

**PENERAPAN METODE *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS* (SSA)
PADA PERAMALAN DATA JUMLAH PENUMPANG KERETA API
DI SUMATERA**

(Skripsi)

Oleh

**DEBI NUR FITRIANI
NPM 1917031095**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023**

ABSTRACT

APPLICATION OF SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS (SSA) METHOD ON FORECASTING TRAIN PASSENGERS DATA IN SUMATERA

By

DEBI NUR FITRIANI

Time series is a series of observations of a variable that is collected, recorded, or observed over a period of time in sequence. Singular Spectrum Analysis is a powerful method to analyze time series data by decomposing the original time series data into several small components that can be identified such as trend, periodic, and noise components. One of the data that can be used is data on the number of train passengers in Sumatra in 2013-2022. In this study, the Singular Spectrum Analysis method is used to forecast the number of train passengers in Sumatra in 2013-2022. The best Singular Spectrum Analysis model in this study was obtained at windows length 22 and the number of groups 8 with MAPE value of 19.55%.

Keyword : Forecasting, Singular Spectrum Analysis, Windows Length, MAPE

ABSTRAK

PENERAPAN METODE *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS* (SSA) PADA PERAMALAN DATA JUMLAH PENUMPANG KERETA API DI SUMATERA

Oleh

DEBI NUR FITRIANI

Deret waktu merupakan rangkaian pengamatan terhadap suatu variabel yang dikumpulkan, dicatat, atau diamati selama kurun waktu tertentu secara berurutan. *Singular Spectrum Analysis* merupakan metode yang cukup *powerful* untuk menganalisis data deret waktu dengan menguraikan data deret waktu asli menjadi beberapa komponen kecil yang dapat diidentifikasi seperti komponen *trend*, periodik, dan *noise*. Salah satu data yang dapat digunakan adalah data jumlah penumpang kereta api di Sumatera tahun 2013-2022. Pada penelitian ini metode *Singular Spectrum Analysis* digunakan untuk meramalkan jumlah penumpang kereta api di Sumatera tahun 2013-2022. Model *Singular Spectrum Analysis* yang paling baik dalam penelitian ini diperoleh pada *windows length* 22 dan jumlah grup 8 dengan MAPE sebesar 19.55%.

Kata Kunci : Peramalan, *Singular Spectrum Analysis*, *Windows Length*, MAPE

**PENERAPAN METODE *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS* (SSA)
PADA PERAMALAN DATA JUMLAH PENUMPANG KERETA API
DI SUMATERA**

Oleh

DEBI NUR FITRIANI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023**

Judul Skripsi : PENERAPAN METODE SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS (SSA) PADA PERAMALAN DATA JUMLAH PENUMPANG KERETA API DI SUMATERA

Nama Mahasiswa : Debi Nur Fitriani

Nomor Pokok Mahasiswa : 1917031095

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Widiarti, S.Si., M.Si.
NIP. 198005022005012003

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

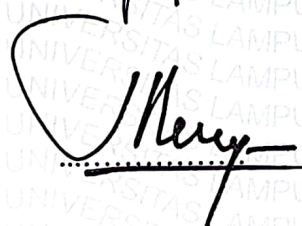
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

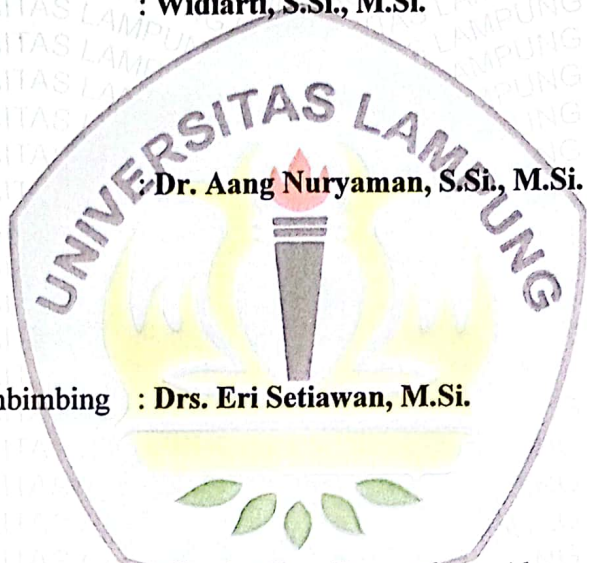
Ketua : Widiarti, S.Si., M.Si.



Sekretaris : Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.



**Penguji
Bukan Pembimbing : Drs. Eri Setiawan, M.Si.**



**2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung**



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002



Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 11 Agustus 2023

PERNYATAAN

Yang bertandatangan di bawah ini :

Nama : **Debi Nur Fitriani**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1917031095**

Jurusan : **Matematika**

Judul Skripsi : **Penerapan Metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA) Pada Peramalan Data Jumlah Penumpang Kereta Api di Sumatera**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 11 Agustus 2023
Yang Menyatakan,




Debi Nur Fitriani
NPM. 1917031095

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Debi Nur Fitriani lahir di Tangerang 16 Januari 2001. Penulis merupakan putri dari Bapak Subandi dan Ibu Siti Julaeha. Penulis merupakan anak ketiga dari tiga bersaudara.

Penulis menempuh pendidikan di TK Nurul Islam pada tahun 2006 sampai 2007. Pendidikan sekolah dasar di SD Nurul Islam pada tahun 2007 sampai 2013. Pendidikan menengah pertama di SMP Islamic Centre Kota Tangerang pada tahun 2013 sampai 2016. Pendidikan menengah atas di SMA Islamic Centre Kota Tangerang pada tahun 2016 sampai 2019.

Pada tahun 2019 penulis terdaftar sebagai Mahasiswi Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN). Selama menjadi mahasiswi penulis aktif di Himpunan Mahasiswa Banten (HMB) sebagai Anggota Divisi Komunikasi dan Informasi pada tahun 2021, serta penulis juga aktif dalam kegiatan kepanitiaan Dies Natalis Jurusan Matematika (DINAMIKA) yaitu sebagai Anggota Divisi Humas dan Publikasi DINAMIKA XXI. Pada awal tahun 2022, penulis melakukan Kerja Praktik (KP) selama 40 hari di Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung. Pada pertengahan tahun 2022, sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 40 hari di Desa Itik Rendai, Kecamatan Melinting, Kabupaten Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

“Boleh jadi kamu membenci sesuatu padahal ia amat baik bagimu dan boleh jadi pula kamu menyukai sesuatu padahal ia amat buruk bagimu, Allah mengetahui sedangkan kamu tidak mengetahui”

(QS. Al-Baqarah : 216)

“Karena sesungguhnya sesudah kesulitan ada kemudahan”

(QS. Al-Insyirah : 5)

“Siapa yang menempuh jalan untuk mencari ilmu, maka Allah akan mudahkan baginya jalan menuju surga”

(HR Muslim)

“Life is tough, and things don't always work out well, but we should be brave and go on with our lives”

(Suga BTS)

“It's okay if you don't do anything, but don't expect to move forward from where you are in life”

(Kuzuha)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan taufik dan hidayah-Nya untuk menyelesaikan skripsi ini, kupersembahkan karya kecil dan sederhana ini kepada :

Papah dan Mamah Tercinta

Yang selalu bekerja dengan keras agar penulis dapat menempuh pendidikan dan mendapat gelar sarjana, yang tidak pernah lelah untuk selalu mendoakan, memberikan dukungan, nasehat dan kasih sayang yang tidak mungkin terbalas oleh apapun.

Kakak-kakak Tersayang

Yang telah memberikan semangat, motivasi, doa dan dukungan.

Dosen Pembimbing dan Penguji

Yang senantiasa meluangkan waktu untuk mengarahkan dan memotivasi penulis

Sahabat-sahabatku

Yang selalu memberikan doa, dukungan, motivasi, canda dan tawa yang telah menemani penulis dalam setiap langkahnya

Almamater Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji dan syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT karena berkat taufik dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penerapan Metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA) Pada Peramalan Data Jumlah Penumpang Kereta Api di Sumatera”.

Skripsi ini dibuat sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, motivasi, serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing I yang selalu bersedia memberikan waktu, arahan, bimbingan, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing II dan Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang telah bersedia memberikan waktu, arahan, bimbingan, dan dukungan kepada penulis.
3. Bapak Drs. Eri Setiawan, M.Si., selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis.
4. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc., selaku Pembimbing Akademik yang selalu bersedia memberikan bimbingan, saran serta dukungan kepada penulis pada hal yang berkaitan dengan akademik.

5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Papah, Mamah, Ami, Kak Nisa, Adut dan Kak Yepi terima kasih atas cinta, kasih sayang, doa serta dukungan yang tiada hentinya kepada penulis.
8. Mut, Fazira, Dinda, Putri N., dan teman-teman lainnya yang selalu memberikan semangat, saran dan menjadi tempat berkeluh kesah penulis.
9. Teman-teman seperjuangan yaitu Hijri, Mega, Niken, Novi dan Nada yang selalu berbagi suka duka, saling membantu dan saling memotivasi.
10. Feby, Putri A., Hijri, Qory, Aulia Zahro, Nada, Deswita dan teman-teman Kelas D lainnya yang telah membuat perkuliahan penulis lebih berwarna.
11. Himpunan Mahasiswa Banten sebagai teman seperantauan penulis.
12. Teman-teman Jurusan Matematika Angkatan 2019
13. Fura Kanato, Selen Tatsuki, dan Lauren Iroas yang telah menghibur, menginspirasi, dan memotivasi penulis melalui karya-karyanya.
14. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Bandar Lampung, 11 Agustus 2023
Penulis

Debi Nur Fitriani

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR GAMBAR	vii
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Manfaat Penelitian.....	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Peramalan	4
2.2 Analisis Deret Waktu	5
2.3 Komponen Deret Waktu.....	5
2.3.1 Pola Kecenderungan.....	5
2.3.2 Pola Musiman.....	6
2.3.3 Pola Siklis.....	6
2.3.4 Pola Acak	6
2.4 <i>Singular Spectrum Analysis (SSA)</i>	7
2.4.1 Dekomposisi.....	7
2.4.2 Rekonstruksi.....	9
2.4.3 <i>Recurrent Forecasting (R-forecasting)</i>	11
2.5 Kriteria Keterbaikan Model	12
III. METODOLOGI PENELITIAN	14
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	14
3.2 Data Penelitian	14
3.3 Metode Penelitian.....	14
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1 Deskripsi Data	16
4.2 Metode <i>Singular Spectrum Analysis (SSA)</i>	17

4.2.1	Dekomposisi.....	18
4.2.2	Rekonstruksi.....	22
4.2.3	<i>Recurrent Forecasting</i>	27
V.	KESIMPULAN	29
	DAFTAR PUSTAKA	30
	LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Kriteria Nilai MAPE (Chang, <i>et al.</i> , 2007).....	13
2. Jumlah Penumpang Kereta Api di Pulau Sumatera tahun 2013-2022.....	16
3. Data <i>In sample</i>	18
4. Data <i>Out sample</i>	19
5. <i>Windows Length</i> (L).....	20
6. Nilai <i>Eigen</i> dan <i>Singular Value</i>	21
7. Hasil <i>Vector Eigen</i>	22
8. Nilai <i>Principal Component</i>	23
9. Hasil <i>Grouping</i>	25
10. Hasil <i>Diagonal Averaging</i>	27
11. Hasil Ramalan Data <i>Out Sample</i>	27
12. Peramalan Jumlah Penumpang Kereta Api di Sumatera dengan Metode SSA Tahun 2023	28

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Plot Nilai <i>Windows Length</i> Dengan Entri Nilai <i>Vector Eigen</i>	24
2. Plot <i>W-Correlation</i>	25

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Deret waktu merupakan rangkaian pengamatan terhadap suatu variabel yang diperoleh secara berurutan dan disusun berdasarkan waktu dengan interval yang sama dalam bentuk harian, mingguan, bulanan, tahunan, triwulanan, dan lain sebagainya (Wei, 2006). Data deret waktu merupakan data yang disatukan, dicatat, atau diamati berdasarkan urutan waktu. Studi yang dipakai untuk memproses data deret waktu adalah analisis deret waktu. Analisis deret waktu dapat dipakai untuk melakukan peramalan, kemudian hasil peramalannya dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam pengambilan suatu keputusan.

Peramalan merupakan teknik yang berguna untuk memperkirakan nilai di masa yang akan datang dengan mengacu pada data yang tersedia di masa lampau. Hal yang harus diperhatikan dalam peramalan adalah nilai galat (*error*) nya, semakin kecil nilai galat maka semakin baik hasil ramalan yang dihasilkan. Pemilihan metode peramalan perlu mempertimbangkan jenis pola data. Pola data deret waktu dapat dibedakan menjadi empat jenis pola, yaitu pola kecenderungan, pola musiman, pola siklis, dan pola acak.

Pada data stasioner maupun nonstasioner yang tidak memiliki pola musiman, peramalan dapat dianalisis dengan menggunakan metode rata-rata bergerak, metode penghalusan eksponensial tunggal dan metode penghalusan eksponensial ganda. Tetapi apabila data memiliki pola musiman maka metode yang cocok digunakan adalah metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA) (Khaeri, dkk., 2017).

Metode *Singular Spectrum Analysis* adalah metode peramalan yang lebih fleksibel dibandingkan dengan metode peramalan lainnya, karena metode ini menggunakan pendekatan nonparametrik artinya tidak perlu melakukan uji asumsi seperti independensi dan normalitas residual, serta metode ini cocok digunakan untuk data stasioner maupun nonstasioner (Hidayat K.W., dkk., 2020).

Terdapat banyak data dengan pola musiman yang dapat dianalisis dan diramalkan, salah satunya adalah data jumlah penumpang kereta api. Berdasarkan data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS), jumlah penumpang kereta api selalu mengalami kenaikan di beberapa bulan tiap tahunnya. Kenaikan ini biasanya terjadi pada saat idul fitri serta pada saat natal dan tahun baru. Oleh karena itu, penting adanya peramalan jumlah penumpang sehingga pihak PT Kereta Api Indonesia dapat mempersiapkan fasilitas tambahan untuk mengatasi lonjakan jumlah penumpang di masa yang akan datang. Beberapa penelitian mengenai metode *Singular Spectrum Analysis* ini sudah dilakukan sebelumnya oleh Khaeri, dkk. (2017) tentang penerapan metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA) pada peramalan data jumlah penumpang kereta api di pulau Jawa tanpa melibatkan wilayah Jabodetabek tahun 2017. Kemudian Siregar, dkk. (2017) melakukan penelitian mengenai aplikasi metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA) dalam peramalan pertumbuhan ekonomi Indonesia tahun 2017. Pada tahun 2020, Andhika, dkk. meneliti tentang peramalan nilai tukar petani menggunakan metode *Singular Spectrum Analysis*. Selanjutnya Sodikin, dkk (2021) melakukan penelitian tentang penerapan metode *Singular Spectrum Analysis* dalam peramalan jumlah pengunjung wisatawan mancanegara yang berkunjung ke Daerah Khusus Ibukota Jakarta.

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai peramalan data jumlah penumpang kereta api di Sumatera tahun 2013-2022. Data jumlah penumpang kereta api di Sumatera merupakan data yang bersifat musiman, maka metode yang akan digunakan adalah metode *Singular Spectrum Analysis*.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengaplikasikan metode *Singular Spectrum Analysis* pada peramalan data jumlah penumpang kereta api di Sumatera tahun 2013-2022.
2. Mengetahui besar tingkat akurasi peramalan metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA) pada peramalan data jumlah penumpang kereta api di Sumatera tahun 2013-2022 dengan kriteria MAPE.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Memberikan pengetahuan baru mengenai metode *Singular Spectrum Analysis* untuk peramalan data deret waktu.
2. Dapat menjadi referensi untuk pembaca apabila ingin melakukan penelitian mengenai metode *Singular Spectrum Analysis*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Peramalan

Peramalan adalah memperkirakan besar atau jumlah sesuatu di masa depan berdasarkan data masa lampau yang dianalisis secara alamiah, terutama menggunakan metode statistika (Sudjana, 1986). Peramalan diperlukan untuk mengantisipasi suatu peristiwa yang mungkin terjadi di masa yang akan datang, sehingga dapat dipersiapkan tindakan-tindakan yang diperlukan.

Menurut Makridakis, dkk. (1999), metode peramalan dibedakan ke dalam dua kategori, yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif. Metode kualitatif dipakai ketika tidak ada data masa lampau sehingga peramalan tidak dapat dilakukan. Pada metode kualitatif, peramalan didasarkan atas pendapat para ahli yang akan menjadi pertimbangan dalam pengambilan keputusan sebagai hasil dari peramalan yang dilakukan. Metode kuantitatif digunakan jika terdapat data masa lampau. Peramalan dengan metode kuantitatif dibagi menjadi dua bagian, yaitu model deret waktu dan model kausal. Model deret waktu dilakukan untuk memprediksi masa depan dengan menggunakan data masa lampau yang disatukan, dicatat, atau diamati berdasarkan urutan waktu. Model kausal dilakukan dengan anggapan adanya hubungan antara variabel yang satu dengan variabel yang lain.

2.2 Analisis Deret Waktu

Deret waktu merupakan serangkaian data observasi yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu yang tetap. Analisis deret waktu adalah prosedur statistik yang digunakan untuk meramalkan struktur probabilistik dari kejadian-kejadian di masa yang akan datang untuk pengambilan keputusan. Analisis deret waktu memungkinkan untuk menentukan perkembangan satu atau beberapa kejadian serta hubungan atau pengaruhnya terhadap kejadian lainnya (Supranto, 2000).

2.3 Komponen Deret Waktu

Analisis deret waktu melibatkan identifikasi komponen-komponen yang menyebabkan terjadinya fluktuasi dalam serangkaian data historis. Komponen-komponen ini dapat dibagi menjadi empat jenis, yaitu:

2.3.1 Pola Kecenderungan

Kecenderungan atau *trend* (T) adalah pergerakan jangka panjang yang menunjukkan kecenderungan naik atau turun secara keseluruhan. Pergerakan *trend* jangka panjang merupakan garis halus atau kurva yang menunjukkan suatu kecenderungan umum dari data berkala. Kecenderungan tersebut dapat berupa arah naik ataupun arah turun.

2.3.2 Pola Musiman

Pola musiman atau *seasonal* (S) juga merupakan fluktuasi periodik, tetapi periode waktunya sangat singkat, sekitar satu tahun atau kurang. Pergerakan musiman adalah pergerakan yang memiliki pola tetap atau identik dari waktu ke waktu dengan durasi kurang dari satu tahun. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa variasi musiman adalah pola yang berulang dalam jangka waktu yang pendek (Box & Jenkins, 1976).

2.3.3 Pola Siklis

Pola siklis (C) merupakan pola yang terjadi ketika data deret waktu menunjukkan pergerakan naik dan turun di sekitar garis kecenderungan yang tidak memiliki periode tetap atau deret tersebut dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang. Pergerakan siklis dapat berulang setelah periode waktu tertentu (setelah 3 tahun, 5 tahun, atau lebih), tetapi mungkin tidak berulang dalam periode waktu yang sama.

2.3.4 Pola Acak

Pola acak (I) menunjukkan fluktuasi acak sebagai akibat dari adanya perubahan mendadak. Pergerakan acak adalah pergerakan yang bersifat sporadis atau pergerakan dengan pola yang tidak beraturan dan tidak dapat diprediksi dalam waktu yang singkat. Pergerakan seperti ini disebabkan oleh kejadian-kejadian yang bersifat kebetulan seperti banjir, pemilihan umum, pemogokan dan pergantian pemerintah (Supangat, 2007).

2.4 Metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA)

Singular Spectrum Analysis merupakan teknik analisis deret waktu yang menggabungkan analisis deret waktu klasik, statistika multivariat, geometrik multivariat, *symanical systems*, dan *signal processing* (Golyandina & Zhingljavsky, 2013). Metode *Singular Spectrum Analysis* dikenal sebagai metode yang cukup powerful, terutama untuk menangani data deret waktu yang mengandung unsur musiman. Tujuan utama dari metode *Singular Spectrum Analysis* adalah menguraikan data deret waktu asli menjadi beberapa komponen kecil yang dapat diidentifikasi seperti komponen *trend*, periodik, dan *noise*. Hal ini dikarenakan dasar dari metode SSA adalah dekomposisi, dimana proses dekomposisi akan mengurangi kesalahan dalam peramalan. Metode ini juga cukup fleksibel dibandingkan dengan metode peramalan sejenis, karena menghindari berbagai asumsi seperti asumsi stasioneritas, normalitas residual, dan tidak memerlukan transformasi logaritma. Hal ini menjadikan SSA sebagai analisis dengan pendekatan nonparametrik. Pada metode ini terdapat dua tahapan, yaitu dekomposisi dan rekonstruksi. Pada tahap dekomposisi langkah yang dilakukan adalah *embedding* dan *singular value decomposition*. Sedangkan pada tahap rekonstruksi langkah-langkah yang dilakukan adalah *grouping* dan *diagonal averaging*.

2.4.1 Dekomposisi

Pada tahap dekomposisi, parameter yang memiliki peran penting adalah *windows length* (L). Nilai L ditentukan dengan melalui pengecekan *trial and error*, karena belum ada metode khusus untuk menentukan nilai L. Tahap dekomposisi mempunyai tahapan-tahapan yang harus dilakukan, yaitu:

1. *Embedding*

Embedding adalah proses mengubah struktur data deret waktu satu dimensi menjadi struktur data deret waktu multidimensi dan menghasilkan matriks lintasan X . Misalkan $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ merupakan data deret waktu sebanyak N dan tidak terdapat data yang hilang, kemudian X akan ditransformasi ke dalam matriks lintasan berukuran $L \times K$ dengan ketentuan $2 < L < \frac{N}{2}$ dan $K = N - L + 1$. Data X dipetakan menjadi lag vector

$X_i = (x_i, \dots, x_{i+L-1})^T$ untuk $i = 1, 2, \dots, N$. Matriks lintasan X

yang terbentuk dapat disebut sebagai matriks hankel, yaitu matriks dengan semua elemen anti diagonalnya bernilai sama. Matriks hankel dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$X = (x_i)_{L \times K} = [x_1, x_2, \dots, x_N] = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_K \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & \cdots & x_{LK} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

2. *Singular Value Decomposition (SVD)*

Langkah kedua dalam dekomposisi adalah *Singular Value Decomposition* (SVD). SVD mempunyai tujuan untuk memperoleh pemisahan komponen pada dekomposisi dari data deret waktu. Penentuan matriks *singular* dalam SSA dapat didefinisikan dengan $S = XX^T$. Jika $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ adalah nilai *eigen* dari matriks S dimana $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ dan U_1, \dots, U_L adalah *vector eigen* dari masing-masing nilai *eigen*. Lalu nilai *principal component* dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$V_i = \frac{X^T U_i}{\sqrt{\lambda_i}} \quad (2.2)$$

untuk $i = 1, 2, \dots, d$. Sehingga diperoleh SVD dari matriks lintasan X sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
X &= X_1 + X_2 + \cdots + X_d \\
&= U_1 \sqrt{\lambda_1} V_1^T + \cdots + U_d \sqrt{\lambda_d} V_d^T \\
&= \sum_{i=1}^d U_i \sqrt{\lambda_i} V_i^T
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Matriks X terbentuk dari *vector eigen* U_i , *singular value* $\sqrt{\lambda_i}$, dan komponen utama V_i^T . Ketiga elemen pembentuk SVD dapat disebut dengan *eigen triple*.

Konsep dasar pada tahap ini adalah memperoleh barisan matriks dari matriks S , dimana pada masing-masing matriks mengandung *vector eigen* U_i , *singular value* $\sqrt{\lambda_i}$, dan komponen utama V_i^T yang menggambarkan karakteristik pada masing-masing matriks yang berada dalam barisan tersebut.

2.4.2 Rekonstruksi

Tahap rekonstruksi merupakan tahap dimana data direkonstruksi menjadi data deret waktu yang baru. Tahap rekonstruksi mempunyai tahapan-tahapan yang harus dilakukan, yaitu:

1. *Grouping*

Grouping merupakan tahapan pengelompokkan matriks X menjadi beberapa kelompok dengan tujuan untuk memisahkan komponen *eigen triple* yang diperoleh pada tahap SVD ke dalam beberapa sub kelompok, yaitu *trend*, *musiman*, dan *noise*. Tahap ini dilakukan dengan cara mengelompokkan set-set indeks $i = \{1, 2, \dots, d\}$ ke dalam m subset disjoint I_1, I_2, \dots, I_m dengan $m = d$. Kemudian X disesuaikan dengan kelompok $I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$.

Maka, $X = X_1 + X_2 + \cdots + X_d$ dapat di ekspansi menjadi

$$X_I = X_{I_1} + X_{I_2} + \dots + X_{I_m} \quad (2.4)$$

Tahap untuk memilih set $I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$ disebut sebagai *eigentriple grouping* yang diperoleh dengan cara *trial and error*. Penentuan anggota *group* menggunakan diagram pencar dari X_I . Pembentukan suatu *group* dilakukan apabila diagram pencar dari X_I memiliki bentuk yang sama, artinya komponen-komponen tersebut mempunyai karakteristik yang hampir sama.

2. *Diagonal Averaging*

Selanjutnya akan dilakukan transformasi dari hasil pengelompokan X_I ke dalam deret waktu baru yang memiliki panjang N . Tahap ini memiliki tujuan yaitu memperoleh *singular value* dari komponen-komponen yang telah dipisahkan, dan komponen-komponen tersebut akan digunakan dalam peramalan. Hasil pada tahap ini adalah matriks F .

$$F = \begin{Bmatrix} f_{11} & f_{21} & \dots & f_K \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_L & f_{L+1} & \dots & f_N \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Diagonal averaging dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k f_{m,k-m+1}^* & ; \text{ untuk } 1 \leq k \leq L^* \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*-1} f_{m,k-m+1}^* & ; \text{ untuk } L^* \leq k \leq K^* \\ \frac{1}{N-k+1} \sum_{m=k-K^*+1}^{N-K^*+1} f_{m,k-m+1}^* & ; \text{ untuk } K^* \leq k \leq N \end{cases} \quad (2.6)$$

dimana, $L^* = \min(L, K)$ dan $K^* = \max(L, K)$. Jika persamaan (2.5) diaplikasikan ke dalam matriks resultan X_{I_m} maka akan terbentuk deret $\tilde{Y}^{(k)} = (\tilde{y}_1^{(k)}, \dots, \tilde{y}_N^{(k)})$. Maka dari itu, deret asli akan berubah menjadi jumlah dari m deret seperti sebagai berikut:

$$y_n = \sum_{k=1}^m \tilde{Y}_N^{(k)} \quad (2.7)$$

2.4.3 Recurrent Forecasting (R-forecasting)

Recurrent Forecasting (R-forecasting) adalah salah satu teknik peramalan dari metode SSA yang paling umum digunakan. *R-forecasting* dilakukan kontinuitas secara langsung dengan bantuan *Linear Recurrent Formula (LRF)*, deret waktu yang dipakai merupakan deret hasil rekonstruksi yang didapat dari hasil *diagonal averaging*. Selanjutnya menentukan M buah titik data baru yang selanjutnya akan diramalkan. Berikut adalah model peramalannya:

$$g_i = \begin{cases} \tilde{y}_i & ; \text{ untuk } i=0, \dots, N \\ \sum_{j=1}^{L-1} a_j g_{i-1} & ; \text{ untuk } i = N+1, \dots, N+M \end{cases} \quad (2.8)$$

R-forecasting berkaitan dengan penaksiran koefisien LRF yaitu a_1, \dots, a_d menggunakan *vector eigen* yang didapat dari tahapan SVD. Misal $U = (u_1, u_2, \dots, u_{L-1}, u_L)^T$, $U^{\bar{v}} = (u_1, u_2, \dots, u_{L-1})^T$, dan π_q merupakan komponen terakhir dari *eigen vector* U atau dapat ditulis dengan $\pi_q = u_L$, maka koefisien LRF bisa dihitung dengan persamaan:

$$\mathfrak{R} = (a_{L-1}, a_{L-2}, \dots, a_1)^T = \frac{1}{1-v^2} \sum_{q=1}^r \pi_q U^{\bar{v}} \quad (2.9)$$

dimana, $v^2 = \sum_{q=1}^r \pi_q^2$.

2.5 Kriteria Keterbaikan Model

Dalam melakukan peramalan, metode yang digunakan tergantung dari pola data yang akan dianalisis. Jika metode yang digunakan sudah dianggap tepat untuk melakukan peramalan, maka penelitian terhadap metode peramalan yang terbaik didasarkan pada tingkat kesalahan prediksi. Ada tiga perhitungan yang biasa digunakan untuk menghitung kesalahan pada peramalan, yaitu deviasi rata-rata absolut (*mean absolute deviation*-MAD), kesalahan rata-rata kuadrat (*mean squared error*-MSE), dan kesalahan persen rata-rata absolut (*mean absolute percentage error*-MAPE). Akurasi peramalan akan semakin tinggi jika nilai-nilai MAD, MSE, dan MAPE semakin kecil (Heizer & Render, 2008).

Membandingkan kesalahan peramalan merupakan cara sederhana untuk mengetahui apakah suatu teknik peramalan layak dipilih untuk digunakan dalam menghitung peramalan data yang akan dianalisis atau tidak. Apabila kesalahan yang dihasilkan semakin kecil, maka semakin kecil pula selisih antara hasil peramalan dengan nilai aktualnya. Besarnya kesalahan peramalan dapat dihitung dengan menggunakan ukuran kesalahan peramalan, sebagai berikut :

1. *Mean Absolute Deviation* (MAD)

MAD mengukur akurasi peramalan dengan meratakan nilai absolut galat peramalan. Nilai galat tersebut diukur dalam unit yang sama seperti data aktualnya.

$$MAD = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t| \right) \quad (2.10)$$

2. *Mean Squared Deviation* (MSD) atau *Mean Squared Error* (MSE)

Rumus yang dipakai pada MSE hampir sama dengan rumus yang dipakai pada MAD. Berikut adalah rumus MSE:

$$MSE = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|^2 \right) \quad (2.11)$$

3. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

MAPE memberikan petunjuk seberapa besar galat peramalan dibandingkan dengan nilai aktualnya. Suatu model data akan mempunyai kinerja yang sangat baik apabila nilai MAPE yang diperoleh dibawah 10%. Berikut adalah rumus MAPE:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100\% \quad (2.12)$$

dimana,

n = banyak data yang diamati

Y_t = data ke-t

\hat{Y}_t = peramalan ke-t (Makridakis, dkk., 1999).

Tabel 1. Kriteria Nilai MAPE (Chang, dkk., 2007)

Nilai MAPE	Keterangan
< 10%	Ketepatan peramalan sangat baik
10% – 20%	Ketepatan peramalan baik
20% – 50%	Ketepatan peramalan cukup baik
> 50%	Ketepatan peramalan buruk

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2022/2023 bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data jumlah penumpang kereta api di Sumatera pada tahun 2013-2022. Data ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari *website* <https://www.bps.go.id/indicator/17/72/2/jumlah-penumpang-kereta-api.html>

3.3 Metode Penelitian

Metode yang akan dilakukan pada penelitian ini adalah metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA). Langkah-langkah penelitian yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Deskripsi data

2. Dekomposisi
 - a. *Embedding*, ditahap ini akan dibentuk matriks lintasan X dengan ukuran $L \times K$ dari data deret waktu. Penentuan *windows length* (L) dilakukan secara *trial and error* yang memenuhi $2 < L < \frac{N}{2}$ dan penentuan nilai K didapat dari $K = N - L + 1$.
 - b. *Singular Value Decomposition* (SVD), ditahap ini akan dihitung nilai *eigentriple* yang dapat diperoleh dari matriks simetris $S = XX^T$.
3. Rekonstruksi
 - a. *Grouping*, ditahap ini akan dilakukan pengelompokkan *eigentriple* berdasarkan karakteristik pada setiap komponennya.
 - b. *Diagonal Averaging*, ditahap ini akan dilakukan rekonstruksi pada masing-masing matriks yang terdapat pada matriks X , menjadi data deret waktu baru yang mempunyai panjang N .
4. Akan dihitung hasil peramalan data deret waktu dari hasil *diagonal averaging* dengan metode *R-forecasting*.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dijabarkan sebelumnya dapat diambil kesimpulan, yaitu:

1. Hasil peramalan jumlah penumpang kereta api di Sumatera untuk tahun 2023 dengan metode *Singular Spectrum Analysis* dengan *windows length* 22 masing-masing sebesar 339 orang, 299 orang, 295 orang, 294 orang, 300 orang, 306 orang, 288 orang, 271 orang, 274 orang, 236 orang, 172 orang, 120 orang.
2. Tingkat akurasi peramalan jumlah penumpang kereta api di Sumatera tahun 2013-2022 dengan metode *Singular Spectrum Analysis* berdasarkan nilai MAPE diperoleh sebesar 19.55%. Karena nilai MAPE yang diperoleh berada diantara 10-20%, sehingga dapat disimpulkan bahwa ketepatan peramalannya tergolong baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Andhika, G.B., Sumarjaya, I.W. & Srinadi, I.G.A.M. 2020. Peramalan Nilai Tukar Petani Menggunakan Metode Singular Spectrum Analysis. *E-Jurnal Matematika* 9(3): 171-176.
- Box, G.E.P. & Jenkins, G.M. 1976. *Time Series Analysis: Forecasting & Control*. Holden-Day Inc., San Fransisco.
- Chang, P. C., Wang, Y. W., and Liu, C. H. 2007. The Development of a Weighted Evolving Fuzzy Neural Network for PCB Sales Forecasting. *Expert Systems with Applications*. 32: 86-96.
- Golyandina N. & Zhigljavsky A. 2013. *Singular Spectrum Analysis for Time Series*. Springer, New York.
- Heizer, J. & Render, B. 2008. *Manajemen Operasi*. Salemba Empat, Jakarta.
- Hidayat, K.W., Wahyuningsih, S. & Nasution, Y.N. 2020. Pemodelan Jumlah Titik Panas di Provinsi Kalimantan Timur dengan Metode Singular Spectrum Analysis. *Jambura Journal of Probability and Statistics*. 1(2): 78-88

- Khaeri, H., Yulian, E. & Darmawan, G. 2017. Penerapan Metode Singular Spectrum Analysis (SSA) Pada Peramalan Jumlah Penumpang Kereta Api di Indonesia Tahun 2017. *Jurnal Euclid*. **5**(1): 8-20
- Makridakis, S., Spyros. & Wheelwright, S.C. 1999. *Forecasting: Methods and application*. Erlangga, Jakarta.
- Siregar, R.S.K., Prariesa, D. & Darmawan, G. 2017. Aplikasi Metode Singular Spectral Analysis (SSA) dalam Peramalan Pertumbuhan Ekonomi Indonesia Tahun 2017. *Jurnal Matematika "MANTIK"*. **3**(1): 5-12
- Sodiqin, M.A., Sulandari, W. & Respatiwan. 2021. The Application of Singular Spectrum Analysis Method in Forecasting The Number of Foreign Tourists Visit to Special Capital Region of Jakarta. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika* **5**(2): 92-102
- Sudjana. 1986. *Metode Statistika Edisi ke 5*. Tarsito, Bandung.
- Supangat, A.M. 2007. *Statistika dalam Kajian Deskriptif*. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- Supranto, J. 2000. *Statistik: Teori dan Aplikasi Edisi Keenam*. Erlangga, Jakarta.
- Wei, W.S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. Pearson Education Inc., Canada.