ANALISIS MODEL REGRESI KUANTIL SPASIAL AUTOREGRESIF UNTUK TINGKAT PENGANGGURAN DI PROVINSI LAMPUNG

(Skripsi)

Oleh

RENDI EFRI SANJAYA
1817031003

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

ABSTRACT

AUTOREGRESIVE SPATIAL QUANTILE REGRESSION MODEL ANALYSIS FOR UNEMPLOYMENT LEVELS IN LAMPUNG PROVINCE

By

Rendi Efri Sanjaya

The open unemployment rate is the percentage of the number of unemployed to the total workforce. Regression analysis is an analysis to analyze the influence of the relationship model between a dependent variable and one or more independent variables. If the object of observation is influenced by spatial effects, namely spatial dependence and variation, the appropriate regression model to use is the Spatial Autoregressive (SAR) Model. Quantile regression approaches by separating data into certain groups of quantiles and having different estimated values, and does not require assumptions such as normally distributed errors, homoscedasticity and independent errors. Spatial Autoregressive Quantile Regression (SARQR) is a regression analysis model that combines a spatial autoregressive model with a quantile regression model. This research uses data on the unemployment rate in Lampung Province and a map of Lampung Province obtained from the Central Statistics and Geospatial Agency. This research compares estimation results based on the SAR model and the SARQR model to obtain the best results. In this research, it was found that the SARQR model is better than the SAR model for dealing with problems related to the dependence and diversity of spatial data and is not easily affected by outlier data.

Keywords : Open Unemployment Rate (TPT), Spatial Effects, Quantile Regression, Spatial Autoregressive (SAR) Model, Spatial Autoregressive Quantile Regression (SARQR) Model.

ABSTRAK

ANALISIS MODEL REGRESI KUANTIL SPASIAL AUTOREGRESIF UNTUK TINGKAT PENGANGGURAN DI PROVINSI LAMPUNG

Oleh

Rendi Efri Sanjaya

Tingkat pengangguran terbuka merupakan persentase dari jumlah pengangguran terhadap jumlah angkatankerja. Analisis regresi merupakan suatu analisis untuk menganalisis pengaruh baik model hubungan antara variabel tak bebas dengan satu atau banyak variabel bebas. Apabila objek yang diamati dipengaruhi dengan efek spasial seperti ketergantungan dan ragam spasial, maka model regresi yang cocok dipakai adalah Model Spatial Autoregressive (SAR). Regresi kuantil melakukan pendekatan dengan memisahkan data menjadi beberapa kelompok kuantil tertentu dan memiliki nilai dugaan yang berbeda, dan tidak membutuhkan asumsi seperti galat berdistribusi normal, homokedastisitas dan galat saling bebas. Regresi Kuantil Autoregresif Spasial (SARQR) merupakan model analisis regresi yang menggabungkan model autoregresif spasial dengan model regresi kuantil. Penelitian ini menggunakan data tingkat pengangguran di Provinsi Lampung dan peta Provinsi Lampung yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik dan Geospasial. Penelitian ini akan membandingkan nilai estimasi berdasarkan model SAR dan model SARQR untuk memperoleh hasil yang terbaik. Pada penelitian ini diperoleh bahwasanya model SARQR lebih baik daripada model SAR untuk mengatasi permasalahan terkait ketergantungan dan keragaman dari data spasial dan tidak mudah terpengaruh oleh data pencilan.

Kata Kunci :Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), Efek Spasial, Regresi Kuantil, Model Spatial Autoregressive (SAR), Model Spatial Autoregressive Quantile Regression (SARQR).

ANALISIS MODEL REGRESI KUANTIL SPASIAL AUTOREGRESIF UNTUK TINGKAT PENGANGGURAN DI PROVINSI LAMPUNG

Oleh

Rendi Efri Sanjaya

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

Judul : **ANALISIS MODEL REGRESI KUANTIL SPASIAL AUTOREGRESIF UNTUK TINGKAT PENGANGGURAN DI PROVINSI LAMPUNG**

Nama : *Rendi Efri Sanjaya*

Nomor Pokok Mahasiswa : **1817031003**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.	**Dra. Dorrah Azis, M.Si.**
NIP. 19650125 199003 2 001	NIP. 19610128 198811 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.**	
Sekretaris	: **Dra. Dorrah Azis, M.Si.**	Dorrah
Penguji Bukan Pembimbing	: **Drs. Nusyirwan, M.Si.**	

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **10 November 2023**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: **Rendi Efri Sanjaya**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1817031003**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **ANALISIS MODEL REGRESI KUANTIL SPASIAL AUTOREGRESIF UNTUK TINGKAT PENGANGGURAN DI PROVINSI LAMPUNG**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain, dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 10 November 2023

Penulis

Rendi Efri Sanjaya

NPM. 1817031003

RIWAYAT PENULIS

Rendi Efri Sanjaya lahir di Padangratu pada 30 April 2000. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan Bapak Sanwani dan Ibu Evi Marwiyah, serta memiliki tiga saudari kandung bernama Erina Destiana, Nabila Almira Putri, dan Nafisa Almira Putri. Penulis mulai menempuh pendidikan di TK Bustanul Athfa Wonokriyo selama tahun (2004-2006), SDN 5 Wonodadi selama 6 tahun (2006-2012). Pendidikan Sekolah Menengah Pertama penulis di SMPN 1 Gadingrejo selama 3 tahun (2012-2015) dan Sekolah Menengah Atas di SMAN 1 Gadingrejo selama 3 tahun (2015-2018).

Pada Tahun 2018, penulis diterima sebagai mahasiswa jurusan Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung (FMIPA Unila)melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi (SNMPTN). Selama menjadi mahasiswa penulis mengikuti banyak kegiatan organisasi pada tahun 2019, penulis aktif di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai Anggota Bidang Kaderisasi dan Kepemimpinan. Penulis juga aktif terlibat kegiatan keagamaan dengan mengikuti UKM Rohani Islam (Rois) FMIPA Unila sebagai Anggota Bidang Akademik dan Riset, serta mengikuti UKM Bina Rohani Mahasiswa (Birohmah) sebagai Anggota Hubungan Masyarakat. Pada tahun 2020, penulis aktif di kegiatan organisasi kampus sebagai Kepala Bidang Kaderisasi dan Kepemimpinan di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) dan aktif dalam kegiatan komunitas Einstein Indonesia. Kemudian pada tahun 2021 penulis terpilih menjadi Ketua Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) FMIPA melalui pemilihan raya FMIPA.

Pada bidang akademik, penulis pernah meraih 5 besar Lomba Karya Tulis Ilmiah Islam (LKTII) yang diadakan oleh Bina Rohani Mahasiswa (Birohmah)

Universitas Lampung sebagai ketua tim pada tahun 2018. Kemudian pada tahun 2022 penulis berhasil meraih peringkat pertama presentasi terbaik program penggerak muda pasar rakyat yang diadakan oleh Kementerian Perdagangan Republik Indonesia. Penulis juga mengikuti serangkaian kegiatan Merdeka Belajar Kampus Merdeka yang dilaksanakan oleh Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset dan Teknologi dengan menjadi pengajar dalam Kegiatan Kampus Mengajar di UPT Sekolah Dasar (SD) Negeri 3 Wonodadi pada tahun 2021, dan menjadi Koordinator Daerah dalam kegiatan Magang Merdeka Penggerak Muda Pasar Rakyat di Kota Palembang pada tahun 2022.

Pada awal tahun 2021, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Wonodadi, Kecamatan Gadingrejo, Kabupaten Pringsewu selama 40 hari. Pada Agustus 2021, penulis telah menyelesaikan Praktik Kerja Lapangan (PKL) yang berjudul " Analisis *Trend* Untuk Meramalkan Jumlah Penduduk Miskin Kabupaten Pringsewu", setelah itu penulis mulai mengerjakan tugas akhir sebagai salah satu syarat kelulusan sebagai sarjana matematika.

KATA INSPIRASI

“Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kemampuannya.”

(Q.S. Al-Baqarah: 286)

"Hai orang-orang yang beriman, mintalah pertolongan kepada Allah dengan sabar dan salat. Sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar."

(Q.S. Al-Baqarah: 153)

“(yaitu) orang-orang yang beriman dan hati mereka menjadi tenteram dengan mengingat Allah. Ingatlah, hanya dengan mengingat Allah hati menjadi tenteram.”

(Q.S. Ar-Ra’d: 28)

"Jika kamu tidak tahan terhadap penatnya belajar, maka kamu akan menanggung bahayanya kebodohan"

(Imam Syafi’i)

"Apa pun yang akan menjadi takdirmu akan mencari jalannya menemukanmu."

(Ali Bin Abi Thalib)

“Tidak ada yang terlambat, tidak ada yang terlalu cepat, kamu di zona waktumu”

(Rifqi Fauzi Rahmadzni)

PERSEMBAHAN

Puji Syukur kepada Allah SWT dengan rahmat dan keridhaan-Nya yang telah memberikan kemudahan dalam menyelesaikan skripsi ini. Dengan segala kerendahan hati, ku persembahkan karya sederhana ini kepada:

Ayahanda Sanwani dan Ibunda Evi Marwiyah

Yang tak pernah lelah merawat, menyayangi dan mendidikku hingga saat ini. Terima kasih telah memberikan kasih sayang yang tulus, tetes keringat pengorbanan, semangat dan motivasi yang tiada henti, doa yang tak pernah terputus, dan sabar yang tak pernah habis untuk menanti keberhasilanku. Atas doa dan ridho kalian, Allah beri kemudahan dalam menjalakan kehidupan ini.

Adik dan keluarga

Yang telah memberi semangat, bantuan serta doa yan tulus untuk selalu berusaha dan berikhtiar kepada Allah SWT. Terima kasih untuk doa dan semangatnya selama ini.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Yang senantiasa membimbing, mengarahkan dan memberi motivasi sejak awal hingga terselesaikannya skripsi ini.

Almamater tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat limpahan rahmat dan izin-Nya kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Analisis Model Regresi Kuantil Spasial Autoregresif Pada Tingkat Pengangguran Terbuka Provinsi Lampung”.

Skripsi ini dibuat sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Selama penulisan skripsi ini, penulis banyak menerima masukan, nasehat, dukungan, dan motivasi dari berbagai pihak.

Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Ibu Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc. selaku pembimbing satu, sekaligus pembimbing akademik yang telah memberikan waktu, arahan serta masukan selama proses penyelesaian penyusunan skripsi.
2. Ibu Dra. Dorrah Azis, M.Si. selaku pembimbing kedua yang telah memberikan waktu, arahan serta masukan selama proses penyelesaian penyusunan skripsi.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku pembahas yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun untuk skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

6. Bapak Sanwani dan Ibu Evi Marwiyah yang telah menjadi orang tua terhebat yang selalu memberikan motivasi, nasehat, cinta, perhatian, dan kasih sayang serta doa yang tidak dapat penulis balas.
7. Teman baikku yaitu Eni Asro Dzulhijjah, S.Si., yang telah memberikan semangat, serta banyak membantu selama pengerjaaan skripsi ini.
8. Teman-teman BEM FMIPA periode 2021 dan HIMATIKA periode 2020.
9. Teman-teman magang Penggerak Muda Pasar Rakyat 2022 Kementerian Perdagangan, Kampus Mengajar 2021, dan Beasiswa Etos ID Lampung.
10. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan laporan ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan untuk perbaikan ke depannya. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

Bandar Lampung, 10 November 2023
Penulis

Rendi Efri Sanjaya
NPM. 1817031003

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis regresi merupakan suatu analisis dalam statistika yang mempunyai tujuan untuk menganalisa pengaruh dari model hubungan antara variabel yang tak bebas dengan satu atau lebih variabel yang bebas. Metode dalam model regresi mempunyai beberapa asumsi-asumsi yang harus dipenuhi diantaranya seperti galat yang berdistribusi normal, homokedastisitas, galat saling bebas dan tidak adanya multikolinearitas (Gujarati & Porter, 2010).

Jika dalam objek pengamatan dipengaruhi oleh adanya efek spasial, yaitu objek pengamatan pada suatu daerah dipengaruhi oleh daerah yang berada didekatnya, maka metode yang cocok digunakan adalah regresi spasial (Mariana, 2013). Regresi spasial adalah suatu analisis yang digunakan untuk mengevaluasi hubungan antara satu variabel yang tak bebas dengan beberapa variabel bebas, yang mempertimbangkan pengaruh spasial dari suatu daerah. Efek spasial terbagi menjadi dua bagian yaitu ketergantungan spasial dan keragaman spasial. Ketergantungan spasial dapat terjadi akibat adanya hubungan antar daerah sedangkan keragaman spasial terjadi akibat adanya keragaman antara satu daerah dengan daerah yang lainnya (Arbia, 2006). Model regresi dengan melibatkan efek spasial dalam pemodelannya yaitu *Model Spatial Autoregressive (SAR).*

Metode regresi kuantil memberikan gambaran pengaruh dari beberapa variabel yang bebas terhadap variabel tak bebas pada suatu kuantil tertentu. Metode regresi kuantil pertama kali dikenalkan oleh Koenker dan Basset, 1978. Regresi kuantil meminimalkan hasil sisaan mutlak berbobot tidak simetris dan baik digunakan pada sebaran data tidak berdistribusi normal, padat pada ujung sebaran data (*truncated distribution*) atau adanya pencilan, karena regresi kuantil menghasilkan estimator yang efisien pada kasus data demikian (Davino & Marilena, 2014). Pada masalah tertentu, uji efek spasial yang melibatkan data pencilan menyebabkan suatu metode dapat gagal untuk menangani efek spasial tersebut sehingga data pencilan harus dihilangkan. Padahal jika data pencilan dihilangkan maka adakalanya data pencilan tersebut dapat memberikan informasi yang tidak diberikan oleh data yang lain (Weisberg & Sanford, 2014). Oleh sebab itu, metode regresi kuantil dipakai pada penelitian ini, sebab mampu untuk memodelkan data yang mempunyai pencilan (Koenker & Basset, 1978).

Model regresi kuantil spasial autoregresif (*Spatial Autoregressive Quantile Regression/SARQR*) adalah model yang menggabungkan antara model spasial autoregresif dengan regresi kuantil. Model SARQR adalah pemodelan yang menangani permasalahan ketergantungan dan keragaman pada pemodelan data spasial, serta tidak mudah terpengaruh pada adanya data pencilan.

Metode penelitian terdahulu yang dilakukan terkait dengan model SARQR diantaranya untuk pemodelan harga tanah dan untuk pemodelan harga rumah (Kostov & Liao Wang, 2010). Chenozhukov & Hansen (2006) pertama kali memperkenalkan metode pendugaan regresi kuantil variabel instrument (*Instrumental Variable Quantile Regression/IVQR*) dan diadaptasi oleh Su & Yang (2011) untuk menduga parameter model SARQR. Penelitian yang sudah dilakukan terkait tingkat pengangguran terbuka biasanya masih mengarah pada hasil yang bersifat umum tanpa mempertimbangkan keanekaragaman karakteristik di masing-masing kabupaten/kota. Untuk mengidentifikasi masalah tingkat pengangguran terbuka dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya dilihat dari berbagai tingkat kuantil. Dalam hal ini perlu diatasi dengan menggunakan metode yang mampu menangani efek spasial yang terjadi pada kasus tingkat pengangguran terbuka.

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk menggunakan model SAR dan model SARQR dalam memodelkan tingkat pengangguran terbuka pada kabupaten/kota di Provinsi Lampung. Dari penelitian ini diharapkan mampu menghasilkan model yang baik dalam memodelkan tingkat pengangguran terbuka pada kabupaten/kota di Provinsi Lampung.

1.2 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang di atas maka ingin dicapai pada penelitian ini adalah:

1. Menerapkan model SAR (*Spatial Autoregressive Regression)* dan model SARQR (*Spatial Autoregressive Quantile Regression*) pada pemodelan level pengangguran terbuka di Provinsi Lampung.
2. Mengetahui perbandingan model SAR (*Spatial Autoregressive Regression)* dan model SARQR (*Spatial Autoregressive Quantile Regression*) pada pemodelan level pengangguran terbuka di Provinsi Lampung.

1.3 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memiliki manfaat sebagai berikut:

1. Dapat memberikan pengetahuan mengenai penerapan model SAR (*Spatial Autoregressive Regression)* dan model SARQR (*Spatial Autoregressive Quantile Regression*).
2. Sebagai pembelajaran dalam menyelesaikan perbandingan model SAR (*Spatial Autoregressive Regression)* dan model SARQR (*Spatial Autoregressive Quantile Regression*). pada pemodelan level pengangguran terbuka di Provinsi Lampung.
3. Sebagai referensi atau pengayaan wawasan mengenai regresi kuantil median.
4. Sebagai acuan untuk melakukan penelitian yang sama dengan data yang berbeda.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan metode statistik yang memanfaatkan suatu hubungan antara dua variabel atau lebih (Soejoeti, 1986). Analisis regresi dapat digunakan untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon (Sunyoto, 2007). Tujuan analisis regresi adalah melakukan prediksi yang dapat dipercaya mengenai nilai variabel respon menggunakan nilai variabel prediktor yang sudah diketahui (Qudratullah, 2013).

Gujarati (2003) menyatakan bahwasanya terdapat dua jenis regresi, yaitu regresi linier sederhana dan regresi linier berganda. Model regresi linier sederhana adalah sebagai berikut (Montgomery, 1982):

$$\boldsymbol{Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon} \tag{2.1}$$

dengan:

Y = Variabel respon
β_0 = Intersep pada sumbu y, titik potong sumbu y
β_1 = Kemiringan (*slope*) garis regresi
X = Variabel prediktor
ε = Variabel acak

Model regresi linier berganda adalah model regresi yang menggabungkan lebih dari satu variabel prediktor. Model regresi linier berganda adalah sebagai berikut (Montgomery, 1982):

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\beta_0} + \boldsymbol{\beta_1 X_1} + \boldsymbol{\beta_2 X_2} + \cdots + \boldsymbol{\beta_k X_k} + \boldsymbol{\varepsilon} \qquad (2.2)$$

dengan :

Y = Variabel respon yang akan diprediksi

β_0 = Intersep pada sumbu y, titik potong sumbu y

β_j = Parameter; *j* = 1, 2, . . ., *k*

X_j = Variabel prediktor; *j* = 1, 2, . . ., *k*

ε = Variabel acak

Jika disusun dalam persamaan matriks, maka persamaan (2.2) menjadi:

$$\boldsymbol{Y}_{(\boldsymbol{nx1})} = \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{nx(j+1)}} + \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{(j+1)x1}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{nx1}} \qquad (2.3)$$

dengan :

$\boldsymbol{Y}$ = Vektor amatan yang berukuran (*n* x 1)

X = Matriks berukuran (*n* × (*j*+1)) yang diketahui

β = Vektor parameter yang berukuran ((*j*+1) × 1)

ε = Vektor *error* yang berukuran (*n* × 1)

Menurut Sembiring (2003), model tersebut diasumsikan bahwasanya Xi tidak mempunyai nilai distribusi dan nilainya dapat ditentukan oleh peneliti dengan distribusi ε yaitu error acak yang berdistribusi $\mathrm{N}(0, \sigma^2)$. Maka Y memiliki distribusi yang sesuai dengan ε.

2.2 Regresi Kuantil

Metode regresi kuantil menggunakan pendekatan memisahkan data menjadi beberapa kelompok kuantil tertentu yang kemungkinan memiliki nilai dugaan yang berbeda (Oktafia & Ferra, 2016). Metode regresi kuantil ini tidak membutuhkan asumsi seperti galat berdistribusi normal, homokedastisitas dan galat saling bebas.

Suatu model persamaan regresi linier bagi kuantil ke-τ dengan *n* data dan *k* variabel bebas, untuk $i = 1, 2, \ldots, n$ ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y_i = \beta_{0\tau} + \beta_{1\tau}x_{i1} + \beta_{2\tau}x_{i2} + \cdots + \beta_{k\tau}x_{ik} + u_i} \tag{2.4}$$

Ditulis ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y} = X\beta_\tau + u \tag{2.5}$$

dimana:

$\boldsymbol{y}$ = vektor variabel tak bebas berukuran $n \times 1$,

$\boldsymbol{X}$ = matriks variabel bebas berukuran $n \times (k + 1)$,

$\boldsymbol{\beta_\tau}$ = vektor koefisien regresi kuantil berukuran $(k + 1) \times 1$ yang bergantung pada τ,

$\boldsymbol{u}$ = vektor sisaan berukuran $n \times 1$.

2.3 Multikolinearitas

Multikolinearitas adalah kondisi dimana terjadi korelasi antara variabel bebas yang satu dengan variabel bebas yang lainnya dalam regresi. Multikolinearitas dideteksi dengan menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Rumus untuk mencari nilai VIF adalah sebagai berikut (Montgomery & Peck, 1992):

$$VIF_l = \frac{1}{1 - R_l^2} \tag{2.6}$$

dengan $l = 1, 2, ..k$ dimana k merupakan banyaknya variabel bebas dan R_l^2 merupakan koefisien determinasi saat X_l diregresikan dengan variabel bebas lainnya.

Selain menggunakan VIF, multikolinearitas juga dideteksi denganmelihat nilai *tolerance*. Adapun nilai *tolerance* diperoleh dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Tolerance = \frac{1}{VIF}} \tag{2.7}$$

Jika variabel bebas tak berkorelasi dengan variabel bebas lainnya, maka R_l^2 akan nilainya kecil dan nilai VIF akan mendekati satu. Sebaliknya jika variabel bebas berkorelasi dengan variabel bebas lainnya, maka R_l^2 akan mendekati satu dan nilai VIF akan menjadi lebih besar. Nilai R_l^2 terletak antara 0 dan 1 sehingga pada nilai $R_l^2 \leq 0.09$ mengakibatkan nilai VIF menjadi lebih kecil dari 10. Jika nilai VIF ≤ 10 atau nilai $tolerance > 0.1$ maka dinyatakan bahwa tidak akan terjadi multikolinearitas dalam model regresi (Montgomery & Peck, 1992).

2.4 Matriks *Contiguity* dan Matriks Pembobot Spasial

Matriks *contiguity* merupakan matriks yang menggambarkan hubungan antara suatu daerah dengan daerah lainnya. Matriks *contiguity* dapat dinotasikan dengan **C** yang berukuran $n \times n$ dimana n menyatakan sebuah jumlah daerah pengamatan, dan c_{ij} adalah nilai dalam matriks *contiguity* pada baris ke-i dan kolom ke-j untuk $i, j = 1, 2, .., n$. Berdasarkan tipe persinggungan diperoleh bahwa terdapat tiga tipe matriks *contiguity* sebagai berikut (Lee & Wong, 2001) :

1. Benteng Catur (*Rook Contiguity*)

   Benteng Catur (*Rook Contiguity*) adalah persentuhan sisi daerah satu dengan sisi daerah lainnya yang saling bertetangga. Persinggungan sisi daerah yaitu daerah yang bersisian di utara, selatan, timur dan barat.

   Dengan:

   $c_{ij} = 1$, jika daerah i dan juga j memiliki persinggungan sisi,

   $c_{ij} = 0$, jika selainnya.

   Ilustrasi untuk *Rook Contiguity* dilihat pada Gambar 1, tetangga dariunit A yaitu unit B_1, B_2, B_3, dan B_4 (Yasin & Budi, 2020).

	Unit B_2	
Unit B_1	Unit A	Unit B_3
	Unit B_4	

Gambar 1. Rook Contiguity

2. Gajah Catur (Bishop Contiguity)

   Gajah Catur (Bishop Contiguity) adalah persentuhan antara titik sudut daerah satu dengan daerah lain yang saling bertetangga. Dengan keterangan : $c_{ij} = 1$, jika daerah i dan j memiliki persinggungan sudut, $c_{ij} = 0$, jika selainnya. Ilustrasi dalam Bishop Contiguity dilihat pada Gambar 2, tetangga dari unit A yaitu unit C_1, C_2, C_3, dan C_4 (Yasin & Budi, 2020).

Unit C_1		Unit C_2
	Unit A	
Unit C_4		Unit C_3

Gambar 2. Bishop Contiguity

3. Ratu Catur (*Queen Contiguity*)

   Ratu Catur (*Queen Contiguity*) adalah persentuhan antara sisi maupun titik sudut daerah satu dengan daerah lainnya yang saling bertetangga. *Queen Contiguity* merupakan gabungan dari *Rook Contiguity* dan *Bishop Contiguity*. Dengan:

   $c_{ij} = 1$, jika daerah i dan j memiliki persinggungan sisi dan sudut,

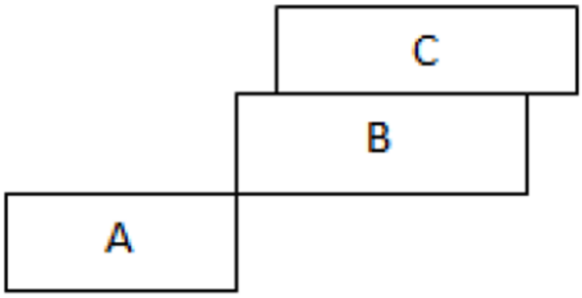
   $c_{ij} = 0$, jika selainnya.

   Ilustrasi untuk *queen contiguity* dilihat pada Gambar 3, tetangga dari unit A yaitu unit B_1, B_2, B_3, B_4, dan C_1, C_2, C_3, C_4 (Yasin & Budi, 2020).

Unit C_1	Unit B_2	Unit C_2
Unit B_1	Unit A	Unit B_3
Unit C_4	Unit B_4	Unit C_3

Gambar 3. Queen Contiguity

Berikut adalah ilustrasi letak daerah untuk mencari matriks *contiguity* berdasarkan ketiga tipe persinggungan.



Gambar 4. Ilustrasi letak daerah

Berdasarkan Gambar 4, maka diperoleh matriks *contiguity* yaitu:

Untuk tipe persinggungan *rook contiguity*, daerah B bertetangga dengan daerah C maka c_{23} dan c_{32} bernilai 1. Berikut matriks tipe *rook contiguty*

1. Berdasarkan ilustrasi di atas:

$$\boldsymbol{C_{queen}} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{2.8}$$

2. Untuk tipe persinggungan *bishop contiguity*, suatu daerah A bertetangga dengan suatu daerah B maka c_{12} dan c_{21} bernilai 1. Berikut matriks tipe *bishop contiguty* berdasarkan ilustrasi di atas :

$$\boldsymbol{C_{queen}} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{2.9}$$

3. Untuk tipe persinggungan *queen contiguity*, suatu daerah A dan suatu daerah C bertetangga dengan suatu daerah B maka c_{12},c_{21},c_{23} dan c_{32} memiliki nilai 1. Berikutmatriks tipe *queen contiguty* berdasarkan ilustrasi di atas:

$$\boldsymbol{C_{queen}} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{2.10}$$

Matriks pembobot spasial merupakan matriks yang menggambarkan suatu hubungan dari masing-masing daerah. Matriks pembobot spasial berukuran $n \times n$ dan disimbolkan dengan **W**. Matriks pembobot spasial diperoleh dari estimasi standarisasi matriks *contiguity*. Bentuk umum dari matriks pembobot spasial (**W)** adalah

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{11} & \cdots & w_{11} \\ w_{11} & w_{11} & \cdots & w_{11} \\ \vdots & \vdots & w_{11} & \vdots \\ w_{11} & w_{11} & \cdots & w_{11} \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

matriks yang telah di estimasi standarisasi barisnya yaitu matriks dimana jumlah dari setiap barisnya adalah satu (Lee & Wong, 2001). Unsur dari matriks pembobot spasial pada baris ke-i dan kolom ke-j untuk i, j = 1, 2, .., n adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{w_{ij}} = \frac{\boldsymbol{c_{ij}}}{\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{c_{ij}}} \tag{2.12}$$

Contoh matriks pembobot spasial dengan menggunakan C_{queen} padacontoh Gambar 4 yaitu

$$\boldsymbol{W}_{queen} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad (2.13)$$

2.5 Uji Efek Spasial

Efek spasial terbagi menjadi dua bagian yaitu ketergantungan spasial dan keragaman spasial. Ketergantungan spasial dapat terjadi akibat adanya hubungan dalam data spasial, sedangkan keragaman spasial terjadi akibat adanya keragaman antara satu daerah dengan daerah lainnya (Arbia, 2006).

2.5.1 Uji Ketergantungan Spasial

Ketergantungan spasial muncul berdasarkan suatu hukum Tobler I yaitu segala sesuatu saling berhubungan dengan hal lainnya tetapi suatu yang lebih dekat maka mempunyai pengaruh yang lebih besar (Anselin, 1988). Untuk mengetahui adanya ketergantungan spasial antaraa daerah dilakukan pengujian dengan Indeks Moran (Lee & Wong, 2001). Pengujian Indeks Moran adalah pengujian yang dilakukan guna melihat apakah pengamatan di suatu daerah berpengaruh terhadap pengamatan di daerah lain yang saling bertetangga. Jika pada pengujian Indeks Moran menunjukkan adanya ketergantungan spasial antara daerah maka langkah selanjutnya yaitu menggunakan Uji *Lagrange Multiplier* (LM) untuk mengetahuiadanya ketergantungan spasial pada variabel tak bebas (Anselin, 1988).

a. Indeks Moran (Morans 1)

Indeks Moran adalah ukuran dari suatu hubungan pengamatan antara suatu daerah dengan daerah lainnya yang saling berdekatan. Rumus Indeks Moran adalah sebagai berikut (Lee & Wong, 2001):

$$\boldsymbol{I} = \frac{n \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} (y_i - \hat{y})(y_j - \hat{y})}{S_0 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y})} \qquad (2.14)$$

dengan:

n = jumlah daerah pengamatan,

$\hat{y}$ = nilai rata-rata dari n daerah,

y_i = nilai pengamatan pada daerah ke-i,

y_j = nilai pengamatan pada daerah ke-j,

w_{ij} = elemen matriks pembobot spasial baris ke-i kolom ke-j,

$$S_0 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} \quad (2.15)$$

Indeks Moran memiliki nilai harapan yaitu :

$$E[I] = -\frac{1}{n-1} \quad dan\ ragam\ Var(I) = \frac{n^2 S_1 - nS_2 + 3S_0^2}{(n^2-1)S_0^2} - (E[I])^2 \quad (2.16)$$

dengan:

$$S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (w_{ij} + w_{ji})^2 \quad (2.17)$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^{n} (w_{i.} + w_{.j}) \quad (2.18)$$

Jika nilai $0 < I \leq 1$ maka terdapat ketergantungan positif, artinya daerah yang berdekatan bernilai mirip dan pola data cenderung berkelompok. Jika nilai $-1 \leq I < 0$ maka terdapat ketergantungan negatif artinya daerah yang berdekatan mempunyai nilai yang berbeda dan pola data cenderung menyebar. Jika nilai $I = 0$ maka tidak ada ketergantungan spasial yang terindikasi (Pfeiffer, 2008). Pengujian Indeks Moran digunakan untuk melihat apakah terdapat ketergantungan spasial di antara daerah pengamatan. Hipotesis Indeks Moran adalah sebagai berikut (Lee & Wong, 2001):

H_0 = tidak terdapat ketergantungan spasial antara daerah,
H_1 = terdapat ketergantungan spasial antara daerah.

Statistik uji yang digunakan yaitu:

$$Z_{hitung} = \frac{I - E[I]}{\sqrt{Var(I)}} \quad (2.19)$$

Jika nilai $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$ maka diambil keputusan tolak H_0, artinya terdapat ketergantungan spasial antara daerah pada taraf nyata α tertentu.

b. Uji Lagrange Multiplier

Uji *Lagrange Multiplier* adalah uji yang menentukan suatu model mempunyai ketergantungan spasial pada variabel tak bebas atau tidak. Bentuk umum uji Lagrange Multiplier adalah sebagai berikut (Anselin, 1988):

$$LM_{lag} = \frac{(\frac{u'Wy}{s^2})^2}{nP} \tag{2.20}$$

dengan:

$$nP = T + \frac{(WX\beta)'M(WX\beta)}{s^2}, \tag{2.21}$$

$$T = Trace\big((W + W')W\big), \tag{2.22}$$

$$M = I - X(X'X)^{-1}X'. \tag{2.23}$$

$$s^2 = \frac{u'u}{n}, u\ sebagai\ sisaan. \tag{2.24}$$

Pada Uji Lagrange Multiplier, hipotesis yang digunakan yaitu sebagai berikut $H_0 : \lambda = 0$ (suatu model tidak dapat ketergantungan spasial pada variabel tak bebas).

$H_1 : \lambda \neq 0$ (suatu model terdapat ketergantungan spasial pada variabel tak bebas).

Pengambilan keputusan tolak H0 jika nilai $LM_{lag} > \chi^2_{(\alpha,1)}$ atau p − value < α yang artinya pada taraf nyata α diberikan kesimpulkan suatu model terdapat ketergantungan spasial pada variabel tak bebas. Jika suatu model terdapat ketergantungan spasial pada variabel tak bebas maka pemodelan dilakukan menggunakan model Spatial Autoregressive (SAR) (Arbia, 2006).

2.5.2 Uji Keragaman Spasial

Keragaman spasial merupakan efek yang menunjukkan adanya keragaman antara suatu daerah sehingga suatu daerah mempunyai struktur dan parameter hubungan yang berbeda. Dalam mendeteksi keragaman spasial dilakukan pengujian menggunakan uji *Breusch-Pagan* (BP). Hipotesis uji *Breusch-Pagan* yaitu sebagai berikut (Arbia, 2006):

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2 = \sigma^2$(antara daerah memiliki ragam yang sama),

H_1: minimal ada satu $\sigma_1^2 \neq \sigma^2, l = 1,2, \dots, k$(antara daerah memiliki ragam yang berbeda).

Statistik Uji *Breusch-Pagan* yaitu :

$$BP = \frac{1}{2}(f'X)(X'X)^{-1}(X'f) \qquad (2.25)$$

Menyebar $\chi^2_{(\alpha,k-1)}$ dengan:

f : vektor berukuran $n \times 1$ dimana elemennya adalah $\frac{\hat{u}_i^2}{\hat{\sigma}^2} - 1$ adapun $\hat{u}_i$ merupakan sisaan pengamatan ke-i dari hasil pendugaan regresi dan $\hat{\sigma}^2$ merupakan ragam yang diperoleh dari sisaan.

X : matriks berukuran n × (k + 1) dengan elemen variabel bebas.

Pengambilan keputusan tolak H_0 jika nilai $BP > \chi^2_{(\alpha,k-1)}$ atau p-*value* $< \alpha$ yang artinya pada taraf nyata dapat α disimpulkan bahwa antara daerah pengamatan memiliki ragam yang berbeda.

2.6 Pencilan Spasial

Pencilan adalah nilai data yang sangat berbeda dari sebagian besar sekumpulan data. Dalam analisis data spasial, menghilangkan pencilan dapat mengakibatkan perubahan komposisi efek spasial pada data. Salah satu metode yang digunakan untuk mendeteksi adanya pencilan pada data spasial adalah *Moran's scatterplot*. *Moran's scatterplot* terbagi menjadi empat kuadran, plot data yang berada di kuadran bagian kiri atas dan kanan bawah mengindikasikan bahwa adanya autokorelasi spasial negatif yang menunjukkan daerah dengan nilai pengamatan rendah dikelilingi oleh daerah dengan pengamatan tinggi begitupun sebaliknya. Oleh karena itu, diidentifikasi titik-titik yang berbeda dengan tetangganya yang bernilai rendah atau tinggi sehingga titik-titik

tersebut dikategorikan sebagai pencilan spasial (Yasin & Budi, 2020).
Deteksi pencilan spasial menggunakan *Moran's scatterplot* diidentifikasi dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$(Z[f(i)] \times (\sum_{j=1}^{n}(WZ[f(j)]))) \tag{2.26}$$

Dimana $Z_i = \frac{f(i)-\mu f}{\sigma_f}$ merupakan rata-rata nilai ketetanggaan dari nilai atribut yang telah dinormalisasi dan Z_j merupakan *transpose* nilai atribut yang dinormalisasi. Jika nilai dari Persamaan (2.26) kurang dari 0 maka data tersebut termasuk pencilan spasial.

2.7 Metode Regresi Kuantil

Metode regresi kuantil merupakan suatu metode estimasi parameter yang pertama kali dikenalkan oleh Koenker dan Bassett (1978). Metode regresi kuantil memberikan gambaran hubungan antara satu variabel tidak bebas dengan beberapa variabel bebas pada kuantil tertentu. Kuantil merupakan metode pembagian satu kelompok data atas beberapa bagian, setelah data tersebut diurutkan dari yang paling kecil atau diurutkan dari yang terbesar (Rahmadiah & Ferra, 2021). Metode regresi kuantil menggunakan pendekatan memisahkan data menjadi beberapa kelompok kuantil tertentu yang kemungkinan memiliki nilai dugaan yang berbeda (Oktafia & Ferra, 2016). Metode regresi kuantil ini tidak membutuhkan asumsi seperti galat berdistribusi normal, homokedastisitas dan galat saling bebas.

Misalkan suatu peubah acak Y dengan fungsi kepekatan peluang adalah $f(y)$ dan fungsi distribusi kumulatif adalah $F_Y(y) = F(y) = P(Y \leq y)$.Fungsi kuantil dilambangkan dengan Q_τ dengan $0 < \tau < 1$. Kuantil merupakan *invers* dari fungsi distribusi kumulatif yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{Q_\tau(Y) = F_Y^{-1}(\tau) = \mathbf{inf}(y: F_Y(y) \geq \tau)} \tag{2.27}$$

Fungsi kuantil bersyarat ke-τ pada metode regresi kuantil didefinisikan sebagai

$Q_\tau(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{X}) = \boldsymbol{X\beta}_\tau$ maka nilai dugaan untuk $\hat{\beta}$ pada kuantil ke-τ diperoleh dengan meminimumkan (Yu & Alhamzawi, 2012) :

$$\sum_{i=1}^{n} \rho_\tau(y_i - x_i\beta_\tau) \tag{2.28}$$

dengan $\rho\tau\ (\boldsymbol{u}) = [\tau - I(u < 0)]u$ adalah *loss function* yang didefinisikan dengan (Davino & Marilena, 2014):

$$\rho\tau\ (u) = [(1-\tau)I\ (u \leq 0) + \tau I(u > 0)]|u| \tag{2.29}$$

I(.) merupakan fungsi indikator, yang bernilai satu saat I(.) benar dan nol selainnya. Fungsi pt (u) didefinisikan sebagai beriku:

$$\rho_\tau = \begin{cases} u\tau & , jika\ u > 0 \\ u(\tau - 1) & , jika\ selainnya \end{cases} \tag{2.30}$$

Untuk mencari nilai dugaan parameter βτ pada persamaan (2.28) adalah dengan menggunakan metode simpleks pada pemrograman linier, karena metode kuadrat terkecil (MKT) tidak akan bisa dilakukan. Hal ini dikarenakan *loss function* tidak memiliki turunan pada 0 dan solusi eksplisit dari masalah minimisasi tidak bisa diperoleh (Kozumi & Kobayashi, 2011).

2.8 Model Spasial Autoregresif (Spatial Autoregressive Model/SAR)

Model SAR adalah suatu model linier dimana terdapat korelasi spasialpada variabel tak bebas. Model SAR menjelaskan ketergantungan spasial dengan menggunakan matriks pembobot spasial. Model SAR dalam bentuk matriks ditulis sebagai berikut (Anselin, 1988):

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\lambda W y} + \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{u} \tag{2.31}$$

$$\boldsymbol{u} \sim \boldsymbol{N}(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\sigma}^2\boldsymbol{I}) \tag{2.32}$$

dengan:

$\boldsymbol{y}$ = vektor peubah respon berukuran $n \times 1$,

$\boldsymbol{\lambda}$ = koefisien spasial autoregresif,

$\mathbf{W}$ = matriks pembobot spasial berukuran $n \times n$,

$\boldsymbol{X}$ = matriks peubah penjelas berukuran $n \times (k + 1)$,

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor parameter yang akan diduga berukuran $(k + 1) \times 1$,

$\boldsymbol{u}$ = vektor sisaan model berukuran $n \times 1$.

Pada persamaan (2.8.1), λ merupakan koefisien spasial autoregresif yang menunjukkan besarnya ketergantungan spasial dari suatu daerah terhadap daerah lain disekitarnya (Ward & Gleditsch, 2008). Pendugaan suatu parameter model SAR dilakukan dengan menggunakan Metode Estimasi Kemungkinan Maksimum (*Maximum Likelihood Estimation*). Fungsi *likelihood* merupakan fungsi dari parameter yang mengarah pada fungsi kepekatan peluang bersama dari n variabel acak $U_1, U_2, ...U_n$ yang dihitung pada nilai $u_1, u_2, ...u_n$. Maka dari itu, jika fungsi kepekatan peluang bersama dari variabel acak $u_1, u_2, ...u_n$ dengan parameter θ adalah $f(u_1, u_2, ...u_n; \theta)$ maka fungsi *likelihood* adalah $L(\theta) = f(u_1, u_2, ...u_n; \theta)$ (Bain & Max, 1992).

Untuk model SAR dapat diasumsikan bahwa u_i merupakan variabel yang saling bebas dari sebaran $N(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I})$ sehingga fungsi kepekatan peluang dari u_i adalah

$$f(u_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp\left(-\frac{u_i^2}{2\sigma^2}\right), dimana\ i = 1,2,\dots,n \qquad (2.33)$$

Diasumsikan bahwa u_i saling bebas maka fungsi kepekatan peluang bersama dari n variabel acak $u_1, u_2, ..., u_n$ adalah

$$\begin{aligned} f(u_1, u_2, \dots, u_n) &= f(u_1)f(u_2) \dots f(u_n) \qquad (2.34) \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{u_1^2}{2\sigma^2}\right)\right) \cdots \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{u_n^2}{2\sigma^2}\right)\right) \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \exp(-\frac{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}{2\sigma^2}) \end{aligned}$$

dimana $\sum_{i=1}^{n} u_i^2 = u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2$ dapat ditulis menjadi $\sum_{i=1}^{n} u_i^2 = u'u$ sehingga diperoleh fungsi kepekatan peluang sebagai berikut:

$$f(u_1, u_2, \cdots, u_n) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n} u'u}{2\sigma^2}\right) \tag{2.35}$$

Untuk menentukan pendugaan $\boldsymbol{\beta}$ maka perlu dilakukan transformasi variabel $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, \cdots, u_n)$ menjadi variabel $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$ dengan transformasi $\boldsymbol{y} = \lambda \boldsymbol{W}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{u}$.

Dengan transformasi, fungsi kepekatan peluang bersama dari *n* variabel tak bebas ***y*** dengan parameter yang akan diestimasi

$\theta = \{\boldsymbol{\beta}, \lambda, \sigma^2\}$ adalah

$$f(y; \beta, \lambda, \sigma^2) = f(u)|J| \tag{2.36}$$

Perhatikan bahwa Persamaan (2.8.1) dinyatakan dengan:

$$u = y - \lambda W y - X\beta = (I - \lambda W)y - X\beta) \tag{2.37}$$

Jacobian transformasi didefinisikan dengan

$$J = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}((I - \lambda W)y - X\beta) \tag{2.38}$$

$$J = I - \lambda W \tag{2.39}$$

kemudian diperoleh fungsi kepekatan peluang bagi ***y*** yang juga disebut sebagai fungsi likelihood adalah

$$f(y; \beta, \lambda, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n} u'u}{2\sigma^2}\right) |I - \lambda W| \tag{2.40}$$

$$f(y;\beta,\lambda,\sigma^2)=\frac{|I-\lambda W|}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}}\exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left((I-\lambda W)y-X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y-X\beta\right)}{2\sigma^2}\right) \quad (2.41)$$

Fungsi kepekatan peluang bagi y ini selanjutnya akan dipakai untuk menduga parameter model SAR. Penduga parameter model didapatkan dengan cara memaksimalkan fungsi *likelihood*. Hal ini dikatakan ekuivalen dengan memaksimalkan logaritma natural dari fungsi *likelihood* yaitu

$$\mathcal{L}=lnL(y;\beta,\lambda,\sigma^2);\mathrm{y}) \quad (2.42)$$

$$\mathcal{L}=\ln\left[\frac{|I-\lambda W|}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}}\exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left((I-\lambda W)y-X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y-X\beta\right)}{2\sigma^2}\right)\right] \quad (2.43)$$

$$\mathcal{L}=\ln|I-\lambda W|-\frac{n}{2}\ln(2\pi)-\frac{n}{2}\ln(\sigma^2)-\left[-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left((I-\lambda W)y-X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y-X\beta\right)}{2\sigma^2}\right] \quad (2.44)$$

Nilai maksimum fungsi *likelihood* dapat diperoleh dengan mencari turunan pertama $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\beta}$. Turunan pertama fungsi $\mathcal{L}$ terhadap β adalah sebagai berikut.

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\beta}=\frac{\partial}{\partial\beta}(\ln|I-\lambda W|)-\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{n}{2}\ln(2\pi)\right)-\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{n}{2}\ln(\sigma^2)\right)-\frac{\partial}{\partial\beta}\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left((I-\lambda W)y-X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y-X\beta\right)}{2\sigma^2}\right)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\beta}=-\frac{1}{2\sigma^2}\frac{\partial}{\partial\beta}[y'(I-\lambda W)'(I-\lambda W)y-2\beta'X'(I-\lambda W)y+\beta'X'X\beta]$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\beta}=-\frac{1}{2\sigma^2}(-2X'(I-\lambda W)y+2X'X\beta)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\beta}=-X'(I-\lambda W)y+X'X\beta$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\beta}=-X'X\beta-X'(I-\lambda W)y \quad (2.45)$$

Dengan menyamakan hasil turunan dengan nol maka diperoleh pendugaan parameter β untuk model SAR adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}=(X'X)^{-1}X'(I-\lambda W)y \quad (2.46)$$

Pendugaan untuk parameter σ^2 diperoleh dengan cara yang sama pada pendugaan parameter $\boldsymbol{\beta}$.

Perhatikan bahwa:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\sigma^2} = \frac{\partial}{\partial\sigma^2}(l\,n|I-\lambda w| - \frac{\partial}{\partial\sigma^2}\left(\frac{n}{2}\ln(2\pi)\right) - \frac{\partial}{\partial\sigma^2}\left(\frac{n}{2}\ln(\sigma^2)\right)$$
$$-\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left((I-\lambda W)y - X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y - X\beta\right)}{2\sigma^2}\right)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4}\left(((I-\lambda W)y - X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y - X\beta)\right)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\sigma^2} = \frac{-n\sigma^2 + \left(((I-\lambda W)y - X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y - X\beta)\right)}{2\sigma^4} \quad (2.47)$$

Dengan menyamakan hasil turunan dengan nol maka diperoleh pendugaan σ^2 adalah sebagai berikut:

$$\frac{n\sigma^2}{2\sigma^4} = \frac{\left(((I-\lambda W)y - X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y - X\beta)\right)}{2\sigma^4} \quad (2.48)$$

$$n\sigma^2 = \left(((I-\lambda W)y - X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y - X\beta)\right) \quad (2.49)$$

sehingga penduga untuk σ^2 dalam model SAR adalah sebagai berikut:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\left(((I-\lambda W)y - X\beta\right)'\left((I-\lambda W)y - X\beta)\right) \quad (2.50)$$

Pendugaan parameter λ dapat dicari dengan menggunakan pendekatan numerik, karena pendugaan λ tidak dapat dilakukan dengan menggunakan metode estimasi kemungkinan maksimum. Hal ini disebabkan oleh adanya $ln\ (\boldsymbol{I} - \lambda\boldsymbol{W})$ yaitu fungsi dari parameter λ (Anselin, 1988).

2.9 Model Regresi Kuantil Spasial Autoregresif (*Spatial Autoregressive Quantile Regression*/SARQR)

Model regresi kuantil spasial autoregresif (*Spatial Autoregressive Quantile Regression*/SARQR) adalah model yang menggabungkan pemodelan spasial autoregresif dengan model regresi kuantil. Pengembangan pemodelan spasial autoregresif pada pemodelan kuantil ke-τ secara spesifik didefinisikan sebagai berikut (Liao & Wang, 2010):

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\lambda_\tau W y} + \boldsymbol{X\beta_\tau} + \boldsymbol{u} \qquad (2.51)$$

Model SARQR memiliki perbedaan dari model SAR yaitu koefisien spasial autoregresif (λ) dan vektor regresi ($\boldsymbol{\beta}$) bergantung pada nilai kuantil (τ) tertentu (Febriyanti, 2015). Nilai koefisien spasial autoregresif pada model SARQR menunjukkan besarnya ketergantungan spasial dari daerah-daerah yang berdekatan (Zhang, Lu, *et al*., 2021).

Metode IVQR (*Instrumental Variable Quantile Regression*) digunakan untuk menduga parameter pada model SARQR (Su & Yang, 2011). Akan dilakukan pendugaan parameter menggunakan metode IVQR dengan asumsi sebagai berikut:

1. $P(u_i \leq 0) = \tau$, untuk setiap $i = 1,2, \dots, n$
2. $sup_n \geq 1max1 \leq i \leq nE(u_i) \leq \mu < \infty$
3. $u \sim N(0, \sigma^2 I)$

Adapun proses pendugaan parameter dengan menggunakan metode IVQR pada model SAR dapat dilihat pada Chernozhukov & Hansen (2006), Su & Yang (2011), Zhang (2021).

2.10 Uji Signifikansi Parameter Model

Uji signifikansi parameter pada model secara parsial dilakukan guna mengetahui parameter mana yang signifikan mempengaruhi variabel tak bebas. Hipotesis yang digunakan dalam uji signifikansi untuk masing- masing parameter model adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_l = 0$

$H_1 : \beta_l \neq 0$, untuk $l = 0,1,2, \dots, k$.

Dari hipotesis di atas, hipotesis awal H_0 menyatakan variabel bebas tak berpengaruh signifikan terhadap variabel tak bebas. Hipotesis alternatif H_1 menyatakan variabel bebas berpengaruh secara signifikan terhadap variabel tak bebas. Statistik uji yang digunakan yaitu (Liu & Xian, 2016) :

$$Z_{hitung} = \frac{b_l}{Sd(b_l)} \quad (2.52)$$

dengan b_l adalah dugaan rata-rata dari masing-masing parameter, dan $Sd(b_l)$ adalah dugaan standar deviasi dari masing-masing parameter. Apabila $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$ atau $p - value < \alpha$ maka diambil keputusan tolak H_0 artinya pada taraf nyata α dapat disimpulkan bahwa variabel bebas berpengaruh secara signifikan terhadap variabel tak bebas (Pfeiffer, 2008).

2.11 Tingkat Pengangguran Terbuka

Menurut Badan Pusat Statistik (2020), tingkat pengangguran terbuka (TPT) merupakan persentase dari suatu jumlah pengangguran terhadap jumlah angkatan kerja. Rumus untuk menghitung TPT yaitu sebagai berikut:

$$TPT = \frac{JP}{JAK} \times 100\% \quad (2.53)$$

JP merupakan jumlah pengangguran dan JAK merupakan jumlah angkatan kerja. Pengangguran terdiri atas dua. Pengangguran terselubung adalah angkatan kerjayang sudah memperoleh pekerjaan namun bekerja tidak optimal. Menurut Badan Pusat Statistik (2020) pengangguran terbuka digolongkan dalam empat kategori, yaitu sebagai berikut:

1. Masyarakat yang tak mempunyai pekerjaan dan sedang aktif mencari pekerjaan.
2. Masyarakat yang tak mempunyai pekerjaan, namun sedang mempersiapkan suatu usaha.
3. Masyarakat yang tak mempunyai pekerjaan dan tak berupaya mencari pekerjaan.
4. Masyarakat yang pada kondisi ini adalah mereka yang merasa tak akan mungkin memperoleh pekerjaan walaupun telah berupaya mencarinya;
5. Masyarakat yang sudah mempunyai pekerjaan, namun belum memulainya.

Secara umum konsep pengangguran terbuka dikelompokkan menjadi dua, yaitu pengangguran yang pernah bekerja dan pengangguran yang memang belum pernah bekerja sebelumnya. Indikator TPT digunakan pemerintah dalam menilai keberhasilan kinerjanya pada bidang ketenagakerjaan. Proses untuk mengukur maju atau mundurnya perekonomian dan pembangunan di suatu daerah dilihat dari sedikit banyaknya jumlah pengangguran yang ada di daerah tersebut, karena pengangguran mengindikasikan parameter kesejahteraan penduduk di suatu daerah. Semakin rendah nilai pengangguran di suatu daerahmaka pertumbuhan ekonomi di daerah tersebut akan semakin baik (Gujarati, 2006).

Adapun faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat pengangguran terbuka adalah sebagai berikut:

1. Laju Pertumbuhan Penduduk

Penduduk merupakan semua orang yang bertempat tinggal di suatu daerah selama enam bulan atau lebih dan atau yang berdomisili kurang dari enam bulan namun bertujuan untuk menetap di daerah tersebut (Badan Pusat Statistik, 2020). Laju pertumbuhan penduduk suatu daerah selalu mengalami perubahan dari waktu ke waktu dikarenakan adanya pertumbuhan penduduk pada daerah tersebut. Jumlah penduduk di suatu daerah berbanding lurus dengan TPT sehingga semakin bertambahnya jumlah penduduk maka semakin besar nilai TPT di suatu daerah (Priastiwi & Herniwati, 2020).

2. Jumlah Penduduk Miskin

Penduduk miskin merupakan penduduk yang mempunyai rata-rata pengeluaran per kapita per bulan di bawah garis kemiskinan. Garis Kemiskinan (GK) merupakan tingkat minimum pendapatan yang dipenuhi untuk memperoleh standar hidup di suatu daerah. Garis Kemiskinan Makanan (GKM) merupakan angka pengeluaran kebutuhan minimum makanan sedangkan Garis Kemiskinan Non Makanan (GKNM) adalah kebutuhan minimum pada perumahan, pendidikan, dan kesehatan. Garis kemiskinan dihitung dengan menjumlahkan Garis Kemiskinan Makanan (GKM) dan Garis Kemiskinan Non Makanan (GKNM) (Badan Pusat Statistik, 2019). Jumlah penduduk miskin berbanding lurus dengan TPT sehingga semakin bertambah jumlah penduduk miskin maka semakin besar nilai TPT di suatu daerah (Tanjung & Indra 2020).

3. Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja

Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) didefinisikan sebagai persentase penduduk umur 15 tahun ke atas yang merupakan angkatan kerja. Kegunaan TPAK adalah mengindikasikan besarnya persentase penduduk usia kerja yang aktif pada ekonomi di suatu daerah. Nilai TPAK yang tinggi memberikan petunjuk bahwasanya semakin tinggi pula pasokan tenaga kerja yang tersedia untuk memproduksi barang dan jasa dalam perekonomian. TPAK berbanding terbalik dengan TPT sehingga semakin tinggi TPAK maka daerah tersebut memiliki angka pengangguran yang rendah (Tanjung & Indra, 2020). Rumus TPAK adalah sebagai berikut:

$$TPAK = \frac{JAK}{JP_0} \times 100\% \qquad (2.54)$$

dengan JAK sebagai jumlah angkatan kerja dan JP_0 sebagai jumlah penduduk 15 tahun ke atas.

4. Produk Domestik Regional Bruto

Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) merupakan jumlah nilai tambah yang dihasilkan dari seluruh unit usaha pada suatu daerah tertentu. PDRB menjadi salah satu indikator terpenting yang berguna guna mengetahui kondisi perekonomian di suatu daerah pada periode tertentu, baik atas dasar harga berlaku begitupun atas dasar harga konstan. Pertumbuhan ekonomi melalui PDRB yang meningkat diharapkan bisa menambah tenaga kerja pada daerah tersebut, dengan adanya kenaikan PDRB maka kemungkinan bisa meningkatkan kapasitas produksi di suatu daerah sehingga akan berdampak pada menurunnya TPT (Routa & Harsono, 2021).

5. Indeks Pembangunan Manusia

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan ukuran perbandingan dari angka harapan hidup, harapan dan rata-rata lama sekolah, serta standar hidup untuk semua negara. Pada Human Development Report (1990) diperkenalkan tiga dimensi pembentuk IPM yaitu dimensi kesehatan, dimensi pendidikan, dan dimensi pengeluaran. Rumus Indek Pembangunan Manusia adalah sebagai berikut.

$$IPM = \sqrt[3]{I_{kesehatan} \times I_{pendidikan} \times I_{pengeluaran}} \times 100 \quad (2.55)$$

dimana $I_{kesehatan}$ sebagai indikator angka harapan hidup, $I_{pendidikan}$ sebagai indikator indeks harapan dan rata-rata lama sekolah dan $I_{pengeluaran}$ diukur dengan pengeluaran perkapita.

IPM berguna sebagai indikator untuk menjelaskan aspek kualitas dari pembangunan serta mengklasifikasikan sebuah negara termasuknegara maju, berkembang, atau terbelakang. IPM mengukur pengaruh dari kebijakan ekonomi terhadap kualitas hidup di suatu daerah. Ketiga dimensi pembentuk IPM menjadi alat ukur untuk mengetahui kualitas sumber daya manusia yang siap bekerja sehingga mampu mengurangi tingginya TPT di suatu daerah. Peningkatan pertumbuhan ekonomi diharapkan meningkatkan kesempatan kerja sehingga IPM mengurangi nilai tingkat pengangguran di daerah (Mahroji dan Nurkhasanah, 2019).

2.12 Kriteria Model Terbaik

Untuk menentukan model terbaik, pada penelitian ini digunakanmetode AIC (*Akaike Information Criterion*) yang ditemukan oleh Akaike. Rumus untuk menghitung nilai AIC adalah sebagai berikut (Mariana, 2013) :

$$AIC = -2ln\mathcal{L} + 2d \quad (2.56)$$

dengan:

$\mathcal{L}$: nilai maksimum fungsi *likelihood*,

d : jumlah parameter yang diestimasi dalam model regresi.

Menurut metode AIC, model regresi terbaik yaitu model regresi yang mempunyai suatu nilai AIC terkecil.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2022/2023. Bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data pada tahun 2021 yang mencakup tingkat pengangguran terbuka dan faktor-faktor yang mempengaruhi, diantaranya persentase laju pertumbuhan penduduk, persentase penduduk miskin, TPAK, PDRB, dan persentase IPM. Data penelitian ini didapatkan dari Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung (www.lampung.bps.go.id).

Tabel 1. Data Penelitian

Kota/Kabupaten	Y	X1	X2	X3	X4	X5
Lampung Barat	0,27	3,33	12,82	83,23	7,48	67,9
Tanggamus	1,15	7,11	11,81	68,76	16,34	66,65
Lampung Selatan	0,93	11,8	14,19	66,05	46,41	68,49
Lampung Timur	0,93	12,31	15,08	68,67	42,85	69,66
Lampung Tengah	1,59	16,27	11,99	72,26	74,36	70,23
Lampung Utara	0,21	6,98	19,63	66,7	24,86	67,89
Way Kanan	0,93	5,25	13,09	74,78	14,66	67,57
Tulang Bawang	0,19	4,74	9,67	68,32	24,17	68,73
Pesawaran	1,19	5,3	15,11	65,42	16,84	66,14
Pringsewu	0,45	4,48	10,11	67,03	11,67	70,45
Mesuji	1,32	2,53	7,54	69,21	10,89	64,04
Tulang Bawang Barat	0,72	3,17	8,32	72,32	11,96	66,22
Pesisir Barat	0,77	1,8	14,81	74,62	4,92	64,3
Bandar Lampung	2,16	13,05	9,11	67,18	61,5	77,58
Metro	0,87	1,87	8,93	66,71	6,58	77,49

dengan:

Y = Tingkat Pengangguran Terbuka (%)

X_1 = Persentase Laju Pertumbuhan Penduduk (%)

X_2 = Persentase Penduduk Miskin (%)

X_3 = Persentase Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (%)

X_4 = Persentase Produk Domestik Regional Bruto (%)

X_5 = Persentase IPM (%)

3.3 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah metode regresi kuantil dan regresi spasial dalam menguji efek spasial dalam data. Pengolahan data dilakukan dengan bantuan *software* R, SPSS, Geoda, dan Excel. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Analisis data secara deskriptif.
2. Melakukan uji multikolinearitas pada variabel bebas yang dilibatkan dalam analisis.
3. Menentukan matriks pembobot spasial, pada penelitian ini menggunakan tipe matriks contiguity yaitu queen contiguity.

4. Melakukan uji efek spasial yaitu:
   a. Uji ketergantungan spasial menggunakan uji Indeks Moran dan uji *Lagrange Multiplier*,
   b. Uji keragaman spasial menggunakan uji *Breusch-Pagan*.
5. Menentukan Model SAR untuk data TPT di Provinsi Lampung.
   a. Melakukan estimasi pendugaan pada model SAR untuk mengetahui apakah adanya pengaruh spasial.
   b. Melakukan uji efek spasial pada model SAR untuk mengetahui apakah efek spasial sudah teratasi dan mendekeksi adanya pencilan spasial.
6. Menentukan model SARQR untuk data TPT di Provinsi Lampung.
   a. Melakukan estimasi pendugaan pada model SARQR untuk mengetahui apakah adanya pengaruh spasial.
   b. Melakukan uji efek spasial pada model SARQR untuk mengetahui apakah efek spasial sudah teratasi dan mendekeksi adanya pencilan spasial.
7. Membandingkan hasil estimasi parameter pada Model SAR dan Model SARQR untuk menentukan model terbaik berdasarkan metode AIC.
8. Menarik kesimpulan dari hasil analisis yang telah dilakukan.

V. KESIMPULAN

Berikut ini adalah kesimpulan dari hasil penelitian yang sudah saya lakukan, sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil dan analisis pembahasan pada penelitian yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan bahwasanya model SAR yang diperoleh untuk memprediksi tingkat pengangguran terbuka di Provinsi Lampung adalah

$$y = 0.312\ Wy + 10.041 + 0.142\ X_1 + 0.297\ X_2 - 0.312\ X_3 - 0.015\ X_4 + 0.312\ X_5$$

2. Adapun model SARQR menghasilkan model yang berbeda-beda pada setiap kelompok quantil. Kemudian, berdasarkan penghitungan nilai AIC, diperoleh nilai terkecil pada model kuantil 0.35. Dengan demikian model kuantil 0.35 dapat dikatakan adalah model yang terbaik untuk memprediksi level pengangguran terbuka di provinsi Lampung.

$$y_{0,35} = -0.029\ Wy + 5.621 + 0.115\ X_1 + 0.310\ X_2 - 0.116\ X_3 - 0.016\ X_4 + 0.082\ X_5$$

3. Hasil estimasi parameter model SAR dan model SARQR berdasarkan kriteria model terbaik dapat dikatakan bahwa model SARQR adalah model yang terbaik untuk memprediksi tingkat pengangguran terbuka di Provinsi Lampung. Model SARQR terbukti bahwa setelah dilakukan uji efek spasial, hasilnya sudah tidak terdapat lagi pencilan spasial dibandingkan dengan model SAR yang masih terdapat pencilan spasial.

DAFTAR PUSTAKA

Anselin, L. 1988. *Spatial Econometrics Methods and Models*. Kluwer Academic, Dordrecht.

Arbia, G. 2006. *Spatial Econometrics Statistical Foundation Application to Regional Convergence*. Springer, Berlin.

Bain, L.J. & Max, E. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistic.* Edisi Ke-2. Duxbuty Press, California.

Chernozhukov, V. & Hansen, C. 2006. Instrumental Quantile Regression Inference for Structural and Treatment Effect Models. *Journal of Econometrics*. **127**(1): 491-525.

Davino, C. & Marilena, F. 2014. *Quantile Regression Theory and Applications*. John Wiley & Sons, New Jersey.

Febriyanti, A. 2015. *Penerapan Regresi Kuantil Spasial Otoregresif untuk Data Produk Domestik Regional Bruto*. IPB, Bogor.

Gujarati, D.N. & Porter, D.C. 2010. *Essentials of Econometrics*. Edisi ke-4. Mc Graw-Hill Irwin, New York.

Koenker & Basset. 1978. Regression Quantile. *Econometrica*. **46**(1): 33-50.

Kostov & Philip. 2009. A Spatial Quantile Regression Hedonic Model of Agricultural Land Prices. *Spatial Economic Analysis*. **4**(1): 53-72.

Kozumi, H. & Kobayashi, G. 2011. Gibbs Sampling Methods for Bayessian Quantile Regression. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. **81**(11): 1565-1578.

Lee, J. & Wong. 2001. *Statistical Analysis With Arcview GIS*. John Wley and Sons, New York.

Liao, W. & Xizhu. 2010. Hedonic House Prices and Spatial Quantile Regression. *IRES Working Paper. Institute of Real Estate Studies, National University of Singapore*. **21**(3): 16-17.

Liu, X. 2016. *Methods and Applications of Longitudinal Data Analysis*. Higher Education Press, New York.

Mahroji & Nurkhasanah. 2019. Pengaruh Indeks Pembangunan Manusia Terhadap Tingkat Pengangguran di Provinsi Banten. *Jurnal Ilmu Ekonomi*. 1**9**(1): 4-5.

Mariana. 2013. Pendekatan Regresi Spasial dalam Pemodelan Tingkat Pengangguran Terbuka. *Jurnal Matematika dan Pembelajarannya*. **1**(1): 11-12.

Montgomery, D.C. & Peck, E.A. 1992. *Introduction to Linear Regression Analysis*. Edisi ke-5. Jhon Wiley dan Sons, New York.

Oktafia, M., Ferra, Y., & Maiyastri. 2016. Analisis Estimasi Parameter Regresi Kuantil dengan Metode Boostrap. *Jurnal Matematika UNAND*. **5**(1): 125-130.

Pfeiffer, D.U. 2008. *Spatial Analysis in Epidemologi*. Oxford University Press, New York.

Priastiwi, D. & Herniwati, R.H. 2019. Analisis Pengaruh Jumlah Penduduk, Pendidikan, Upah Minimum, dan PDRB Terhadap Tingkat Pengangguran Terbuka di Provinsi Jawa Tengah. *Diponegoro Journal of Economics*.**1**(1): 159-169.

Qudratullah, M.F. 2013. *Analisis Regresi Terapan:Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi dengan SPSS*. Penerbit ANDI, Yogyakarta.

Rahmadiah, A., Ferra, Y., & Devianto, D. 2021. Penerapan Metode Regresi Kuantil Bayesian pada Pemodelan Lama Rawat Inap Pasien Covid-19. *Jurnal Matematika UNAND*. **10**(4): 423-431.