II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Kapasitor Keping Sejajar

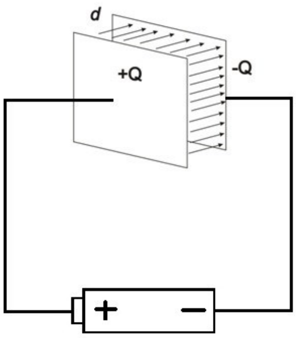
Kapasitor merupakan komponen elektronika yang terdiri dari dua konduktor yang berdekatan tetapi terisolasi satu sama lain dan membawa muatan yang sama besar dan berlawanan. Salah satu sifat kapasitor adalah dapat menyimpan dan mengosongkan muatan listrik.

Kapasitor yang digunakan pada umumnya adalah kapasitor keping sejajar yang menggunakan dua keping konduktor sejajar. Kepingan tersebut dapat berupa lapisan-lapisan logam yang tipis, yang terpisah dan terisolasi satu sama lain. Ketika kepingan terhubung pada piranti yang bermuatan misalnya baterai, muatan akan dipindahkan dari satu konduktor ke konduktor lainnya sampai beda potensial antara kutub positif (+) dan kutub negatif (-) sama dengan beda potensial antara kutub positif (+) dan kutub negatif (-) baterai. Jumlah muatan (Q) yang dipindahkan tersebut sebanding dengan beda potensial. (Tipler, 1991)

1. Medan listrik kapasitor

Benda yang bermuatan listrik di setiap titiknya terdapat kuat medan listrik. Bila muatannya diperbesar, maka kuat medan listrik di sekitar benda bermuatan listrik tersebut menjadi lebih besar dan sebaliknya. Bila muatannya diperkecil, maka kuat medan listriknya menjadi lebih kecil. (Haliday dan Robert, 1986)

Kehadiran medan listrik disekitar bahan mengakibatkan atom-atom pada bahan membentuk momen-momen dipole listrik. Banyaknya momen-momen dipole listrik persatuan volume bahan disebut polarisasi. Untuk menghasilkan medan listrik E yang kuat dari suatu kapasitor keping sejajar yang terdiri dari dua keping yang sama luasnya dan terpisah dengan jarak *d,* maka jarak *d* harus lebih kecil dibandingkan dengan panjang dan lebar keping. (Tipler, 1991)

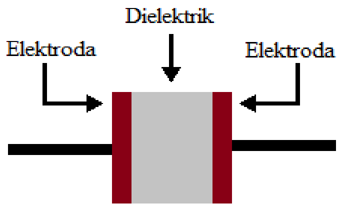


Gambar 2.1. Kapasitor keping sejajar dan arah medan listrik kapasitor keping sejajar

Pada Gambar 2.1. kapasitor keping sejajar diberi muatan +Q pada satu keping dan muatan –Q pada keping lainnya. Garis-garis medan listrik antara keping-keping suatu kapasitor keping sejajar yang terpisah pada jarak yang sama, akan menunjukkan bahwa medan listrik bersifat seragam. Sehingga beda potensial antara bidang-bidang kapasitor sama dengan medan listrik (E), yang ditimbulkan dengan jarak pemisah d :

$$V = E.d \tag{2.1}$$

Kapasitor adalah komponen elektronika yang dapat menyimpan muatan listrik. Struktur sebuah kapasitor terbuat dari 2 buah plat metal yang dipisahkan oleh suatu bahan dielektrik. Bahan-bahan dielektrik yang umum dikenal misalnya udara vakum, keramik, gelas dan lain-lain. Jika kedua ujung plat metal diberi tegangan listrik maka muatan-muatan positif akan mengumpul pada salah satu kaki (elektroda) metalnya dan pada saat yang sama muatan-muatan negatif terkumpul pada ujung metal yang satu lagi. Muatan positif tidak dapat mengalir menuju ujung kutub negatif dan sebaliknya muatan negatif tidak bias menuju ke ujung positif, karena terpisah oleh bahan dielektrik yang non-konduktif. Muatan elektrik ini tersimpan selama tidak ada konduksi pada ujung-ujung kakinya.



Gambar 2.2. Prinsip dasar kapasitor

2. Kapasitans

Kapasitans diartikan sebagai kemampuan dari suatu kapasitor untuk dapat menampung muatan elektron pada potensial tertentu. Pada 1 coulumb = 6.25 x 10^{18} elektron. Kemudian Michael Faraday membuat postulat bahwa *Sebuah kapasitor akan memiliki kapasitans sebesar 1 farad jika dengan tegangan 1 Volt dapat memuat muatan elektron sebanyak 1 coulumb.* Dengan rumus dapat ditulis :

$$Q = CV \qquad (2.2)$$

Q = muatan elektron dalam C (coulomb)

C = nilai kapasitans dalam F (farad)

V = besar tegangan dalam V (volt)

Dalam praktik pembuatan kapasitor, kapasitans dihitung dengan mengetahui luas area plat metal (A), jarak (*d*) antara kedua plat metal (tebal dielektrik) dan konstanta (k) bahan dielektrik. Dengan rumus matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$C = (8.85 \times 10^{-12})(k\,A/d) \tag{2.3}$$

3. Dielektrik

Suatu material non-konduktor seperti kaca, kertas, air atau kayu disebut dielektrik. Ketika ruang diantara dua konduktor pada suatu kapasitor diisi dengan dielektrik, kapasitans naik sebanding dengan faktor *k* yang merupakan karakteristik dielektrik dan disebut sebagai konstanta dielektrik. Kenaikan kapasitans disebabkan oleh melemahnya medan listrik diantara keping kapasitor akibat kehadiran dielektrik. Dengan demikian, untuk jumlah muatan tertentu pada keping kapasitor, beda potensial menjadi lebih kecil dan kapasitans dari kapasitor akan bertambah besar. (Tipler,1991) Jika medan listrik awal antara keping-keping suatu kapasitor tanpa dielektrik adalah E_0 dengan *k* sebagai konstanta dielektrik, maka medan dalam dielektrik adalah:

$$Ed = \frac{E_0}{k} \tag{2.4}$$

Jika medan listrik akibat muatan terikat pada permukaan dielektrik adalah E_i, maka total medan elektrik kapasitor adalah:

$$Ed = E_0 - E_i \tag{2.5}$$

Semakin kuat E_0, maka semakin kuat pula E_i, sehingga E_i dapat dinyatakan sebanding dengan E_0 yang berarti pula E_i sebanding dengan Ed (Soedojo, 2000) sehingga dapat dituliskan menjadi:

$$E_i = \chi_e E_d \quad (2.6)$$

χ_e(chi) adalah besaran tanpa dimensi yang disebut kerentanan listrik bahan atau respon bahan terhadap medan listrik eksternal. Kemudian dengan mensubtitusikan persamaan (2.6) ke persamaan (2.5), akan didapat hubungan:

$$Ed = E_0 - \chi_e E_d \quad (2.7)$$

Sehingga,

$$Ed = \frac{E_0}{(1 + E_0)} \quad (2.8)$$

Untuk suatu kapasitor keping sejajar dengan jarak pemisah *d* besarnya beda potensial (V_0) antara keping sesuai dengan persamaan (2.1) adalah:

$$V_0 = E_0 d_0 \quad (2.9)$$

Maka,

$$E_0 = \frac{V_0}{d_0} \quad (2.10)$$

Ketika terdapat bahan dielektrik diantara plat kapasitor, besarnya potensial (V_d)

$$V_d = E_d d_1 \quad (2.11)$$

Maka,

$$E_d = \frac{V_d}{d_1} \quad (2.12)$$

Sehingga dengan mensubtitusikan persamaan (2.10) dan (2.12) ke dalam persamaan (2.8) maka akan diperoleh:

$$V_d = \left(\frac{1}{1 + \chi_e} \right) \frac{d_1}{d_0} V_0 \quad (2.13)$$

Dengan :

V_0 = beda potensial pada kapasitor keeping sejajar (volt)

V_d = beda potensial pada bahan yang terpolarisasi (volt)

d_0 = jarak antara keeping (meter)

d_1 = tebal bahan (meter)

Persamaan (2.13) merupakan persamaan yang digunakan sebagai konversi nilai tegangan keluaran menjadi nilai-nilai kerentanan listrik (χ_e) (Sear dan Zemansky, 1971).

4. Konstanta Dielektrik

Konstanta dielektrik atau permitifitas listrik relatif adalah sebuah konstanta dalam ilmu fisika. Konstanta ini melambangkan rapatnya fluks elektrostatistik dalam suatu bahan bila diberi potensial listrik, sehingga merupakan perbandingan energi listrik yang tersimpan pada bahan tersebut jika diberi sebuah potensial relatif terhadap vakum (ruang hampa). Permitifitas relative dari sebuah medium berhubungan dengan *susceptibility* (kerentanan) listriknya χ_e yang dinyatakan melalui persamaan. (Hayt dan Buck, 2006)

$$k = 1 + \chi_e \tag{2.14}$$

Dengan menggabungkan persamaan (2.13) dan (2.14), maka akan diperoleh suatu nilai konstanta dielektrik dari suatu bahan, dengan persamaan umum:

$$k = \left(\frac{V_0}{V_d}\right)\frac{d_1}{d_0} \tag{2.15}$$

Bahan dielektrik pada suatu kapasitor menghambat aliran arus antar platnya. Berbagai bahan digunakan untuk dielektrik seperti ditunjukkan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. Nilai konstanta dielektrik suatu bahan

Bahan	Konstanta Dielektrik
Vakum	1
Udara	1,006
Mika	3-6
Kayu	2-8
Air	80,37
Logam	~
Minyak	1,75

Nilai bahan dielektrik berdasarkan kemampuannya untuk mempengaruhi gaya elektrostatis pada suhu tertentu yang disebut dielektrik konstan. Kemampuan dari dielektrik untuk mendukung gaya elektrostatis berbanding lurus dengan dielektrik konstan (Hayt dan Buck, 2006). Kemampuan kapasitor dalam menyimpan muatan disebut kapasitans (C), kapasitans diukur berdasarkan muatan (Q) yang dapat disimpan pada suatu kenaikan tegangan (V). Banyaknya muatan yang terdapat pada kapasitor sebanding dengan tegangan yang diberikan oleh sumber, maka nilai dari kapasitans kapasitor tersebut adalah :

$$C= \frac{Q}{V} \tag{2.16}$$

Kapasitor plat sejajar (C_0) dengan dielektrik udara dan diberi tegangan sebesar V_0 dan memiliki muatan (Q) yang terdapat pada kapasitor tersebut adalah sebanding dengan tegangan yang diberikan oleh sumber. Sesuai dengan persamaan (2.16), maka besar kapasitans kapasitor dengan dielektrik udara (C_0) dapat dinyatakan:

$$C_0= \frac{Q_0}{V_0} \tag{2.17}$$

Ketika terdapat suatu bahan dielektrik di antara kedua buah plat kapasitor, maka nilai kapasitans kapasitor (C_0) menjadi

$$C_d= \frac{Q_d}{V_d} \tag{2.18}$$

Sehingga persamaan (2.17) dan (2.18) akan menjadi

$$\frac{C_d}{C_0} = \frac{q / V_d}{q / V_0} = \frac{V_0}{V_d} \tag{2.19}$$

Dan, $$C_d = \frac{V_0}{V_d} C_0 \tag{2.20}$$

Ketika dua buah plat penghantar sejajar yang disekat satu sama lain dengan suatu bahan dielektrik C_d, maka V_d lebih kecil daripada V_0. Hal ini berarti bahwa suatu bahan dielektrik yang diletakkan di antara plat suatu kapasitor akan menyebabkan nilai tegangan menurun dan nilai kapasitans kapasitor tersebut akan meningkat. Jika persamaan (2.2) dan (2.4) digabungkan kedalam persamaan (2.16), maka nilai kapasitans kapasitor suatu plat sejajar akibat kehadiran bahan dielektrik adalah (Giancoli, 2001):

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{V_0 / k} = k \frac{Q}{V_0} \tag{2.21}$$

Pada $\frac{Q}{V}$ adalah C_0 sesuai dengan persamaan (2.17), maka persamaan (2.21) menjadi :

$$C = k \, . \, C_0 \tag{2.22}$$

Sehingga dapat diketahui bahwa besarnya kapasitans suatu kapasitor tergantung pada bahan dielektrik yang digunakan, luas penampang plat (A), dan jarak antara kedua plat (d). Kapasitans dari kapasitor berbanding lurus dengan luas plat dan berbanding terbalik dengan jarak antara plat-plat atau dapat ditulis dengan :

$$C = \varepsilon_0 . \left(k \frac{A}{d} \right) \tag{2.23}$$

Keterangan :

ε_0 = permitifitas ruang hampa = 8,85 x 10^{-12}C/Nm

A = luas plat (m^2)

d = jarak antara kedua plat (m)

k = konstanta dielektrik

5. Reaktansi kapasitif

Kapasitor dapat juga disebut sebagai kondesator. Pada proses mengisi dan mengeluarkan muatan listrik kondensator mengalami perlawanan dari sifat kondensator itu sendiri. Perlawanan kondensator itu disebut sebagai reaktansi kapasitif (X_c) yang merupakan nilai resistansi (hambatan) terhadap aliran arus bolak-balik dari kapasitor, dengan persamaan reaktansi kapasitif :

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \tag{2.24}$$

Dengan $\omega = 2\pi f$, sehingga persamaan (2.24) menjadi

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} \tag{2.25}$$

Keterangan :

X_c = reaktansi kapasitif (Ohm)

F = frekuensi (Hertz)

C = kapasitans (farad)

B. Teori Medan Elektromagnet

Alat pengukur dielektrik ini di dalamnya terdapat kaidah-kaidah tentang elektromagnetik di mana energi potensial berperan dalam penentuan kapasitan suatu sensor yang berperan sangat penting untuk mendapatkan konstanta dielektrik. Berikut akan dijelaskan beberapa teori-teori dasar tentang medan elektromagnet yang mendasari kerja alat ini.

1. Teorema Gauss

Misalkan sebaran muatan terdiri dari N muatan titik $q_1, q_2, \ldots, q_N$ yang berturut-turut terletak di titik r_1 , r_2 , ….., r_N, dan sebaran muatan volum yang dicirikan oleh rapat muatan *ρ(r')* dalam volum V dan sebaran muatan permukaan yang dicirikan oleh rapat muatan permukaan *σ(r')* pada permukaan S. Jika suatu muatan uji q diletakkan di titik r, maka muatan uji akan mengalami gaya $\vec{F}$ yang diberikan oleh :

$$\vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i \frac{r - r'}{|r - r'|^3} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{r - r'}{|r - r'|^3}\,\rho(r')dv'$$

$$+ \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_S \frac{r - r'}{|r - r'|^3}\,\sigma(r')da' \qquad (2.26)$$

yang disebabkan oleh sebaran muatan yang telah ditentukan. Medan listrik di titik *r* adalah limit dari perbandingan antara gaya ini terhadap muatan uji q. karena angka banding ini tidak tergantung pada q, maka medan listrik di titik *r* adalah

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i \frac{r - r}{|r - r'|^3} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{r - r'}{|r - r'|^3}\,\rho(r')dv'$$

$$+ \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_S \frac{r - r'}{|r - r'|^3}\,\sigma(r')da' \qquad (2.27)$$

Persamaan 2.27 bersifat sangat umum, dalam banyak hal satu atau lebih sukunya tidak diperlukan.

Medan listrik dapat dihitung di setiap titik dalam ruang di sekitar sistem muatan atau sebaran muatan. Jadi $\vec{E} = \vec{E}(r)$ adalah fungsi titik vektor atau medan vektor. Untuk dapat membantu membayangkan model medan listrik yang dikaitkan dengan sebaran muatan tertentu, Michael Faraday (1791-1867) memperkenalkan konsep garis gaya. Garis gaya adalah garis atau kurva rekaan yang digambarkan sedemikian rupa sehingga arahnya disembarang titik merupakan arah medan listrik di titik itu.

Ada hubungan penting antara integral komponen normal medan listrik pada permukaan tertutup dengan muatan total yang dilingkupi permukaan itu. Hubungan ini dikenal sebagai hukum gauss dan sekarang akan dibahas secara lebih rinci. Medan listrik di titik *r* yang ditimbulkan oleh muatan titik *q* yang terletak di titik asal adalah :

$$\vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{r}{r^3} \qquad (2.28)$$

Kita tinjau integral permukaan dari komponen normal medan listrik ini pada permukaan tertutup yang melingkupi titik asal, yang berarti juga melingkupi muatan q, integral ini adalah :

$$\oint_S \vec{E}\,.\,n\,da = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\oint_S \frac{r\,.\,n}{r^3}\,da \qquad (2.29)$$

(r/r) . ***n*** *da* adalah proyeksi *da* pada bidang yang tegak lurus ***r***. bidang yang diproyeksikan dan dibagi oleh r^2 ini merupakan sudut ruang yang dilingkupi oleh *da*, yang ditulis sebagai $d\Omega$. Bagian luas permukaan pada bola *S'* yang pusatnya terdapat di titik asal dan jejarinya *r'*. selanjutnya dapat dituliskan :

$$\oint_S \frac{r\,.\,n}{r^3}\,da = \oint_{S'} \frac{r'\,.\,n}{r'^3}\,da' = 4\pi, \qquad (2.30)$$

Yang menunjukkan bahwa :

$$\oint_S \vec{E} \,.\, n\, da = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\, 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad (2.31)$$

Jika beberapa muatan titik q_1, q_2, ……, q_N dilingkupi oleh permukaan tertutup S, maka medan listrik totalnya dapat dinyatakan dengan suku pertama persamaan (2.28). Setiap muatan melingkupi suatu sudut ruang penuh (4π), sehingga persamaan (2.29) menjadi :

$$\oint_S \vec{E} \,.\, n\, da = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i \qquad (2.32)$$

Jika setiap bagian muatan $\rho\ dv$ dipandang sebagai muatan titik, maka bagian tersebut memberikan tambahan $\rho\ dv/\epsilon_0$ pada integral permukaan dari komponen garis normal medan listrik, asalkan terdapat di dalam permukaan yang diintegralkan. Oleh karena itu integral permukaan totalnya sama dengan jumlah semua unsur tambahan dalam bentuk itu yang disebabkan muatan yang terletak di dalam permukaan tersebut. Jadi jika *S* merupakan permukaan tertutup yang membatasi volum *V*, maka

$$\oint_S \vec{E} \,.\, n\, da = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho\, dv \qquad (2.33)$$

Persamaan (2.32) dan (2.33) dikenal sebagai Hukum Gauss. Ruas kiri persamaan tersebut, yaitu integral komponen garis normal listriknya pada permukaan S, kadang-kadang disebut fluks medan listrik pada permukaan S.

Hukum gauss dapat pula dinyatakan dalam bentuk lain dengan menggunakan teorema divergensi. Antara lain teorema divergensi yang menyatakan bahwa

$$\oint_S \vec{F} \,.\, n\, da = \int_V \nabla \,.\, \vec{F}\, dv \qquad (2.34)$$

Jika teorema ini diterapkan pada integral permukaan dari komponen garis normal medan listrik E, maka diperoleh

$$\oint_S \vec{E}\,.\,n\,da = \int_V \nabla\,.\,\vec{E}\,dv \tag{2.35}$$

Yang jika persamaan ini dimasukkan ke dalam persaman (2.40), diperoleh

$$\int_V \nabla\,.\,\vec{E}\,dv = \frac{1}{\epsilon_0}\int_V \rho\,dv \tag{2.36}$$

Persamaan (2.36) berlaku untuk semua jenis volume, yaitu untuk sebarang pilihan volume V. Hasil ini dapat dituliskan dalam bentuk lain yaitu :

$$\nabla\,.\,\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho \tag{2.37}$$

Yang dapat dianggap sebagai bentuk diferensial dari hukum Gauss.

2. Koefisien Potensial, Koefisien Kapasitans dan Kapasitor

Sebagaimana kita ketahui bahwa jika curl suatu vektor sama dengan nol, maka vektor itu dapat dinyatakan sebagai gradient suatu skalar. Dengan demikian ada suatu fungsi skalar yang gradiennya merupakan medan listrik, sehingga tinggal mencari fungsi tersebut. Jadi, sekarang kita tahu bahwa ada suatu fungsi yang memenuhi

$$\vec{E}(r) = -\nabla\varphi(r), \tag{2.38}$$

Namun kita masih harus mencari bentuk fungsi φ. Tanda minus lazim dimasukkan pada persamaan (2.38) sebagai konsekuensi dari persamaan tersebut untuk perhitungan selanjutnya. φ biasa disebut potensial listrik statik.

Energi potensial yang berkaitan dengan gaya konservatif sebarang dapat dituliskan sebagai :

$$U(r) = -\int_{ref}^{r} F(r') \cdot dr' \qquad (2.39)$$

Dengan *U*(r) adalah energi potensial pada r. Karena dalam listrik statik, *F* = *qE*, berarti bahwa jika dipilih titik acuan yang sama untuk potensial listrik-statik dan untuk energi potensial, maka potensial listrik statik sama saja dengan energi potensial per satuan muatan. Hal ini menekankan bahwa gagasan dengan menggunakan konsep persamaan (2.38) menekankan pentingnya potensial listrik statik dalam menentukan medan listrik statik.

Dalam sistem yang tersusun dari N penghantar, potensial salah satu penghantar itu diberikan oleh :

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^{N} p_{ij} Q_j, \qquad (2.40)$$

Penurunan persamaan di atas dilakukan untuk N penghantar dalam ruang hampa udara. Meskipun demikian penurunan ini juga berlaku jika di dalam sistem itu terdapat dielektrik, selama dielektrik ini linier dan tidak mempunyai muatan luar. Koefisien p_{ij} merupakan potensial penghantar ke-i yang disebabkan oleh muatan satuan pada penghantar j. Koefisien ini biasanya disebut *koefisien potensial.*

Sebagaimana kita ketahui energi listrik-statik suatu satuan sebaran muatan di mana di luar suatu daerah batas rapat muatan berharga nol maka nilainya diperoleh dari persamaan:

$$U = \tfrac{1}{2} \sum_{j} Q_j \varphi_j \qquad (2.41)$$

Dengan mengabungkan persamaan (2.46) dan (2.47) maka diperoleh persamaan

$$U = \tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} p_{ij}Q_iQ_{j.} \tag{2.42}$$

Jika yang diubah hanya dQ_1 dan dengan memasukkan dQ_1 dari titik berpotensial nol, kita peroleh

$$dU = dW = \varphi_1 dQ_1 = \sum_{j=1}^{N} p_{ij}Q_iQ_{j.}. \tag{2.43}$$

Kegunaan koefisien p_{ij} dapat dilukiskan dengan contoh yang sederhana. Misalnya mencari potensial bola penghantar tak bermuatan dengan adanya muatan titik q pada jarak r dari pusat bola, dengan $r > R$, dan R adalah jejari bola penghantar. Muatan bola tersebut dianggap sebagai sistem dua penghantar, dan dalam hal ini kita gunakan kesamaan $p_{12} = p_{21}$. Jika bola diberi muatan (Q) dan 'titik'nya tidak bermuatan, maka potensial 'titik' itu adalah $Q/4\pi\varepsilon_0 r$; dengan demikian,

$$p_{12} = p_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

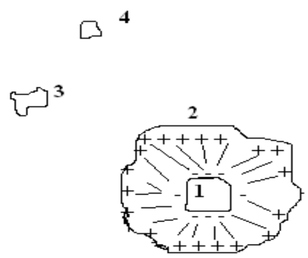
Jelas bahwa jika 'titik' mempunyai muatan q dan bola penghantar tidak bermuatan, maka potensial bola adalah $q/4\pi\varepsilon_0 r$.

Persamaan (2.40) ini juga dapat digunakan untuk mencari Qi, yaitu :

$$Q_i = \sum_{j=1}^{N} c_{ij}\varphi_j, \tag{2.44}$$

Dengan c_{ij} disebut koefisien kapasitans. Maksud sebenarnya dari persamaan (2.40), yang menyatakan setiap c dalam bentuk p_{ij}, dapat diperoleh misalnya dengan inverse matriks, dengan menggunakan determinan.

Dua penghantar yang dapat menyimpan muatan yang sama dan berlawanan tanda (±Q), dengan beda potensial diantaranya yang tidak bergantung apakah penghantar lain di dalam sistem itu bermuatan atau tidak membentuk sebuah *kapasitor*. Ketidaktergantungan pada muatan lain merupakan petunjuk bahwa salah satu pasangan penghantar terlindungi oleh yang lain, atau potensial tiap pasangan tersebut akibat adanya potensial lain, harus sama. Seperti Gambar 2.3.



Gambar 2.3. Asumsi model kapasitor

Pada Gambar 2.3 terlihat angka 1 dan 2 membentuk kapasitor. Umumnya, jika dua penghantar, yaitu 1 dan 2, membentuk suatu kapasitor, maka dapat kita tuliskan bahwa

$$\varphi_1 = p_{11}Q + p_{12}(-Q) + \varphi_x,$$
$$\varphi_2 = p_{12}Q + p_{22}(-Q) + \varphi_x, \qquad (2.45)$$

Dengan (±Q) adalah muatan yang disimpan dan φ_x potensial bersama yang diberikan oleh muatan lain.

Jika persamaan (2.45) dikurangkan, kita peroleh persamaan berikut.

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (p_{11} + p_{22} - 2p_{12})Q \qquad (2.46)$$

Jadi beda potensial diantara penghantar suatu kapasitor berbanding lurus dengan muatan yang disimpan, yaitu Q. nilai mutlak muatan pada salah satu penghantar disebut muatan pada kapasitor. Persamaan (2.46) dapat ditulis

$$Q = C\,\Delta\varphi \tag{2.47}$$

Dengan $C = (p_{11} + p_{22} - 2p_{12})^{-1}$ disebut kapasitans dari kapasitor. Dengan demikian jelaslah bahwa *C* adalah muatan yang disimpan persatuan beda potensial, dalam sistem *mks C* diukur dalam *C/V*, atau farad (*1F = 1 C/V*).

Dengan menggunakan hasil pada pasal sebelumnya dalam bab ini, energi kapasitor bermuatan dapat ditulis :

$$U = \frac{1}{2}C(\Delta\varphi)^2 = \frac{1}{2}Q\Delta\varphi = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \tag{2.48}$$

Medan listrik diantara lempeng sejajar adalah seragam kecuali untuk medan pada tepi lempeng (*fringing field*). Kapasitor lempeng sejajar yang ideal ialah yang jarak pisah lempengnya, yaitu *d*, jauh lebih kecil dibandingkan dengan ukuran lempeng, jadi dalam hal ini medan pada daerah tepi dapat diabaikan. Jika daerah diantara lempeng sejajar diisi dengan dielektrik yang permitifitasnya ε, maka persaman untuk medan listrik diantara lempeng tersebut adalah sebagai berikut

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon}\sigma = \frac{Q}{\epsilon A} \tag{2.49}$$

dengan A adalah luas permukaan satu lempeng. Beda potensial $\Delta\varphi$ = Ed. Oleh karena itu,

$$C = \frac{Q}{\Delta\varphi} = \frac{\epsilon A}{d} \tag{2.50}$$

Adalah kapasitans kapasitor ini.

3. Persamaan Poisson

Semua hubungan dasar yang diperlukan disini telah dikembangkan pada pembahasan sebelumnya. Pertama, kita telah mengenal bentuk Hukum Gauss

$$\nabla \,.\, \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\, \rho$$

Selanjutnya dalam medan statik murni, E dapat dinyatakan sebagai minus gradient dari potensial :

$$\vec{E}(r) = -\nabla\varphi(r)$$

Dengan menggabungkan dua persamaan di atas, maka kita peroleh

$$\nabla \,.\, \nabla\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad (2.51)$$

Mudah bagi kita untuk menganggap divergensi dari gradient sebagai operator diferensial tunggal, $\nabla \,.\, \nabla = \nabla^2$. Lambang yang terakhir ini disebut operator laplace:

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad (2.52)$$

Jelas bahwa operator Laplace merupakan operator diferensial skalar, dan persamaan (2.50) merupakan persamaan diferensial. Persamaan ini disebut *persamaan poisson*. Operator ∇^2 melibatkan pendiferensialan dalam hubungan dengan lebih satu peubah, oleh karena itu persamaan poisson merupakan persamaan diferensial parsial yang dapat diselesaikan setelah kita mengetahui kebergantungan fungsi $\rho(x, y, z)$ dan syarat-syarat batas yang sesuai.

Operator ∇^2 tidak mengacu pada sistem koordinat tertentu. Untuk menyelesaikan suatu persoalan yang khas, kita harus menuliskan ∇^2 dalam bentuk *x, y, z* atau *r, θ, ϕ*, dst. Bentuk-bentuk $\nabla^2\varphi$ dalam berbagai koordinat adalah sebagai berikut.

Koordinat Cartesian:

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} \qquad (2.53)$$

Koordinat bola :

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{sin^2\theta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\phi^2} \qquad (2.54)$$

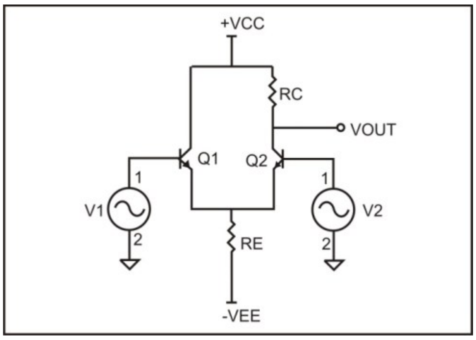
Koordinat silinder

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} \qquad (2.55)$$

Perlu diperhatikan bahwa r dan θ dalam koordinat bola dengan r dan θ dalam koordinat silinder adalah berbeda. Dalam koordinat bola, r adalah harga vektor jejari dari titik asal dan θ adalah sudut polarnya. Dalam koordinat silinder, r adalah jarak tegak lurus dari sumbu silinder dan θ adalah sudut azimuth di sekitar sumbu silinder.

C. Operasional Amplifier

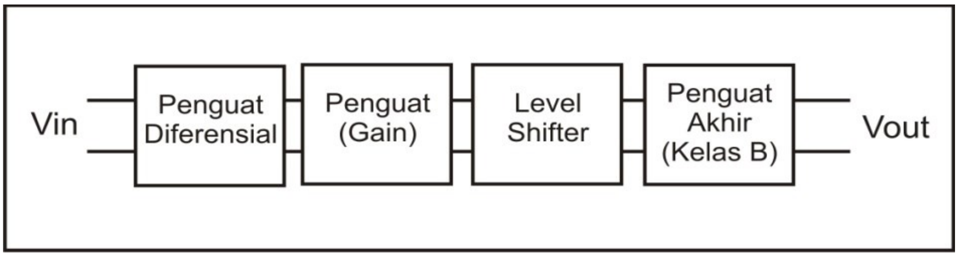
Operasional amplifier (op-amp) dinamakan juga penguat diferensial (*differential amplifier*). Sesuai dengan istilah ini, op-amp adalah komponen IC yang memiliki 2 masukan tegangan dan 1 keluaran tegangan, di mana tegangan keluarannya adalah proporsional terhadap perbedaan tegangan antara kedua masukannya. Pada Gambar 2.4 merupakan rangkaian dasar dari sebuah op-amp.



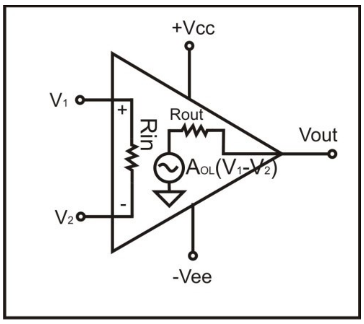
Gambar 2.4. Penguat diferensial

Pada rangkaian yang demikian, persamaan pada titik V_{out} adalah $V_{out} = A(v_1\text{-}v_2)$ dengan A adalah nilai penguatan dari penguat diferensial ini. Titik *input* v_1 dikatakan sebagai *input non-iverting*, sebab tegangan v_{out} satu phase dengan v_1. Sedangkan sebaliknya titik v_2 dikatakan *input inverting* sebab berlawanan phasa dengan tengangan v_{out}.

Op-amp di dalamnya terdiri dari beberapa bagian, yang pertama adalah penguat diferensial, lalu ada tahap penguatan (*gain*), selanjutnya ada rangkaian penggeser level (*level shifter*) dan kemudian penguat akhir yang biasanya dibuat dengan penguat *push-pull* kelas B. Gambar 2.5 berikut menunjukkan diagram dari op-amp yang terdiri dari beberapa bagian tersebut.



Gambar 2.5. Diagram blok op-amp



Gambar 2.6. Diagram *schematic* simbol op-amp

Simbol op-amp adalah seperti pada Gambar 2.6 dengan 2 masukan, *non-inverting* (+) dan *inverting* (-). Umumnya op-amp bekerja dengan *dual supply* ($+V_{cc}$ dan $-V_{ee}$) namun banyak juga op-amp dibuat dengan *single supply* (V_{cc} – *ground*).

Simbol rangkaian di dalam op-amp pada Gambar 2.6 adalah parameter umum dari sebuah op-amp. R_{in} adalah resitansi masukan yang nilai idealnya *infinit* (tak terhingga). R_{out} adalah resistansi keluaran dan besar resistansi idealnya 0 (nol). Sedangkan A_{OL} adalah nilai penguatan *open loop* dan nilai idealnya tak terhingga. Tabel 2.2 menunjukkan beberapa parameter op-amp yang penting beserta nilai idealnya dan juga contoh real dari parameter op-amp LM714.

Tabel 2.2. Parameter op-amp yang penting

Parameter	**Symbol**	**Op-Amp Ideal**	**LM741**
Open loop voltage gain	A_{OL}	Infinite	100.000
Unity-gain frequency	f_{unity}	Infinite	1 Mhz
Input resistance	R_{in}	Infinite	2 MΩ
Output resistance	R_{out}	0	75 Ω
Input bias current	$I_{in(bias)}$	0	80 nA
Input offset current	$I_{in(off)}$	0	20 nA
Input offset voltage	$V_{in(off)}$	0	2mV
Slew rate	S_R	Infinite	0.5 V/us
Common mode Rejection Ratio	CMMR	Infinite	90 dB

a. Penguatan *Open-loop*

Op-amp idealnya memiliki penguatan *open-loop* (A_{OL}) yang tak terhingga. Namun pada praktiknya opamp semisal LM741 memiliki penguatan yang terhingga kira-kira 100.000 kali. Sebenarnya dengan penguatan yang sebesar ini, sistem penguatan op-amp menjadi tidak stabil. Masukan diferensial yang amat kecil saja sudah dapat membuat outputnya menjadi saturasi.

b. *Unity-gain frequency*

Op-amp ideal harusnya dapat bekerja pada frekuensi berapa saja mulai dari sinyal DC sampai frekuensi GHz. Parameter *unity-gain frequency* menjadi penting jika op-amp digunakan untuk aplikasi dengan frekuensi tertentu. Parameter A_{OL} biasanya adalah penguatan op-amp pada sinyal DC. Respon penguatan op-amp menurun seiring dengan menaiknya frekuensi sinyal masukan. Op-amp LM741 misalnya memiliki *unity-gain frequency* sebesar 1 MHz. Ini berarti penguatan op-amp akan menjadi 1 kali pada frekuensi 1 MHz. Jika perlu merancang aplikasi pada frekuensi tinggi, maka pilihlah op-amp yang memiliki *unity-gain frequency* lebih tinggi.

c. *Slew rate*

Di dalam op-amp kadang ditambahkan beberapa kapasitor untuk kompensasi dan mereduksi *noise*. Namun kapasitor ini menimbulkan kerugian yang menyebabkan respon op-amp terhadap sinyal masukan menjadi lambat. Op-amp ideal memiliki parameter *slew-rate* yang tak terhingga. Sehingga jika masukan berupa sinyal kotak, maka keluarannya juga kotak. Tetapi karena ketidak idealan op-amp, maka sinyal keluaran dapat berbentuk ekponensial. Sebagai contoh praktis, op-amp LM741 memiliki *slew-rate* sebesar 0.5V/us. Ini berarti perubahan keluaran op-amp LM741 tidak bisa lebih cepat dari 0.5 volt dalam waktu 1 µs.

d. Parameter CMRR

Ada satu parameter yang dinamakan CMRR (*Commom Mode Rejection Ratio*). Parameter ini cukup penting untuk menunjukkan kinerja op-amp tersebut. Op-amp pada dasarnya adalah penguat diferensial dan seharusnya tegangan masukan yang dikuatkan hanyalah selisih tegangan antara masukan V_1(*non-inverting*) dengan masukan V_2 (*inverting*). Karena ketidak idealan op-amp, maka tegangan persamaan dari kedua masukan ini ikut juga dikuatkan. Parameter CMRR diartikan sebagai kemampuan op-amp untuk menekan penguatan tegangan ini (*common mode*) sekecil-kecilnya. CMRR didefenisikan dengan rumus CMRR = ADM/ACM yang dinyatakan dengan satuan dB. Contohnya op-amp dengan CMRR = 90 dB, ini artinya penguatan ADM (*differential mode*) adalah kira-kira

30.000 kali dibandingkan penguatan ACM (*commom mode*). Kalau CMRR-nya 30 dB, maka artinya perbandingannya kira-kira hanya 30 kali. Kalau diaplikasikan secara real, misalkan tegangan masukan V_1= 5.05 volt dan tegangan V_2= 5 volt, maka dalam hal ini tegangan differensialnya (*differential mode*) = 0.05 volt dan tegangan persamaannya (*common mode*) adalah 5 volt. Pembaca dapat mengerti dengan CMRR yang makin besar maka op-amp diharapkan akan dapat menekan penguatan sinyal yang tidak diinginkan (*common mode*) sekecil-kecilnya. Jika kedua pin masukan dihubung singkat dan diberi tegangan, maka keluaran op-amp seharusnya nol. Dengan kata lain, op-amp dengan CMRR yang semakin besar akan semakin baik.

Ada dua aturan penting dalam melakukan analisis rangkaian op-amp berdasarkan karakteristik op-amp ideal. Aturan ini dalam beberapa literatur dinamakan *golden rule*, yaitu :

1. Tidak ada selisih tegangan di antara kedua terminal masukannya atau perbedaan tegangan antara masukan v_+ dan v_- adalah nol ($v_+ - v_- = 0$ atau $v_+ = v_-$).
2. Tidak ada arus yang mengalir pada kedua terminal masukannya atau arus pada masukan Op-amp adalah nol ($i_+ = i_- = 0$).

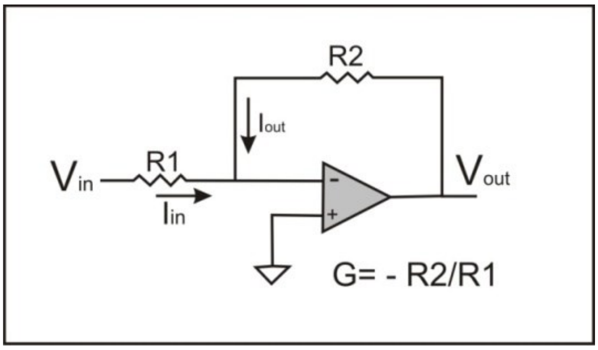
1. Penguat Pembalik (*Inverting amplifier)*

Rangkaian dasar penguat *inverting* adalah seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.7, di mana sinyal masukannya dibuat melalui masukan *inverting*. Pada penguat *inverting* nilai keluarannya selalu berlawan dengan masukannya atau dengan kata lain keluarannya berbeda fasa 180^o dengan masukannya. Jika penguatan G didefenisikan sebagai perbandingan tegangan keluaran terhadap tegangan masukan, maka dapat ditulis.

$$G = \frac{V_{out}}{Vin} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{2.56}$$

Sehingga,

$$Vout = -\frac{R_2}{R_1} Vin \tag{2.57}$$

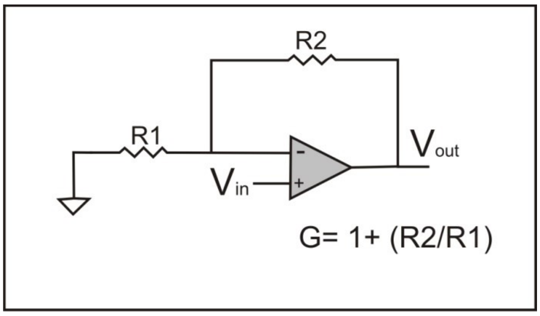


Gambar 2.7. Penguat *inverting*

Impedansi rangkaian *inverting* didefenisikan sebagai impedansi masukan dari sinyal masukan terhadap ground. Karena masukan *inverting* (-) pada rangkaian ini diketahui adalah 0 (*virtual ground*) maka impendasi rangkaian ini adalah $Z_{in} = R_1$.

2. Penguat Non-pembalik (*Non-inverting amplifier*)

Prinsip utama rangkaian penguat *non-inverting* adalah seperti yang diperlihatkan pada Gambar 2.8 berikut ini. Seperti namanya, penguat ini memiliki masukan yang dibuat melalui masukan *non-inverting*. Dengan demikian tegangan keluaran rangkaian ini akan satu fasa dengan tegangan masukannya.



Gambar 2.8. Penguat *non-inverting*

Jika penguatan G adalah perbandingan tegangan keluaran terhadap tegangan masukan, maka didapat penguatan op-amp *non-inverting* :

$$G = \frac{Vout}{Vin} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{2.58}$$

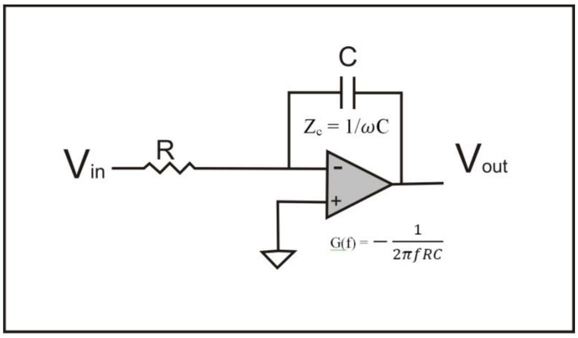
Sehingga,

$$Vout = (1 + \frac{R_2}{R_1})Vin \tag{2.59}$$

Impendasi untuk rangkaian op-amp *non inverting* adalah impedansi dari masukan *non-inverting* op-amp tersebut.

3. Integrator

Op-amp bisa juga digunakan untuk membuat rangkaian-rangkaian dengan respon frekuensi, misalnya rangkaian penapis (filter). Salah satu contohnya adalah rangkaian integrator seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.9. Rangkaian dasar sebuah integrator adalah rangkaian op-amp *inverting*, hanya saja rangkaian umpan baliknya (*feedback*) bukan resistor melainkan menggunakan kapasitor.



Gambar 2.9. Integrator

Didapat hubungan matematis :

$$Vout = -\frac{1}{RC}\int Vin\ dt \quad (2.60)$$

Dengan analisis rangkaian integral serta notasi Fourier,

$$f = 1/t \text{ dan } \quad \omega = 2\pi f \quad (2.61)$$

penguatan integrator tersebut dapat disederhanakan dalam kawasan omega:

$$G(\omega) = -\frac{1}{\omega RC} \quad (2.62)$$

Rumus dapat diperoleh dengan mengingat rumus dasar penguatan op-amp *inverting*

$$G = -R_2/R_1. \quad (2.63)$$

Pada rangkaian integrator (Gambar 2.9) tersebut diketahui

$$R_1 = R \quad (2.64)$$

$$R_2 = Z_c = 1/\omega C \quad (2.65)$$

Dengan demikian dapat diperoleh penguatan integrator tersebut dalam kawasan frekuensi yaitu:

$$G(f) = -\frac{1}{2\pi fRC} \quad (2.66)$$

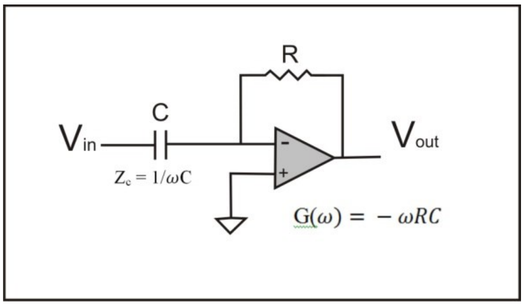
Dari sinilah nama rangkaian ini diambil, karena secara matematis tegangan keluaran rangkaian ini merupakan fungsi integral dari tegangan masukan. Sesuai dengan nama penemunya, rangkaian yang demikian dinamakan juga rangkaian

Miller Integral. Aplikasi yang paling populer menggunakan rangkaian integrator adalah rangkaian pembangkit sinyal segitiga dari masukannya yang berupa sinyal kotak. Karena respon frekuensinya yang demikian, rangkain integrator ini merupakan dasar dari *low pass filter*. Terlihat dari rumus tersebut secara matematis, penguatan akan semakin kecil (meredam) jika frekuensi sinyal masukan semakin besar.

Pada praktiknya, rangkaian *feedback* integrator harus diparalel dengan sebuah resistor dengan nilai misalnya 10 kali nilai R atau satu besaran tertentu yang diinginkan. Ketika masukannya berupa sinyal DC (frekuensi = 0), kapasitor akan berupa saklar terbuka. Jika tanpa resistor *feedback* seketika itu juga keluarannya akan saturasi sebab rangkaian umpan balik op-amp menjadi *open loop* (penguatan *open loop* op-amp ideal tidak berhingga atau sangat besar). Nilai resistor *feedback* sebesar 10R akan selalu menjamin *output offset voltage* (*offset* tegangan keluaran) sebesar 10x sampai pada suatu frekuensi *cutoff* tertentu.

4. Differensiator

Kalau komponen C pada rangkaian penguat *inverting* di tempatkan di depan, maka akan diperoleh rangkaian differensiator seperti pada Gambar 2.10



Gambar 2.10. Differensiator

Dengan analisis yang sama seperti rangkaian integrator, akan diperoleh persamaan penguatannya :

$$Vout = -RC\frac{dVin}{dt} \tag{2.67}$$

Rumus ini secara matematis menunjukkan bahwa tegangan keluaran v_{out} pada rangkaian ini adalah differensiasi dari tegangan masukan v_{in}. Contoh praktis dari hubungan matematis ini adalah jika tegangan masukan berupa sinyal segitiga, maka keluarannya akan mengahasilkan sinyal persegi.

Bentuk rangkain differensiator adalah mirip dengan rangkaian *inverting*. Sehingga jika berangkat dari rumus penguat *inverting*

$$G = -R_2/R_1 \tag{2.68}$$

dan pada rangkaian differensiator diketahui :

$$R_2 = R \tag{2.69}$$

$$R_1 = Z_c = 1/\omega C \tag{2.70}$$

maka jika besaran ini disubtitusikan akan didapat rumus penguat differensiator

$$G(\omega) = -\omega RC \tag{2.71}$$

Dari hubungan ini terlihat sistem akan meloloskan frekuensi tinggi (*high pass filter*), besar penguatan berbanding lurus dengan frekuensi. Namun demikian, sistem ini menguatkan *noise* yang umumnya berfrekuensi tinggi. Sehingga rangkaian ini dibuat dengan penguatan DC sebesar 1 (*unity gain*). Biasanya kapasitor diseri dengan sebuah resistor yang nilainya sama dengan R. Dengan cara ini akan diperoleh penguatan 1 (*unity gain*) pada nilai frekuensi *cutoff* tertentu.

D. Tanaman Kopi

1. Sejarah Kopi

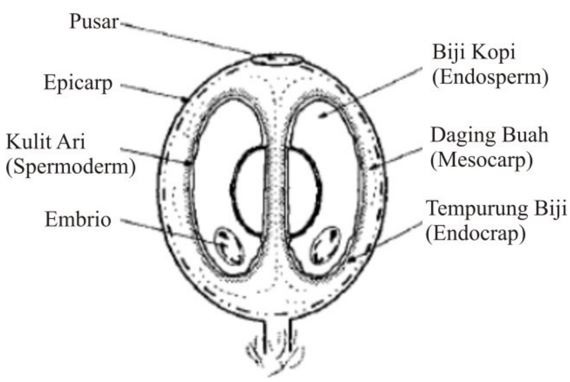
Tanaman kopi diperkirakan berasal dari hutan-hutan tropis di daerah Afrika. *Coffea arabica* dianggap berasal dari kawasan pegunungan tinggi di barat Ethiopia maupun di kawasan utara Kenya. Jenis-jenis lainnya banyak ditemukan di Afrika. *Coffea canephora* di Ivory Coast dan Republik Afrika Tengah serta tersebar kawasan lainnya. Hal ini cukup memberi perhatian bahwa tanaman kopi mudah beradaptasi dengan lingkungan tumbuhnya, baik ketinggian tempat tumbuh, curah hujan, sifat dan kesuburan tanah. Tanaman kopi tahan terhadap keadaan alam yang kering. (Siswoputranto, 1992)

2. Sifat Fisik Kopi

Buah kopi merupakan jenis buah, namun yang diolah dan dikonsumsi adalah biji dari buah tersebut. Buah kopi memiliki beberapa bagian, yaitu :

1. lapisan kulit luar (epicarp)
2. lapisan daging (mesocarp)
3. lapisan kulit tanduk (endocarp)

Adapun anatomi buah kopi terlihat pada gambar berikut ini :

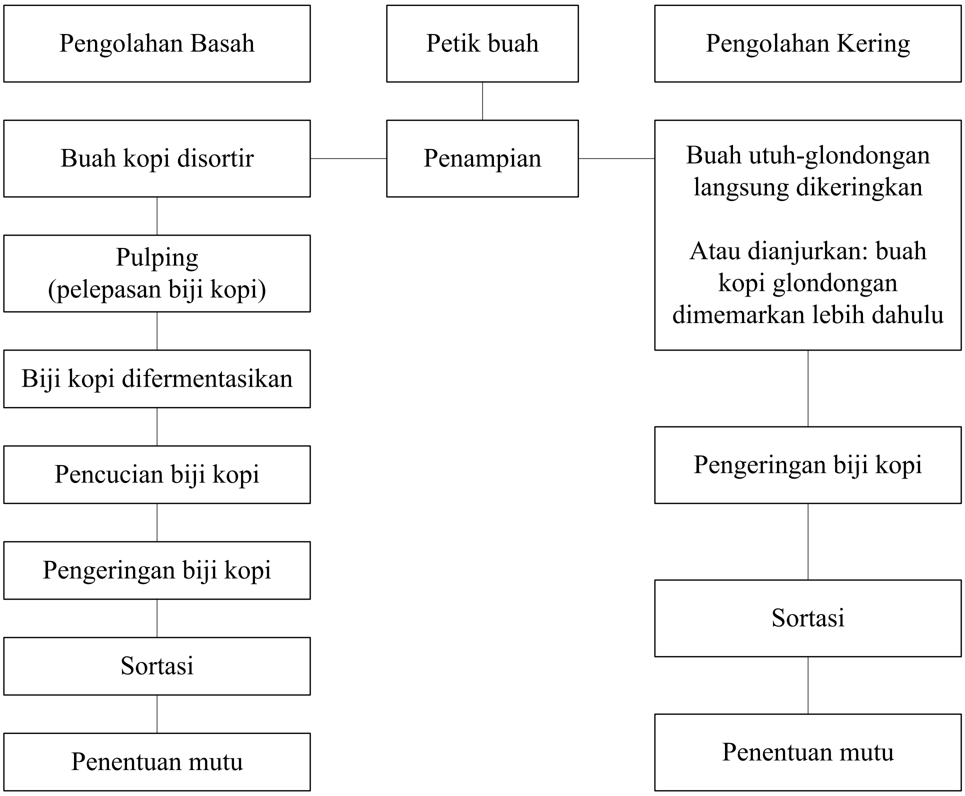


Gambar 2.11. Penampang lintang buah kopi

Kulit luar terdiri dari satu lapisan yang tipis, daripada buah yang masih muda berwarna hijau tua yang kemudian berangsur-angsur berubah menjadi hijau kuning, kuning dan akhirnya menjadi merah sampai merah hitam kalau buah itu masak sekali. Dalam keadaan yang sudah masak, daging buah berlendir yang rasanya agak manis. Keadaan kulit bagian dalam, yaitu endocarpnya cukup keras dan kulit ini biasanya disebut kulit tanduk. Biji buah kopi terdiri atas dua bagian, yaitu kulit biji atau yang lebih dikenal dengan nama kulit an dan putih lembaga (endosperm). Pada permukaan biji dibagian yang datar, terdapat saluran yang arahnya memanjang dan dalam, merupakan celah lubang yang panjang, sepanjang ukuran biji. Sejajar dengan saluran itu, terdapat pula satu lubang yang berukuran sempit, dan merupakan satu kantong yang tertutup. Di bagian bawah dari kantong itu terdapat lembaga (embrio) dengan sepasang daun yang tipis dan dasar akar. Kedua bagian ini berwarna putih. Buah kopi pada umumnya mengandung 2 butir biji, tetapi kadang-kadang mengandung hanya sebutir saja. Pada kemungkinan yang pertama biji-bijinya mempunyai bidang datar (perut biji) dan bidang cembung (punggung biji). Pada kemungkinan yang kedua biji kopi berbentuk bulat panjang (kopi jantan).

3. Pengolahan Biji Kopi

Metode pengolahan buah biji kopi secara umum dibagi menjadi dua yaitu, metode pengolahan cara basah dan cara kering. Metode yang pertama sering digunakan oleh perkebunan-perkebunan kopi sedangkan yang kedua adalah metode yang sangat sederhana yang dilakukan oleh para petani kopi. Perbedaan pokok dari kedua cara tersebut adalah pada waktu pengupasan daging buah, kulit tanduk dan kulit ari. Pada cara basah tahapan-tahapan tersebut dilaksanakan pada saat kopi gelondong masih dalam keadaan basah sedangkan pada cara kering ketiga proses tersebut dilakukan saat buah sudah kering. (Clarke dan Macrae, 1987)



Gambar. 2.12 Skema Proses Pengolahan Buah Kopi (Siswoputranto,1993)

4. Ketentuan Umum Syarat Mutu Pengolahan Kering

Standar Nasional Indonesia (SNI) Biji Kopi Nomor 01-2907-1999, ketentuan umum syarat mutu pengolahan kering yakni.

Tabel 2.3. Syarat Mutu Biji Kopi Pengolahan Kering (Widyotomo, 2013)

No.	Jenis Uji	Persyaratan
1.	Biji berbau busuk dan berbau kapang	Tidak ada
2.	Serangga hidup	Tidak ada
3.	Kadar air (b/b)	Maks. 13%
4.	Kadar kotoran (b/b)	Maks. 0.5%
5.	Biji lolos ayakan ukuran 3 mm × 3 mm	Maks. 5%
6.	Biji ukuran besar, lolos ayakan ukuran 5.6 mm × 5.6 mm (b/b)	Maks. 5%