulauan Seribu	16.27	53.03	21.72	25.25	89.71	93.21	70.47
Kota Jakarta Selatan	26.1	53.62	0	46.38	100	93.84	58.87
Kota Jakarta Timur	28.48	51.3	0	48.7	97.9	91.76	57.96
Kota Jakarta Pusat	28.64	45.41	0	54.59	100	83.46	70.02
Kota Jakarta Barat	301.5	45.88	0.93	53.19	100	96.07	60.82
…	…	…	…	…	…	…	…
Kota Cilegon	29.55	58.67	1.43	39.9	100	81.76	60.14
Kota Serang	19.82	57.73	5.81	26.46	99.94	86.95	68.31
Kota Tangerang S.	21.41	55.3	6.52	38.18	100	100	57.72

Adapun keterangan dari masing-masing variabel sebagai berikut :

1. Tidak Tamat SD (X_1) merupakan persentase penduduk berusia 15 tahun ke atas yang tidak tamat SD.
2. Tamat SMP (X_2) merupakan persentase penduduk berusia 15 tahun ke atas yang tamat SMP.
3. Tamat SMA (X_3) merupakan persentase penduduk berusia 15 tahun ke atas yang tamat SMA.
4. Angka Melek Huruf (15-55th) (X_4) merupakan persentase penduduk berumur 15 sampai 55 tahun yang dapat membaca membaca dan menulis kalimat

sederhana dalam aksara tertentu, yaitu huruf latin, huruf arab, atau huruf lainnya.

5. Angka Partisipasi Sekolah (7-12th) (X_5) merupakan persentase penduduk yang bersekolah pada kelompok umur 7 sampai 12 tahun.
6. Angka Partisipasi Sekolah (13-15th) (X_6) merupakan persentase penduduk yang bersekolah pada kelompok umur 13 sampai 15 tahun.
7. Tidak Bekerja (X_7) merupakan persentase penduduk yang menjadi pencari pekerjaan/ menganggur dan bukan angkatan kerja.
8. Bekerja di Kegiatan Informal (X_8) merupakan persentase penduduk usia 15 tahun keatas yang memiliki status dalam pekerjaannya yaitu berusaha sendiri, berusaha di bantu buruh tidak tetap/buruh tidak di bayar, pekerja bebas, atau pekerja keluarga/tidak di bayar.
9. Bekerja di Kegiatan Formal (X_9) merupakan persentase penduduk usia 15 tahun keatas yang memiliki status dalam pekerjaannya yaitu bekerja dibantu buruh tetap/buruh dibayar atau buruh/karyawan/pegawai.
10. Bekerja di Sektor Pertanian (X_{10}) merupakan persentase penduduk usia 15 tahun ke atas dan pekerjaan utamanya adalah menanam padi, perikanan, perkebunan, peternakan, kehutanan, dan pertanian lainnya.
11. Bekerja Bukan di Sektor Pertanian (X_{11}) merupakan persentase penduduk yang usia 15 tahun ke atas dan pekerjaan utamanya adalah selain di sektor pertanian, seperti pertambangan, transportasi, keuangan, jasa atau lainnya.
12. Air Layak (X_{12}) merupakan persentase rumah tangga penduduk yang menggunakan sumber utama air minum terlindung yang meliputi leding, sumur bor atau sumur pompa, sumur terlindung, mata air terlindung, dan air hujan.
13. Jamban Sendiri (X_{13}) merupakan persentase rumah tangga penduduk yang menggunakan fasilitas tempat pembuangan air besar dalam rumah tangga sendiri.
14. Penerima Beras Miskin/Sembako (X_{14}) merupakan persentase rumah tangga penduduk yang pernah menerima bantuan pangan berupa beras miskin.

15. Pengeluaran Konsumsi Makanan (X_{15}) merupakan persentase penduduk yang pengeluaran perkapita/perbulan untuk makanan dan di bagi dengan jumlah anggota yang ada dirumah.

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan bantuan *software* Rstudio 4.1.5. Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menginput data publikasi terkait kemiskinan dari hasil SUSENAS BPS di Pulau Jawa tahun 2021.
2. Mendeskripsikan karakteristik data publikasi terkait kemiskinan dengan menggunakan statistika deskriptif.
3. Melakukan standarisasi data jika variabel yang digunakan memiliki satuan dan rentang yang berbeda.
4. Menguji kelayakan data dengan Uji *Bartlett* dan Uji KMO.
5. Menentukan matriks kovarians dari variabel-variabel penelitian.
6. Menentukan nilai eigen dari hasil matriks korvarians yang telah diperoleh.
7. Menentukan vektor eigen dari dari hasil matriks kovaians yang telah diperoleh.
8. Menentukan banyaknya komponen utama yang terbentuk, yaitu:
   1) Menggunakan nilai eigen > 1.
   2) Menggunakan proporsi varians kumulatif terhadap totalnya.
   3) Menggunakan *scree plot*, yaitu jumlah komponen yang diambil. Adalah pada titik sebelum kurva menurun tajam atau mulai melandai dari hasil nilai proporsi kumulatif.
9. Melakukan interepretasi terhadap hasil penelitian.
10. Kesimpulan.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Metode analisis komponen utama dapat digunakan untuk mereduksi variabel dengan baik dan dapat menentukan faktor dominan yang berpengaruh terhadap kemiskinan di Pulau Jawa Tahun 2021. Kesimpulan yang didapatkan selama proses pengerjaan penelitian pada data kemiskinan dengan metode analisis komponen utama adalah sebagai berikut:

1. Hasil penyederhanaan analisis komponen utama dengan 13 variabel penelitian yang memengaruhi kemiskinan di Pulau Jawa menunjukkan bahwa terdapat empat Komponen Utama atau faktor yang terbentuk dan dapat menjelaskan varians data secara keseluruhan sebesar 73.353% dalam menjelaskan keberagaman dari variabel asal.
2. Komponen Utama terdiri terbentuk yaitu KU_1, KU_2, KU_3, dan KU_4. Komponen Utama 1 (KU_1) terdiri dari variabel Tamat SMA (X_3), Bekerja di Kegiatan Informal (X_8), Bekerja di Kegiatan Formal (X_9), dan Bekerja di Sektor Pertanian (X_{10}), serta Bekerja Bukan di Sektor Pertanian (X_{11}). Komponen Utama 2 (KU_2) terdiri dari variabel Tidak Bekerja (X_7), Penerima Beras Miskin/Sembako (X_{14}), dan Pengeluaran Konsumsi Makanan (X_{15}). Lalu, untuk Komponen Utama 3 (KU_3) terdiri dari variabel Tidak Lulus SD (X_{11}), Angka Melek Huruf (15-55th) (X_4) dan Jamban Sendiri (X_{13}). Dan untuk Komponen Utama 4 (KU_4) terdiri dari Angka Partisipasi Sekolah (13-15th) (X_6), dan Air Layak (X_{12}).

5.2 Saran

1. Penelitian ini menganalisis faktor masih menggunakan metode Analisis Komponen Utama. Maka, diperlukan adanya pengembangan metode lain yang dapat digunakan dalam mencari faktor dari suatu permasalahan. Selain itu, jumlah variabel yang digunakan dapat ditambah yang dianggap mampu memengaruhi kemiskinan sehingga akan didapatkan variabel-variabel baru lainnya yang juga berpengaruh terhadap kemiskinan sehingga hasil akhir yang didapat dapat dibandingkan dengan penelitian sebelum-sebelumnya termasuk penelitian ini.

2. Berdasarkan hasil penelitian yang telah didapatkan, diharapkan pemerintah melakukan beberapa upaya untuk lebih memfokuskan dan memutuskan kebijakan-kebijakan tertentu sebagai acuan agar dapat mengurangi kemiskinan terutama pada beberapa faktor yang berpengaruh besar terhadap kemiskinan.

DAFTAR PUSTAKA

Alwi, W. dan Hasrul, M. 2018. Analisis Klaster untuk Pengelompokan Kabupaten/Kota di Propinsi Sulawesi Selatan berdasarkan Indikator Kesejahteraan Rakyat. *Jurnal Matematika dan Statistika serta Aplikasinya*. **6**(1): 35-42.

Anton, H. 1987. *Aljabar Linear Elementer*. Erlangga, Jakarta.

Badan Pusat Statistik. 2021. *Data dan Informasi Kemiskinan Kabupaten Kota Tahun 2021.* Badan Pusat Statistik, Jakarta.

Delsen, M.S.N.V., Wattimena, A.Z., dan Saputri, S.D. 2017. Penggunaan metode analisis komponen utama untuk mereduksi faktor-faktor Inflasi di Kota Ambon. *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan.* **11**(2): 109-118.

Fitrianingsih dan Sugiyarto. 2018. Implementasi Analisa Komponen Utama untuk Mereduksi Variabel yang Mempengaruhi Perbaikan pada Fungsi Ginjal Tikus. *AdMathEdu*. **8**(2): 115-124.

Hair, J.F., Anderson, R.E., Tatham, R.M., dan Black, W.C. 1998. *Multivariate Data Analysis With Readings*. 4th Edition. Prentice Hall, Engleweood Cliffts, NJ.

Haumahu, G., dan Norisca, L. 2020. Penerapan Analisis Komponen Utama Dalam Mereduksi Faktor-Faktor Penyebab Diare di Provinsi Maluku. *Map (Mathematics and Applications) Journal*. **2**(1): 41-46.

Islami, N., dan Anis, A. 2019. Pengaruh Upah Minimum Provinsi, Pendidikan, dan Kesehatan Terhadap Kemiskinan Di Indonesia. *Jurnal Kajian Ekonomi dan Pembangunan.* **1**(3): 939-948.

Johnson, R.A., dan Wichern, D.W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. 6th Edition. Pentice Hall Inc., New Jersey.

Jolliffe, I.T. 2002. *Principal Componen Analysis*. 8th Edition. Springer-Verlag, Newyork.

Kuntoro, H. 2014. *Teori dan Aplikasi Analisis Multivariat Lanjut.* Zifatama Publisher, Jawa Timur.

Krzanowski, W.J. 1998. *An Introduction to Statistical Modelling*. Arnold, London.

Larose, D.T. 2005. *Discovering Knowledge in Data: An Introduction to Data Mining*. 8th Edition. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.

Mariana. 2013. Analisis Komponen Utama. *Jurnal Matematika dan Pembelajarannya*. **2**(2):103-104.

Pangkey, R., Langi, Y., dan Komalig, H. 2018. Aplikasi Analisis Komponen Utama dan Analisis Gerombol pada Varietas Tanaman Hias Krisan (*Chrysanthemum Morifolium R.*) di Kota Tomohon. *Jurnal Matematika dan Aplikasi*. **7**(2): 73-77.

.

Purnama, D.I. 2019. Analisis Komponen Utama Pada Data Potensi Kecamatan di Kota Palu Sebelum Bencana Gempa Bumi dan Tsunami 28 September 2018. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*. **16**(1): 25-32.

Putra, H. S., & Rianto, N. 2016. Pengaruh Akses Air Bersih Terhadap Kemiskinan di Indonesia: Pengujian Data Rumahtangga. *Jurnal Sosial Ekonomi Pekerjaan Umum.*

Raykov, T. dan Marcoulides, G.A. 2008. *An Introduction to Applied Multivariat Analysis.* Taylor and Fracis Group, New York.

Rencher, A.C. 2002. *Method of Multivariate Analysis.* 2th Edition. John Wiley & Sons, Inc., Canada.

Zahra, Afifatus., Fatin, A., dan Afuwu, Hanifah. 2019. Struktur Kemiskinan Indonesia: Berapa Besar Pengaruh Kesehatan, Pendidikan dan Kelayakan Hunian?. *Jurnal Inovasi Ekonomi.* **2**(2): 67-74.