

**KARAKTERISTIK PENDUGA *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION*
(MLE) PADA *SPATIAL DURBIN MODEL* (SDM) DAN APLIKASINYA
PADA DATA KEMISKINAN**

(Skripsi)

Oleh

**OCHA CANTIKA PUTRI
2017031015**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024**

ABSTRACT

CHARACTERISTICS OF *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) ESTIMATORS IN THE *SPATIAL DURBIN MODEL* (SDM) AND APPLICATION TO POVERTY DATA

By

OCHA CANTIKA PUTRI

Spatial regression analysis is an analytical approach that examines the relationship between variables while accounting for spatial effects across different locations. Often, spatial regression focuses on the influence of geographic proximity solely in relation to the dependent variable, as seen in the *Spatial Autoregressive Model* (SAR). However, in reality, regional proximity can affect both dependent and independent variables. One approach that considers the influence of regional proximity on both types of variables is the *Spatial Durbin Model* (SDM). Parameter estimation in SDM is performed using the *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) method. This study aims to examine the characteristics of MLE estimators in the SDM and identify factors influencing poverty in Java Island. The theoretical review demonstrates that the estimators β and σ^2 are unbiased, have minimum variance, and are consistent. The findings of this study indicate that significant factors affecting the poverty rate in Java Island in 2023 include the Human Development Index, Labor Force Participation Rate, the spatial *lag* of Life Expectancy, and the spatial *lag* of Expected Years of Schooling.

Key words: *Spatial Durbin Model* (SDM), *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), unbiased, minimum variance, consistent, poverty.

ABSTRAK

KARAKTERISTIK PENDUGA *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) PADA *SPATIAL DURBIN MODEL* (SDM) DAN APLIKASINYA PADA DATA KEMISKINAN

Oleh

OCHA CANTIKA PUTRI

Analisis regresi spasial merupakan pendekatan analitik yang mengkaji hubungan antar variabel dengan memperhitungkan efek spasial pada berbagai lokasi. Analisis regresi spasial seringkali mempertimbangkan peran kedekatan geografis hanya dalam hubungannya dengan variabel dependen, seperti yang terlihat dalam *Spatial Autoregressive Model* (SAR). Namun, pada kenyataannya, kedekatan daerah bisa memengaruhi variabel dependen maupun variabel independen. Salah satu pendekatan yang mempertimbangkan pengaruh kedekatan daerah pada kedua jenis variabel tersebut adalah melalui *Spatial Durbin Model* (SDM). Metode pendugaan parameter yang digunakan dalam menduga parameter SDM adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji karakteristik penduga MLE pada SDM dan mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan di Pulau Jawa. Berdasarkan hasil kajian teori yang telah diperoleh bahwa penduga β dan σ^2 merupakan penduga yang tak bias, ragam minimum, dan konsisten. Hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap persentase penduduk miskin di Pulau Jawa pada tahun 2023 adalah Indeks Pembangunan Manusia, Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja, *lag* spasial Usia Harapan Hidup, dan *lag* spasial Harapan Lama Sekolah.

Kata Kunci: *Spatial Durbin Model* (SDM), *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), tak bias, ragam minimum, konsisten, kemiskinan.

**KARAKTERISTIK PENDUGA *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION*
(MLE) PADA *SPATIAL DURBIN MODEL* (SDM) DAN APLIKASINYA
PADA DATA KEMISKINAN**

Oleh

Ocha Cantika Putri

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024**

Judul Skripsi : **KARAKTERISTIK PENDUGA *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION (MLE)* PADA *SPATIAL DURBIN MODEL (SDM)* DAN APLIKASINYA PADA DATA KEMISKINAN**

Nama Mahasiswa : **Ocha Cantika Putri**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2017031015**

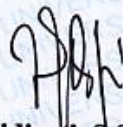
Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

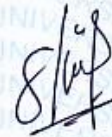


MENYETUJUI,

1. Komisi Pembimbing

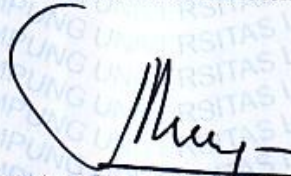


Widiarti, S.Si., M.Si.
NIP 19800502 200501 2 003



Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.
NIP 19930601 201903 2 021

2. Ketua Jurusan Matematika

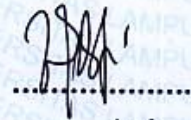


Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

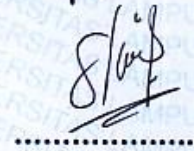
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : Widiarti, S.Si., M.Si.



Sekretaris : Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.



**Penguji
Bukan Pembimbing : Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 11 Desember 2024

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama Mahasiswa : Ocha Cantika Putri
Nomor Pokok Mahasiswa : 2017031015
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Skripsi : Karakteristik Penduga *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) pada *Spatial Durbin Model* (SDM) dan Aplikasinya pada Data Kemiskinan

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 30 Desember 2024

Penulis,



Ocha Cantika Putri
NPM 2017031015

RIWAYAT HIDUP

Ocha Cantika Putri dilahirkan pada tanggal 10 Januari 2004 di Pesawaran, anak pertama dari tiga bersaudara. Penulis merupakan putri dari pasangan Bapak Agus Mahir Sahid dan Ibu Santi.

Penulis telah menyelesaikan pendidikan di SD Negeri 26 Gedong Tataan pada tahun 2015. Kemudian pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 1 Pesawaran dan lulus pada tahun 2018. Penulis kemudian melanjutkan pendidikan pada tahun 2018 di SMA Negeri 1 Gedong Tataan dan lulus pada tahun 2020.

Pada Tahun 2020 juga, penulis dinyatakan diterima sebagai mahasiswa di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) di Universitas Lampung. Pada tahun 2023, penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Pesawaran, serta melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Mekar Jaya, Kecamatan Bangun Rejo, Kabupaten Lampung Tengah, Provinsi Lampung. Pengalaman organisasi penulis yaitu sebagai anggota di Bidang Kaderisasi Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) FMIPA Universitas Lampung pada tahun 2021.

KATA INSPIRASI

“Karena sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan, sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan.”

(QS. Al-Insyirah : 5-6)

“Jika kamu tidak tahan terhadap penatnya belajar, maka kamu akan menanggung bahayanya kebodohan.”

(Imam Asy-Syafi’i)

“Ketika kamu merasa lelah, ingatlah bahwa setiap langkahmu mendekatimu pada tujuanmu.”

(Ibnu Al-Qayyim)

“Jatuh bukan kegagalan, kegagalan adalah ketika kamu terdiam di tempat kamu jatuh.”

(Socrates)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah rabbil' alamin

Dengan mengucapkan segala puji syukur kepada Allah SWT Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang karena atas limpahan berkah, rahmat, karunia, dan izin-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Penulis mempersembahkan skripsi yang ditulis dengan penuh perjuangan ini kepada:

Bapak Agus dan Ibu Santi

Terima kasih telah selalu ada untukku, menyayangi dan mencintaiku sepenuh hati, memperjuangkan pendidikanku dengan penuh rasa perjuangan dan kerja keras, selalu mendoakanku, tidak pernah lelah menasehatiku serta selalu meridhoiku melakukan hal-hal yang baik. Terimalah karya sederhana ini sebagai bukti ketulusan hati dan rasa terima kasih kepada bapak dan ibu yang telah memberikan segalanya untukku. Semoga karya sederhana ini bisa menjadi langkah awal untuk membuat bapak dan ibu bahagia, serta semoga hal-hal yang kulakukan selanjutnya bisa membuat bapak dan ibu selalu merasa bahagia.

Adik-adik dan Keluarga tercintaku

Terima kasih banyak atas semangat, motivasi, dukungan, serta doa yang selalu kalian berikan hingga aku bisa mencapai titik ini.

Almamater tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, segala puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang karena atas limpahan berkah, rahmat, karunia, dan izin-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Karakteristik Penduga *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) pada *Spatial Durbin Model* (SDM) dan Aplikasinya pada Data Kemiskinan”. Selawat beserta salam senantiasa tercurah kepada baginda Nabi Muhammad SAW, suri tauladan untuk kita semua, semoga dikemudian hari mendapat syafaat dari beliau.

Dalam penyusunan skripsi ini penulis banyak mendapatkan bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengungkapkan rasa terima kasih kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberikan arahan, bantuan, motivasi, dan saran kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si. selaku dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan serta saran yang membantu kepada penulis dalam proses penyelesaian skripsi ini.
3. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si. selaku dosen pembahas yang telah memberikan masukan, kritik, dan saran serta evaluasi kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Ibu Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Orang tuaku Bapak Agus dan Ibu Santi, Adik-adik, dan keluarga tercinta yang selalu memberikan dukungan, semangat, motivasi, dan doa yang tak terhingga untuk penulis.
9. Sahabat-sahabat penulis yaitu kesebelasan KBC terutama Tiara Okta a.k.a Abang, yang selalu memberikan keceriaan, semangat, motivasi, nasehat, doa, dan bantuan kepada penulis.
10. Sahabat-sahabat seperjuangan penulis di Jurusan Matematika Bang Andi, Bila, Faris, Mawar, Muhtarom, Nadia, Nisa, Rahmat, Rini, dan Silvia yang telah memberikan bantuan, semangat, serta pengalaman yang berharga bagi penulis.
11. Teman-teman Bimbingan Ibu Widi, teman-teman Matematika 2020, teman-teman KKN Desa Mekar Jaya, Ratih, Teh Gita, dan teman perpustakaan Umi yang telah memberikan keceriaan, semangat, dan motivasi bagi penulis.
12. Semua pihak yang terlibat dalam penyelesaian skripsi yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Untuk itu, saran dan masukan serta kritik yang membangun sangat penulis harapkan agar dapat digunakan untuk bahan perbaikan kedepannya. Semoga skripsi ini dapat berguna serta memberikan manfaat bagi semua pihak yang memerlukan.

Bandar Lampung, Desember 2024
Penulis,

Ocha Cantika Putri

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR TABEL	v
DAFTAR GAMBAR	vi
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	4
1.3 Manfaat Penelitian	4
II. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Regresi Linear	5
2.2 Regresi Spasial.....	7
2.3 Uji Asumsi Regresi	8
2.3.1 Uji Normalitas.....	9
2.3.2 Uji Homogenitas	9
2.3.3 Uji Multikolinearitas	10
2.4 Matriks Pembobot Spasial	11
2.5 Uji Efek Spasial	12
2.5.1 Uji Indeks Moran	13
2.5.2 Uji <i>Lagrange Multiplier</i>	15
2.6 <i>Spatial Durbin Model</i>	15
2.7 Penduga Parameter <i>Spatial Durbin Model</i>	17
2.7.1 Pendugaan Parameter β	18

2.7.2	Pendugaan Parameter σ^2	18
2.7.3	Pendugaan Parameter ρ	19
2.8	Karakteristik Penduga Parameter	19
2.8.1	Tak Bias	20
2.8.2	Efisien (Ragam Minimum).....	20
2.8.3	Konsisten.....	21
2.9	Evaluasi Model	21
2.10	Kemiskinan	22
III.	METODOLOGI PENELITIAN.....	23
3.1	Waktu dan Tempat Penelitian.....	23
3.2	Data Penelitian	23
3.3	Metode Penelitian	24
IV.	HASIL DAN PEMBAHASAN.....	26
4.1	Karakteristik Penduga β <i>Spatial Durbin Model</i>	26
4.2	Karakteristik Penduga σ^2 <i>Spatial Durbin Model</i>	30
4.3	Analisis Deskriptif	34
4.4	Hasil Uji Asumsi Regresi.....	38
4.4.1	Hasil Uji Normalitas	38
4.4.2	Hasil Uji Homogenitas	38
4.4.3	Hasil Uji Multikolinearitas.....	39
4.5	Hasil Matriks Pembobot Spasial.....	40
4.6	Hasil Uji Efek Spasial.....	41
4.6.1	Hasil Uji Indeks Moran.....	41
4.6.2	Hasil Uji <i>Lagrange Multiplier</i>	42
4.7	<i>Spatial Durbin Model</i> Pada Data Kemiskinan.....	43
4.8	Evaluasi Model	45
V.	KESIMPULAN	46
	DAFTAR PUSTAKA.....	47
	LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Hasil uji normalitas.....	39
2. Hasil uji homogenitas.....	40
3. Hasil uji multikolinearitas.....	40
4. Hasil uji Indeks Moran.....	42
5. Hasil uji <i>Lagrange Multiplier</i>	43
6. Nilai koefisien dan <i>p-value</i> masing-masing variabel.....	44
7. <i>Analysis of variance</i> (ANOVA).....	46

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Diagram alir karakteristik dan pengaplikasian SDM pada data kemiskinan...	25
2. Persentase penduduk miskin di Pulau Jawa.....	34
3. Indeks pembangunan manusia di Pulau Jawa.....	34
4. Usia harapan hidup di Pulau Jawa.....	35
5. Tingkat pengangguran terbuka di Pulau Jawa.....	35
6. Harapan lama sekolah di Pulau Jawa.....	36
7. Tingkat partisipasi angkatan kerja di Pulau Jawa.....	36
8. Prevalensi ketidakcukupan konsumsi pangan di Pulau Jawa.....	37
9. PDRB atas dasar harga konstan di Pulau Jawa.....	37
10. Matriks pembobot spasial <i>queen contiguity</i> kabupaten/kota di Pulau Jawa....	40

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis regresi adalah metode yang digunakan untuk mengukur seberapa besar pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen. Menurut Drapper & Smith (1998), analisis regresi merupakan metode analisis yang memungkinkan untuk menganalisis data dan menarik kesimpulan yang berarti tentang hubungan antara satu variabel dengan variabel lainnya. Salah satu metode analisis regresi yang sering digunakan adalah regresi linear. Metode ini juga dapat berkembang berdasarkan pengaruh spasial pada data yang dianalisis yang disebut dengan metode regresi spasial.

Metode regresi spasial bermula dari adanya hukum geografi yang menunjukkan bahwa efek lokasi atau spasial berpengaruh terhadap suatu data yang dianalisis. Hukum pertama geografi yang dikemukakan oleh W. Tobler pada tahun 1979 menyatakan bahwa segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih berpengaruh daripada sesuatu yang jauh (Anselin, 2013). Jika analisis regresi linear klasik digunakan untuk menganalisis suatu data yang dipengaruhi oleh efek spasial, hal tersebut dapat menyebabkan hasil yang diperoleh kurang tepat. Hal ini dikarenakan analisis yang dilakukan tidak memperhitungkan efek spasialnya. Sehingga, perlu dilakukan analisis menggunakan regresi spasial untuk mengatasi adanya efek spasial dalam data.

Menurut Nurfitri & Yanti (2023), analisis regresi spasial merupakan pendekatan analitik yang mengkaji hubungan antar variabel dengan memperhitungkan efek spasial pada berbagai lokasi. Analisis regresi spasial seringkali mempertimbangkan

peran kedekatan geografis hanya dalam hubungannya dengan variabel dependen, seperti yang terlihat dalam *Spatial Autoregressive Model* (SAR). Namun, pada kenyataannya, kedekatan daerah bisa memengaruhi variabel dependen maupun variabel independen. Salah satu pendekatan yang mempertimbangkan pengaruh kedekatan daerah pada kedua jenis variabel tersebut adalah melalui *Spatial Durbin Model* (SDM). SDM merupakan bentuk khusus dari model SAR yang mengambil *lag* dari variabel independen ke dalam pertimbangannya (Wardani, dkk., 2018).

SDM dapat bermanfaat dalam berbagai bidang, seperti bidang geografi, kesehatan, sosial, dan ekonomi. Di negara-negara berkembang seperti Indonesia, salah satu permasalahan utama di bidang ekonomi adalah kemiskinan. Menurut Hardinandar (2019), kemiskinan adalah situasi di mana seseorang tidak mampu memenuhi kebutuhan dasar seperti makanan, pakaian, obat-obatan, dan tempat tinggal. Menurut penelitian oleh Ramadhan & Desmawan (2022), beberapa faktor yang memengaruhi kemiskinan antara lain tingkat pengangguran, pendidikan, dan indeks pembangunan manusia. Beberapa variabel yang berkaitan dengan tingkat kemiskinan yaitu tingkat partisipasi sekolah, partisipasi tenaga kerja, inflasi, lama rata-rata sekolah, harapan hidup, dan indeks pembangunan manusia (Lokang & Dwiatmoko, 2019).

Data dari Badan Pusat Statistik (BPS) tentang presentase penduduk miskin di Indonesia pada bulan Maret 2023 mencapai 9,36% dengan jumlah penduduk miskin sebesar 25,90 juta orang. Tercatat bahwa jumlah penduduk miskin terbanyak berada di Pulau Jawa yaitu sebanyak 13,62 juta orang, hal ini menunjukkan bahwa 52,59% penduduk miskin tinggal di Pulau Jawa (BPS, 2023). Menurut data dari BPS Provinsi Jawa Timur (2023), persentase penduduk miskin di Pulau Jawa bervariasi antar provinsi, dengan persentase penduduk miskin tertinggi pada Maret 2023 terdapat di Provinsi DI Yogyakarta dengan persentase sebesar 11,04% dan provinsi dengan persentase penduduk miskin terendah berada di Provinsi DKI Jakarta yaitu 4,44%. Salah satu upaya yang dapat dilakukan untuk menganalisis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kemiskinan adalah dengan menggunakan SDM.

Dalam penelitian ini, peneliti akan menerapkan metode pendugaan parameter *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) untuk SDM. MLE merupakan salah satu konsep yang digunakan untuk menduga parameter populasi yang tidak diketahui. Metode ini adalah metode yang menentukan nilai estimasi parameter yang memaksimalkan fungsi *likelihood*. Suatu penduga dianggap sebagai penduga parameter yang baik jika memenuhi setidaknya tiga karakteristik tertentu yaitu tak bias, ragam minimum, dan konsisten (Bain & Engelhard, 1992).

Terdapat beberapa peneliti sebelumnya yang telah mengkaji tentang SDM. Oktaviani (2018) mengkaji tentang analisis regresi spasial pada data jumlah penduduk miskin Provinsi Lampung pada tahun 2017. Santoso, dkk., (2022) mengkaji tentang regresi spasial menggunakan metode *Spatial Autoregressive* (SAR) untuk menganalisis kemiskinan pada masa pemulihan pandemi Covid-19 di Jawa Barat. Dalam penelitian yang dilakukan oleh Ratifah, dkk., (2019), diperoleh kesimpulan bahwa model regresi spasial durbin lebih baik dibandingkan model regresi linear dalam menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kemiskinan di Jawa Timur.

Dalam penelitian Laia, dkk., (2019), diperoleh kesimpulan bahwa model SDM adalah model terbaik untuk menganalisis kasus DBD di Kabupaten Bantul daripada dua model lainnya yaitu SAR dan SEM. Lokang & Dwiatmoko (2019), memperoleh kesimpulan bahwa faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap persentase penduduk miskin di Jawa Tengah pada tahun 2017 adalah usia harapan hidup saat lahir dan indeks pembangunan manusia. Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, belum ada yang mengkaji tentang karakteristik penduga parameter metode MLE pada SDM.

Berdasarkan latar belakang di atas, penulis tertarik untuk mengkaji karakteristik penduga parameter metode MLE pada SDM. Selanjutnya, akan dianalisis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kemiskinan di Pulau Jawa pada tahun 2023 menggunakan SDM. Pulau Jawa dipilih sebagai wilayah yang akan diteliti karena persentase penduduk miskin yang cukup tinggi dibandingkan dengan pulau lain di Indonesia.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji karakteristik penduga MLE pada SDM dan mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan di Pulau Jawa.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapat informasi mengenai bagaimana karakteristik penduga MLE pada SDM.
2. Membantu memaksimalkan penerapan ilmu statistik khususnya dengan metode SDM di bidang ekonomi.
3. Sebagai tambahan informasi bagi masyarakat dan pemerintah mengenai apa saja faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan di Pulau Jawa menggunakan *Spatial Durbin Model* (SDM) pada tahun 2023, serta
4. Membantu pemerintah dapat mengambil sikap untuk kegiatan yang terkait dengan kemiskinan di Pulau Jawa pada tahun-tahun berikutnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Linear

Pada dasarnya, analisis regresi adalah studi tentang hubungan antara satu atau lebih variabel independen (bebas) dengan variabel dependen (terikat), dengan tujuan untuk memperkirakan atau memprediksi rata-rata nilai variabel dependen berdasarkan nilai yang diketahui pada variabel independen (Gujarati, 2004). Menurut Algifari (2000), analisis regresi (*regression analysis*) adalah teknik yang digunakan untuk menyusun persamaan garis linear yang kemudian dapat digunakan untuk membangun suatu estimasi. Prinsip dasar dalam pembangunan persamaan regresi yang harus dipenuhi adalah bahwa keterkaitan antara variabel dependen dan variabel independen menunjukkan adanya sifat sebab-akibat (hubungan kausalitas), baik berdasarkan pada teori, penelitian sebelumnya, maupun penjelasan logis tertentu. Bentuk umum analisis regresi adalah

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_j X_{ji} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

Keterangan:

Y_i : variabel dependen ke- i

X_{ji} : variabel independent dengan $j = 1, 2, \dots, k$

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_j$: parameter yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi

ε_i : variabel galat

n : banyaknya data observasi

Analisis regresi memiliki beragam aplikasi dalam beberapa bidang, seperti teknik, fisika, ekonomi, manajemen, biologi, pertanian, dan bidang lainnya. Peran utama

model regresi ditunjukkan untuk deskripsi data, penaksiran parameter, prediksi, dan kontrol.

Regresi linear adalah sebuah teknik yang memungkinkan pengukuran hubungan antara minimal dua variabel, dengan menggunakan variabel dependen dan variabel independen yang digambarkan melalui korelasi antara keduanya dalam bentuk garis lurus (Susanto, dkk., 2010). Metode regresi linear merupakan salah satu cara prediksi yang menggambarkan hubungan antara dua variabel atau lebih dengan menggunakan garis lurus (Sulardi, dkk., 2017). Regresi linear juga merupakan sebuah pendekatan statistik yang berguna untuk menguji seberapa kuat hubungan sebab-akibat antara variabel faktor penyebab terhadap variabel akibatnya. Faktor penyebab pada umumnya dilambangkan dengan X sedangkan variabel akibat dilambangkan dengan Y (Ginting, dkk., 2019).

Dalam model regresi, terdapat koefisien-koefisien yang memainkan peran penting. Koefisien dalam model regresi sesungguhnya adalah estimasi parameter di dalam model regresi sesuai dengan kondisi nyata (*true condition*), serupa dengan konsep *mean* (rata-rata) dalam statistika dasar (Kurniawan, 2008). Namun, koefisien-koefisien dalam model regresi menggambarkan nilai rata-rata yang mungkin terjadi pada variabel Y (variabel dependen) ketika nilai tertentu dari variabel X (variabel independen) diberikan. Menurut Kurniawan (2008), koefisien regresi dapat dibedakan menjadi 2 macam, yaitu:

1. Intersep (*intercept*)

Intersep dalam konteks regresi, secara matematis adalah titik di mana garis regresi memotong sumbu Y pada diagram kartesian saat $X = 0$. Dalam konteks statistik, intersep adalah nilai rata-rata dari variabel Y ketika nilai variabel X adalah 0. Artinya, jika variabel X tidak memiliki kontribusi, maka secara rata-rata, nilai variabel Y akan sama dengan nilai intersep. Penting untuk diingat bahwa intersep hanyalah sebuah konstanta yang memungkinkan munculnya koefisien lain dalam model regresi. Intersep tidak selalu dapat atau perlu diinterpretasikan. Jika data pengamatan pada variabel X tidak mencakup nilai 0 atau mendekati 0, maka intersep kehilangan makna interpretatifnya, dan oleh karena itu tidak perlu ditafsirkan.

2. Slope

Secara matematis, *slope* merupakan ukuran kemiringan dari sebuah garis. *Slope* dikenal juga sebagai koefisien regresi untuk variabel X (variabel bebas). Dalam konsep statistika, *slope* merupakan suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar kontribusi yang diberikan suatu variabel X terhadap variabel Y . Nilai *slope* juga dapat diartikan sebagai rata-rata pertambahan (atau pengurangan) yang terjadi pada variabel Y untuk setiap peningkatan satu satuan pada variabel X .

Model regresi linear sederhana yaitu:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

Keterangan:

Y_i : variabel dependen ke- i

X_i : variabel independent ke- i

β_0, β_1 : parameter yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi

ε_i : variabel galat

2.2 Regresi Spasial

Regresi spasial adalah teknik regresi yang diterapkan pada data spasial atau data yang mencerminkan efek lokasi (*spatial effect*). Efek lokasi tersebut mencakup dua jenis, yaitu dependensi spasial dan heterogenitas spasial. Dependensi spasial mengindikasikan bahwa pengamatan di suatu lokasi tertentu i tergantung pada pengamatan di lokasi lain j , $i \neq j$, sedangkan heterogenitas spasial muncul karena adanya efek lokasi acak yang menyebabkan perbedaan antara lokasi satu dengan yang lainnya. Metode regresi spasial berkembang dari regresi linear klasik (regresi linear berganda) dengan mempertimbangkan pengaruh spasial atau lokasional pada data yang dianalisis (Yasin, dkk., 2020). Pendekatan spasial bertujuan untuk memperoleh informasi dari pengamatan yang dipengaruhi oleh efek ruang atau lokasi, yang dapat dinyatakan dalam bentuk koordinat geografis (*longitude, latitude*) atau melalui teknik pembobotan (Pratiwi, dkk., 2018).

Menurut LeSage (1999), menjelaskan bahwa model umum regresi spasial dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (2.3)$$

dengan
$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W} \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon}^2 \mathbf{I}_n)$$

Keterangan:

\mathbf{y} : vektor variabel respon berukuran $n \times 1$

ρ : koefisien parameter *spatial lag* dari variabel respon

\mathbf{W} : matriks pembobot spasial yang berukuran $n \times n$

\mathbf{X} : matriks variabel prediktor berukuran $n \times (p + 1)$

$\boldsymbol{\beta}$: vektor koefisien parameter regresi berukuran $(p + 1) \times 1$

λ : koefisien parameter spasial *error*

\mathbf{u} : vektor *error* yang mempunyai efek spasial dengan ukuran $n \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$: vektor *error* dengan ukuran $n \times 1$

Ada dua jenis data dalam pemodelan spasial, yaitu data yang dapat dianalisis dengan pendekatan titik dan pendekatan area. Uji efek spasial dilakukan melalui pengujian heterogenitas dan dependensi spasial. Jika terdapat efek heterogenitas, pendekatan titik digunakan sebagai solusi. Pendekatan titik meliputi *Geographically Weighted Regression* (GWR), *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR), *Space-Time Autoregressive* (STAR), dan *Generalized Space-Time Autoregressive* (GSTAR). Sedangkan, jika ada efek dependensi spasial, pendekatan area akan digunakan. Pendekatan area antara lain *Spatial Autoregressive Model* (SAR), *Spatial Error Model* (SERM), *Spatial Durbin Model* (SDM), *Conditional Autoregressive Model* (CAR), dan *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA).

2.3 Uji Asumsi Regresi

Uji asumsi bertujuan untuk memberikan kepastian bahwa persamaan regresi yang diperoleh memiliki ketepatan dalam estimasi, tidak bias, dan konsisten. Uji asumsi

yang harus dipenuhi adalah uji normalitas, uji heterokedastisitas, uji multikolinearitas, dan uji independensi *error* (Gujarati, 2004).

2.3.1 Uji Normalitas

Untuk menentukan apakah sampel penelitian mengikuti distribusi normal atau tidak maka dapat menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Uji ini digunakan untuk menguji *Goodness of Fit* antara distribusi sampel dan distribusi lainnya serta membandingkan serangkaian data pada sampel terhadap distribusi normal dengan nilai mean dan standar deviasi yang sama (Siregar & Syofian, 2015). Uji Kolmogorov-Smirnov dilakukan dengan membandingkan D_{hitung} dan D_{tabel} (Pratama, 2017).

$$D_{hitung} = maks|F_0(x) - S_n(x)| \quad (2.4)$$

dengan

$F_0(x)$: Distribusi frekuensi kumulatif dari suatu distribusi normal

$S_n(x)$: Distribusi frekuensi kumulatif dari data pengamatan

2.3.2 Uji Homogenitas

Untuk memeriksa keberadaan heterogenitas, Breusch-Pagan Test digunakan sebagai uji heterogenitas spasial (Breusch & Pagan, 1979).

Hipotesis:

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (terdapat homogenitas)

H_1 : Minimal terdapat satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (terdapat heterogenitas)

Statistik Uji *Breusch-Pagan Test*:

$$BP = \frac{1}{2} [\mathbf{f}^T \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{f}] \sim X_p^2 \quad (2.5)$$

Dengan elemen vektor f :

$$f_i = \left(\frac{\varepsilon_i^2}{\sigma^2} - 1 \right) \quad (2.6)$$

Keterangan:

σ^2 : Nilai varians dari model yang akan diuji

ε_i : *Error* untuk observasi ke- i

Z : Matriks berukuran $n \times (k + 1)$ yang berisi vektor konstan.

Keputusan:

H_0 ditolak jika $BP > \chi_{\alpha,p}^2$ (Goldfeld & Quandt, 1965).

2.3.3 Uji Multikolinearitas

Multikolinearitas merujuk pada keberadaan hubungan linear yang kuat atau pasti di antara beberapa atau seluruh variabel penjelas dalam model regresi (Gujarati, 2004). Beberapa tanda atau indikator yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi keberadaan multikolinearitas antara lain :

1. Jika nilai R^2 sangat tinggi tetapi hanya sedikit atau bahkan tidak ada satupun koefisien regresi yang signifikan secara statistik berdasarkan uji t .
2. Pada model dengan dua variabel independen, kolinearitas dapat diketahui dengan melihat nilai korelasi antara dua variabel tersebut. Jika korelasi tinggi, maka dapat dipastikan terjadi kolinearitas antara dua variabel independen tersebut.
3. Menghitung nilai *Variance Inflation Factors* (VIF) dengan rumus pada persamaan (2.6).

$$(VIF)_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.7)$$

Dengan R_j^2 adalah koefisien determinasi variabel ke- j . Nilai VIF yang semakin besar akan menunjukkan multikolinearitas yang semakin kompleks. Jika nilai $VIF > 10$, maka secara signifikan dapat disimpulkan bahwa terdapat multikolinearitas.

2.4 Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial memungkinkan penerapan prinsip *Tobler's First Law of Geography* yang menyatakan bahwa "segala sesuatu saling terkait satu sama lain, tetapi hal-hal yang dekat lebih terkait daripada hal-hal yang jauh," yang berlaku dalam konteks geografis, biologis, maupun sosial. Pembentukan matriks keterkaitan spasial, sering disebut sebagai matriks \mathbf{W} , dapat dilakukan dengan berbagai teknik pembobotan. Matriks \mathbf{W} yang didasarkan pada batas wilayah (*contiguity*) menyatakan bahwa interaksi spasial terjadi antara wilayah yang berbatasan atau bertetangga, artinya terdapat hubungan antara wilayah yang memiliki batas bersama. Namun, dalam prakteknya, definisi dari batas wilayah tersebut memiliki beberapa alternatif (Zhang & Yu, 2017). Berikut bentuk umum matriks spasial (\mathbf{W}):

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & \dots & w_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Jenis-jenis penentuan matriks keterkaitan spasial antara lokasi i dan lokasi j yang berhubungan, dapat dijelaskan sebagai berikut (Nguyen dkk., 2015):

1. *Contiguity weight*

- a. *Rook contiguity* adalah persentuhan sisi wilayah satu dengan sisi wilayah yang lain yang bertetangga. Dengan keterangan:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{lokasi } i \text{ dan } j \text{ memiliki } \textit{common edge} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

- b. *Bishop contiguity* ialah persentuhan titik vertek wilayah satu dengan wilayah tetangga yang lain. Dengan keterangan:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{lokasi } i \text{ dan } j \text{ memiliki } \textit{common verteks} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

- c. *Queen contiguity* ialah persentuhan baik sisi maupun titik vertek wilayah satu dengan wilayah yang lain yaitu gabungan *rook contiguity* dan *bishop contiguity*. Dengan keterangan:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{lokasi } i \text{ dan } j \text{ memiliki } \textit{common edge} \text{ dan } \textit{common verteks} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

2. *Distance Weight*

Metode alternatif dalam menentukan elemen-elemen matriks pembobot adalah dengan memanfaatkan fungsi jarak. Pada dasarnya, bobot jarak antara dua lokasi ditentukan berdasarkan jarak fisik antara kedua lokasi tersebut. Semakin dekat kedua lokasi, semakin besar bobot yang diberikan. Berikut beberapa teknik yang digunakan dalam menentukan matriks bobot berdasarkan fungsi jarak.

a. Fungsi jarak menurun

Didefinisikan sebagai:

$$w_{ij} = \begin{cases} d^2_{ij}, & d \leq D \\ 0, & d > D \end{cases} \quad (2.9)$$

b. Banyaknya lokasi

Pada cara ini peneliti menentukan sebanyak k lokasi j di sekitar lokasi i yang terdekat dengan lokasi tersebut.

c. Invers jarak

Didefinisikan sebagai:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_{ij}}, & d \leq D \\ 0, & d > D \end{cases} \quad (2.10)$$

dengan:

D = limit jarak yang ditentukan

d = jarak antar lokasi i dan j

2.5 Uji Efek Spasial

Untuk mendeteksi keberadaan efek spasial ada 2 metode dapat digunakan, yaitu uji Indeks Moran dan *Lagrange Multiplier*. Indeks Moran berperan untuk memberikan indikasi awal tentang ada tidaknya pola spasial pada data. Sedangkan, uji *Lagrange Multiplier* digunakan untuk menguji model memiliki efek spasial atau tidak, dan mengetahui jenis ketergantungan spasial dalam modelnya yang setelah pengujian Indeks Moran sedangkan pengujian *spatial heterogeneity* dapat menggunakan *Breush-Pagan test (BP test)*.

2.5.1 Uji Indeks Moran

Salah satu metode yang paling umum digunakan untuk mengukur autokorelasi spasial adalah Indeks Moran. Indeks Moran berguna untuk mendeteksi pola awal dari keacakan spasial yang dapat menunjukkan adanya pola pengelompokan atau tren dalam ruang (Wuryandari, dkk., 2014). Penggunaan Indeks Moran memungkinkan identifikasi dependensi spasial antar lokasi, yang merupakan estimasi dari korelasi antara nilai pengamatan yang terkait dengan lokasi pada variabel yang sama. Ketika terdapat pola yang sistematis dalam distribusi suatu variabel, itu menunjukkan adanya autokorelasi spasial. Menurut Santoso, dkk., (2022), untuk menilai keberadaan autokorelasi spasial antar lokasi, uji autokorelasi spasial dengan menggunakan Indeks Moran dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$I = \frac{n \sum_i^n \sum_j^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_i^n \sum_j^n w_{ij} (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.11)$$

dengan

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Keterangan:

I : Indeks Moran

n : banyak lokasi kejadian

y_i : nilai pengamatan pada wilayah ke i

y_j : nilai pengamatan pada wilayah ke j

\bar{y} : rata-rata nilai pengamatan

w_{ij} : penimbang keterkaitan antara wilayah i dan j

Menurut Anselin & Piras (2009), Indeks Moran memiliki rentang nilai antara -1 sampai 1 ($-1 < I < 1$) yang dapat diinterpretasikan dan diklasifikasikan sebagai acak, tersebar, atau mengelompok. Ketika Indeks Moran memiliki nilai nol, hal tersebut menunjukkan bahwa data tidak berkelompok berdasarkan wilayahnya. Nilai positif pada Indeks Moran menandakan adanya pengelompokan wilayah dengan karakteristik yang serupa. Sementara nilai negatif menunjukkan adanya pengelompokan wilayah dengan karakteristik yang berbeda. Nilai Indeks Moran

yang mendekati nol menunjukkan bahwa tidak adanya keterkaitan antar wilayah (Santoso, dkk., 2022).

Uji hipotesis untuk Indeks Moran adalah sebagai berikut:

1. Untuk menguji parameter I , hipotesis yang diterapkan adalah sebagai berikut:

$H_0 : I = 0$ (tidak ada autokorelasi spasial antarlokasi)

$H_1 : I \neq 0$ (terdapat autokorelasi spasial antarlokasi)

2. Statistik uji:

Statistik uji untuk Indeks Moran adalah sebagai berikut (Habinuddin, 2021):

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{var}(I)}} \quad (2.12)$$

$$E(I) = \frac{1}{n-1} \quad (2.13)$$

$$\text{var}(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_1 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - E \quad (2.14)$$

dengan

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n j i_{ij} + \sum_{j=1}^n w_{ij})^2$$

Keterangan:

I : nilai Indeks Moran.

n : jumlah total pengamatan atau titik data dalam dataset.

S_0 : jumlah semua elemen dalam matriks bobot spasial (\mathbf{W}).

S_1 : jumlah dari elemen-elemen kuadrat dalam matriks bobot spasial (\mathbf{W}).

S_2 : jumlah dari elemen-elemen dalam matriks bobot spasial (\mathbf{W}) setelah masing masing elemen dikalikan dengan nilai kuadrat dari dua titik data yang bersangkutan.

3. Kriteria Uji:

Hipotesis H_0 akan ditolak jika $p - \text{value} < \alpha$ atau penolakan H_0 yaitu jika $|Z(I)| > Z_{\alpha/2}$ dengan $Z_{\alpha/2}$ adalah 1,96.

2.5.2 Uji *Lagrange Multiplier*

Menurut Santoso, dkk. (2022), uji *Lagrange Multiplier* (LM) bertujuan untuk mengidentifikasi apakah data mengandung efek spasial, serta untuk menentukan jenis ketergantungan spasial yang ada, apakah berupa *lag* atau *error*. Ada dua jenis pengujian dalam uji LM, yaitu LM dan *Robust Lagrange Multiplier*.

Dalam uji ketergantungan spasial pada *lag*, hipotesis yang diterapkan adalah :

$$H_0 : \rho = 0 \quad (\text{tidak ada efek spasial } lag)$$

$$H_a : \rho \neq 0 \quad (\text{terdapat efek spasial } lag)$$

Sedangkan untuk uji ketergantungan spasial pada *error*, hipotesis yang diterapkan adalah :

$$H_0 : \lambda = 0 \quad (\text{tidak ada efek spasial } error)$$

$$H_a : \lambda \neq 0 \quad (\text{terdapat efek spasial } error)$$

2.6 *Spatial Durbin Model*

Spatial Durbin Model (SDM) adalah model yang termasuk kategori *autoregressive spatial*, yang memiliki penambahan *spatial lag* pada variabel independen. Pengembangan model ini dilakukan karena dependensi *spatial lag* tidak hanya terjadi pada variabel dependen tetapi juga terjadi pada variabel independen, oleh karena itu *spatial lag* ditambahkan ke dalam model (Wardani, dkk., 2018). LeSage & Pace (2009), menjelaskan bahwa model spasial durbin (*Spatial Durbin Model*) menggunakan data spasial area sebagai pendekatannya. Maka dari itu, matriks pembobot yang digunakan adalah matriks *contiguity* yang didasarkan pada persinggungan antar lokasi yang diamati. Bentuk persamaan model SDM adalah sebagai berikut:

$$Y = \rho WY + \beta_0 + X\beta_1 + WX\beta_2 + \varepsilon \quad (2.15)$$

dengan

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n).$$

Keterangan:

Y : vektor variabel respon, berukuran $n \times 1$

X : matriks variabel prediktor, berukuran $n \times p$

ρ : koefisien *lag* spasial variabel respon (y)

β_0 : parameter konstan

β_1 : vektor parameter regresi, berukuran $p \times 1$

β_2 : vektor parameter *lag* spasial variabel prediktor berukuran $p \times 1$

W : matriks pembobot, berukuran $n \times n$

ε : vektor *error*, berukuran $n \times 1$

Atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 y_i &= \rho \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + \beta_{0i} + \sum_{k=1}^p x_{1k} \beta_{ik} + \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n (w_{ij} x_{jk}) \beta_{2k} + \varepsilon_i \\
 &= \rho (w_{i1} y_1 + w_{i2} y_2 + \dots + w_{in} y_n) + \beta_{0i} + (\beta_{11} x_{i1} + \\
 &\quad \beta_{12} x_{i2} + \dots + \beta_{1p} x_{ip}) + (\beta_{21} + \beta_{22} + \dots + \beta_{2p}) (w_{i1} x_{1k} + \\
 &\quad w_{i2} x_{2k} + \dots + w_{in} x_{nk}) + \varepsilon_i
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$ dan $k = 1, 2, 3, \dots, p$

Secara umum, untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$ diperoleh

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} &= \rho \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{01} \\ \beta_{02} \\ \vdots \\ \beta_{0n} \end{bmatrix} + \\
 &\quad \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{1p} \end{bmatrix} + \\
 &\quad \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{21} \\ \beta_{22} \\ \vdots \\ \beta_{2p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Misal $[A \quad X \quad WX] = Z$ dengan A merupakan vektor satu berukuran $(n \times 1)$ dan

$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \beta$, maka persamaan (2.15) dapat ditulis pada persamaan (2.18).

$$\begin{aligned}
Y &= \rho WY + Z\beta + \varepsilon \\
Y - \rho WY &= Z\beta + \varepsilon \\
(I - \rho W)Y &= Z\beta + \varepsilon \\
\varepsilon &= (I - \rho W)Y - Z\beta
\end{aligned} \tag{2.18}$$

2.7 Penduga Parameter *Spatial Durbin Model*

Penduga parameter *Spatial Durbin Model* (SDM) dapat dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Fungsi *likelihood* yang digunakan adalah sebagai berikut (Retnowati, dkk., 2017):

$$L(\sigma^2; \varepsilon) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{n/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\varepsilon^T \varepsilon)\right) \tag{2.19}$$

Menurut Anselin (1988), fungsi jacobian dapat dibentuk dengan mendiferensikan persamaan (2.18) terhadap Y .

$$J = \left|\frac{\partial \varepsilon}{\partial Y}\right| = |I - \rho W| \tag{2.20}$$

Substitusi persamaan (2.18) dan tambahkan fungsi Jacobian dalam persamaan (2.20) menjadi persamaan (2.21).

$$\begin{aligned}
L(\rho, \beta, \sigma^2 | Y) &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} (J) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\varepsilon^T \varepsilon)\right) \\
L(\rho, \beta, \sigma^2 | Y) &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} |I - \rho W| \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} [((I - \rho W)Y - Z\beta)^T ((I - \rho W)Y - Z\beta)]\right\}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Operasi logaritma natural *likelihood* pada persamaan (2.21) sehingga menjadi persamaan (2.22).

$$\begin{aligned}
\ln(L) &= \frac{n}{2} \ln\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right) + \ln|I - \rho W| - \frac{1}{2\sigma^2} [((I - \rho W)Y - Z\beta)^T ((I - \rho W)Y - Z\beta)] \\
&= -\frac{n}{2} (2\pi) - \frac{n}{2} (\sigma^2) + \ln|I - \rho W| - \frac{1}{2\sigma^2} [((I - \rho W)Y - Z\beta)^T ((I - \rho W)Y - Z\beta)]
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Parameter yang digunakan pada SDM adalah β , ρ , dan σ^2 . Parameter tersebut dapat diduga dengan cara memaksimumkan fungsi $\ln(L)$ pada persamaan (2.22).

2.7.1 Pendugaan Parameter β

Untuk memperoleh penduga parameter $\hat{\beta}$, fungsi \ln *likelihood* pada persamaan (2.22) dimaksimumkan melalui turunannya terhadap β (Yasin, dkk., 2020).

$$\begin{aligned}\frac{(\partial \ln(L))}{\partial \beta} &= 0 \\ \frac{(\partial \ln(L))}{\partial \beta} &= \frac{\partial \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [(I - \rho W)Y - Z\beta]^T [(I - \rho W)Y - Z\beta] \right\}}{\partial \beta} \\ 0 &= \frac{\partial \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [(I - \rho W)Y - Z\beta]^T [(I - \rho W)Y - Z\beta] \right\}}{\partial \beta} \\ 0 &= [Z^T(I - \rho W)Y - Z^T Z\beta] \\ \beta &= (Z^T Z)^{-1} Z^T (I - \rho W)Y\end{aligned}\tag{2.23}$$

Diperoleh penduga parameter untuk β sebagai berikut :

$$\hat{\beta} = (Z^T Z)^{-1} Z^T (I - \rho W)Y\tag{2.24}$$

2.7.2 Pendugaan Parameter σ^2

Untuk memperoleh penduga parameter $\hat{\sigma}^2$, fungsi \ln *likelihood* pada persamaan (2.22) dimaksimumkan melalui turunannya terhadap σ^2 (Yasin, dkk., 2020).

$$\begin{aligned}\frac{(\partial \ln(L))}{\partial \sigma^2} &= 0 \\ \frac{(\partial \ln(L))}{\partial \sigma^2} &= -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} [(I - \rho W)Y - Z\beta]^T [(I - \rho W)Y - Z\beta] \\ 0 &= -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} [(I - \rho W)Y - Z\beta]^T [(I - \rho W)Y - Z\beta] \\ \sigma^2 &= \frac{[(I - \rho W)Y - Z\beta]^T [(I - \rho W)Y - Z\beta]}{n}\end{aligned}\tag{2.25}$$

Diperoleh penduga parameter untuk σ^2 sebagai berikut :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{[(I - \rho W)Y - Z\beta]^T [(I - \rho W)Y - Z\beta]}{n}\tag{2.26}$$

2.7.3 Pendugaan Parameter ρ

Pendugaan parameter ρ dapat diperoleh apabila telah didapatkan pendugaan β . Pendugaan δ_0 dan δ_d dilakukan berdasarkan dua persamaan di bawah ini menggunakan metode OLS (Yasin, dkk., 2020).

$$Y = Z\delta_0 + e_0 \quad (2.27)$$

$$Y = Z\delta_d + e_d \quad (2.28)$$

Diperoleh hasil dari pendugaan parameter pada persamaan (2.27) dan (2.28) sebagai berikut :

$$\hat{\delta}_0 = (Z^T Z)^{-1} Z^T Y \quad (2.29)$$

$$\hat{\delta}_d = (Z^T Z)^{-1} Z^T W Y \quad (2.30)$$

Dengan menggunakan persamaan (2.29) dan (2.30) akan didapatkan residual e_0 dan e_d yang disubstitusikan pada parameter σ^2 menjadi persamaan sebagai berikut :

$$\sigma^2 = \frac{[(e_0 - \rho e_d)^T - (e_0 - \rho e_d)]}{n} \quad (2.31)$$

Sehingga dapat diperoleh fungsi logaritma natural untuk menduga ρ dengan mensubstitusikan persamaan (2.31).

$$\ln(L(\rho)) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln\left(\frac{[(e_0 - \rho e_d)^T - (e_0 - \rho e_d)]}{n}\right) + \ln|I - \rho W| - \frac{n}{2}$$

$$\ln(L(\rho)) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln((e_0 - \rho e_d)^T - (e_0 - \rho e_d)) + \frac{n}{2} \ln(n) + \ln|I - \rho W| - \frac{n}{2}$$

$$f(\rho) = c - \frac{n}{2} \ln((e_0 - \rho e_d)^T - (e_0 - \rho e_d)) + \ln|I - \rho W|$$

$$\text{dengan } c = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) + \frac{n}{2} \ln(n) - \frac{n}{2}$$

2.8 Karakteristik Penduga Parameter

Kriteria yang harus dipenuhi untuk menjadi penduga yang baik adalah bersifat tak bias, efisien, dan konsisten.

2.8.1 Tak Bias

Suatu penduga ($\hat{\beta}$) dinyatakan tak bias terhadap parameter (β) apabila nilai ekspektasinya sama dengan parameter dalam distribusi peluangnya, yang dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$E(\hat{\beta}) = \beta \quad (2.32)$$

untuk semua $\beta \in \Omega$.

Jika $\hat{\beta}$ merupakan penduga yang bias, maka didefinisikan sebagai berikut:

$$E(\hat{\beta}) - \beta = Bias(\hat{\beta}) \neq 0 \quad (2.33)$$

Apabila penduga tersebut bias, namun nilai harapannya sama dengan parameternya saat ukuran sampelnya menuju tak hingga, maka penduga tersebut dapat disebut sebagai penduga tak bias asimtotik. Suatu penduga dikatakan memiliki karakteristik tak bias asimtotik apabila:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{\beta}) = \beta \quad (2.34)$$

atau dapat juga didefinisikan sebagai berikut:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Bias(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta}) - \beta = 0 \quad (2.35)$$

dengan n yaitu jumlah ukuran sampel (Montgomery & Runger, 2014).

2.8.2 Efisien (Ragam Minimum)

Suatu penduga ($\hat{\beta}$) dianggap efisien bagi parameter (β) jika penduga tersebut mempunyai ragam yang minimum. Jika ada lebih dari satu penduga, penduga yang efisien merupakan penduga dengan ragam paling minimum, yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Var(\hat{\beta}_j) \leq Var(\hat{\beta}_i); i, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad i \neq j \quad (2.36)$$

maka, penduga $(\hat{\beta}_j)$ dapat dianggap sebagai penduga yang efisien (Spiegel, dkk., 2004).

Menurut Hogg, dkk. (2005), jika $(\hat{\beta})$ adalah penduga yang tak bias bagi (β) , penduga tersebut dianggap efisien jika dan hanya jika ragamnya memenuhi batas bawah Rao-Cramer yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{Var}(\hat{\beta}) \geq \frac{1}{n I(\beta)} \quad (2.37)$$

dengan $\frac{1}{n I(\beta)}$ adalah batas bawah Rao-Cramer dan $I(\beta)$ adalah informasi Fisher.

Menurut Bain & Engelhardt (1992), informasi fisher menyajikan penjelasan mengenai ragam dari suatu distribusi parameter yang tidak diketahui.

2.8.3 Konsisten

Menurut Sahoo (2008), karakteristik penting yang harus dimiliki oleh suatu penduga parameter salah satunya adalah konsistensi. Konsistensi pada penduga terjadi apabila penduga tersebut konvergen dalam menduga $(\hat{\beta})$, yaitu saat ukuran sampel semakin besar maka penduga akan mendekati nilai parameter yang sesungguhnya. Selain itu, *Mean Square Error* (MSE) penduganya sama dengan nol saat ukuran sampel tak berhingga. Hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{MSE}(\hat{\beta}) = 0 \quad (2.38)$$

$$\text{MSE}(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \text{Var}(\hat{\beta}) + \text{Bias}(\hat{\beta})^2$$

untuk n menuju tak hingga dan untuk semua $\beta \in \Omega$.

2.9 Evaluasi Model

Ghozali (2016) menyatakan bahwa koefisien determinasi yang menjelaskan seberapa jauh data dependen dapat dijelaskan oleh data independen disebut sebagai *R-Square*. Nilai *R-Square* berkisar antara 0 sampai 1 dengan ketentuan semakin mendekati 1 maka semakin baik data independen dalam menjelaskan data

dependen. Sebaliknya, jika nilai *R-Square* rendah, ini menunjukkan bahwa komponen *error* dalam model cukup besar. Suardin, dkk. (2020) menjelaskan bahwa rumus koefisien determinasi dapat ditunjukkan dalam persamaan berikut:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (2.39)$$

dengan:

TSS : *Total Sum of Square*

ESS : *Explained Sum of Square*

RSS : *Residual Sum of Square*

2.10 Kemiskinan

Secara definisi, "miskin" mengacu pada kondisi ketiadaan harta benda menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia. Secara umum, kemiskinan didefinisikan sebagai kekurangan pendapatan yang menyebabkan kesulitan dalam memenuhi kebutuhan dasar atau pokok untuk menjamin kelangsungan hidup (Suryawati, 2004). BPS menggunakan metode pendekatan kebutuhan dasar (*basic needs approach*) untuk mengukur kemiskinan. Penduduk dianggap miskin jika rata-rata pengeluaran per kapita bulannya berada di bawah garis kemiskinan (BPS Provinsi Jawa Timur, 2023). Menurut Hardinandar (2019), kemiskinan mengindikasikan situasi di mana seseorang tidak mampu memenuhi kebutuhan dasar seperti makanan, pakaian, obat-obatan, dan tempat tinggal. Menurut Ramadhan & Desmawan (2022), salah satu faktor yang mempengaruhi kemiskinan adalah tingkat pengangguran, pendidikan, dan indeks pembangunan manusia. Beberapa variabel yang berhubungan dengan persentase penduduk miskin termasuk tingkat partisipasi sekolah, tingkat partisipasi dalam angkatan kerja, inflasi, lama rata-rata sekolah, harapan hidup, dan indeks pembangunan manusia (Lokang & Dwiatmoko, 2019).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2024/2025 dan bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data Penelitian ini adalah data sekunder yaitu data Persentase Penduduk Miskin (PPM), Indeks Pembangunan Manusia (IPM), Usia Harapan Hidup (UHH), Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), Harapan Lama Sekolah (HLS), Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK), Prevalensi Ketidacukupan Konsumsi Pangan (PKPK), dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) di Pulau Jawa pada tahun 2023 yang diperoleh dari BPS (<https://bps.go.id/>), BPS Provinsi Banten (<https://banten.bps.go.id/>), BPS Provinsi DKI Jakarta (<https://jakarta.bps.go.id/>), BPS Provinsi Jawa Barat (<https://jabar.bps.go.id/>), BPS Provinsi Jawa Tengah (<https://jateng.bps.go.id/>), BPS Provinsi DI Yogyakarta (<https://yogyakarta.bps.go.id/>), dan BPS Provinsi Jawa Timur (<https://jatim.bps.go.id/>).

Data yang akan digunakan dalam penelitian ini merupakan data pada tahun 2023 dan meliputi 119 kabupaten/kota di Pulau Jawa. Variabel dependen yang digunakan yaitu PPM (Y) dan tujuh variabel independen yaitu IPM (X_1), UHH (X_2), TPT (X_3), HLS (X_4), TPAK (X_5), PKPK (X_6), dan PDRB (X_7).

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini mengkaji karakteristik penduga parameter SDM dengan metode MLE. Karakteristik yang dikaji yaitu tak bias, ragam minimum (efisien), dan konsisten. Selanjutnya, SDM diterapkan pada data kemiskinan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi persentase penduduk miskin di Pulau Jawa. Analisis data dilakukan dengan bantuan *platform Google Colaboratory* atau *Google Colab*. Dengan langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Memeriksa karakterstik penduga parameter MLE yaitu tak bias, efisien (ragam minimum) pada SDM.
 - a. Tak bias

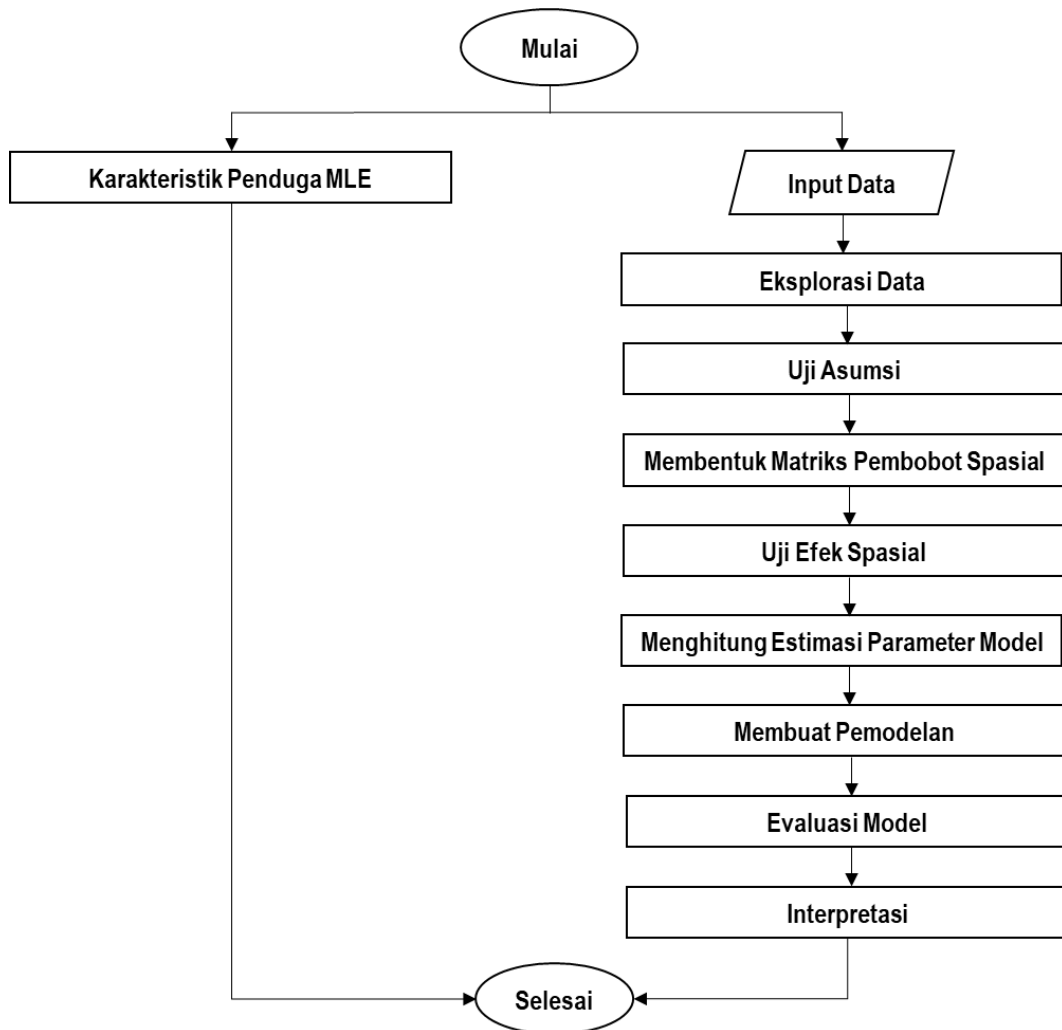
Suatu penduga ($\hat{\beta}$) disebut tak bias bagi parameter (β) bila nilai harapannya sama dengan parameter distribusi peluangnya, sebagaimana dapat didefinisikan pada persamaan (2.32).
 - b. Ragam minimum (efisien)

Suatu penduga ($\hat{\beta}$) dikatakan efisien bagi parameter (β) apabila penduga tersebut memiliki ragam yang kecil. Jika ada lebih dari satu penduga, penduga yang efisien adalah penduga yang memiliki ragam paling minimum, yang dapat didefinisikan pada persamaan (2.36).
 - c. Konsisten

Suatu penduga dikatakan konsisten bagi parameter jika memenuhi persamaan (2.38) untuk n menuju tak hingga dan untuk semua $\beta \in \Omega$.
2. Mengaplikasikan SDM pada data faktor-faktor kemiskinan di Pulau Jawa pada tahun 2023 dengan tahapan sebagai berikut:
 - a. Melakukan eksplorasi data dalam gambar peta untuk mengetahui pola hubungan variabel dengan lokasi / wilayah.
 - b. Melakukan uji asumsi klasik.
 - c. Membentuk matriks pembobot spasial \mathbf{W} dengan metode *Queen Contiguity*.
 - d. Melakukan uji efek spasial dengan uji dependensi spasial yaitu uji Indeks Moran dan uji homogenitas spasial yaitu uji *Breusch-Pagan Test*.

- e. Melakukan pemodelan SDM.
- f. Mengevaluasi model berdasarkan nilai R^2
- g. Menginterpretasikan hasil yang didapatkan.
- h. Membuat kesimpulan.

Diagram alir langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir karakteristik dan pengaplikasian SDM pada data kemiskinan.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa:

1. Karakteristik penduga parameter $\hat{\beta}$ pada model SDM menggunakan MLE merupakan penduga yang tak bias, memiliki ragam minimum atau efisien, dan konsisten.
2. Karakteristik penduga parameter $\hat{\sigma}^2$ pada model SDM menggunakan MLE merupakan penduga yang tak bias, memiliki ragam minimum atau efisien, dan konsisten.
3. Model SDM yang diperoleh dalam menganalisis persentase penduduk miskin di Pulau Jawa adalah sebagai berikut :

$$\hat{y}_i = 0.59986 \sum_{j=1}^{118} w_{ij} y_j - 0.58175 x_{1i} - 0.18915 x_{5i} \\ + 0.27427 \sum_{j=1}^{118} w_{ij} x_{2j} + 0.33545 \sum_{j=1}^{118} w_{ij} x_{4j} + \varepsilon_i$$

4. Faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap persentase penduduk miskin di Pulau Jawa pada tahun 2023 adalah Indeks Pembangunan Manusia, Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja, lag spasial Usia Harapan Hidup, dan lag spasial Harapan Lama Sekolah.

DAFTAR PUSTAKA

- Algifari. 2000. *Analisis Regresi Teori dan Kasus*. BPEE, Yogyakarta.
- Anselin, L., & Piras, G. 2009. *Approaches Towards the Identification Of Patterns in Violent Events*. U.S. Army Corps of Engineers, Washington DC.
- Anselin, L. 2013. *Spatial Econometrics: Methods and Models* (Vol. 4). Springer Science & Business Media, New York City.
- BPS Provinsi Banten. 2024. *Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) Kabupaten/Kota di Provinsi Banten (Persen), 2023*. <https://banten.bps.go.id/id/statistics-table/2/MTU2IzI=/tingkat-partisipasi-angkatan-kerja--tpak--menurut-kabupaten-kota-di-provinsi-banten.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.
- BPS Provinsi Banten. 2024. *Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) Kabupaten/Kota di Provinsi Banten (Persen), 2023*. <https://banten.bps.go.id/id/statistics-table/2/MTU3IzI=/tingkat-pengangguran-terbuka-tpt--menurut-kabupaten-kota-di-provinsi-banten.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.
- BPS Provinsi DKI Jakarta. 2024. *Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) dan Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) Menurut Kabupaten/Kota di Provinsi DKI Jakarta, 2023*. <https://jakarta.bps.go.id/id/statistics-table/3/V2pOVWJWcHJURGg0U2pONFJYaExhVXB0TUhacVFUMDkjMw==/tingkat-pengangguran-terbuka--tpt--dan-tingkat-partisipasi-angkatan-kerja--tpak--menurut-kabupaten-kota-di-provinsi-dki-jakarta--2022.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.
- BPS Provinsi DI Yogyakarta. 2024. *Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) menurut Kab/Kot (Persen), 2022-2023*. <https://yogyakarta.bps.go.id/>

[id/statistics-table/2/MzUzIzI=/tingkat-partisipasi-angkatan-kerja-menurut-kabupaten-kota.html](#). Di akses pada 15 Agustus 2024.

BPS Provinsi DI Yogyakarta. 2024. *Tingkat Pengangguran Terbuka Kab/Kot (Persen), 2022-2023*. <https://yogyakarta.bps.go.id/id/statistics-table/2/MjkxIzI=/tingkat-pengangguran-terbuka-kab-kot.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.

BPS Provinsi Jawa Barat. 2023. *Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja Menurut Kabupaten/Kota (Persen), 2021-2023*. <https://jabar.bps.go.id/id/statistics-table/2/ODkjMg==/tingkat-partisipasi-angkatan-kerja-menurut-kabupaten-kota.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.

BPS Provinsi Jawa Barat. 2023. *Tingkat Pengangguran Terbuka Kabupaten/Kota (Persen), 2021-2023*. <https://jabar.bps.go.id/id/statistics-table/2/Nzg4IzI=/tingkat-pengangguran-terbuka-menurut-kabupaten-kota.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.

BPS Provinsi Jawa Tengah. 2023. *Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) di Provinsi Jawa Tengah (Persen), 2022-2023*. <https://jateng.bps.go.id/id/statistics-table/2/NjMjMg==/tingkat-partisipasi-angkatan-kerja--tpak--di-provinsi-jawa-tengah.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.

BPS Provinsi Jawa Tengah. 2023. *Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) di Provinsi Jawa Tengah (Persen), 2022-2023*. <https://jateng.bps.go.id/id/statistics-table/2/NjQjMg==/tingkat-pengangguran-terbuka--tpt-.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.

BPS Provinsi Jawa Timur. 2023. *Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) Menurut Kabupaten/Kota (Persen), 2022-2023*. <https://jatim.bps.go.id/id/statistics-table/2/Mjc3IzI=/tingkat-partisipasi-angkatan-kerja--tpak--menurut-kabupaten-kota.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.

BPS Provinsi Jawa Timur. 2023. *Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) Menurut Kabupaten/Kota (Persen), 2022-2023*. <https://jatim.bps.go.id/id/statistics-table/2/NTQjMg==/tingkat-pengangguran-terbuka-tpt-menurut-kabupaten-kota.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.

- BPS. 2023. *[Metode Baru] Harapan Lama Sekolah (Tahun), 2022-2023.* <https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/NDE3IzI=-/metode-baru--harapan-lama-sekolah.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.
- BPS. 2023. *[Metode Baru] Umur Harapan Hidup Saat Lahir (UHH) (Tahun), 2022-2023.* <https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/NDE0IzI=-/metode-baru--umur-harapan-hidup-saat-lahir--uhh-.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.
- BPS. 2023. *[SERI 2010] PDRB Atas Dasar Harga Berlaku Menurut Pengeluaran Kabupaten/Kota (Juta Rupiah), 2022-2023.* <https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/MjE5MyMy/-seri-2010--pdrb-atas-dasar-harga-berlaku-menurut-pengeluaran-kabupaten-kota--juta-rupiah-.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.
- BPS. 2023. *Persentase Penduduk Miskin (P0) Menurut Kabupaten/Kota (Persen) 2022-2023.* <https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/NjIxIzI=/persentase-penduduk-miskin--p0--menurut-kabupaten-kota.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.
- BPS. 2024. *Prevalensi Ketidacukupan Konsumsi Pangan (Persen) Per Kabupaten/kota (Persen), 2023.* <https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/MjI2OSMy/prevalensi-ketidacukupan-konsumsi-pangan--persen--per-kabupaten-kota.html>. Di akses pada 15 Agustus 2024.
- Bain, L.J. & Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Duxbury Press. Belmont California.
- Breusch, T. S., & Pagan, A. R. 1979. A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. *Econometrica: Journal of the econometric society*. 1287-1294.
- Drapper, N. R., & Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons, New York.
- Ghozali, I. 2016. *Aplikasi Analisis Multivariate Dengan Program IBM SPSS 23*. Edisi 8. Badan Penerbit Universitas Diponegoro, Semarang.
- Ginting, F., Buulolo, E., & Siagian, E. R. 2019. Implementasi Algoritma Regresi Linear Sederhana dalam Memprediksi Besaran Pendapatan Daerah (Studi

Kasus: Dinas Pendapatan Kab. Deli Serdang). *KOMIK (Konferensi Nasional Teknologi Informasi dan Komputer)*. **3**(1).

Goldfeld, S., & Quandt, R. 1965. Some Test for Homoscedasticity. *Journal of the American Statistical Association*. **60**: 539-547.

Gujarati, D. 2004. *Basic Econometrics (Ekonometrika Dasar)*. Alih Bahasa Sumarno Zain. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Hardinandar, F. 2019. Determinan Kemiskinan (Studi Kasus 29 Kota/Kabupaten Di Provinsi Papua). *Jurnal REP (Riset Ekonomi Pembangunan)*. **4**(1): 1–12.

Hogg, R.V., Mckean, J.W., & Craig, A.T. 2005. *Introduction to Mathematical Statistics*. 6th Edition. Pearson Education Inc., USA.

Hu, S. 2007. *Akaike Information Criterion*. North Carolina State University. USA.

Kurniawan, D. 2008. *Regresi Linier*. R Development Core Team, Vienna.

Laia, M. L., Deswanto, R., Utami, E. S., & Becti, R. D. 2019. Metode Spatial Durbin Model Untuk Analisis Demam Berdarah Dengue Di Kabupaten Bantul. *Jurnal Nasional Teknologi Terapan (JNTT)*. **3**(2): 1-14.

LeSage, J. P. 1999. The Theory and Practice Of Spatial Econometrics. *University of Toledo. Toledo, Ohio*. **28**(11): 1-39.

LeSage, J., & Pace, R. K. 2009. *Introduction to Spatial Econometrics*. Chapman and Hall/CRC, London.

Lokang, Y. P., & Dwiatmoko, I. A. 2019. Analisis Regresi Spasial Durbin untuk Menganalisis Faktor-Faktor yang Berhubungan Dengan Persentase Penduduk Miskin. *Jurnal Ilmiah MATRIK*. **21**(2): 118-127.

Montgomery D.C., & Runger G.C. 2014. *Applied Statistic and Probability for Engineers Sixth Edition*. John Wiley and Sons, USA.

- Nurfitri, R., & Yanti, T. S. 2023. Pemodelan Umur Harapan Hidup di Jabar Tahun 2021 Menggunakan Spatial Durbin Model. *Jurnal Riset Statistika*. 137-146.
- Nguyen, P. A., Phan, T. H., & Simioni, M. 2015. Productivity Convergence In Vietnamese Manufacturing Industry: Evidence Using A Spatial Durbin Model. *In Casual Inference in Econometrics*. 603-619. Springer Internasional Publishing, Switzerland.
- Oktaviani, N. 2018. Analisis Regresi Spasial Pada Data Jumlah Penduduk Miskin Provinsi Lampung Tahun 2017 (Skripsi). Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung, Lampung.
- Pratama, A. 2017. Model Simulasi Antrian Dengan Metode Kolmogorov-Smirnov Normal Pada Unit Pelayanan. *Jurnal Edik Informatika Penelitian Bidang Komputer Sains Dan Pendidikan Informatika*. **1**(1): 91-102.
- Pratiwi, L. P. S., Hanief, S., & Suniantara, I. K. P. 2018. Pemodelan Menggunakan Metode Spasial Durbin Model untuk Data Angka Putus Sekolah Usia Pendidikan Dasar. *Jurnal Varian*. **2**(1): 8-18.
- Ramadhan, D., & Desmawan, D. 2022. Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kemiskinan (Studi Kasus Pada Provinsi Jawa Barat). *Jurnal Manajemen Akuntansi (JUMSI)*. **2**(4): 965-975.
- Ratifah, L., Pratiwi, H. H., & Respatiwan, R. 2019. Analisis Kemiskinan Provinsi Jawa Timur dengan Pendekatan Model Regresi Spasial Durbin. *Prosiding Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya*. Sukoharjo, Univeristas Muhammadiyah Surakarta.
- Retnowati, P., Rahmawati, R., & Rusgiyono, A. 2017. Analisis Faktor-Faktor Perikanan Tangkap Perairan Umum Daratan di Jawa Tengah Menggunakan Regresi Berganda dan Model Durbin Spasial. *Jurnal Statistika*. **6**: 141-150.
- Sahoo, P. 2008. *Probability and Mathematical Statistic*. Departemen of Mathematics University of Louisville, Louisville.
- Santoso, K. N., Abiyyi, F., & Marselino, A. R. K. 2022. Analisis Spasial Kemiskinan pada Masa Pemulihan Pandemi Covid-19 di Jawa Barat Tahun 2021. *Jurnal Statistika dan Aplikasinya*. **6**(2): 288-299.

- Siregar & Syofian. 2015. *Statistik Terapan untuk Perguruan Tinggi*. Prenadamedia Group, Jakarta.
- Spiegel, M.R., Schiller, J.J., & Srinivasan, R.A. 2004. *Probabilitas dan Statistik*. Diterjemahkan oleh Ratna Indriasari. Erlangga, Jakarta.
- Suardin, M., Bustan, M. N., dan Ahmar, A. S. 2020. Pemodelan Pertumbuhan Ekonomi Provinsi Sulawesi Selatan dengan Menggunakan Regresi Data Panel. *Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*. **2**(3):158-172.
- Sulardi, P., Hendro, T., & Umbara, F. R. 2017. Prediksi Kebutuhan Obat Menggunakan Regresi Linier. *Prosiding SNATIF*, 57-62.
- Suryawati. 2004. *Teori Ekonomi Mikro*. UPP AMP YKPN, Yogyakarta.
- Susanto, S., & Suryadi, D. 2010. *Pengantar Data Mining: Mengagali Pengetahuan Dari Bongkahan Data*. C.V ANDI OFFSET, Yogyakarta.
- Wardani, S., Debatara, N. N., & Rizki, S. W. 2018. Analisis Dependensi Spasial pada Data Kemiskinan dengan pendekatan Spatial Durbin Model (SDM). *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*. **7**(4).
- Wuryandari, T., Hoyyi, A., Kusumawardani, D. S., & Rahmawati, D. 2014. Identifikasi Autokorelasi Spasial Pada Jumlah Pengangguran di Jawa Tengah Menggunakan Indeks Moran. *Media Statistika*. **7**(1): 1-10.
- Yasin, H., Hakim, A. R., & Warsito, B. 2020. *Regresi Spasial*. WADE group, Pekalongan.
- Zhang, X., & Yu, J. 2017. Spatial Weights Matrix Selection and Model Averaging for Spatial Autoregressive Models. *Journal of Econometrics*. **203**(1): 1-18.