PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM MEMUAT *LOOP* MAKSIMAL TUJUH TANPA GARIS PARALEL

(Skripsi)

Oleh

AYU LESTARI

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

ABSTRACT

DETERMINING THE NUMBER OF DISCONNECTED VERTEX LABELED GRAPH OF ORDER SIX UNTIL MAXIMUM SIX LOOP WITHOUT PARALLEL EDGES

By

AYU LESTARI

A labeled graph is a graph where each edge is assigned a value or label. Graph G is called a connected graph if there is a path connecting every pair of vertices in G, if not then G is disconnected. An edge with the same start and end points is called a loop. Parallel edges are two or more edges connecting the same pair of vartices. A simple graph is a graph that does not contain loops or parallel edge. Graphs with *n* points and *m* edges certainly have many different forms, so in this research will be discussed the formula for counting disconnected vertex labeled graphs of order six without parallel edges with a maximum of seven loops. In this research, the formula for determining a disconnected graph labeled vertex of orther six without parallel edges with a maximum of seven loops is obtained as follows:

$$N\left({G^d}_{6,m,g}\right) = \sum_{g=0,1,2,\ldots,10} N({G^d}_{6,m,g})$$

$$= N\left({G^d}_{6,m,0}\right) + N\left({G^d}_{6,m,1}\right) + N\left({G^d}_{6,m,2}\right) + N\left({G^d}_{6,m,3}\right) +$$

$$N\left({G^d}_{6,m,4}\right) + N\left({G^d}_{6,m,5}\right) + N\left({G^d}_{6,m,6}\right) + N\left({G^d}_{6,m,7}\right) +$$

$$N\left({G^d}_{6,m,8}\right) + N\left({G^d}_{6,m,9}\right) + N({G^d}_{6,m,10})$$

Keywords: Graph, Connected and Disconnected Graph, Loops and Parallel Edges .

ABSTRAK

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM MEMUAT *LOOP* MAKSIMAL TUJUH TANPA GARIS PARALEL

Oleh

AYU LESTARI

Graf berlabel adalah graf yang setiap garisnya diberikan sebagai nilai atau label. Graf G disebut graf terhubung jika untuk tiap pasangan titik di G terdapat lintasan yang menghubungkannya. Jika tidak maka disebut graf tak terhubung. Suatu garis yang titik awal dan titik akhirnya sama disebut *loop*. Garis paralel adalah dua garis atau lebih yang menghubungkan pasangan titik yang sama. Graf sederhana adalah graf yang tidak memuat *loop* atau garis paralel. Graf dengan jumlah titik *n* dan garis *m* tentunya memiliki banyak bentuk yang berbeda-beda, sehingga pada penelitian ini akan dilakukan penelitian tentang graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa garis paralel dengan *loop* maksimal tujuh. Pada penelitian ini diperoleh rumus untuk menentukan graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa garis paralel dengan *loop* maksimal tujuh sebagai berikut :

$$N\left({G^d}_{6,m,g}\right) = \sum_{g=0,1,2,\dots,10} N({G^d}_{6,m,g})$$

$$= N\left({G^d}_{6,m,0}\right) + N\left({G^d}_{6,m,1}\right) + N\left({G^d}_{6,m,2}\right) + N\left({G^d}_{6,m,3}\right) + N\left({G^d}_{6,m,4}\right) + N\left({G^d}_{6,m,5}\right) + N\left({G^d}_{6,m,6}\right) + N\left({G^d}_{6,m,7}\right) + N({G^d}_{6,m,8}) + N({G^d}_{6,m,9}) + N({G^d}_{6,m,10})$$

Kata kunci : graf, graf terhubung dan tak terhubung, *loop* dan garis parale.

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM MEMUAT *LOOP* MAKSIMAL TUJUH TANPA GARIS PARALEL

Oleh

AYU LESTARI

Skripsi
Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

Judul Skripsi : **PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TAK TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM MEMUAT *LOOP* MAKSIMAL TUJUH TANPA GARIS PARALEL**

Nama Mahasiswa : *Ayu Lestari*

No. Pokok Mahasiswa : 1617031058

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.
NIP 19840627 200604 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** ....

Sekertaris : **Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si.,M.Si
NIP. 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **19 Juni 2023**

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Ayu Lestari

Nomor Pokok Mahasiswa : 1617031058

Judul Skripsi : Penentuan Banyaknya Graf Tak Terhubung Berlabel Titik Berorde Enam Memuat *Loop* Maksimal Tujuh Tanpa Garis Paralel

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain, dan semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 19 Juni 2023
Penulis

Ayu Lestari
NPM. 1617031058

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Ayu Lestari dilahirkan di Tulang Bawang pada tanggal 13 Juni 1998, dan merupakan anak pertama dari pasangan Bapak Suyono dan Ibu Suryawati. Penulis memiliki adik laki-laki bernama Muhammad Adam Fa'iz.

Penulis menyelesaikan pendidikan Taman Kanak Kanak di TK Taruna Widya Tama Banjar Agung pada tahun 2004, pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 01 Tri Dharma Wira Jaya pada tahun 2010, pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 01 Banjar Agung pada tahun 2013, pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 01 Banjar Agung pada tahun 2016.

Pada tahun 2016 penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu (S1) Program Studi S1 Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung Bandar Lampung melalui jalur SNMPTN. Penulis menjadi anggota departemen Pengembangan Sumber Daya Manusia (PSDM) di Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) FMIPA Universitas Lampung pada periode 2018.

Sebagai bentuk penerapan ilmu perkuliahan, penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Kantor Badan Pengelolaan Pajak dan Retribusi Daerah (BPPRD) Metro pada bulan Januari sampai Februari 2019, dan pada tahun yang sama pada bulan Juli sampai Agustus penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Bandar Agung Kecamatan Bandar Negeri Suoh Kabupaten Lampung Barat.

KATA INSPIRASI

Tangga menuju langit adalah kepalamu, maka letakkan kakimu diatas kepalamu.

Untuk mencapai Tuhan injak-injaklah pikiran dan kesombongan rasionalmu.

(Sujiwo Tejo)

Aku tidak pernah bisa sembuh karena aku terus berpura-pura tidak terluka.

(Ayu Lestari)

Berpedomanlah pada harapan dan ketetapan hati. Berpedomanlah pada cita-cita,berpedomanlah pada impian dan angan-angan.

(Ir. Soekarno)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil ‘alamin puji dan syukur tiada hentinya kepada Allah Subhana Wata’ala atas segala nikmat dan hidayah-Nya, dan Nabi Muhammad Shallallahu ‘Alaihi Wasallam yang menjadi suri tauladan untuk kita semua.

Penulis persembahkan sebuah karya sederhana ini untuk:

Kedua orangtuaku, ayah Suyono dan ibu Suryawati yang senantiasa memberikan dukungan, mendoakan, memberi semangat dan motivasi dan hal lain yang tak dapat ku ungkapkan dengan kata-kata.

Adikku tercinta yang banyak membantu dan memberikan kasih sayang kepadaku agar aku bisa menjadi seseorang yang bermanfaat bagi kalian dan orang lain.

Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi kepada penulis untuk menyelesaikan tugas-tugas ku.

Sahabat dan teman-teman ku, Terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dan tawa serta doa dan semangat yang telah diberikan kepadaku.

Almamater Universitas Lampung.

SANWACANA

Alhamdulillahi Robbil ‘alamin, puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT, yang selalu melimpahkan rahmat dan kasih sayang-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penentuan Banyaknya Graf Tak Terhubung Berlabel Titik Berorde Enam Memuat *Loop* Maksimal Tujuh Tanpa Garis Paralel” yang menjadi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Matematika (S.Mat.) pada program studi S1 Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.

Dalam penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu penulis dalam memberikan bimbingan, dorongan dan saran-saran dalam menyelesaikan skripsi ini. Sehingga dengan segala ketulusan dan kerendahan hati pada kesempatan ini penulis berterima kasih kepada:

1. Ibu Prof. Dra.Wamiliana,M.A.,Ph.D selaku Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktu, memberikan saran, memotivasi dan membimbing penulis selama penulisan skripsi.
2. Ibu Dr. Fitriani,S.Si.,M.Sc. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, memberikan saran, memotivasi dan membimbing dalam menyelesaikan skripsi ini.

3. Bapak Dr. Aang Nuryaman,S.Si.,M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika yang sudah banyak membantu serta memberikan motivasi.
4. Ibu Dr. Notiragayu,S.Si.,M.Si. selaku Dosen Penguji yang telah memotivasi, mengevaluasi dan memberikan saran dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Ibu Widiarti,S.Si.,M.Si. selaku pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan, memotivasi dan membimbing selama perkuliahan.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria,S.Si.,M.Si selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
7. Seluruh dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
8. Ayahanda Suyono, Ibunda Suryawati, Adik Muhammad Adam Fa'iz, serta keluarga besar penulis yang tak pernah henti mendoakan, memberi dukungan, kasih sayang dan motivasi untuk selalu berjuang setiap harinya.
9. Khadavi Daka dan Dellya Vivi Yana,S.Si yang selama ini selalu memberi semangat, keceriaan, motivasi dan semua kenangan indah.
10. Dan seluruh mahasiswa Jurusan Matematika Angkatan 2016 dan semua pihak yang terlibat dalam penyusunan skripsi ini.

Bandar Lampung, 19 Juni 2023
Penulis

Ayu Lestari

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Teori graf adalah cabang matematika yang sangat memperhatikan model-model yang berguna dalam kehidupan sehari-hari, termasuk penggunaan teori graf dalam komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi dan desain bangunan. Graf digunakan untuk mewakili objek dan hubungan di antara mereka. Representasi visual dari suatu graf adalah merepresentasikan objek sebagai titik atau simpul (*vertex*) dan hubungan antar objek sebagai garis (*edge*).

Konsep teori graf pertama kali digunakan oleh seorang ahli matematika dari Swiss yang bernama Leonard Euler pada tahun 1736, untuk menyelesaikan permasalahan Jembatan Konigsberg yang terletak di sebuah kota sebelah timur Prussia (Jerman sekarang). Di kota tersebut terdapat sungai Pregal yang membelah kota menjadi empat daratan yang terpisah. Tanah tersebut dilalui oleh tujuh jembatan, sehingga penduduk setempat ingin berjalan melintasi setiap jembatan satu kali dan kemudian kembali ke posisi semula. Masalah ini dapat diatasi Euler dengan menyatakan model spesifik yang tidak mungkin dicapai, karena semua titik di Jembatan Konigsberg memiliki derajat ganjil. Sejak Euler memberikan solusi tentang masalah jembatan Konighberg, teori graf berkembang pesat dan banyak penelitian yang berhubungan dengan teori graf yang dilakukan.

Wamiliana dkk. (2016) melakukan penelitian penentuan banyaknya graf tak terhubung berlabel berorde lima tanpa garis paralel dengan n = 5 dan $m \geq 1$, Amanto dkk. (2017) melakukan penelitian untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde maksimal empat, Wamiliana, dkk. (2019) melakukan penelitian tentang graf terhubung berlabel titik tanpa *loop* berorde lima dengan garis paralel maksimal lima. Wamiliana dkk (2020) melanjutkan penelitian tentang menghitung banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam tanpa garis paralel dan memuat maksimal 10 *loops*. Graf dengan jumlah titik n dan garis m tentunya memiliki banyak bentuk yang berbeda-beda, sehingga pada penelitian ini akan dilakukan penelitian tentang graf tak terhubung berlabel titik berorde enam tanpa garis paralel dengan *loop* maksimal tujuh.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik memuat *loop* maksimal tujuh dengan $n = 6, m \geq 1$.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. memperluas pengetahuan teori graf khususnya graf tak terhubung;
2. sebagai rujukan atau sumber referensi bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya dalam mengembangkan ilmu matematika di bidang teori graf.

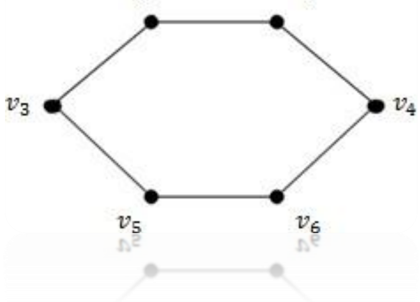
II. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan disajikan beberapa definisi serta istilah-istilah yang berhubungan dengan penelitian ini.

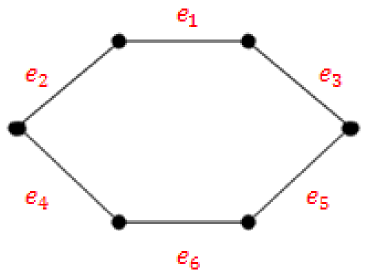
2.1 Konsep Dasar Teori Graf

Pada bab ini akan dibahas definisi, sifat, dan contoh yang terkait dengan graf dari Deo (1989). Graf *G* terdiri dari dua struktur *V(G)* dan *E(G)* dengan *V(G)* adalah himpunan tidak kosong yang elemennya adalah titik. *E(G)* adalah himpunan pasangan titik dalam *V(G)* yang disebut garis atau sisi. Banyaknya titik dalam *V(G)* disebut orde dari graf G.

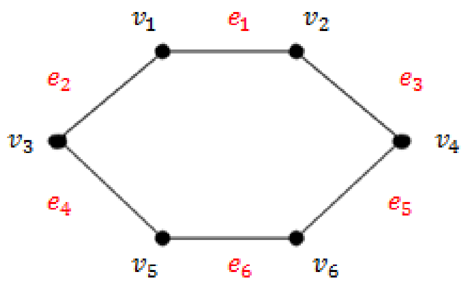
Graf berlabel adalah graf yang setiap titiknya diberikan nilai atau label. Pemberian label pada titik disebut pelabelan titik, pemberian nama pada garis disebut pelabelan garis, dan jika pelabelan pada garis dan titik disebut pelabelan total (Munir, 2005).



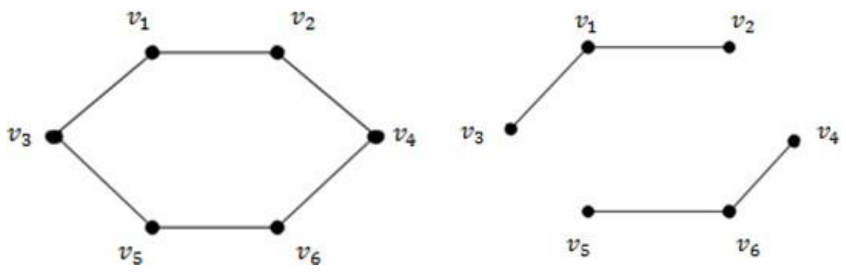
Gambar 2.1. Graf dengan pelabelan titik



Gambar 2.2. Graf dengan pelabelan garis

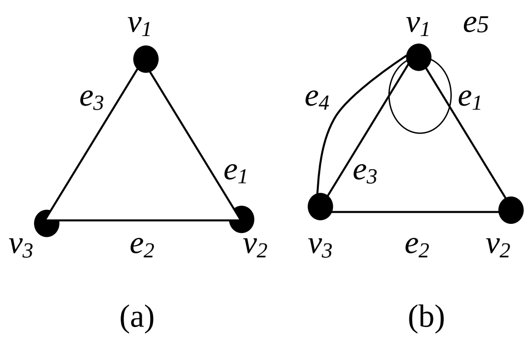


Gambar 2.3. Contoh graf dengan pelabelan total 6 titik dan 6 garis



Gambar 2.4. Contoh graf terhubung dan tak terhubung

Suatu sisi atau garis yang titik awal dan titik akhirnya sama disebut *loop*. Garis paralel adalah dua garis atau lebih yang menghubungkan pasangan titik yang sama, sedangkan graf sederhana adalah graf yang tidak memuat *loop* atau garis paralel. Graf yang memuat *loop* atau garis paralel disebut graf tak sederhana. Pada Gambar 2.5 (a) adalah contoh graf sederhana dan 2.5 (b) contoh graf tidak sederhana. Garis e_5 adalah *loop* dan menempel pada titik v_1 sedangkan garis paralel yaitu pada garis e_3 dan e_4 yang menempel pada titik v_1 dan v_3.

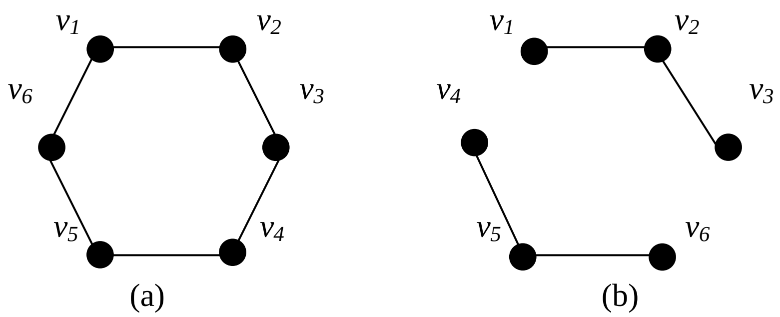


Gambar 2.5 (a) Graf sederhana (b) Graf tidak sederhana

Dua titik v_i dan v_j dikatakan bertetangga *(adjacent)* jika kedua titik tersebut dihubungkan oleh garis yang sama dan dinotasikan dengan (v_i,v_j). Suatu garis dikatakan menempel *(incident)* dengan titik v jika titik v merupakan salah satu ujung dari garis tersebut. Derajat dari titik v pada graf G adalah banyaknya garis yang menempel pada titik tersebut dan dinotasikan dengan $d(v)$.

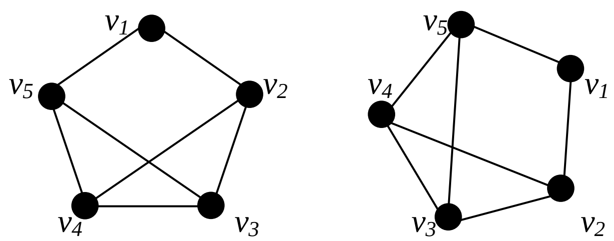
Misalkan v_j adalah suatu titik pada graf G, banyaknya garis yang menempel pada suatu titik v_j disebut dengan derajat tititk v_j dan dinotasikan dengan $d(v_j)$. Titik terpencil adalah titik dengan $d(v)$ yang bernilai nol, karena tidak ada satupun garis yang menempel dengan titik tersebut. Daun *(pendant)* adalah titik yang memiliki derajat satu.

Jalan *(walk)* adalah barisan berhingga dari suatu titik dan garis yang di mulai dan diakhiri dengan titik, sedemikian sehingga setiap garis menempel pada titik sebelum dan sesudahnya. *Walk* yang melewati titik yang berbeda-beda disebut sebagai *path* (lintasan). Graf G disebut graf terhubung (*connected graph*) jika untuk tiap pasangan *vertex* u dan v di dalam himpunan V terdapat *path* yang menghubungkannya, jika tidak maka disebut graf tak terhubung.



Gambar 2.6. (a) Graf terhubung (b) Graf tidak terhubung

Dua graf G_1 dan G_2 dikatakan isomorfik jika terdapat korespondensi 1-1 (fungsi bijektif) antara titik-titik pada kedua graf tersebut dan antara garis keduanya sehingga jika garis e dihubungkan dengan titik u dan v ada di G, maka garis e' di G_2 juga berdampingan dengan titik u' dan v'. Dua graf isomorfik harus memiliki jumlah garis dan titik yang sama, dan harus mempertahankan sifat ketetanggaannya meskipun digambar secara berbeda.



Gambar 2.7 Contoh graf yang isomorfis

2.2 Konsep Dasar Teknik Pencacahan

Beberapa konsep dasar dari teknik pencacahan yang banyak digunakan antara lain:

1. Faktorial

   Misalkan n merupakan bilangan positif. Besaran $n!$ (dibaca n faktorial) didefinisikan sebagai hasil kali semua bilangan bulat positif n sampai dengan 1, dinotasikan dengan

   $$n(n-1)(n-2)\ldots(1) = n! \quad (2.1)$$

   dengan n adalah banyaknya objek yang dapat dipilih (Munir, 2005).

2. Permutasi

   Menurut Munir (2005) permutasi r objek dan n objek adalah suatu urutan r objek yang diambil dari n objek yang berbeda yang dapat dibentuk, dan dinotasikan dengan:

   $$P_r^n = P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (2.2)$$

3. Kombinasi

   Kombinasi dari n objek dengan pengambilan sebanyak r objek dalam setiap pengambilan terdiri dari semua kumpulan r objek yang mungkin tanpa memandang urutan pengaturannya. Banyaknya kombinasi n objek dengan pengambilan sebanyak r objek dapat dirumuskan dengan

   $$C_r^n = C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad (2.3)$$

   untuk setiap $n, r \in \mathbb{N}, 0 \leq r \leq n$ (Munir, 2005).

4. Aturan *Cramer*

   Aturan *cramer* memberikan rumus untuk solusi dari sistem linear tertentu dengan n persamaan dan n faktor yang tidak diketahui. Jika $Ax = b$ adalah suatu sistem dari *n* persamaan linear dengan *n* faktor yang tidak diketahui sedemikian sehingga $\det(A) \neq 0$, maka sistem ini memiliki solusi yang unik. Solusinya adalah

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \cdots\cdots, x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)} \quad (2.4)$$

dengan A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri-entri pada kolom ke-*j* dari *A* dengan entri-entri pada matriks $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{bmatrix}$, dengan *j* =1,2,..,n (Anton dan Rorres, 2004).

2.4 Konsep Dasar Barisan

Barisan merupakan suatu fungsi yang semua domainnya merupakan bilangan bulat (Rosen, 2012).

Secara umum, barisan dinotasikan sebagai berikut:

$$a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \cdots\cdots, a_n \quad (2.5)$$

dengan a_m suku pertama, a_{m+1} suku kedua, a_{m+2} suku ketiga dan a_n suku ke-n. Barisan yang sering digunakan adalah barisan aritmatika dan barisan geometri. Barisan aritmatika adalah barisan yang berbentuk $a, a+b, a+2b, \cdots, a+nb, \cdots$, dengan *a* dan *b* merupakan bilangan riil, dimana *b* adalah beda. Barisan geometri ialah barisan yang memiliki pola $a, ar, ar^2, \cdots, ar^n, \cdots$, dengan a dan r adalah bilangan riil dimana *r* merupakan rasio (beda) (Rosen, 2012).

Barisan aritmatika terdiri dari barisan aritmatika tingkat dua, barisan aritmatika tingkat tiga sampai barisan aritmatika tingkat tinggi. Barisan aritmatika tingkat ke-p adalah sebuah barisan yang memiliki selisih yang sama setiap suku berurutannya setelah p tingkatan. Tingkatan pada barisan aritmatika akan menghasilkan persamaan dengan pangkat tertingginya adalah p. Pangkat tertinggi dari suatu persamaan merupakan orde dari persamaan tersebut.

Fungsi polinomial adalah fungsi yang mengandung banyak suku dalam variabel bebasnya. Bentuk umum dari persamaan polinomial pada deret aritmatika tingkat ke-p adalah

$$P_p(m) = a_p m^p + a_{p-1} m^{p-1} + a_{p-2} m^{p-2} + \cdots + a_2 m^2 + a_1 m + a_0 \qquad (2.6)$$

Dengan koefisien tertentu $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{p-1}, a_p, a_{p+1}$. Polinom ini mempunyai derajat sebesar p, jika koefisien penentunya $a_1 \neq 0$ (Conte dan Boor, 1980)

III. METODE PENELITIAN

3.1 Penelitian yang Telah Dilakukan

a) Diberikan $m, n, \in N$ dengan $0 \leq m \leq \binom{n}{2}$.

1) Graf g_n ialah graf sederhana dengan n titik. Banyaknya graf g_n adalah

$$g_n = 2^{\binom{n}{2}} \tag{3.1}$$

2) Graf $g_n(m)$ ialah graf sederhana dengan n titik dan m garis. Banyaknya graf $g_n(m)$ adalah

$$g_n(m) = \binom{\binom{n}{2}}{m} \tag{3.2}$$

(Agnarsson and Raymond, 2007)

b) Penelitian yang dilakukan oleh Wamiliana, dkk. (2016) mengenai banyaknya graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan $n = 5$ dan $m \geq 1$ dengan rumus sebagai berikut:

$$N(G'_{5,m}) = N(G'_{5,m}) + \sum_{g-1}^{6} N(G'_{5,m,g})$$

$$= \binom{m+4}{4} + N(G'_{5,m,1}) + N(G'_{5,m,2}) + N(G'_{5,m,3}) + N(G'_{5,m,4})$$

$$+ N(G'_{5,m,5}) + N(G'_{5,m,6})$$

$$= \left(\frac{m+4}{4}\right) + 10\left(\frac{m+3}{4}\right) + 45\left(\frac{m+2}{4}\right) + 120\left(\frac{m+1}{4}\right) + 85\left(\frac{m}{4}\right) +$$

$$30\left(\frac{m-1}{4}\right) + 5\left(\frac{m-2}{4}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.3)}$$

dengan

$N(G'_{5,m}) =$ jumlah graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel untuk $n = 5$ dan $m \geq 1$.

c) Selanjutnya Amanto,dkk. (2017) melakukan penelitian mengenai banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde maksimal empat dengan hasil sebagai berikut:

$$N(G'_4, m, g_i) = N(G'_4, g_0) + N(G'_4, m, g_1) + N\left(G'_{4,} m, g_2\right) + N(G'_4, m, g_3)$$

$$N(G'_4, m, g_i) = \binom{m+3}{3} + \frac{3}{2}m\binom{m+3}{3} + 15\binom{m+3}{5} + 4\binom{m+3}{6} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(3.4)}$$

Keterangan

n = banyaknya titik

m = banyaknya garis

g_i = banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel di hitung satu *i* = 0,1,2,3

G'_n, m, g_i = graf tak terhubung berlabel dengan garis paralel atau *loop* dengan *n* titik dan *m* garis.

3.2 Waktu dan Tempat

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung pada semester genap tahun ajaran 2022/2023.

3.3 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan banyaknya n titik, m garis dan $loop$ dengan $n = 6, 1 \leq m \leq 17,$ banyaknya *loop* = 7 dan *g* = 1,2,3,…,10.
2. Mengkonstruksi pola graf tak terhubung berlabel dengan titik berorde enam dengan *loop* maksimal tujuh.
3. Mengelompokkan graf tak terhubung untuk *m* garis dan *g* yang sama, dengan *g* adalah jumlah garis bukan *loop*
4. Melakukan perhitungan terhadap jumlah graf tak tehubung untuk setiap *m* garis dan *g*.
5. Menentukan pola yang terbentuk dari banyaknya graf yang dapat dibentuk dari *m* garis dan *g*.
6. Menentukan rumus umum dari perhitungan jumlah graf tak tehubung berlabel dengan titik orde enam dengan *loop* maksimal tujuh.
7. Membuktikan rumus yang terbentuk.
8. Menarik kesimpulan.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil observasi dari graf tak terhubung belabel titik berorde enam dengan *loop* maksimal tujuh tanpa garis paralel, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk $n = 6\,; m \geq 1\,;\ g = 0$ diperoleh rumus:

   $$N({G^d}_{6,m,0}) = C_5^{(m+5)}$$

2. Untuk $n = 6\,; m \geq 2\,;\ g = 1$ diperoleh rumus:

   $$N({G^d}_{6,m,1}) = 15 \times C_5^{(m+4)}$$

3. Untuk $n = 6\,; m \geq 3\,;\ g = 2$ diperoleh rumus:

   $$N({G^d}_{6,m,2}) = 105 \times C_5^{(m+3)}$$

4. Untuk $n = 6\,; m \geq 4\,;\ g = 3$ diperoleh rumus:

   $$N({G^d}_{6,m,3}) = 365 \times C_5^{(m+2)}$$

5. Untuk $n = 6\,; m \geq 5\,;\ g = 4$ diperoleh rumus:

   $$N({G^d}_{6,m,4}) = 975 \times C_5^{(m+1)}$$

6. Untuk $n = 6\,; m \geq 6\,;\ g = 5$ diperoleh rumus:

   $$N({G^d}_{6,m,5}) = 957 \times C_5^{(m)}$$

7. Untuk $n = 6$; $m \geq 7$; $g = 6$ diperoleh rumus:

$$N(G^{d}{}_{6,m,6}) = 715 \times C_{5}^{(m-1)}$$

8. Untuk $n = 6$; $m \geq 8$; $g = 7$ diperoleh rumus:

$$N(G^{d}{}_{6,m,7}) = 345 \times C_{5}^{(m-2)}$$

9. Untuk $n = 6$; $m \geq 9$; $g = 8$ diperoleh rumus:

$$N(G^{d}{}_{6,m,8}) = 210 \times C_{5}^{(m-3)}$$

10. Untuk $n = 6$; $m \geq 10$; $g = 9$ diperoleh rumus:

$$N(G^{d}{}_{6,m,9}) = 60 \times C_{5}^{(m-4)}$$

11. Untuk $n = 6$; $m \geq 11$; $g = 10$ diperoleh rumus:

$$N(G^{d}{}_{6,m,10}) = 6 \times C_{5}^{(m-5)}$$

Banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde enam dengan *loop* maksimal tujuh tanpa garis paralel dapat dirumuskan secara umum, yaitu:

$$\begin{aligned} N\left(G^{d}{}_{6,m,g}\right) &= \sum_{g=0,1,2,\dots,10} N(G^{d}{}_{6,m,g}) \\ &= N\left(G^{d}{}_{6,m,0}\right) + N\left(G^{d}{}_{6,m,1}\right) + N\left(G^{d}{}_{6,m,2}\right) + N\left(G^{d}{}_{6,m,3}\right) + \\ &\quad N\left(G^{d}{}_{6,m,4}\right) + N\left(G^{d}{}_{6,m,5}\right) + N\left(G^{d}{}_{6,m,6}\right) + N\left(G^{d}{}_{6,m,7}\right) + \\ &\quad N(G^{d}{}_{6,m,8}) + N(G^{d}{}_{6,m,9}) + N(G^{d}{}_{6,m,10}) \end{aligned}$$

dengan

$N(G^{d}{}_{6,m,g})$ = banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde *n* dengan *m* garis dan *g* adalah banyaknya garis bukan *loop*.

5.2 Saran

Penelitian ini dapat dilanjutkan untuk menentukan rumus umum jumlah graf tak terhubung berlabel titik berorde lebih dari enam tanpa garis paralel.

DAFTAR PUSTAKA

Agnarsson,G. and Raymond, D.G. 20007. *Graph Theory Modeling, Aplications, And Algoritmhs.* Pearson/Prentice education, New Jerse.

Amanto, Wamiliana, M. Usman, dan R. Permatasari. 2017. Counting the Number of Disconnected Vertex Labelled Graphs with Order Maximal Four. *Science International Lahore,* **29** (6). Page 1181-1186.

Anton, H., dan C. Rorres. 2004. *Aljabar Linear Elemeter*. Ed. ke-8. Erlangga. Jakarta.

Conte, S.D dan Boor, CD. 1980. *Dasar-dasar Analisis Numerik Suatu Pendekatan Algoritma.* Ed. ke-3. Erlangga, Jakarta.

Deo, N. 1989. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science.* Prentice Hall Inc., New York.

Munir, R. 2005. *Matematika Diskrit.* Ed. ke-3. Informatika, Bandung.

Rosen, K.H. 2012. *Discrete Mathematics and Its Applications.* Ed. ke-7. McGraw-Hill., New York.

Wamiliana, Amanto, dan G.T. Nagari. 2016. Counting the Number of Disconnected Labeled Graphs of Order Five Without Paralel Edges. *Journal INSIST* Vol. 1, Eissn. Page 4-7.

Wamiliana, A Nuryaman, Amanto, A Sutrisno, dan N A Prayoga. 2019. Determining the Number of Connected Vertices Labelled Graph of Order Five with Maximum Number of Parallel Edges is Five Containing No Loops. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 1338 (2019) 012043. doi: 10. 1088/1742-6596/1338/1/012043.

Wamiliana, Amanto, M. Usman, M. Ansori, F. C. Puri. 2020. Enumerating the Number of Vertices Labeled Graph of Order Six with Maximum Ten Loops and Containing No Parallel Edges. *Science and Technology Indonesia*, Vol. 5 No. 4, hal. 131-135.