PENDUGAAN PROPORSI KASUS DEMAM BERDARAH DI PROVINSI LAMPUNG MENGGUNAKAN METODE *EMPIRICAL BAYES*

(Skripsi)

Oleh
NADA HANISYA FEBYA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024

ABSTRAK

PENDUGAAN PROPORSI KASUS DEMAM BERDARAH DI PROVINSI LAMPUNG MENGGUNAKAN METODE *EMPIRICAL BAYES*

Oleh

Nada Hanisya Febya

Pendugaan area kecil merupakan pendugaan tak langsung yang digunakan untuk menduga parameter dengan ukuran sampel yang kecil. Salah satu metode yang dapat digunakan dalam pendugaan area kecil adalah *empirical Bayes* (EB). Metode EB digunakan pada data cacah atau biner, dimana inferensinya didasarkan pada distribusi posterior dan parameternya diduga dari data. Pada skripsi ini digunakan metode *empirical Bayes* dalam menghasilkan penduga proporsi. Hasil penerapan pada proporsi kasus DBD di Provinsi Lampung menunjukan bahwa penduga *empirical Bayes* dari model Beta-Binomial memberikan hasil pendugaan dengan ketelitian yang lebih tinggi dibandingkan penduga langsung.

Kata kunci **:** pendugaan area kecil, *empirical Bayes*, pendugaan langsung, binomial-beta.

ABSTRACT

ESTIMATING THE PROPORTION OF DENGUE FEVER CASES IN LAMPUNG PROVINCE USING THE EMPIRICAL BAYES METHOD

By

Nada Hanisya Febya

Small area estimation is an indirect estimator used to estimate parameters with a small sample size. One method that can be used in small area estimation is *empirical Bayes* (EB). The EB method is used in numerical or binary data, where the inference is based on the posterior distribution and the parameters are inferred from the data. In this thesis, the empirical Bayes method is used in producing proportion estimators. The results of the application to the proportion of dengue cases in Lampung Province show that empirical Bayes estimators from the Beta-Binomial model provide estimation results with higher accuracy than direct estimators.

Keywords **:** small area estimation, empirical Bayes, direct estimation, binomial-beta.

PENDUGAAN PROPORSI KASUS DEMAM BERDARAH DI PROVINSI LAMPUNG MENGGUNAKAN METODE *EMPIRICAL BAYES*

Oleh

NADA HANISYA FEBYA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024

Judul Skripsi : PENDUGAAN PROPORSI KASUS DEMAM BERDARAH DI PROVINSI LAMPUNG MENGGUNAKAN METODE *EMPIRICAL BAYES*

Nama Mahasiswa : Nada Hanisya Febya

NPM : 1957031001

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Widiarti, S.Si., M.Si.
NIP. 19800502 200501 2 003

Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19930601 201903 2 021

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Widiarti, S.Si., M.Si.**	....
Sekretaris	: **Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Ir. Warsono, M.S., Ph.D.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **17 Januari 2024**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Nada Hanisya Febya
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1957031001
Jurusan	: Matematika
Judul Skripsi	: PENDUGAAN PROPORSI KASUS DEMAM BERDARAH DI PROVINSI LAMPUNG MENGGUNAKAN METODE *EMPIRICAL BAYES*

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung,17 Januari 2024

Penulis

Nada Hanisya Febya

NPM. 1957031001

RIWAYAT HIDUP

Penulis di lahirkan di Gedung Meneng pada tanggal 2 Februari 2001. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan Bapak Supardi dan Ibu Jastia.

Penulis memulai pendidikan dari taman kanak-kanak TK Abadi Perkasa tahun 2004. Pendidikan sekolah dasar di SDS Abadi Perkasa tahun 2006. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Abadi Perkasa pada tahun 2012. Pendidikan sekolah menengah atas di SMAS Sugar Group pada tahun 2016.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SMMPTN pada tahun 2019. Pada periode tahun 2020/2021 penulis terdaftar sebagai anggota bidang kesekretariatan Himpunan Mahasiswa Matematika FMIPA Unila.

Sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat, penulis menyelesaikan Kerja Praktik (KP) pada tahun 2022 di kantor BPS Yogyakarta selama 40 hari. Penulis juga melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada tahun 2022 selama 40 hari di Desa Perwata Teluk Betung Timur, Kota Bandar Lampung, Lampung.

KATA INSPIRASI

"Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai (dari sesuatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain). Dan hanya kepada Tuhanmulah engkau berharap."
(QS. Al-Insyirah: 6-8)

"Tidak ada mimpi yang terlalu tinggi. tidak ada mimpi yang patut untuk diremehkan. Lambungkan setinggi yang kau inginkan dan gapailah dengan selayaknya yang kau harapkan."
(Maudy Ayunda)

"Keberhasilan bukanlah milik orang yang pintar, keberhasilan adalah kepunyaan mereka yang senantiasa berusaha."
(B.J Habibie)

"Kesuksesan dan kebahagian terletak pada diri sendiri. Tetaplah bahagia karena kebahagianmu dan kamu yang akan membentuk karakter kuat untuk melawan kesulitan."
(Helen Keller)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah hirobbil'alamin,
Puji dan syukur tiada hentinya terpanjatkan kepada Allah SWT atas ridho-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis persembahkan karya iniuntuk :

Ibu dan ayah tercinta, yang selalu memberikan cinta, kasih sayang yangberlimpah serta doa yang tidak pernah berhenti untuk anak-anaknya. Adik penulis tersayang yang selalu memberikan dukungan, kasih sayang dan doahingga saat ini.

Kepada diri saya sendiri, Nada Hanisya Febya. Terimakasih sudah bertahan sejauh ini. Terimakasih tetap memilih berusaha dan merayakan dirimu sendiri sampai dititik ini. Terimakasih tetap menjadi manusia yang selalu mau berusaha dan tidak lelah mencoba.

Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika yang selalu memberikan yang terbaik bagi mahasiswanya, terutama Dosen pembimbing saya. Terima kasih karena telah memberikan bantuan, semangat, dan doa sehingga skripsi ini dapat diselesaikan.

Sahabat dan teman-teman, terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dantawa serta doa dan semangat yang selalu kalian berikan kepada penulis.

Almamater kebanggaanku, Universitas Lampung.

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT berkat rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat serta salam senantiasa tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, suri tauladan terbaik sepanjang masa.

Pada proses penyusunan skripsi, penulis memperoleh banyak bantuan, dukungan, bimbingan serta kritik dan saran yang membangun sehingga skripsi ini mampu terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan dan arahan dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II telah memberikan pengarahan selama proses penulisan skripsi.
3. Bapak Ir. Warsono, M.S., Ph.D. selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun dalam proses penyelesaian skripsi.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing Akademik yang selaku memberikan motivasi kepada penulis.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matenatika FMIPA Universitas Lampung yang telah banyak memberikan dukungan kepada penulis.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan segala bentuk bantuan kepada penulis.

8. Ayah Supardi, Ibu Jastia, Adik Yusuf Anis Fauzi, Adik Liyana Zahira dan Keluarga Besar yang telah memberikan banyak dukungan, kasing sayang dan motivasi kepada penulis setiap waktunya.
9. Teman-teman satu pembimbing yaitu Niken, Mega, Debi, Hijri, Novi terimakasih untuk dukungannya teman. Semoga kita tetap menjalin silahturahmi tanpa terputus oleh jarak dan waktu.
10. Aldiansyah, Lucky Indar Wigati terimakasih kalian selalu membantu aku. Semoga kita tetap menjalin kedekatan tanpa putus.
11. Keluarga besar Matematika 2019, HIMATIKA yang telah memberikan banyak ilmu yang sangat berharga dan mengajarkan arti keluarga tak sedarah.
12. Seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu atas peran dan dukungannya dalam menyusun skripsi ini.

Bandar Lampung,17 Januari 2024

Penulis,

Nada Hanisya Febya

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Penyakit menular masih menjadi permasalahan dalam sektor kesehatan di Indonesia. Penyakit menular adalah penyakit yang disebabkan oleh mikroorganisme, baik bakteri, virus, atau jamur, yang dapat ditularkan pada satu penderita kepada orang sehat sehingga menyebabkan penyakit. Salah satu penyakit menular yang paling umum adalah Demam Berdarah *Dengue* (DBD). DBD merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus *dengue* yang ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes Aegypti* dan masuk ke aliran darah manusia.

Menurut World Health Organization (2012), demam berdarah telah menjadi masalah kesehatan yang sangat serius di negara-negara berkembang tropis. Jumlah kasus demam berdarah telah meningkat secara signifikan dalam beberapa dekade terakhir. Terdapat sekitar 50-100 juta kasus demam berdarah di seluruh dunia setiap tahunnya. Penyakit demam berdarah ini telah menyerang lebih dari 20 negara dengan total kasus lebih dari 17.000, termasuk 225 kasus pada tahun 2012. Selain itu, WHO memperkirakan sekitar 2,5 miliar orang atau dua perlima penduduk dunia menderita demam berdarah. Menurut Departemen Kesehatan RI (2020), kasus demam berdarah terdeteksi pada Januari-Agustus 2022 sebanyak 3.484 kasus atau 435 kasus per bulan. Dengan demikian, total kasus DBD di Provinsi Lampung dalam satu hari mencapai 14 kasus. Untuk menduga kasus penyakit DBD di Provinsi Lampung dilakukan pendugaan *Small Area Estimation* (SAE).

Small Area Estimation (SAE) adalah metode statistik untuk menduga parameter subpopulasi dengan ukuran sampel kecil (Rao, 2003). Metode penduga ini menggunakan data berskala besar untuk memperkirakan parameter dalam skala yang lebih kecil. Pendugaan sederhana area kecil yang didasarkan pada penerapan model desain penarikan sampel (*design-based*) disebut sebagai pendugaan langsung (*direct estimation*). Berbagai metode SAE telah dikembangkan khusunya metode yang berbasis model (*model-based area estimation*) sebagai alternatif dari pendugaan langsung. Metode tersebut adalah *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP), *Empirical Bayes* (EB), dan *Hierachical Bayes* (HB).

Terdapat beberapa penelitian yang telah menggunakan metode SAE. Kordos & Paradysz (2000) menggunakan SAE model Estimasi Bayes untuk menghitung estimasi kemiskinan dan pengangguran dari data *Household Budget Survey* (HBS) dan daftar pajak POLTAX. Di Indonesia, Kurnia & Notodipuro (2006) melakukan simulasi data untuk menganalisis dan menerapkan beberapa teknik SAE dengan menggunakan metode tidak langsung pada data kemiskinan di wilayah Jawa Barat. Anwar (2007) menggunakan teknik SAE untuk menyusun peta kemiskinan perkotaan dan pedesaan Kabupaten Kutai Kertanegara dengan menggunakan metode Kernel Learning. Kemudian, Nuraeni (2008) menggunakan *Forward Neural Network* untuk SAE pada kemiskinan di Surabaya.

Metode SAE pada *empirical Bayes* dengan model Beta-Binomial telah banyak digunakan dalam menduga risiko relatif suatu penyakit. Yensy (2020) menggunakan metode EB untuk menduga risiko relatif kanker paru-paru. Kismiantini (2010) membahas penduga bahwa penduga dengan variabel memberikan akurasi yang lebih baik dibandingkan dengan penduga tanpa variabel. Sementara itu, Toyyibah dkk. (2018) menggunakan EB model Binomial-Beta untuk menduga risiko relatif TB tanpa variabel penyerta.

Berdasarkan latar belakang di atas, akan dilakukan pendugaan area kecil pada kasus DBD di Provinsi Lampung dengan menggunakan metode *empirical Bayes* model Beta-Binomial. Data yang digunakan berupa data banyaknya kasus DBD sebagai variabel respon dan data jumlah kepadatan penduduk sebagai variabel penyerta.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah membandingkan hasil penduga langsung dan penduga *empirical Bayes* dalam menduga kasus penyakit DBD di Provinsi Lampung.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah untuk mengetahui penduga yang lebih baik anatara penduga langsung dan *empirical Bayes* dalam menduga kasus DBD di Provinsi Lampung.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pendugaan Area Kecil

Secara umum metode pendugaan area kecil dibagi menjadi dua bagian yaitu metode penduga langsung (*direct estimation*) dan metode tak langsung (*indirect estimation*). Metode-metode pendugaan selama ini yang sering digunakan adalah metode pendugaan langsung.

Pendugaan langsung merupakan pendugaan yang didasarkan pada desain penarikan yang menjadi perhatian (jumlah kasus DBD). Dalam kasus pendugaan area kecil, penduga langsung bagi parameter pada area kecil yang menjadi perhatian relatif akan menghasilkan galat baku yang besar karena masalah jumlah kasus DBD.

Suatu pendekatan tidak langsung mampu meningkatkan efektifitas ukuran jumlah kasus DBD. Pada pendugaan tak langsung terdapat dua model penghubung yang digunakan untuk menghubungkan area kecil dengan area kecil lainnya yaitu model penghubung implisit dan eksplisit. Penduga tak langsung dengan menggunakan model penghubung implisit adalah model yang didasarkan pada desain penarikan jumlah yang menjadi perhatian (*design based*). Penduga yang dihasilkan mempunyai ragam desain yang relatif kecil dibandingkan dengan ragam desain dari penduga langsung.

Model penghubung implisit mempunyai tiga metode yaitu metode sintetik, komposit, dan james-stein. Metode pengubung eksplisit adalah model yang didasarkan pada pengaruh acak area kecil untuk mendapatkan keragaman antar area dan informasi peubah penyerta, yang selanjutnya dikenal dengan model area kecil. Peubah penyerta yang baik adalah peubah yang berhubungan erat dengan peubah yang menjadi perhatian dan berasal dari sensus atau administratif (Rao, 2003).

2.2 Metode Bayes

Pada metode Bayes, penduga parameter dilakukan dengan memandang semua parameter yang tidak diketahui sebagai peubah acak yang memiliki distribusi awal dari parameter tersebut, distribusi ini disebut distribusi prior. Selanjutnya distribusi prior dari parameter yang tidak diketahui dikombinasikan dengan informasi data contoh menghasilkan distribusi posterior dari parameter tersebut. Nilai dugaan parameter diperoleh dari mean dari distribusi posterior (Bostald, 2007).

2.3 Distribusi Prior

Distribusi prior adalah distribusi awal yang memberikan informasi tentang parameter yang tidak diketahui nilainya (Box & Tio, 1973).

2.4 Distribusi Posterior

Distribusi posterior merupakan berdistribusi bersyarat yang bergantung pada pengamatan. Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang bersama $f(x|p_i)$. Parameter p_i diasumsikan merupakan peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang prior $f(p_i)$. Distribusi posterior dari p_i disajikan pada persamaan (2.1).

$$f(p_i|x) = \frac{f(x|p_i)f(p_i)}{f(x)} \tag{2.1}$$

dengan $f(x)$ merupakan distribusi marginal dari *x*.

Fungsi $f(x|p_i)$ pada definisi tersebut adalah fungsi kepekatan peluang bersama dari *x* dan p_i. Berdasarkan fungsi kepekatan peluang bersama ini, distribusi marginal *x* dapat ditentukan dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.2) (Rao & Molina, 2015).

$$f(x) = \begin{cases} \sum_0 f(x|p_i) f(p_i), & \text{untuk } p_i \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x|p_i) f(p_i) dp_i & \text{untuk } p_i \text{ kontinu} \end{cases} \quad (2.2)$$

Jadi penduga Bayes bagi p_i adalah $\hat{p}^B = E(p_i|x)$ dan ragam posterior bagi p_i adalah $Var(\hat{p}^B) = Var(p_i|x)$

2.5 Penduga Kemungkinan Maksimum Sebaran Binomial

Misalkan X_i adalah peubah acak yang bernilai 1 dan 0. Peubah X_i diasumsikan memiliki sebaran Bernoulli dengan parameter p atau ditulis $y_i|p_i \sim^{iid} Bernoulli\ (p_i)$ untuk *i* = 1,2,3,…,*n* dengan fungsi kepekatan peluang

$$f(x_i|p) = p^x(1-p)^{1-x_i}, X_i = 0{,}1 \quad (2.3)$$

Selanjutnya didefinisikan $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ adalah jumlah kejadian berhasil *n* kali ulangan. Peubah acak Y akan memiliki sebaran binomial (n, p) dengan fungsi kepekatan peluang :

$$f(y|p) = \binom{n}{y} p^{x-y}, y = 0{,}1, \dots, n \quad (2.4)$$

Fungsi kemungkinan dari peubah acak *Y* ini adalah :

$$L(p|y) = f(y|p) \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y} \quad (2.5)$$

Logaritma natural dari fungsi kemungkinan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} l(p|y) &= \ln\big(L(p|y)\big) \\ &= \ln\left(\binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y}\right) \\ &= ln\binom{n}{y} + \ln(p^y) + \ln((1-p)^{n_i - y_i}) \\ &= ln\binom{n}{y} + y\ln(p) + (n-y)\ln(1-p) \quad (2.6) \end{aligned}$$

Memaksimumkan dari $\ln(y|p)$ diperoleh bila:

$$\frac{\partial}{\partial p} l(y|p) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(ln\binom{n}{y} + y\ln(p) + (n-y)\ln(1-p)\right) = 0$$

$$\frac{y}{p} + \frac{n-y}{1-p}\ (-1) = 0$$

$$\frac{y}{p} - \frac{n-y}{1-p} = 0$$

$$\frac{y}{p} = \frac{n-y}{1-p}$$

$$y(1-p) = p(n-y)$$

$$y - yp = pn - yp$$

$$y = pn$$

$$p = \frac{y}{n} \qquad (2.7)$$

Jadi penduga kemungkinan maksimum bagi p jika $y_i \sim^{iid} Binomial\ (n_i, p_i)$ adalah $p = \frac{y}{n}$ dengan *y* adalah banyaknya keberhasilan dalam *n* ulangan.

Penduga ini merupakan penduga yang bersifat tak bias karena nilai harapan dari penduga sama dengan parameternya. Sebagaimana yang diperlihatkan oleh :

$$E(\widehat{p_i}) = E\left(\frac{n_i}{y_i}\right) = \frac{1}{n_i}E(y_i) = \frac{1}{n_i}n_i p_i = p_i \qquad (2.8)$$

Dan ragamnya, yaitu:

$$ktg(\widehat{p_i}) = \hat{V}ar(\widehat{p_i})$$

$$= Var\left(\frac{y_i}{n_i}\right)$$

$$= \frac{1}{n_i^2}\ Var(y_i)$$

$$= \frac{1}{n^2}\ Var\ (y_i)$$

$$= \frac{1}{n_i^2}\ Var\ (y_i)$$

$$= \frac{1}{n_i^2}\ n_i\hat{p}_i(1-\hat{p}_i)$$

$$= \frac{1}{n_i}\ \hat{p}_i(1-\hat{p}_i) \qquad (2.9)$$

2.6 Pendugaan Bayes Sebaran Binomial

Menurut Hogg & Craig (1995), model Beta-Binomial merupakan suatu model yang berawal dari model Bernoulli dengan model peluang untuk data biner yang dinyatakan dengan

$$y_i \sim^{iid} Binomial\ (n_i, p_i) = 0, \ldots, n_i, 0 < p_i < 1, i = 1, \ldots m \quad (2.10)$$

dengan model dasar

$$y_i \big| p_i \sim^{iid} Bernoulli\ (p_i)\ atau\ y_i \big| p_i \sim^{iid} Binomial\ (n_i, p_i) \quad (2.11)$$

dan

$$p_i \sim^{iid} Beta\ (\alpha, \beta) \quad \alpha > 0\ \beta > 0 \quad (2.12)$$

dengan *Beta* (α, β) menyatakan sebaran beta dengan parameter α dan β serta fungsi kepekatan untuk p_i adalah:

$$f(p_i | \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha,\beta)}\ p_i^{\ \alpha-1}(1 - p_i)^{\beta-1}, 0 \leq p_i \leq 1 \quad (2.13)$$

Berdasarkan definisi, distribusi posterior yaitu:

$$f(\,p_i\,|\mathrm{y}) = \frac{f(y|\,p_i\,)f(\,p_i\,)}{f(\,y\,)} \quad (2.14)$$

Dari persamaan (2.2) dan (2.11) diperoleh fungsi kepekatan peluang bersama adalah:

$$\begin{aligned} f(y, p_i) &= f(y|p_i)f(\,p_i\,) \\ &= \binom{n}{y}\ p_i^{\mathrm{y}}(1 - p_i)^{\mathrm{n-y}}\frac{1}{B(\alpha,\beta)}\ p_i^{\alpha-1}(1 - p_i)^{\beta-1} \\ &= \binom{n}{y}\frac{1}{B(\alpha,\beta)}\ p_i^{\mathrm{y}+\alpha-1}(1-\theta)^{n-y+\beta-1} \quad (2.15) \end{aligned}$$

Fungsi kepekatan peluang marginal bagi *Y* adalah:

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 \binom{n}{y}\frac{1}{B(\alpha,\beta)}\int_0^1\ p_i^{\mathrm{y}+\alpha-1}(1 - p_i)^{\mathrm{n-y}+\beta-1}\ d\,p_i \\ &= \binom{n}{y}\frac{1}{B(\alpha,\beta)}\int_0^1\ p_i^{\mathrm{y}+\alpha-1}\ (1 - p_i)^{\mathrm{n-y}+\beta-1}\ d\,p_i \\ &= \binom{n}{y}\frac{1}{B(\alpha,\beta)}B(y+\alpha, n-y+\beta) \quad (2.16) \end{aligned}$$

Dengan demikian, distribusi posterior bagi p_i adalah:

$$f(\,p_i\,|\mathrm{y}) = \frac{\binom{n}{y}\frac{1}{B(\alpha,\beta)}\,p_i^{\mathrm{y}+\alpha-1}(1 - p_i)^{\mathrm{n-y}+\beta-1}}{\binom{n}{y}\frac{1}{B(\alpha,\beta)}B(y+\alpha, n-y+\beta)}$$

$$= \frac{1}{B(y+\alpha,n-y+\beta)}\ p_i^{\mathrm{y+\alpha-1}}(1-\ p_i)^{\mathrm{n-y+\beta-1}} \tag{2.17}$$

Distribusi posterior bagi p_i memiliki nilai mean sebagai berikut:

$$E(\,p_i\,|\mathrm{y},\alpha,\beta) = \int_0^1 p_i\ \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(y+\alpha)\Gamma(n-y+\beta)} p_i^{y+a-1}\,(1-pi)^{n-y+\beta-1}dp_i$$
$$= \frac{\Gamma(n+a+\beta)}{\Gamma(y+a)\Gamma(n-y+\beta)}\int_0^1 p_i^{y+a-1}(1-pi)^{n-y+\beta-1}dp_i$$
$$= \frac{\Gamma(n+a+\beta)}{\Gamma(y+a)\Gamma(n-y+\beta)}\frac{\Gamma(1+y+a)\Gamma(n-y+\beta)}{\Gamma(1+n+a+\beta)}$$
$$= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(y+a)}\frac{(y+a)\Gamma(y+a)}{(n+a+\beta)\Gamma(n+a+\beta)}$$
$$= \frac{(y+a)}{(n+a+\beta)} \tag{2.18}$$

dan nilai ragamnya adalah:

$$Var(p_i|y,\alpha,\beta) = E(p_i^2\middle|y,\alpha,\beta) - [E(p_i|y,\alpha,\beta)]^2 \tag{2.19}$$

Terlebih dahulu akan dicari $E(p_i^2\middle|y,\alpha,\beta)$:

$$E(p_i^2\middle|y,\alpha,\beta) = \int_0^1 p_i^2\,\frac{\Gamma(n+\alpha-\beta)}{\Gamma(y+\alpha)\Gamma(n-y+\beta)}p_i^{y+a-1}(1-p_i)^{n+y+\beta-1}dp_i$$
$$= \frac{\Gamma(n+a+\beta)}{\Gamma(y+a)\Gamma(n-y+\beta)}\int_0^1 p_i^{2+y+a-1}\,(1-p_i)^{n-y+\beta-1}dp_i$$
$$= \frac{\Gamma(n+a+\beta)}{\Gamma(y+a)\Gamma(n-y+\beta)}\frac{\Gamma(2+y+a)\Gamma(n-y+\beta)}{\Gamma(2+n+a+\beta)}$$
$$= \frac{\Gamma(n+a+\beta)}{\Gamma(y+a)}\frac{(y+a)(1+y+a)\Gamma(y+a)}{(n+a+\beta)(1+n+a+\beta)\Gamma(n+a+\beta)}$$
$$= \frac{(y+a)(1+y+a)}{(n+\alpha+\beta)(1+n+a+\beta)} \tag{2.20}$$

Sehingga diperoleh ragam sebagai berikut :

$$Var(p_i|y,\alpha,\beta) = E(p_i^2|y,\alpha,\beta) - [E(p_i|y,\alpha,\beta)]^2$$
$$= \frac{(y+a)(1+y+a)}{(n+a+\beta)(1+n+a+\beta)} - \left[\frac{(y+a)}{(n+a+\beta)}\right]^2$$
$$= \frac{(y+a)(1+y+a)}{(n+a+\beta)(1+n+a+\beta)} - \frac{(y+a)^2}{(n+a+\beta)^2}$$
$$= \frac{(n+a+\beta)(y+a)(1+y+a)}{(n+a+\beta)^2(1+n+a+\beta)} - \frac{(1+n+a+\beta)(y+a)^2}{(n+a+\beta)^2(1+n+a+\beta)}$$
$$= \frac{(y+a)[n+a+\beta)(1+y+a)-(1+n+a+\beta)(y+a)]}{(n+a+\beta)^2(1+n+a+\beta)}$$
$$= \frac{(y+a)(n-y+\beta)}{(n+a+\beta)^2(1+n+a+\beta)} \tag{2.21}$$

Dengan demikian berdasarkan Teorema Bayes maka penduga Bayes bagi p_i adalah mean dari distribusi posterior yaitu :

$$\hat{p}^B = E(\hat{p}|y,\alpha,\beta) = \frac{(y+\hat{\alpha})}{(n+\hat{\alpha}+\hat{\beta})} \qquad (2.22)$$

Ragam posterior bagi p_i adalah :

$$Var(\hat{p}_i|y,\alpha,\beta) = \frac{(y+\hat{\alpha})(n-y+\hat{\beta})}{\left(n+\hat{\alpha}+\hat{\beta}\right)^2(1+n+\hat{\alpha}+\hat{\beta})} \qquad (2.23)$$

2.5 Penduga *Empirical Bayes* Model Beta-Binomial

Penduga langsung mempunyai ragam yang besar. Oleh karena itu, dikembangkan suatu model yang dapat mengatasi permasalahan tersebut, yaitu pendugaan tak lansgung. Pendugaan tak langsung diperoleh dari metode *Empirical Bayes* (EB). Penduga EB merupakan penduga yang dihitung berdasarkan penduga langsung dengan pembobot yang diperoleh dari model beta-binomial. Distribusi beta-binomial merupakan distribusi posterior pada metode *empirical Bayes* yang memiliki dua tahapan, yaitu tahap pertama diasumsikan bahwa peubah yang menjadi perhatian $y_i \sim^{iid} Binomial\,(n_i, p_i) = 0, \dots, n_i, 0 < p_i < 1$, sedangkan pada tahap kedua diasumsikan bahwa $p_i \sim^{iid} Beta\,(\alpha,\beta)\ \alpha > 0\ \beta > 0$ sebagai prior, sehingga diperoleh penduga Bayes untuk p_i adalah :

$$\hat{p}^B = E(p_i|y_i,\alpha,\beta) = \frac{(y_i+\alpha)}{(n_i+\alpha+\beta)} \qquad (2.24)$$

dengan ragam :

$$Var(p_i|y,\alpha,\beta) = \frac{(y_i+a)(n_i-y_i+\beta)}{(n_i+a+\beta)^2(1+n_i+a+\beta)} \qquad (2.25)$$

Perhatikan bahwa untuk mendapatkan penduga Bayes tersebut perlu diduga nilai $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ yang merupakan parameter dari sebaran $p_i \sim^{iid} Beta\,(\alpha,\beta)$. Langkah awal penndugaan *Empirical Bayes* model beta-binomial oleh Kleinman yaitu dengan membuat dugaan parameter prior dengan menyamakan rataan contoh terboboti:

$$\hat{p} = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{n_i}{n_T}\right) \hat{p}_i \qquad (2.26)$$

Keterangan:

$\hat{p}$ = dugaan parameter prior

n_i = banyaknya individu pada subpopulasi ke-i

n_T = jumlah seluruh individu

$\widehat{p_i}$ = penduga proporsi

dan ragam contoh terboboti dapat dicari dengan menggunakan persamaan

$$s_p^2 = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{n_i}{n_T}\right)(\hat{p}_i - \hat{p})^2 \tag{2.27}$$

dengan nilai harapan masing-masing dan kemudian diselesaikan persamaan momen untuk α dan β, dengan $n_T = \sum_{i=1}^{m} n_i$. Penduga momen $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$, diberikan sebagai berikut:

$$\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\beta}} = \hat{p} \tag{2.28}$$

dan

$$\frac{1}{\hat{\alpha} + \hat{\beta} + 1} = \frac{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)}{\hat{p}(1-\hat{p})[n_t - \sum_i \left(\frac{n_i^2}{n_T}\right) - (m-1)]} \tag{2.29}$$

Perhatikan bahwa:

$$\frac{1}{\hat{\alpha} + \hat{\beta} + 1} = \frac{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)}{\hat{p}(1-\hat{p})[n_t - \sum_i \left(\frac{n_i^2}{n_T}\right) - (m-1)]}$$

$$\hat{p}(1-\hat{p})[n_T - \sum_{i=1}^{m} n_i^2 - (m-1)] = (\hat{\alpha} + \hat{\beta} + 1)[n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)]$$

$$\frac{\hat{p}(1-\hat{p})[n_T - \sum_{i=1}^{m} n_i^2 - (m-1)]}{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)} = (\hat{\alpha} + \hat{\beta} + 1)$$

$$\frac{\hat{p}(1-\hat{p})[n_T - \sum_{i=1}^{m} n_i^2 - (m-1)]}{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)} - 1 = \hat{\alpha} + \hat{\beta}$$

$$\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\beta}}\left[\frac{\hat{p}(1-\hat{p})[n_T - \sum_{i=1}^{m} n_i^2 - (m-1)]}{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)} - 1\right] = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\beta}}(\hat{\alpha} + \hat{\beta})$$

$$\hat{p}\left[\frac{\hat{p}(1-\hat{p})[n_T - \sum_{i=1}^{m} n_i^2 - (m-1)]}{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)} - 1\right] = \hat{\alpha} \tag{2.30}$$

Selanjutnya

$$\hat{p} = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\beta}}$$

$$\hat{p}(\hat{\alpha} + \hat{\beta}) = \hat{\alpha}$$

$$\hat{p}\hat{\alpha} + \hat{p}\hat{\beta} = \hat{\alpha}$$

$$\hat{p}\hat{\beta} = \hat{\alpha} - \hat{p}\hat{\alpha}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\hat{\alpha}(1-\hat{p})}{\hat{p}}$$

$$\hat{\beta} = \hat{\alpha}\left[\frac{1}{\hat{p}} - 1\right]$$

$$\hat{\beta} = \hat{p}\left[\frac{\hat{p}(1-\hat{p})\left[n_T - \sum_{i=1}^{m} n_i^2 - (m-1)\right]}{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)} - 1\right]\left[\frac{1}{\hat{p}} - 1\right] \quad (2.31)$$

Dugaan parameter $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ sebaran beta-binomial dinyatakan dengan rumus berikut :

$$\hat{\alpha} = \hat{p}\left[\frac{\hat{p}(1-\hat{p})\left[n_T - \sum_{i=1}^{m} n_i^2 - (m-1)\right]}{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)} - 1\right]$$

$$\hat{\beta} = \hat{p}\left[\frac{\hat{p}(1-\hat{p})\left[n_T - \sum_{i=1}^{m} n_i^2 - (m-1)\right]}{n_T s_p^2 - \hat{p}\,(1-\hat{p})(m-1)} - 1\right]\left[\frac{1}{\hat{p}} - 1\right]$$

dengan:

$\hat{p}$ = rataan terboboti proporsi kasus demam berdarah di Kabupaten/Kota Provinsi Lampung

$n_T = \sum_{i=1}^{m} n_i$

s_p^2 = ragam terboboti proporsi kasus demam berdarah di Kabupaten/Kota Provinsi Lampung

Pensubsitusian parameter $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ dari metode momen Kleinman ke Penduga *Empirical Bayes* (EB) bagi $\hat{p}^{EB}$ yaitu:

$$\hat{p}_i^{EB} = \hat{p}_i^{B}\left(\hat{a}, \hat{\beta}\right)$$

$$= \frac{(y_i + \hat{\alpha}\,)}{(n_i + \hat{a} + \hat{\beta})}$$

$$= \frac{y_i}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}} \frac{n_i}{n_i} + \frac{\hat{\alpha}}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}} \frac{\hat{a} + \hat{\beta}}{\hat{a} + \hat{\beta}}$$

$$= \frac{y_i}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}} \frac{y_i}{n_i} + \frac{\hat{a} + \hat{\beta} + n_i - n - i}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}} \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\beta}}$$

$$= \frac{n_i}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}} \frac{y_i}{n_i} + \left(\frac{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}} - \frac{n_i}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}}\right) \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\beta}}$$

$$= \frac{n_i}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}} \frac{y_i}{n_i} + \left(1 - \frac{n_i}{n_i + \hat{a} + \hat{\beta}}\right) \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\beta}} \quad (2.32)$$

Bila $\widehat{\gamma_i}$ dinyatakan dengan $\widehat{\gamma_i} = \frac{n_i}{n_i + \widehat{\alpha} + \widehat{\beta}}$ maka $\hat{p}_i^{EB} = \widehat{\gamma_i}\widehat{p_i} + (1 - \widehat{\gamma_i})\widehat{p_i}$.

Dengan demikian diperoleh penduga *Empirical Bayes* adalah:

$$\hat{p}_i^{EB} = \hat{p}_i^{B}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \widehat{\gamma_i}\widehat{p_i} + (1 - \widehat{\gamma_i})\widehat{p_i} \qquad (2.33)$$

2.8 ***Mean Square Error*** **(MSE)**

Menurut Lohr & Rao (2009), jika suatu penduga merupakan penduga yang tak bias, maka nilai varian θ akan sama dengan MSE θ. Pada pendugaan EB penduga yang dihasilkan bersifat bias sehingga performa dari penduga dievaluasi melalui MSE. Jika $\hat{p}_i^{EB}$ merupakan sebuah estimator untuk *p*, maka MSE tidak bersyarat dari $\hat{p}_i^{EB}$ adalah:

$$\text{MSE}\ (\hat{p}_i^{EB}) = \text{MSE}\left(\widehat{p_i}^{B}\right) + E\left(\hat{p}_i^{EB} - \widehat{p_i}^{B}\right)^2 \qquad (2.34)$$

dengan

$$\text{MSE}\left(\widehat{p_i}^{B}\right) = E\{var(p|y)\} \qquad (2.35)$$

Metode pendugaan MSE lainnya adalah metode *Jackknife* yang pertama kali diperkenalkan oleh Quenouille tahun 1949 bertujuan untuk mengoreksi bias dugaan. Metode ini merupakan metode resampling dengan prosedurnya adalah menghapus area satu persatu. Misalkan $y_i, y_2, \ldots, y_m$ contoh acak berukuran *m* area, kemudian y_i dihilangkan dan dilakukan perhitungan untuk memperoleh sebuah pendugaan. Operasi ini dilakukan sebanyak *m* kali dengan menghilangkan satu area pada masing-masing tahapan.

Menurut Rao (2003), metode *Jackknife* dikenal sebagai metode *Area specific Jackknife*. Metode ini menggunakan ragam dari sebaran posterior sebagai pendekatan bagi nilai dugaan MSE. Dari segi perhitungan, metode ini lebih mudah dan sederhana karena tidak perlu mencari nilai harapan dari ragam sebaran posterior yang secara analitik terkadang sulit untuk dilakukan. MSE dari $\left(\widehat{p_i}^{B}\right)$ yaitu:

$$\text{MSE}\left(\widehat{p_i}^{B}\right) = E\{Var(\hat{p}|y_i)\} = k_i(\varphi) \qquad (2.36)$$

Diperoleh secara integrasi numerik dengan menggunakan sebaran marjinal dari y_i Rao menggunakan g_i sebagai pendekatan k_i, yaitu $g_i\ (\hat{\varphi}, y_i) = Var\ (\theta_i | y_i, \hat{\varphi})$. Pendugaan MSE metode *Area specific Jackknife* yaitu:

$$\mathrm{MSE}_{\mathrm{ASi}} = \widehat{M}_{\mathrm{Ali}} + \widehat{\mathrm{M}}_{2i}\ ; i = 1,2, \dots, m$$

$$\widehat{M}_{\mathrm{Ali}}(y_i) = g_i(\hat{\varphi}, y_i) - \sum_{j \neq i}^{m} \{g_i(\hat{\varphi}_{(-j)}, y_i)\ g_i(\hat{\varphi}, y_i)\}$$

$$\widehat{\mathrm{M}}_{2i} = \frac{m-1}{m} \sum_{i=j}^{m} \left(\hat{\theta}_{i(-j)}{}^{EB} - \hat{\theta}_i{}^{EB}\right)^2 \qquad (2.37)$$

Menurut Jiang dkk (2002), metode *Jackknife* digunakan untuk menduga $\mathrm{M_{li}}$ dan $\mathrm{M_{2i}}$ secara terpisah pada iterasi ke-*j* dari sisa area (*m*-1) dihitung dengan menduga $\hat{\varphi}_{(-j)}$ pada φ dimana kuantitas $\widehat{\mathrm{M}}_{1i}$ sama dengan penduga $k_i(\varphi)$ yaitu sebagai berikut:

$$\mathrm{MSE}(\hat{p}_i^{EB}) = E\left(\hat{\theta}_i^B - \hat{\theta}_i\right)^2 + E\left(\hat{\theta}_i^{EB} - \theta_i^B\right)^2$$

$$= k_i(\varphi) + \mathrm{M_{2i}}$$

$$= \mathrm{M_{1i}} + \mathrm{M_{2i}}$$

$$\widehat{\mathrm{M}}_{1i} = k_i(\varphi) \sum_{j=1}^{m} \{k_i(\widehat{\varphi})_{(-1)}, -k_i(\varphi)\}$$

$$= k_i\ (\varphi) - \frac{m-1}{m}\ \{k_i(\widehat{\varphi})_{(-1)}, -k_i(\varphi)\}$$

$$= \widehat{\mathrm{M}}_{2i} = \frac{m-1}{m} \sum_{i=1}^{m} 1 \left(\hat{\theta}_{i\ ,-1}^{EB} - \hat{\theta}_i^{EB}\right)^2 \qquad (2.38)$$

Jiang dkk (2002) menunjukan bahwa penduga *Jackknife* MSE $\hat{p}_i^{EB} = \widehat{\mathrm{M}}_{1i} + \widehat{\mathrm{M}}_{2i}$ mendekati ketakbiasan.

2.9 Demam Berdarah

World Health Organization Demam Berdarah Dengue (DBD) merupakan penyakit yang disebabkan oleh gigitan seekor nyamuk *Aedes aegypti* yang terinfeksi virus *dengue*. Virus ini dapat menyerang bayi, anak-anak dan orang dewasa (World Health Organization (2012). Sementara itu menurut Kementrian Kesehatan Indonesia (2017), DBD merupakan penyakit akut yang disebabkan oleh virus

DBD, yang ditularkan ke manusia melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* atau *Aedes albopictus* yang terinfeksi virus DBD.

Demam berdarah *dengue* (DBD) adalah penyakit yang disebabkan oleh virus yang termasuk golongan *arbovirus*, ditandai dengan demam tinggi yang tiba-tiba yang berlangsung terus menerus selama 2-7 hari, terjadi pendarahan (petechia, purpura, perdarahan konjungtiva, epistaksis, perdarahan mukosa, perdarahan gingiva, kontusio, melena, hematuria), jumlah trombosit kurang dari 100.000), dan terjadi peningkatan hematokrit lebih dari 20% (Rerung, 2015).

WHO memperkirakan sekitar 2,5 miliar orang menderita demam berdarah menular, terutama di daerah perkotaan di Negara tropis dan subtropis. Terdapat sekitar 50 juta kasus demam berdarah di seluruh dunia setiap tahunnya, dengan 100 juta kasus demam berdarah terjadi di Asia Tenggara. Semua penyakit ini memerlukan perawatan rumah sakit, dan 90% dari mereka yang terkena dampak dari DBD adalah anak-anak di bawah usia 15 tahun, dengan angka kematian sebesar 5% akibat demam berdarah, dengan perkiraan sekitar 25.000 kematian per tahun (Kementerian Kesehatan Indonesia, 2017).

Data yang tersedia di seluruh dunia menunjukkan bahwa jumlah penderita demam berdarah menempati urutan pertama di Asia. Antara tahun 1968 hingga 2009. WHO mencatat bahwa Indonesia memiliki jumlah kasus demam berdarah tertinggi di Asia Tenggara dan tertinggi kedua di dunia setelah Thailand (Kementrian Kesehatan Indonesia, 2017). Berdasarkan Profil Kesehatan Indonesia tahun 2019, tercatat 138.127 kasus DBD dan 919 kematian di seluruh Indonesia. Jumlah tersebut meningkat dibandingkan tahun 2018 yang berjumlah 65.602 kasus dan 465 kematian.

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada Semester Ganjil Tahun Akademik 2023/2024 yang bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data penelitian ini adalah jumlah kasus DBD dan jumlah penduduk Provinsi Lampung Tahun 2021 yang diperoleh dari data Lampung dalam angka yang dapat diakses melalui https://lampung.bps.go.id/statictable/2016/08/02/505/jumlah-kasus-hiv-aids-ims-dbd-diare-tb-dan-malaria-menurut-kabupaten-kota-di-provinsi-lampung.html.

3.3 Metode Penelitian

Pada penelitian ini akan diduga angka kasus DBD di Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung. Langkah-langkah yang dilakukan untuk mencapai tujuan dalam penelitian ini dijelaskan sebagai berikut:

1. Menghitung Penduga Langsung
   a. Menentukan penduga proporsi

$$(\hat{p}) = Var\frac{y_i}{n_i}$$

dengan y_i menyatakan banyaknya suatu kasus pada subpopulasi ke-i, n_i menyatakan banyaknya individu pada subpopulasi ke-i. subpopulasi ini dapat berupa Kabupaten/Kota.

b. Menentukan dugaan kuadrat tengah galat (ktg) yaitu:

$$ktg(\widehat{\theta_\iota}) = \frac{1}{n_i}\,\hat{p}_i(1-\hat{p}_i)$$

c. Menentukan galat baku.

2. Penduga *Empirical Bayes* Berdasarkan Model Beta-Binomial

a. Menentukan nilai dugaan parameter $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ dari sebaran prior

$$p_i \sim^{iid} Beta\ (\alpha, \beta)$$

b. Menentukan penduga *empirical Bayes*

$$\hat{p}_i^{EB} = \hat{p}_i^{EB}(\hat{\alpha}\ ,\hat{\beta}) = \ \widehat{\gamma_\iota}\ \hat{p} + (1-\widehat{\gamma_\iota})\hat{p}$$

c. Menentukan kuadrat tengah galat dengan menggunakan metode *Jackknife* yaitu:

- Anggap bahwa $\hat{p}_i^{EB} = k_i(\widehat{p_\iota}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}), \hat{p}_{i,-1}^{EB} = k_i\ (\widehat{p_\iota}, \hat{\alpha}_{-1}\ , \hat{\beta}_{-1})$ lalu

$$\widehat{M}_{2i} = \frac{m-1}{m}\sum_{i=1}^{m} 1\left(\hat{p}_i^{EB}{}_{,-1} - \hat{p}_i^{EB}\right)^2$$

- Dengan mencari $\hat{\alpha}_{-1}$ dan $\hat{\beta}_{-1}$ yang merupakan penduga momen yang diperoleh dari data ke-i yang dihapus, maka dihitung:

$$\widehat{M}_{1i} = g_{1i}(\hat{\alpha}\ , \hat{\beta}, y_i) - \tfrac{m-1}{m}\textstyle\sum_{l=1}^{m}[g_{1i}(\hat{\alpha}_{-1}\ , \hat{\beta}_{-1}, y_i) - g_{1i}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, y)]$$

- Penduga *Jackknife* bagi kuarat tengah galat penduga *empirical Bayes* diberikan oleh:

$$ktg_j(\hat{\theta}_i^{EB}) = (\widehat{M}_{1i} + \widehat{M}_{2i})$$

d. Menentukan galat baku

3. Melakukan perbandingan kebaikan dari kedua penduga proporsi (penduga langsung dan *empirical Bayes*) dari model Beta-Binomial dengan melihat nilai MSE.

BAB V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh kesimpulan bahwa penduga *empirical Bayes* dari model beta-binomial lebih baik digunakan untuk menduga kasus DBD di Provinsi Lampung. Hal ini terlihat dari nilai MSE pada model Beta-Binomial lebih kecil dibandingkan dengan penduga langsung.

DAFTAR PUSTAKA

Anwar, K. 2007. *Small Area Estimation* dengan Metode *Kernel Learning* untuk Peta Kemiskinan di Kabupaten Kutai Kartanegara, Tesis: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Bostald, W. M. *Introduction to Bayesian Statistics*. 2007. Amerika: John Wiley and Sons.

Box, G. E. P & Tio. 1973. *Bayesian Inference in Statistical Analysis. Reading MA:* Addison-wesley.

Departemen Kesehatan RI. 2020. Jurnal Kesehatan Tahun 2016. Diakses pada tanggal 15 Oktober 2023, dari Direktorat Jenderal Pencegahan dan Pengendalian Penyakit: http://p2p.kemkes.go.id/jurnal-kesehatan-tahun-2016/

Ginanjar. 2008. *Apa yang Dokter Anda Tidak Katakan Tentang Demam Berdarah*. PT Bentang Pustaka. Yogyakarta.

Hogg, Robert V. & Craig, A.T. 1995. *Introduction to Matchematical Statistics.* Fifth Edition. New Jersey. Prentice Hall.

Jiang J., Lahiri P. & wan S.M. 2002. A Unified Jackknife Theory for Empirical Best Prediction with M-estimation. *The Annals of Statistics* 30(6):178-1810.

Kementrian Kesehatan Indonesia. 2017. Profil Kesehatan Indonesia. Jakarta. Diakses pada tanggal 15 Oktober 2023, https://www.kemkes.go.id/id/404

Kismiantini. 2010. Penerapan Metode Bayes Emprik Pada Pendugaan Area Kecil Untuk Kasus Biner (Studi tentang Proporsi Status Kepemilikan Kartu Sehat di Kota Yogyakarta). *Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA*. Universitas Negeri Yogyakarta.

Kordos, J., & Paradysz, J. 2000. *Some Experiments in Small Area Estimation in Poland, Statistics in Transition*. Page 679-697.

Kurnia, A., & Notodiputro, K.A., 2006. Penerapan Metode *Jackknife* Dalam Pendugaan Area Kecil. *Forum Statistika dan Komputasi.* Vol. 11, dan Hal 12-16.

Lohr, S.L., & Rao, J.N.K. 2009. Jackknife Estimation of Mean Square Error of Small Area Predictors in Nonlinear Mixed Models. *Journal of Biometrica.* 96, 457-468.

Nuraeni, A. 2008. *Feed Forward Neural Network* untuk *Small Area Estimation* Pada Kasus Kemiskinan. Tesis: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Rao, J.N.K. 2003. *Small Area Estimation*. New York: John Wiley and Sons.

Rao, J.N. & Molina.I. 2015. *Small Area Estimation.* John Willey and Sons, Inc., Hoboken. Https://doi.org/10.1002/9781118735855.

Rerung, A. K. 2015. *Karakteristik Penderita Demam Berdarah Dengue Pada Dewasa Di Rumah Sakit Universitas Hasanudin Periode 1 Januari -31 Desember 2014.* Skripsi. Makasar: Universitas Hasanudin.

Supartha, I W. 2008. Pengendalian Terpadu Vektor Virus Demam Berdarah Dengue, Aedes Aegypti (Linn.) dan Aedes albopictus (Skuse) (Diptera: Culicidae). *Seminar DiesUnud2008.* Universitas Udayana, Denpasar pada tanggal 5 September 2008.

Suyono. 2022. Laporan Kasus Demam Berdarah Kabupaten Mesuji Tahun 2022, Kabuapten Mesuji.

Toyyibah, Muslimatun., Komalasari, D., Fitriyani, N. 2018. *Small Area Estimation* Jumlah Penderita Penyakit TBC di Kabupaten Lombok Timur Menggunakan Metode *Empirical Bayes. Eigen Mathematics Journal,* 1(1), 35-38.

World Health Organization. 2012. *Penyakit Demam Berdarah Dengue dab Demam Berdarah Dengue.* Jakarta: Departemen Kesehatan RI.

Yensy, Nurul Astuty. 2020. The Small Area Estimation by Using Empirical Bayes Method. Makalah dipresentasikan dalam *International Conference on Educational Sciences and Teacher Profession,* Atlantis Press.