ANALISIS *POISSON RIDGE REGRESSION* DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS REGRESI POISSON PADA DATA JUMLAH KEMATIAN IBU DI SUMATERA UTARA

(Skripsi)

Oleh

HERLINA JUITA SUKMA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

ABSTRACT

POISSON RIDGE REGRESSION ANALYSIS IN ADDRESSING MULTICOLINEARITY OF POISSON REGRESSION ON DATA ON THE NUMBER OF MATERNAL DEATHS IN NORTH SUMATRA

By

HERLINA JUITA SUKMA

Poisson regression is a regression analysis used to determine the relationship between the dependent variable in the form of discrete data which is expected to have a Poisson distribution and the independent variable. Poisson regression uses *Maximum Likelihood* parameter estimates which must meet the assumption of multicollinearity between independent variables. Violation of the multicollinearity assumption can cause the parameter estimation results to have non-minimum variance, so the *Poisson Ridge Regression* (PRR) method is needed to overcome multicollinearity in Poisson regression. In this study, data were used on the number of maternal deaths in North Sumatra in 2019 as the dependent variable (Y), the number of pregnant women carrying out antenatal care at least 4 visits (K4) (X_1), the number of postpartum mothers carrying out services according to standards from the 29th day to 42 after delivery (KF3) (X_2), the number of active posyandu (X_3), the number of postpartum women receiving vitamins A (X_4), and Number of Community Health Centers (X_5). The results obtained in this study show that the PRR method is much better than the Poisson regression method. A comparison was made of several ridge parameters k_1, k_2, k_3, and k_4 used in the *Poisson Ridge Regression* estimator model and looked at the smallest MSE and AIC as a comparison to see the best model. From the analysis results, it is known that the smallest MSE and AIC values are found in the PRR method with the ridge parameter used being the Kibria method with a value of k_3 = 0.005807033, getting an MSE of 13.78431 and an AIC of 98.57652.

Keywords: Maternal Mortality Rate, Poisson Regression, *Poisson Ridge Regression* (PRR), Multicollinearity.

ABSTRAK

ANALISIS *POISSON RIDGE REGRESSION* DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS REGRESI POISSON PADA DATA JUMLAH KEMATIAN IBU DI SUMATERA UTARA

Oleh

HERLINA JUITA SUKMA

Regresi Poisson merupakan suatu analisis regresi yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel dependen yang berupa data diskrit yang diasumsikan berdistribusi Poisson dengan variabel independen. Regresi Poisson menggunakan estimasi parameter *Maximum Likelihood* yang harus memenuhi asumsi multikolinearitas antar variabel independen. Pelanggaran asumsi multikolinearitas dapat menyebabkan hasil estimasi parameter memiliki variansi yang tidak minimum, sehingga diperlukan metode *Poisson Ridge Regression* (PRR) untuk mengatasi multikolinearitas pada regresi Poisson. Dalam penelitian ini digunakan data Jumlah Kematian Ibu di Sumatera Utara Tahun 2019 sebagai variabel dependen (Y), jumlah ibu hamil melaksanakan pelayanan antenatal minimal 4 kali kunjungan (K4) (X_1), jumlah ibu nifas melaksanakan pelayanan sesuai standar hari ke-29 sampai ke-42 setelah persalinan (KF3) (X_2), Jumlah Posyandu Aktif (X_3), Jumlah Ibu Nifas Mendapatkan Vitamin A (X_4), dan Jumlah Puskesmas (X_5). Hasil yang diperoleh pada penelitian ini menunjukkan bahwa metode PRR jauh lebih baik dibandingkan dengan metode regresi Poisson. Dilakukan perbandingan beberapa parameter ridge k_1, k_2, k_3, dan k_4 yang digunakan pada model estimator *Poisson Ridge Regression* dan melihat MSE dan AIC terkecil sebagai pembanding untuk melihat model terbaik. Dari hasil analisis diketahui nilai MSE dan AIC terkecil terdapat pada metode PRR dengan parameter ridge yang digunakan adalah metode Kibria dengan nila k_3 = 0.005807033 mendapatkan MSE sebesar 13.78431 dan AIC sebesar 98.57652.

Kata Kunci: Angka Kematian Ibu, Regresi Poisson, *Poisson Ridge Regression* (PRR), Multikolinearitas.

ANALISIS *POISSON RIDGE REGRESSION* DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS REGRESI POISSON PADA DATA JUMLAH KEMATIAN IBU DI SUMATERA UTARA

Oleh

HERLINA JUITA SUKMA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2023

Judul Skripsi : **ANALISIS *POISSON RIDGE REGRESSION* DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS REGRESI POISSON PADA DATA JUMLAH KEMATIAN IBU DI SUMATERA UTARA**

Nama Mahasiswa : ***Herlina Juita Sukma***

Nomor Pokok Mahasiswa : **1917031011**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.	**Drs. Nusyirwan, M.Si.**
NIP. 196501251990032001	NIP. 196610101992031028

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.** ....

Sekretaris : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung,

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **03 November 2023**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa	: **Herlina Juita Sukma**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1917031011**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **ANALISIS *POISSON RIDGE REGRESSION* DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS REGRESI POISSON PADA DATA JUMLAH KEMATIAN IBU DI SUMATERA UTARA**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 03 November 2023
Penulis,

Herlina Juita Sukma
NPM. 1917031011

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Herlina Juita Sukma dilahirkan di Sindang Pagar pada 6 Juni tahun 2000 yang merupakan anak ke-empat dari empat bersaudara, putri dari pasangan Bapak Idris dan Ibu Komala Dewi (Almh.).

Pada saat menempuh Pendidikan Sekolah Dasar (SD), penulis bersekolah di SDN 01 Trimulyo pada tahun 2006 sampai 2013. Kemudian melanjutkan ke Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 01 Gedung Surian pada tahun 2013 sampai dengan 2016. Setelah lulus, selanjutnya penulis melanjutkan ke Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 01 Kebun Tebu 2016 sampai dengan 2019. Pada tahun 2019 penulis terdaftar sebagai mahasiswa Program Studi S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN).

Pada tahun 2022 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Pekon Sukamulya, Kecamatan Pagar Dewa, Kabupaten Lampung Barat, sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat. Kemudian ditahun yang sama, penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Dinas Komunikasi, Informatika, dan Statistik Provinsi Lampung pada divisi Persandian dan Statistik sebagai aplikasi bidang ilmu di dunia kerja. Penulis juga mengikuti program Magang dan Studi Independen Bersertifikat (MSIB) Kampus Merdeka dengan kegiatan Studi Independen, Big Data & Business Intelligence di PT Mitra Talenta Group (Celerate) pada akhir tahun 2022.

KATA INSPIRASI

‘‘… Dan Allah beserta orang-orang yang sabar.’’
(Q.S Al-Baqarah: 249)

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.”
(Q.S Al-Baqarah: 286)

“Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan.”
(Q.S Al-Insyirah: 6)

“Life is a bold adventure or nothing at all.”
(Halen Keller)

“You never know what the future hold, so just do your best.”
(Baekhyun)

“Nikmatilah setiap Langkah yang kita lakukan, karna itu jauh lebih istimewa dari pada hasil yang kita dapatkan.”
(Herlina Juita Sukma)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Alhamdulilah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayahnya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Rasa syukur dan bahagia saya persembahkan karya ini kepada:

Kedua Orang Tua, Ayuk, dan Abangku

Terima kasih kepada kedua orang tuaku tercinta, Bapak Idris dan Ibu Komala Dewi (Almh.) atas segala pengorbanan, doa, dan ridho kalian serta dukungannya selama ini. Terima kasih telah memberikan pelajaran berharga tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa manjadi orang yang bermanfaat bagi semua orang. Untuk Ibuku walaupun dirimu tidak lagi didunia ini, terimakasih telah mendoakan ku dari jauh sana. Terimakasih juga kepada Abang dan Ayukku, Rizal Ependi, Lia Septina, dan Dini Apriyanti (Almh.) yang selalu menjadi penyemangat bagi penulis.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Keluarga dan Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Segala puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat limpahan rahmat, karunia dan izin-Nya kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **"Analisis *Poisson Ridge Regression* Dalam Mengatasi Multikolinearitas Regresi Poisson pada Data Jumlah Kematian Ibu Di Sumatera Utara"**. Dalam penulisan skripsi ini tidak dapat terselesaikan tanpa adanya bimbingan, bantuan dan dukungan dari berbagai pihak.

Sehingga, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D. selaku dosen pembimbing I dan dosen pembimbing akademik yang senantiasa membimbing, memberi masukan, saran serta mendukung penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Semoga ilmu yang ibu berikan dapat menjadi berkah dari Allah SWT dan selalu dalam lindungan-Nya.
2. Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang selalu memberikan bimbingan, pengarahan, serta saran sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.
5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen, staff, karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.

7. Teruntuk seseorang yang sangat berharga, Bapak Idris dan Ibu Komala Dewi (Almh.) yang selalu berjuang, mendukung, memberikan motivasi, mendoakan, serta memberikan semangat sehingga penulis dapat menjalani setiap proses dalam meraih gelar sarjana. Semoga Allah SWT selalu memberikan ridha, karunia, dan selalu ada dalam lindungan-Nya. Untuk ibu terimakasih, semua hal tentang dirimu adalah yang terbaik.
8. Terima kasih untuk Abang dan Ayukku, Rizal Ependi, Lia Septina, dan Dini Aprianti (Almh.), yang selalu memberikan dukungan, doa, dan semangat kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
9. Untuk teman seperjuangku Elsa, Risma, Anis, Novi, Amel, Rizke, dan Wiranto yang selalu mendoakan, memberikan semangat, motivasi, pengertian, pencerahan, serta mendengarkan keluh kesah penulis.
10. Untuk sahabatku Sucia Wati, Vera Pertiwi, Sinta Nuryati, Salsa Alox Vaganza, dan Elok Malikha yang selalu memberikan semangat dan dukungan kepada penulis.
11. Teman-teman Matematika 2019 serta Abang Yunda yang telah membantu serta memberikan semangat kepada penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
12. Terimakasih untuk diri sendiri yang selalu berjuang, berproses, dan bertahan dalam menyelesaikan seluruh rangkaian skripsi ini.
13. Semua pihak yang terkait yang tidak bisa disebutkan satu per satu yang telah menbantu, memberikan semangat, dan menemani penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan masukan serta saran untuk dijadikan pelajaran kedepannya.

Bandar Lampung, 03 November 2023
Penulis,

Herlina Juita Sukma

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis regresi merupakan salah satu metode analisis data yang digunakan untuk memodelkan dan menganalisis hubungan antara variabel independen dengan variabel dependen. Seperti yang kita ketahui bahwa pada umumnya analisis regresi biasanya menggunakan varibel dependen berupa data kontinu, tetapi banyak kasus yang terjadi bahwa ditemukan varibel data dependen berupa data diskrit. Jika dalam suatu kasus dimana variabel dependennya berupa data diskrit maka metode regresi yang baik digunakan adalah analisis regresi Poisson. Menurut Cameron & Trivedi (1998), analisis regresi yang digunakan untuk menganalisis dan mengetahui hubungan antara variabel dependen berupa data diskrit dengan variabel independen berupa data campuran baik kontinu maupun diskrit adalah model regresi Poisson. Regresi Poisson ini biasanya digunakan untuk menganalisis data yang terkait dengan hitungan frekuensi atau kejadian yang jarang terjadi dalam jangka waktu tertentu atau dalam suatu daerah tertentu.

Regresi Poisson menggunakan penaksiran parameter *Maximum Likelihood* yang harus memenuhi asumsi multikolinearitas diantara variabel independennya. Pada dasarnya data sering ditemukan pelanggaran akan asumsi multikolinearitas sehingga menyebabkan salah satu asumsi klasik tidak terpenuhi dan terjadinya hasil taksiran parameter yang memiliki varian tidak minimum. Sehingga dengan adanya masalah multikolinearitas ini digunakan metode *Poisson Ridge Regression* (PRR) untuk mengatasi masalah tersebut. *Poisson ridge regression* ini merupakan suatu variasi dari metode regresi Poisson yang menggabungkan metode regresi Poisson dengan menggunakan teknik *ridge regression* dalam menangani multikolinearitas. Metode *Poisson Ridge Regression* ini dikembangkan oleh Mansson & Shukur pada tahun 2011, mereka memodifikasi metode regresi Ridge untuk mengatasi multikolinearitas yang pada awalnya diperkenalkan oleh Hoerl & Kennard pada tahun 1970.

Angka kematian ibu merupakan salah satu indikator yang menentukan tingkat kesejahteraan suatu negara. Menurut *World Health Organization* (WHO) angka kematian ibu merupakan banyaknya kematian perempuan yang terjadi pada saat masa kehamilan, persalinan, atau kematian perempuan dalam kurun waktu 42 hari setelah masa kehamilan, yang disebabkan oleh gangguan kehamilan atau penanganannya bukan karena cidera atau suatu kecelakaan (Kementrian Kesehatan RI., 2014). AKI ini menggambarkan salah satu indikator yang dapat meningkatkan masyarakat pada sasaran pembangunan kesehatan Indonesia pada tahun 2025 yaitu dengan menurunkan tingkat kematian ibu di Indonesia.

Terdapat beberapa penelitian sebelumnya yang membahas terkait masalah pelanggaran multikolinearitas pada regresi Poisson seperti penelitian Wulandari (2022), Pemodelan *Poisson Ridge Regression* (PRR) pada Banyak Kematian Bayi di Jawa Tengah dengan kesimpulan bahwa metode *Poisson Ridge Regression* dapat digunakan pada data tersebut yang berdistribusi Poisson. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Oghenekevwe, *et al*. (2021), menganalisis estimator *Poisson Ridge Regression* menggunakan data simulasi dengan kesimpulan bahwa metode *Poisson Ridge Regression* (PRR) baik digunakan pada data yang mengalami masalah multikolinearitas pada regresi Poisson. Berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan menggunakan metode *Poisson Ridge Regression* dalam mengatasi masalah multikolinearitas pada regresi Poisson dengan data faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian ibu di Sumatera Utara tahun 2019 menggunakan *Softeware* Rstudio.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Melakukan pemodelan *Poisson Ridge Regression* pada kasus Angka Kematian Ibu di Sumatera Utara Tahun 2019.
2. Membandingkan metode terbaik yang digunakan pada data Angka Kematian Ibu di Sumatera Utara Tahun 2019 dengan melihat nilai MSE dan AIC terkecil pada regresi Poisson dan *Poisson Ridge Regression* dengan beberapa nilai parameter Ridge k yang digunakan.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun Manfaat dari penelitian ini adalah menambah wawasan bagi penulis tentang penerapan *Poisson Ridge Regression* dalam menangani masalah multikolinearitas pada regresi Poisson. Serta dapat menjadi referensi bagi pembaca ketika ingin melakukan penelitian dalam menangani multikolinearitas dengan menggunakan penerapan metode *Poisson Ridge Regression*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Poisson

Distribusi Poisson merupakan suatu distribusi probabilitas diskrit dengan peristiwa yang memiliki probabilitas kejadiannya kecil atau juga disebut peristiwa yang jarang terjadi, dimana suatu peristiwa tersebut terjadi dalam selang waktu tertentu atau dalam suatu daerah tertentu. Distribusi Poisson ditemukan oleh S.D. Poisson (1781-1841) seorang matematikawan berkebangsaan Perancis. Distribusi Poisson ini termasuk dalam distribusi teoritis yang menggunakan variabel random diskrit. Menurut Walpole (1995), distribusi poisson memiliki ciri-ciri sebagai beikut:

1. Banyaknya suatu percobaan dalam selang waktu tertentu atau daerah tertentu tidak bergantung dengan banyaknya percobaan yang terjadi pada selang waktu atau suatu daerah lain.
2. Peluang terjadinya satu percobaan selama selang waktu yang singkat atau daerah yang kecil, sebanding dengan panjangnya selang waktu tersebut atau besarnnya daerah tersebut dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi diluar waktu dan daerah tersebut.
3. Peluang lebih dari satu hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu yang singkat atau dalam daerah yang kecil dapat diabaikan.

Menurut Walpole (1995), sebaran poisson mempunyai fungsi peluang peubah acak Y dengan parameter μ sebagai berikut:

$$p(y, \mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^{y}}{y!} \tag{2.1}$$

dengan:

$y =$ 0,1,2, ...

$\mu =$ Rata-rata banyaknya kejadian sukses yang terjadi dalam selang waktu atau dalam suatu daerah tertentu

$e =$ 2.7183

Dalam distribusi poisson nilai rata-rata dan variannya mempunyai nilai yang sama yaitu $E(Y) = Var\ (Y) = \mu$. Hal tersebut dapat dibuktikan bedasarkan penjabaran sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
E(Y) &= \sum_{y=0}^{\infty} y\ .\ p(y,\mu) \\
&= \sum_{y=0}^{\infty} y\ .\ \frac{\mu^y e^{-\mu}}{y!} \\
&= \sum_{y=0}^{1} y\ .\ \frac{\mu^y e^{-\mu}}{y(y-1)!} + \sum_{y=1}^{\infty} y\ .\ \frac{\mu^y e^{-\mu}}{y(y-1)!} \\
&= 0 + \sum_{y=1}^{\infty} y\ .\ \frac{\mu^y e^{-\mu}}{y(y-1)!} \\
&= \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\mu.\mu^{(y-1)} e^{-\mu}}{(y-1)!} \\
&= \mu \sum_{z=0}^{\infty} \frac{\mu^{(z)} e^{-\mu}}{z!} \quad \text{Misalkan } z = (y-1) \text{ dan } \ y = 1, \text{ maka } z = 0 \\
&= \mu.1 \\
&= \mu
\end{aligned}
$$

Varian dari Y yang berdistribusi Poisson adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
Var(Y) &= E(Y^2) - [E(Y)]^2 \\
&= E(Y^2 - Y + Y) - [E(Y)]^2 \\
&= E[Y(Y-1) + Y] - [E(Y)]^2 \\
&= E[Y(Y-1)] + E[Y] - [E(Y)]^2 \\
&= \left(\sum_{y=0}^{\infty} y(y-1).\frac{\mu^y e^{-\mu}}{y!}\right) + \mu - \mu^2 \\
&= \left(\sum_{y=0}^{\infty} y(y-1).\frac{\mu^y e^{-\mu}}{y(y-1)(y-2)!}\right) - \mu
\end{aligned}
$$

$$= \left(\sum_{y=0}^{\infty} \frac{\mu^{y} e^{-\mu}}{(y-2)!} \right) - \mu$$

$$= \left(\mu^{2} \sum_{y=2}^{\infty} \frac{\mu^{y-2} e^{-\mu}}{(y-2)!} \right) - \mu$$

$= \mu^2 \sum_{z=0}^{\infty} \frac{\mu^{z} e^{-\mu}}{z!} - \mu$ Misalkan $z = (y-2)$ dan $y = 2$, maka $z = 0$

$$= \mu^2 - \mu$$

$$= \mu$$

Untuk melakukan pengujian distibusi pada variabel dependen dapat dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 = Data berdistribusi Poisson
H_1 = Data tidak berdistribusi Poisson

Adapun satatistik uji yang digunakan dapat dilihat melalui persamaan sebagai berikut:

$$D = sup|F(y) - S_n(y)| \tag{2.2}$$

dengan:

$F(y)$ = Fungsi peluang kumulatif pada data sampel
$S_n(y)$ = Fungsi distribusi kumulatif Poisson

2.2 Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan salah satu metode regresi nonlinier yang memodelkan hubungan antara variabel dependen (Y) dalam bentuk variabel acak diskrit yang menyebar Poisson dengan variabel independen (X). Pada regresi Poisson diasumsikan bahwa variabel dependen harus mengikuti distribusi Poisson, dimana distibusi Poisson pada variabel dependen tersebut merupakan keluarga eksponensial yang merupakan komponen dalam *Generalized Linier Model* (GLM) sehingga regresi Poisson termasuk dalam bagian dari GLM. Pada regresi Poisson ini variannya tidak mengharuskan kehomogenan atau kekonstanan. Model regresi Poisson juga disebut sebagai model log linier yang merupakan model linier log rata-rata Poisson. Menurut Myers (1990), model pada regresi Poisson adalah sebagai berikiut:

$$y_i = \mu_i + \varepsilon_i \tag{2.3}$$

$$E(y_i) = \mu_i = \exp\left(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_p x_{pi}\right) \tag{2.4}$$

dengan:

i = $1,2, \ldots, n$

y = Jumlah kejadian

μ_i = Rata-rata jumlah kejadian yang terjadi dalam selang waktu atau dalam suatu daerah tertentu

ε_i = Sisaan ke-i

β = Koefisien regresi Poisson

Pada model regresi Poisson dalam *Generalized Linier Model* (GLM) terdapat fungsi g linier yang digunakan untuk menghubungkan nilai tengah variabel dependen dengan variabel independennya. Fungsi penghubung yang digunakan dalam regresi Poisson merupakan fungsi penghubung log untuk menjamin bahwa nilai variabel yang diharapkan dari variabel dependennya akan bernilai non negatif atau bernilai positif. Adapun fungsi penghubung log berbentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} g(\mu_i) = \ln(\mu_i) &= \ln\left(\exp\left(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_p x_{pi}\right)\right) \\ &= \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_p x_{pi} \\ &= \boldsymbol{X}_i^T \boldsymbol{\beta} \end{aligned} \tag{2.5}$$

dengan:

$\boldsymbol{X_i}$ = Matriks variabel independen pada suatu baris ke-i berukuran $n \times (p+1)$ dengan p merupakan variabel independen.

$\boldsymbol{\beta}$ = Parameter regresi dalam vektor kolom berukuran $(p+1) \times 1$ berupa koefisien pada variabel independen.

Sehingga dapat ditulis model regresi Poisson dengan fungsi penghubung log sebagai berikut:

$$y_i = \mu_i + \varepsilon_i$$

$$y_i = e^{\beta_0+\beta_1 x_{1i}+\beta_2 x_{2i}+\cdots+\beta_p x_{pi}} + \varepsilon_i \qquad (2.6)$$

2.3 Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Dalam melakukan penaksiran parameter pada model regresi Poisson $\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_n$ menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan cara memaksimumkan fungsi *likelihood* (Myers, 1990). Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) ini merupakan metode penasiran parameter yang digunakan jika suatu model diketahui distribusinya. Fungsi *likelihood* dalam regresi Poisson adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(y;\mu) &= \prod_{i=1}^{n} P(y_i;\mu) \\ &= \prod\nolimits_{i=1}^{n} \frac{\mu_i{}^{y_i} e^{(-\mu_i)}}{y_i!} \\ &= \frac{\prod_{i=1}^{n}\left(\mu_i{}^{y_i} e^{(-\mu_i)}\right)}{\prod_{i=1}^{n}(y_i!)} \\ &= \frac{\left\{\left(\prod_{i=1}^{n} \mu_i{}^{yi}\right)\left(\prod_{i=1}^{n} e^{(-\mu_i)}\right)\right\}}{\prod_{i=1}^{n}(y_i!)} \\ &= \frac{\left\{\left(\prod_{i=1}^{n} \mu_i{}^{yi}\right)\left(e^{(-\sum_{i=1}^{n} \mu_i)}\right)\right\}}{\prod_{i=1}^{n}(y_i!)} \qquad (2.7) \end{aligned}$$

Agar persamaan diatas dapat diselesaikan dengan mudah maka dibentuk fungsi *log likelihood* sebagai berikut:

$$\log L(y;\beta)) = \log \frac{\left\{\left(\prod_{i=1}^{n} \mu_i{}^{yi}\right)\left(e^{(-\sum_{i=1}^{n}\mu_i)}\right)\right\}}{\prod_{i=1}^{n}(y_i!)}$$

$$= \left\{\log\left(\prod_{i=1}^{n} \mu_i{}^{yi} + e^{(-\sum_{i=1}^{n}\mu_i)}\right)\right\} - \left\{\log \prod_{i=1}^{n}(y_i!)\right\}$$

$$= \left\{\left(\log \prod_{i=1}^{n} \mu_i{}^{yi}\right) + \left(\log e^{(-\sum_{i=1}^{n}\mu_i)}\right)\right\} - \left\{\log \prod_{i=1}^{n}(y_i!)\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i \log \mu_i - \sum_{i=1}^{n} \mu_i - \sum_{i=1}^{n} \log y_i!$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i\left(\boldsymbol{x_i^T\beta}\right) - \sum_{i=1}^{n} e^{(\boldsymbol{x_i^T\beta})} - \sum_{i=1}^{n} \log y_i! \qquad (2.8)$$

Selanjutnya untuk memperoleh nilai estimator *Maximum Likelihood* $\hat{\beta}$ dimana vektor koefisien menggunakan metode *Maximum Likelihood* yang diestimasi dengan melakukan turunan pertama dari $\log L(y;\beta))$ terhadap β sebagai berikut:

$$S(\beta) = \frac{\partial \log L(y;\beta))}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial \log L(y;\beta))}{\partial \beta} = \frac{\partial\left\{\sum_{i=1}^{n} y_i\left(\boldsymbol{x_i^T\beta}\right) - \sum_{i=1}^{n} e^{(\boldsymbol{x_i^T\beta})} - \sum_{i=1}^{n} \log y_i!\right\}}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial \log L(y;\beta))}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n} y_i\left(\boldsymbol{x_i^T}\right) - \left(\boldsymbol{x_i^T}\right)\sum_{i=1}^{n} e^{(\boldsymbol{x_i^T\beta})} = 0$$

$$\frac{\partial \log L(y;\beta))}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - e^{(\boldsymbol{x_i^T\beta})}\right)\boldsymbol{x_i^T} = 0 \qquad (2.9)$$

Pada persamaan di atas merupakan persamaan non linier dari parameter β yang sulit didapatkan secara eksplisit, sehingga digunakan algoritma *Iterative Weighted Least Square* (IWLS) untuk mendapatkan solusi dari nilai vektor $S(\beta)$. Dimana IWLS ini merupakan suatu pengembangan dari metode *Fisher Scoring*. Sehingga berdasarkan suatu fungsi penghubung $\log(\mu_i) = \eta_i = \boldsymbol{x_i^T\beta},$ iterasi *fisher scoring* adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\beta^t} = \boldsymbol{\beta^{(t-1)}} + [\boldsymbol{X^TWX}]^{-1}\boldsymbol{X^TA}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})$$

$$= [\boldsymbol{X^TWX}]^{-1}\boldsymbol{X^TWX\beta^{(t-1)}} + [\boldsymbol{X^TWX}]^{-1}\boldsymbol{X^T}\,\boldsymbol{A}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})$$

$$= \left[\boldsymbol{X^T\widehat{W}X}\right]^{-1}\left[\boldsymbol{X^TWX\beta^{(t-1)}} + \boldsymbol{X^T}\,\boldsymbol{A}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})\right]$$

$$= [\boldsymbol{X^TWX}]^{-1}\left[\boldsymbol{X^TWX\beta^{(t-1)}} + \boldsymbol{X^TW}\left(\frac{\boldsymbol{\partial\eta}}{\boldsymbol{\partial\mu}}\right)(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})\right]$$

$$= [\boldsymbol{X^TWX}]^{-1}\boldsymbol{X^TW}\left[\boldsymbol{X\beta^{(t-1)}} + \left(\frac{\boldsymbol{\partial\eta}}{\boldsymbol{\partial\mu}}\right)(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})\right]$$

$$= [\boldsymbol{X^TWX}]^{-1}\boldsymbol{X^TWs} \tag{2.10}$$

dimana $\boldsymbol{W}$dan $\boldsymbol{A}$ memiliki hubungan satu sama lainnya yaitu:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{W}\left(\frac{\partial\eta}{\partial\mu}\right) \text{ dan } \left(\frac{\partial\eta}{\partial\mu}\right) = diag\left(\frac{\partial\eta_i}{\partial\mu_i}\right)$$

Sehingga didapatkan estimator *Maximum Likelihood* dengan menggunakan *Iterative Weighted Least Square* (IWLS) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}} = \left[\boldsymbol{X^T\widehat{W}X}\right]^{-1}\boldsymbol{X^T\widehat{W}\hat{s}} \tag{2.11}$$

dengan:

$$\boldsymbol{\widehat{W}} = diag[\hat{\mu}_i]$$

$$\boldsymbol{\hat{s}_i} = \eta_i + \left(\frac{\partial\eta_i}{\partial\mu_i}\right)(y_i - \mu_i) = \log(\hat{\mu}_i) + \left(\frac{y_i - \hat{\mu}_i}{\hat{\mu}_i}\right)$$

MSE estimator $\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}}$ terhadap β adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{MSE}\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}}\right) = E\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}} - \boldsymbol{\beta}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}} - \boldsymbol{\beta}\right)$$

$$= E\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}} - E\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}}\right) + E\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}}\right) - \boldsymbol{\beta}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}} - E\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}}\right) + E\left(\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}}\right) - \boldsymbol{\beta}\right)$$

$$= trace\left[\left(\boldsymbol{X^T\widehat{W}X}\right)^{-1}\right] = \sum_{j=1}^{p}\frac{1}{\lambda_J} \tag{2.12}$$

Dengan λ_J merupakan nilai eigen ke-j pada matriks $\boldsymbol{X^T\widehat{W}X}$. Pada saat matriks *weight* melakukan perkalian dengan $\boldsymbol{X^T\widehat{W}X}$ dan variabel independen sangat berkorelasi maka menyebabkan ketidakstabilan pada estimator *maximum likelihood* sehingga terjadi masalah multikolinieritas. Dengan adanya kondisi seperti ini sangat sulit untuk menginterpretasikan estimasi parameter karena vektor koefisien estimasi rata-rata terlalu jauh.

2.4 Uji Signifikansi Parameter Parsial

Menurut Hosmer & Lemeshow (1989), dalam melakukan pemeriksaan peranan koefesien regresi variabel independen secara individu dapat dilakukan dengan melakukan suatu perbandingan antara penduga dengan ragam penduga. Salah satu uji yang digunakan adalah uji *Wald*, dengan pengujian hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$
$H_1 : \beta_j \neq 0 \quad dengan\ j = 1,2,3, \dots p$

Adapun rumus statistik uji *Wald* dapat ditulis dalam persamaan berikut:

$$W_j = \left(\frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \right)^2 \qquad (2.13)$$

dengan:

$\hat{\beta}_j$ = Taksiran parameter β_j

$SE(\hat{\beta}_j)$ = Taksiran standar *error* dari $\hat{\beta}_j$

p = Banyaknya variabel independen

Kriteria dalam pengujian uji signifikansi parameter pasial dengan menggunakan uji *Wald* yaitu tolak hipotesis H_0 jika nilai statistik uji $Wald > \chi^2_{Tabel}$ atau nilai $p - value < \alpha(0.05)$ sehingga dapat disimpulkan bahwa variabel independen yang dipeoleh signifikan terhadap model atau terdapat pengaruh antara variabel independent terhadap variabel dependen.

2.5 Uji Signifikansi Parameter Serentak

Menurut Hosmer & Lemeshow (1989), untuk melakukan pemeriksaan signifikansi dari koefisien regresi secara bersama-sama dilakukan dengan pengujian signifikansi parameter serentak atau secara simultan. Salah satu uji yang sering digunakan adalah uji *Likelihood Ratio Test*, dengan pengujian hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_j$
$H_1: paling\ sedikit\ terdapat\ satu\ \beta_j \neq 0$

Adapun rumus statistik uji *Likelihood Ratio Test* dapat ditulis dalam persamaan berikut:

$$G = -2\ln(L_0 - L_1) \tag{2.14}$$

dimana:

$L_0 =$ *log-likelihood* model tanpa seluruh variabel independen (Model Intersep)

$L_1 =$ *log-likelihood* model dengan seluruh variable independen

Jika nilai statistik uji *log-likelihood* $> \chi^2_{Tabel}$ atau nilai $p - value < \alpha(0.05)$ maka dapat disimpulkan tolak H_0, sehingga dapat mengidentifikasikan bahwa terdapat paling sedikit satu $\beta_j \neq 0$ atau setidaknya terdapat paling sedikit satu variabel independen yang berpengaruh terhadap variabel dependen.

2.6 Multikolinearitas

Dalam regresi Poisson juga memiliki asumsi terpenuhinya multikolinearitas diantara variabel independennya, dimana multikolinearitas ini pertama kali diperkenalkan oleh Ragnar Frisch Tahun 1924. Multikolinearitas merupakan adanya hubungan linier yang kuat diantara beberapa atau semua variabel independen dalam model regresi (Gujarati & Porter, 2009). Pada multikolinearitas dengan adanya korelasi yang kuat dapat menyebabkan nilai taksiran tidak stabil sehingga hasil analisis regresi menjadi tidak sesuai. Multikolinearitas juga dapat menimbulkan simpangan baku yang besar dari penduga koefisien regresi. Menurut Montgomery, *et al*. (2012), ada beberapa cara untuk mendetiksi kasus multikolonearitas yaitu:

1. Koefisien korelasi
   Dalam mendetiksi multikolinearitas dapat diketahui melalui koefisien korelasi dengan melihat seberapa tinggi ukuran korelasi antara dua variabel yang nilainya berada pada rentang -1 sampai dengan +1. Dalam mendetiksi multikolinearitas nilai dari koefisien korelasi antarvariabel independen diatas 0.5 atau dibawah -0.5 diduga terjadi masalah multikolinearitas.
2. *Variance Inflation Factor* (VIF)
   Multikolinearitas juga dapat didetiksi dengan melihat *Variance Inflation Factor* (VIF), jika nilai VIF lebih besar dari 10 menunjukkan terjadinya masalah multikolinearitas.

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \tag{2.15}$$

   Dengan R_j^2 merupakan koefisien determinasi yang di dapatkan dari variabel independen yang diregresikan dengan variabel dependen.
3. *Tollerance*
   Dalam masalah multikolinearitas dapat diketahu dengan melihat nilai *Tollerance* yang lebih kecil dari 0.10 maka terjadi multikolinearitas.

$$Tollerance = \frac{1}{VIF}(1 - R_j^2) \tag{2.16}$$

Dalam multikolinearitas dapat disebabkan oleh beberapa hal, menurut Montgomery (2012), permasalahan dalam multikolinearitas dapat terjadi dikarenakan oleh:

1. Spesifikasi model, dapat terjadi dikarenakan adanya variabel independen yang belum dimasukkan atau dikeluarkan dalam model.
2. Model yang berlebihan, jika jumlah variabel independen melebihi jumlah observasi dapat menyebabkan adanya multikolinearitas.

3. Deret waktu, dengan adanya *trend* pada data deret waktu juga dapat menyebabkan terjadinya multikolinearitas.

Dalam mengatasi multikolinearitas pada analisis regresi dapat dilakukan dengan cara menambahkan data baru, namun cara ini dapat dilakukan apabila terjadi di dalam sampel bukan dalam populasi dari variabel yang diamati. Selain itu multikolinearitas juga dapat diatas dengan mengurangi satu atau beberapa variabel independen dan dapat juga menggunakan regresi ridge. Dengan estimasi pada regresi ridge, koefisien regresi dapat diperoleh dengan menyelesaikan bentuk dari persamaan normal regresi.

2.7 Metode (*Centering and Scaling*)

Standardized atau pembakuan peubah dilakukan dengan melakukan pemusatan dan penskalaan yang bertujuan untuk meminimumkan kesalahan pembulatan. Tranformasi *centering* dan *scaling* juga berguna dalam mempermudahkan jika data yang kita miliki mempunyai satuan yang berbeda-beda. Penskalaan berguna untuk memastikan bahwa semua data memiliki rentang yang sama, sedangkan pemusatan bertujuan untuk menggeser titik data menjadi rata-rata nol. Pada regresi Poisson metode *centering* dan *scaling* hanya dilakukan pada variabel independennya saja, dikarenakan pada variabel dependennya merupakan data diskrit dan non negatif (Marx & Smith, 1990). Misalkan $X = (x_i, \ldots x_p)$ dengan x_i vektor kolom dari matriks X berukuran $n \times 1$ dan p merupakan variabel independen. Untuk matriks X yang telah distandarisasi dinotasikan dengan X^*. Berikut merupakan rumus dalam melakukan standarisasi *centering* dan *scaling* yaitu:

$$X_{ij}^* = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(X_{ij} - \bar{X}_j\right)^2}} \tag{2.17}$$

2.8 ***Poisson Ridge Regression* (PRR)**

Poisson Ridge Regression (PRR) merupakan suatu modifikasi untuk menganalisis permasalahan multikolinieritas atau mengalami korelasi yang tinggi pada variabel independen dengan menggunakan metode ridge pada regresi Poisson. Metode *Ridge Regression* ini dimodifikasi oleh Mansson & Shukur pada Tahun 2011, yang pada awalnya diperkenalkan oleh Hoerl & Kennard pada Tahun 1970. Metode tersebut digunakan dalam menangani permasalah multikolinieritas untuk data diskrit (*count*), sehingga metode ini dinamakan dengan metode *Poisson Ridge Regression* (PRR). Pada permasalahan multikolinieritas pada regresi ridge dapat diatasi dengan menambahkan ketetapan bias k , dimana dengan menambahkan ketetapan bias tersebut dapat memperkecil nilai varian penduga dibandingkan ragam penduga pada regresi Poisson. Adapun jika menggunakan regresi ridge ini dapat memberikan penduga koefisien regresi bias, namun dengan metode ini dapat mendekati nilai estimasi parameter yang sebenarnya. Pada regresi ridge terlebih dahulu melakukan transformasi metode *centering* dan *scaling*, yang bertujuan dalam mengatasi data yang memiliki satuan yang berbeda-beda. Berikut merupakan model persamaan dengan melakukan transformasi adalah sebagai berikut:

$$\ln(\hat{\mu}) = \beta_1{}^{*} X_{1i}{}^{*} + \beta_2{}^{*} X_{2i}{}^{*} + \cdots + \beta_p{}^{*} X_{pi}{}^{*} \tag{2.18}$$

dengan:

$\hat{\mu}$ $= e^{\beta_1{}^{*} X_{1i}{}^{*} + \beta_2{}^{*} X_{2i}{}^{*} + \cdots + \beta_p{}^{*} X_{pi}{}^{*}}$

X^{*} = variabel independen yang telah di standarisasi

β^{*} = Koefisien *Poisson Ridge Regression* (PRR)

2.9 Estimasi Parameter *Poisson Ridge Regression* (PRR)

Dalam melakukan estimasi parameter pada model *Poisson Ridge Regression* (PRR) terlebih dahulu melakukan transformasi data dengan menggunakan metode *centering* dan *scaling* pada variabel independen. Menurut Mansson & Shukur (2011), Pada metode *Poisson Ridge Regression* ini dalam pengaplikasiannya menggunakan prinsip bahwa pada *Maximum Likelihood* memperkirakan minimum jumlah kuadrat sisaan *Weight Sum of Square Error* (WSSE). Pada estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}$ yang diperoleh akan dipandang sebagai estimator optimal dalam *Weight Sum of Square Error* (WSSE). Misalkan kita akan memilih estimator sembarang $\widehat{\boldsymbol{B}}$ selain $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}$, dimana $\widehat{\boldsymbol{B}}$ ini merupakan suatu vektor dari β maka dapat ditulis WSSE dari estimator ini adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\phi} &= \left(\boldsymbol{Y}-\widehat{\boldsymbol{B}}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{Y}-\widehat{\boldsymbol{B}}\right)\\
&= \left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}+\boldsymbol{X}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}-\widehat{\boldsymbol{B}}\right)\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{X}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}-\widehat{\boldsymbol{B}}\right)\right)\\
&= \left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right)+\left(\widehat{\boldsymbol{B}}-\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\left(\widehat{\boldsymbol{B}}-\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right)\\
&= \boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{min}}+\boldsymbol{\phi}(\widehat{\boldsymbol{B}})
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Berdasarkan persamaan di atas dimana $\boldsymbol{\phi}\left(\widehat{\boldsymbol{B}}\right)$ adalah penambahan WSSE pada saat estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}$ diganti oleh estimator $\widehat{\boldsymbol{B}}$. Menurut Hoerl & Krnnard (1970), untuk mendapatkan nilai estimasi parameter pada *Poisson Ridge Regression* dilakukan dengan meminimumkan fungsi lagrange $(\boldsymbol{F})$ menggunakan $\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{B}}$ dengan $\boldsymbol{\phi}\left(\widehat{\boldsymbol{B}}\right)=\boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{0}}$ yang dapat ditulis berdasarkan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{\phi}\left(\widehat{\boldsymbol{B}}\right)=\boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{0}}\\
&\left(\widehat{\boldsymbol{B}}-\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\left(\widehat{\boldsymbol{B}}-\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right)=\boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{0}}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Setelah itu dilakukan kedalam bentuk *lagrangiang* seperti pada persamaan berikut:

$$Min\, \boldsymbol{F} = \widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{B}} + \left(\frac{1}{k}\right)\left(\left(\widehat{\boldsymbol{B}} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\left(\widehat{\boldsymbol{B}} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}} - \boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{0}}\right)\right)$$

$$= \widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{B}} + \left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{k}}\right)\left(\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}} - \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}} + \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}} - \boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{0}}\right)$$

$$= \widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{B}} + \left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{k}}\right)\left(\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}} - \boldsymbol{2}\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}} + \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}} - \boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{0}}\right) \quad (2.21)$$

dimana:

$\left(\frac{1}{k}\right)$ = Multiple *ragrange*

$\phi_0 =$ Jumlah kuadrat *error* (konstanta non-negatif)

Setelah itu persamaan di atas diturunkan terhadap $\widehat{\boldsymbol{B}}$ dengan hasilnya disamadengankan dengan nol.

$$\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \widehat{\boldsymbol{B}}} = \frac{\partial\left[\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{B}} + \left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{k}}\right)\left(\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}} - \boldsymbol{2}\widehat{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}} + \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}^{\boldsymbol{T}} - \boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{0}}\right)\right]}{\partial \widehat{\boldsymbol{B}}}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \widehat{\boldsymbol{B}}} = \boldsymbol{2}\widehat{\boldsymbol{B}} + \left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{k}}\right)\left(\boldsymbol{2}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}} - \boldsymbol{2}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\, \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right) = 0 \quad (2.22)$$

Pada persamaan di atas $\widehat{\boldsymbol{B}}$ dianggap sebagai estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{PRR}}$, sehingga pesamaan estimator metode *Poisson Ridge Regression* dapat ditulis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{2k}\widehat{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{2}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}} - \boldsymbol{2}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}} = \boldsymbol{0}$$

$$2\left(\boldsymbol{k}\widehat{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}}\right) = \boldsymbol{2}\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}\right)$$

$$\boldsymbol{k}\widehat{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{B}}\left(\boldsymbol{kI} + \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\right) = \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{PRR}} = \left(\boldsymbol{kI} + \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\right)^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{PRR}} = \left(\boldsymbol{kI} + \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\right)^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\widehat{\boldsymbol{s}} \quad (2.23)$$

Berdasarkan persamaan di atas dengan $\boldsymbol{I}$ merupakan matiks identitas. Menurut Singh, *et al*. (1986), terdapat suatu matriks **G** dengan ukuran $p \times p$ denga elemen vektor eigen $\boldsymbol{X^T\widehat{W}X}$, dimana $\boldsymbol{\Lambda_{PRR}}$ matriks diagonal dari $(\lambda_{1PR}, \lambda_{2PR}, \dots \lambda_{pPR,})$ bersesuaian terhadap matriks **G**.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Lambda_{PRR}} &= \boldsymbol{G^T X^T \widehat{W} X G} \\ &= (\boldsymbol{GX})^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{\widehat{W} X G} = \boldsymbol{Z^T \widehat{W} Z}\end{aligned} \tag{2.24}$$

Berdasarkan persamaan diatas, dimana $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{XG}$ berukuran $n \times n$. Selanjutnya mencari $\boldsymbol{\hat{\gamma}_{ML}}$ berdasarkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\hat{\gamma}_{ML}} &= \left(\boldsymbol{Z^T \widehat{W} Z}\right)^{-\mathbf{1}} \boldsymbol{Z^T \widehat{W} \hat{s}} \\ &= \left((\boldsymbol{GX})^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{\widehat{W}} (\boldsymbol{XG})\right)^{-\mathbf{1}} \boldsymbol{Z^T \widehat{W} \hat{s}} \\ &= \boldsymbol{\Lambda_{PRR}^{-1} Z^T \widehat{W} \hat{s}}\end{aligned} \tag{2.25}$$

Kemudian pada persamaan (2.11) dimana nilai estimator pada regresi Poisson $\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}}$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\hat{\beta}_{ML}} &= \left(\boldsymbol{X^T \widehat{W} X}\right)^{-\mathbf{1}} \boldsymbol{X^T \widehat{W} \hat{s}} \\ &= (\boldsymbol{X^T})^{-\mathbf{1}} \left(\boldsymbol{\widehat{W} X}\right)^{-\mathbf{1}} \boldsymbol{X^T \widehat{W} \hat{s}} \\ &= (\boldsymbol{\Lambda_{PRR}} (\boldsymbol{Z^T Z})^{-\mathbf{1}})^{-\mathbf{1}} \boldsymbol{X^{-1} \widehat{W} \hat{s}} \\ &= \boldsymbol{\Lambda_{PRR}^{-1}} (\boldsymbol{Z^T Z}) \boldsymbol{X^{-1} \widehat{W} \hat{s}} \\ &= \boldsymbol{\Lambda_{PRR}^{-1} Z^T} (\boldsymbol{XG}) \boldsymbol{X^{-1} \widehat{W} \hat{s}} \\ &= \boldsymbol{G \Lambda_{PRR}^{-1} Z^T \widehat{W} \hat{s}} \\ &= \boldsymbol{G}\ \boldsymbol{\hat{\gamma}_{ML}}\end{aligned} \tag{2.26}$$

Berikut merupakan estimator metode *Poisson Ridge Regression* yang dapat ditulis dengan cara menambahkan konstanta bias k, dimana $k \geq 0$ dan $\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{\Lambda_{PRR}} + \boldsymbol{kI})$ seperti persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{PRR}} &= (\boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{PRR}} + \boldsymbol{kI})^{-1}\boldsymbol{Z}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\hat{\boldsymbol{s}} \\
&= (\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{Z}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\hat{\boldsymbol{s}} \\
&= (\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{Z}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{W}}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}} \\
&= (\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{XG})^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{XG}\widehat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{ML}} \\
&= (\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{PRR}}\widehat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{ML}} \\
&= (\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{kI})\widehat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{ML}} \\
&= (\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{B} - \boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{kI})\widehat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{ML}} \\
&= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{kB}^{-1})\widehat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{ML}}
\end{aligned} \qquad (2.27)$$

2.10 Parameter Ridge $\boldsymbol{k}$

Dalam menangani masalah multikolonearitas pada regresi Poisson harus menentukan parameter ridge k yang akan digunakan pada model estimator *Poisson Ridge Regression*. Dalam menentukan parameter ridge k ini merupakan suatu masalah utama dalam menangani kasus multikolonearitas. Oleh karena itu beberapa metode telah diusalkan oleh penelitian terdahulu, sehingga dalam penelitian ini akan digunakan parameter ridge sebagai berikut:

a. Menurut Schaeffer, *et al*. (1984), pada regresi Poisson nilai optimal dari k adalah sebagai berikut:

$$\hat{k}_1 = \frac{1}{\hat{\alpha}_{max}^2} \qquad (2.28)$$

dengan $\hat{\alpha}_{max}^2$ merupakan nilai maksimum dari $\boldsymbol{\delta}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{ML}}$, dimana $\boldsymbol{\delta}^{\boldsymbol{T}}$ merupakann elemen vektor eigen dari matriks $\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{X}$

b. Menurut Alkhamisi, *et al*. (2006), nilai optimal dari k yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$\hat{k}_2 = \max(\, s_i) \qquad (2.29)$$

dengan:

$s_i = \frac{t_i \hat{\sigma}^2}{(n-p)\hat{\sigma}^2 + t_i \hat{\alpha}_i^2}$ dengan $\boldsymbol{t_i}$ merupakan vector eigen $\boldsymbol{X^T X}$ dan $\boldsymbol{\hat{\alpha}_i^2}$ elemen ke-i dari $\boldsymbol{\delta^T \hat{\beta}_{ML}}$ dimana $i = 1,2,3 \dots, p$

c. Kibria, *et al*. (2011), nilai optimal dari k yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$\hat{k}_3 = \text{median}\ (q_i) \tag{2.30}$$

$$\hat{k}_4 = \max\ (q_i) \tag{2.31}$$

dengan:

$q_i = \frac{\lambda_{max}}{(n-p)\hat{\sigma}^2 + \lambda_{max}\hat{\alpha}_i^2}$, dimana λ_{max} merupakan nilai maximum dari nilai eigen $\boldsymbol{X^T \widehat{W} X}$.

$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{(n-p-1)}$, dimana p jumlah variabel predictor.

2.11 Ketepatan Model

Pemilihan model terbaik yang digunakan dalam penelitian ini salah satunya dengan menggunakan *Mean square Error* (MSE). Menurut Ghazali (2017), MSE adalah rata-rata kuadrat kesalahan antara nilai yang diramalkan atau yang diprediksikan dengan nilai aktual. Pada nilai *Mean square Error* (MSE) yang dihasilkan, jika nilai MSE semakin kecil maka suatu metode yang digunakan akan semakin baik. MSE ini mengukur rata-rata kuadrat kesalahan antara nilai yang diramalkan dengan nilai aktual. Semakin kecil nilai MSE yang dihasilkan, maka semakin dekat nilai prediksi dengan nilai sebenarnya yang menunjukkan kualitas yang lebih baik dalam melakukan prediksi atau estimasi. Adapaun nilai MSE dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$MSE = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\hat{Y}_t - Y_t\right)^2}{n}, \qquad i = 1,2,3, \dots n \tag{2.32}$$

dengan:

Y_t = Nilai observasi data

$\hat{Y}_t$ = Nilai hasil prediksi

n = Jumlah data

Selain menggunakan MSE, dalam penelitian ini juga digunakan *Akaike information criterion* (AIC). AIC merupakan salah satu metode dalam memilih model terbaik yang ditemukan oleh Aike dan Schwarz. Untuk melakukan perhitungan nilai AIC dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$AIC = n \ln\left(\frac{JKG}{n}\right) + 2\,p \qquad (2.33)$$

dengan:

$JKG =$ Jumlah kesalahan kuadrat galat

$n =$ Jumlah pengamatan

$p =$ Jumlah parameter pada model

2.12 Angka Kematian Ibu

Angka kematian ibu (AKI) merupakan aspek terpenting dalam suatu negara yang memberikan gambaran tentang tingkat Kesehatan material dalam sebuah negara atau wilayah. Menurut kadour (2008), angka kematian ibu sering disebut sebagai kematian maternal dimana jumlah kematian perempuan yang disebabkan oleh permasalahan kesehatan pada masa kehamilan atau nifas dengan penyebab terkait atau diperberat oleh kehamilan atau manajemen kehamilan bukan karena terjadinya suatu kecelakaan yang terjadi pada masa kehamilan, persalinan atau dalam waktu 42 hari setelah berakhirnya masa kehamilan. AKI juga menjadi indikator dalam mengevaluasi kemajuan peningkatan perawatan Kesehatan maternal dalam sebuah negara, mengidentifikasi masalah Kesehatan, serta merancang suatu rencana atau program untuk mengurangi jumlah angka kematian ibu. Adapun AKI ini merupakan salah satu target *Sustainable Development Goals* (SDG) pada tahun 2030 dengan menurunkan tingkat angka kematian ibu sebesar menjadi 70 per 100.000 kelahiran hidup.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universtitas Lampung pada semester Genap tahun ajaran 2022/2023.

3.2 Data Penelitian

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder. Data sekunder yang digunakan adalah data Jumlah Kematian Ibu di setiap Kabupaten/Kota Provinsi Sumatera Utara Tahun 2019 beserta dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya, dimana data tersebut didapatkan dari Profil Dinas Kesehatan Provinsi Sumatera Utara Tahun 2019. Pada penelitian ini, jumlah data yang digunakan sebanyak 33 data observasi dengan menggunakan 5 variabel independen dan 1 variabel dependen. Adapun variabel-variabel independen dan variabel dependen yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai beikut:

Tabel 1. Variabel Data

Variabel	Nama Peubah	Keterangan
Y	Jumlah Kematian Ibu (Jiwa)	Jumlah kematian ibu pada masa kehamilan, persalinan, dan 42 hari setelah masa kehamilan yang disebabkan oleh gangguan kehamilan atau penangannya
X_1	Jumlah Ibu Hamil yang Melaksanakan K4 (Jiwa)	Jumlah ibu hamil mendapatkan pelayanan antenatal sesuai standarnya minimal 4 kali kunjungan
X_2	Jumlah Ibu Nifas yang Melaksanakan KF3 (Jiwa)	Jumlah ibu nifas yang mendapatkan pelayanan sesuai standar pada hari ke-29 sampai dengan hari ke-42 setelah persalinan
X_3	Jumlah Posyandu Aktif (Satuan)	Jumlah posyandu yang masih aktif melakukan kegiatan secara rutin setiap bulannya
X_4	Jumlah Ibu Nifas Mendapatkan Vitamin A (Jiwa)	Jumlah ibu nifas yang mendapatkan vitamin A yang dapat berguna bagi Kesehatan
X_5	Jumlah Puskesmas (satuan)	Jumlah puskesmas yang merupakan fasilitas dalam pelayanan masyarakat

3.3 Metode Penelitian

Pada penelitian ini metode yang digunakan adalah *Poisson Ridge Regression* (PRR) untuk menangani kasus multikolinearitas pada regresi Poisson. Dalam menyelesaikan penelitian ini, penulis menggunakan *software* RStudio versi 4.2.1 untuk mempermudah perhitungan dengan hasil yang akurat. Adapun Langkah-langkah metode yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Melakukan statistik deskriptif pada data yang akan digunakan.
2. Melakukan uji distibusi Poisson dengan menggunakan statistik uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel.
3. Melakukan pemeriksaan masalah multikolinearitas dengan melihat nilai *variance inflation factor* (VIF).

4. Melakukan analisis model regresi Poisson seperti tahap sebagai berikut:
   a. Menentukan model pada regresi Poisson.
   b. Melakukan uji signifikansi parameter secara parsial dengan menggunakan uji *Wald*.
   c. Melakukan uji signifikansi parameter secara serentak dengan menggunakan uji *Likelihood Ratio Test*.
5. Melakukan analisis dengan Regresi Ridge:
   a. Melakukan transformasi data *centering* dan *scaling* pada variabel independen, sedangkan untuk variable dependen pada regresi Poisson tidak dilakukan trasformasi *centering* dan *scaling*.
   b. Melakukan analisis model regresi Poisson dengan menggunakan data yang telah dilakukan transformasi *centering* dan *scaling*.
   c. Kemudian mencari matriks $\boldsymbol{X^T\widehat{W}X}$ pada data yang telah dilakukan transformasi *centering* dan *scaling*.
   d. Menbentuk matriks $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{XG}$.
   e. Mencari estimator dari $\boldsymbol{\hat{\gamma}_{ML}}$.
   f. Mencari beberapa bentuk nilai parameter ridge k pada *poisson ridge regression* yang digunakan dalam penelitian.
   g. Kemudian realisasikan nilai k yang telah didapatkan untuk mendapatkan estimator *Poisson Ridge Regression* (PRR)
   h. Menghitung nilai MSE dan AIC model regresi Poisson dan *Poisson Ridge Regression* untuk beberapa bentuk parameter ridge k yang digunakan
   i. Memilih model terbaik dengan membandingkan nilai MSE dan AIC terkecil pada regresi Poisson dan beberapa bentuk parameter ridge k yang digunakan pada estimator *Poisson Ridge Regression* (PRR).
   j. Membentuk persamaan model *Poisson Ridge Regression* data transformasi ke bentuk asli regresi ridge dan melakukan tansformasi ke bentuk awal tanpa *centering* dan *scaling*.

V. KESIMPULAN

Adapun kesimpulan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil penelitian dalam menangani multikolinearitas pada regresi Poisson dengan menggunakan estimasi *Poisson Ridge Regression* (PRR) dengan perbandingan nilai parameter ridge k_1, k_2, k_3, dan k_4 yang digunakan pada data Jumlah Kematian Ibu di Sumatera Utara Tahun 2019 dapat dilihat dengan melihat nilai MSE dan AIC terkecil. Didapatkan hasil nilai MSE dan AIC terkecil pada estimator PRR dengan metode parameter ridge Kibria. Adapun nilai MSE yang dihasilkan sebesar 13.78431 dan AIC sebesar 98.57652 dengan nilai parameter ridge k_3 sebesar 0.005807033.
2. Pada metode *Poisson Ridge Regression* dengan nilai parameter ridge k_3 sebesar 0.005807033 didapatkan model terbaik yaitu sebagai berikut:

$$\ln(\hat{\mu}_{PRR3}) = -0.7243092\, X_{i1}^{*} - 0.4476435\, X_{i2}^{*} - 2.8145469\, X_{i3}^{*} + 2.9060228\, X_{i4}^{*} + 1.9035670\, X_{i5}^{*}$$

   Kemudian jika dikoversi kedalam bentuk awal maka akan diperoleh model persamaan sebagai berikut:

$$\ln(\hat{\mu}_i) = -0.06875336 + 1.282619 \times 10^{-5} X_{i1} + 7.01093 \times 10^{-7}\, X_{i2} - 1.90684 \times 10^{-4}\, X_{i3} - 3.364037 \times 10^{-6}\, X_{i4} + 1.67365 \times 10^{-3}\, X_{i5}$$

DAFTAR PUSTAKA

Alkhamisi, M., Khalaf, G., & Shukur, G. 2006. Some Modification for Choosing Ridge Parameter. *Communication in Statistic-Theory and Methode*. **35**(11): 2005-2020.

Cameron, A.C. & Trivedi, P.K. 1998. *Regression Analysis of Count Data*. 2nd Edition. Cambridge University Press., Cambridge.

Ghozali, Imam. 2017. *Aplikasi Analisis Multivariate Dengan Program SPSS*. Badan Penerbit UNDIP, Semarang.

Gujarati, D.N. & Porter, D.C. 2009. *Basic Econonometrics*. 5th Edition. Mc. Graw-Hill Inc., New York.

Hoerl, A.E. & Kennard, R.W. 1970. Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems. *Technometrics*. **42**(1): 80–86.

Hosmer, D.W. & Lemeshow, H. 1989. *Applied Logistic Regression*. John Wiley and Sons, New York.

Kadour, C. 2008. Causes and Risk Factors of Maternal Mortality in the ICU. *Biomed Central*. **12**(2): 480-492.

Kementrian Kesehatan RI. 2014. *INFODATION- Situasi Kesehatan Ibu*. Kemeskes, Jakarta.

Kibria, B.M.G. & Mansson, K. 2011. Performance of Some Logistic Ridge Regression Estimator. *Communication in Statistic-Theory and Methode*. **40**(4): 401-414.

Mansson, K. & Shukur, G. 2011. *A Poisson Ridge Regression Estimator*. Departement of Economics and Statistics Jonkoping University, Swedia.

Marx, B. & Smith, E.P. 1990. Weighted Multicollinearity in Logistic Regression. *Canadian Journal of Fiheries and Aquatic Science*. **47**(5): 1128-1135.

Montgomery, D.C., Peck, E.A., & Vining, G.G. 2012. *Introduction to Linear Regression Analysis*. Fourth Edition. John Willey and Sons, New York.

Myers, R.H. 1990. *Classical and Modern Regression with Applications*. 2nd Edition. PWS-KENT Publishing Company, Boston.

Oghenekevwe, E.H., Florence, A.K., Abidemi, A.K., & Cecilia, E.N. 2021. Poisson Ridge Regression: A Performance Test. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*. **10**(2): 111-121.

Schaeffer, R.L., Roi, L.D., & Wolfe, R.A. 1984. A Ridge Logistic Estimator. *Communications in Statistics Theory and Methods*. **13**(1): 99-113.

Singh, B., Chaubey, Y.P., & Dwivedi, T.D. 1986. An Almost Unbiased Ridge Estimator. *The Indian Journal of Statistics*. **48**(3): 342-346.

Walpole, R.E. 1995. *Pengantar Statistika*. Terjemahan Sumantri. PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Wulandari. 2020. Pemodelan Poisson ridge Regression (PRR) pada Banyak Kematian Bayi di Jawa Tengah. *Indonesian Journal of Statistic and its Applications*. **4**(2): 392-400.