

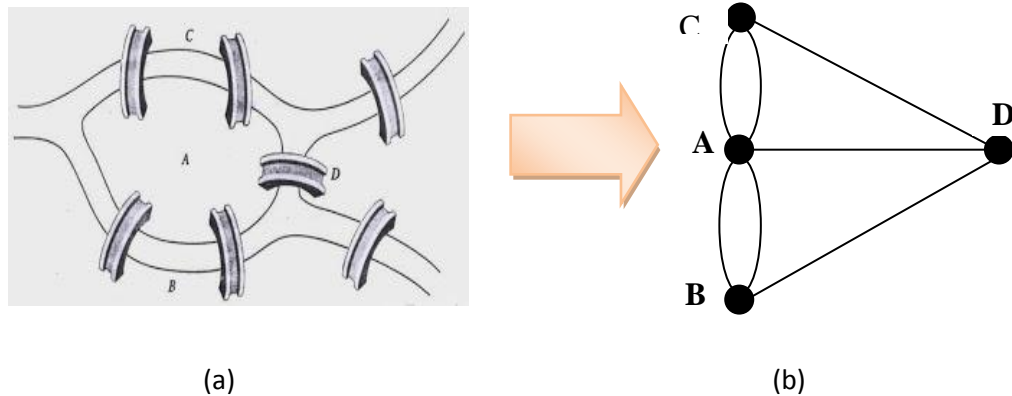
BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan cabang dari matematika yang mempelajari tentang objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai titik atau *vertex* dan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau *edge*.

Sejarah teori graf berawal pada abad ke-18 dari masalah jembatan Königsberg yang melalui sungai Pregel di Kaliningrat, Rusia dan diselesaikan oleh Leonhard Euler. Terdapat tujuh jembatan yang menghubungkan empat daratan yang di belah oleh sungai Pregel. Permasalahannya adalah menentukan apakah mungkin melakukan perjalanan yang dimulai dari satu daratan dan melalui setiap jembatan tersebut hanya satu kali serta kembali ketempat semula. Pada tahun 1736 Leonhard Euler membuktikan masalah jembatan Königsberg dengan memodelkan masalah tersebut kedalam bentuk graf dan ia berhasil memecahkan masalah tersebut bahwa tidak mungkin dapat melewati jembatan tersebut tepat satu kali jika derajat tiap titik jumlahnya tidak genap, sehingga model graf tersebut saat ini dikenal sebagai graf Eulerian. Berikut adalah ilustrasi masalah tersebut:



Gambar 1. (a) Jembatan Königsberg dan (b) graf yang mempresentasikan jembatan Königsberg

Daya tarik teori graf adalah penerapannya yang sangat luas, mulai dari ilmu komputer, kimia, fisika, biologi, sosiologi, teknik kelistrikan, ekonomi, manajemen, pemasaran, hingga pemecahan teka-teki dan permainan asah otak.

Suatu graf $G (V, E)$ dikatakan terhubung jika terdapat satu *path* antara sebarang dua titik di G . Graf terhubung dapat memuat *loop* dan dapat pula tidak memuat *loop*. *Loop* adalah suatu garis dalam suatu graf yang mempunyai titik awal dan titik akhir yang sama.

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bilangan asli yang disebut label. Graf berlabel adalah graf yang titik atau garisnya memiliki label. Jika pelabelannya adalah titik, maka pelabelan disebut dengan pelabelan titik, jika pelabelannya adalah garis maka pelabelannya disebut pelabelan garis. Jika pelabelannya adalah titik dan garis maka pelabelannya disebut dengan pelabelan titik dan garis atau pelabelan total (Valdya dan Kanani, 2010).

Selanjutnya dari penelitian Handayani (2014) diperoleh rumus untuk menentukan banyaknya graf terhubung berlabel tanpa *loop*. Jika diberi n titik, m garis dan x adalah banyaknya sisi yang menempel pada titik (sisi rangkap dihitung satu), y adalah banyaknya partisi dari E selain partisi dengan kardinalitas terkecil, z adalah banyaknya jumlah graf tidak terhubung berlabel serta k adalah banyaknya partisi dari E selain partisi dengan kardinalitas terkecil yang sama. Untuk $n = 3$ atau 4 dan banyaknya garis $2 \leq m \leq 10$ banyaknya graf terhubung tanpa *loop* adalah $\frac{xP}{yP} \left\{ \binom{n}{x} - z \right\}$ dan banyaknya graf terhubung tanpa *loop* untuk graf dengan

$$\text{kardinalitas yang sama } \frac{xP}{k!} (g_n(m) - z) = \frac{xP}{kP} \left\{ \binom{n}{m} - z \right\}.$$

Pada penelitian ini, penulis tertarik untuk meneliti banyaknya graf terhubung berlabel tanpa *loop* jika $n = 5$.

1.2 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini pembahasan dibatasi hanya untuk graf terhubung dengan titiknya berlabel dengan $n=5$ serta $4 \leq m \leq 10$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menentukan banyaknya graf terhubung berlabel tanpa *loop* jika diberikan n titik dan m garis, yaitu:

1. Mengetahui pola dalam menghitung graf jika diberikan n titik dan m garis.
2. Dapat diketahui banyaknya graf yang terbentuk jika diberikan n titik dan m garis.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Memperluas pengetahuan pengembangan keilmuan khususnya dalam bidang ilmu matematika mengenai perkembangan dari teori graf, yaitu tentang graf terhubung.
2. Sebagai rujukan atau sumber referensi bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya dan dapat memberikan motivasi dalam mempelajari dan mengembangkan ilmu matematika dibidang teori graf.