

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Matematika adalah ilmu yang selalu dibutuhkan oleh cabang-cabang ilmu lainnya dan dibutuhkan dalam segala bidang, sehingga matematika disebut sebagai *mother of science*. Matematika selalu mengalami perkembangan dalam pendidikan. Salah satu mata kuliah dalam matematika adalah analisis fungsional. Permulaan munculnya analisis fungsional didasari oleh permasalahan pada kurang memadainya metode analitik klasik pada fisika dan astronomi matematika. Kata “fungsional” diperkenalkan oleh Hadamard pada tahun 1903. Di dalam analisis fungsional terdapat materi mengenai teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) pada ruang Banach. Ada beberapa konsep dasar yang perlu diketahui terlebih dahulu yaitu ruang vektor, ruang metrik, ruang bernorma dan ruang Banach.

Dalam matematika, teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) adalah hasil dasar yang memiliki ciri fungsi kontinu pada grafik tersebut. Teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) merupakan salah satu hasil yang mendalam dari teori ruang Banach dan salah satu aplikasi untuk analisis fungsional yang berisi teorema untuk kelas tertentu dari ruang vektor topologi. Grafik ini merupakan pasangan titik-titik yang diplotkan. Di dalam

penelitian ini akan dibahas mengenai sifat-sifat teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) antara lain, pemetaan linier terbatas di ruang bernorm dan pemetaan linier tutup pada suatu ruang Banach. Untuk itu, semua analisis dan prosesnya akan dibahas di dalam pembuktian teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) dan contoh aplikasi teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) dapat dicermati dalam hasil dan pembahasan.

## 1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menunjukkan sifat teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*), yaitu jika  $T: M \rightarrow Y$  adalah pemetaan linier antara ruang norm  $X$  dan  $Y$ , notasi

$G(T) = \{(x, T(x)) | x \in M\} \subseteq M \times Y$  maka  $T$  adalah terbatas.

## 1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini hanya membahas mengenai teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) pada analisis fungsional.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memahami lebih mendalam mengenai teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) pada ruang Banach, pemetaan linier terbatas di ruang bernorm dan pemetaan linier tutup pada suatu ruang Banach.

2. Mengetahui contoh aplikasi teorema grafik tertutup (*the closed graph theorem*) pada ruang Banach.
3. Memberikan ide penelitian lain terkait operator linier.
4. Dapat menambah kajian ilmu atau wawasan di bidang matematika.