KONSTRUKSI GRUP *SOFT* MENGGUNAKAN ELEMEN *SOFT*

(SKRIPSI)

Oleh

Aprianto

2017031072

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2024

ABSTRACT

CONSTRUCTING SOFT GROUPS USING THE SOFT ELEMENTS

By

APRIANTO

The concept of soft sets was first introduced by Moldtsov in 1999 and has since evolved with research applying soft sets to algebraic structures, decision-making processes, comparasions with fuzzy sets and rough sets, and other research. This research continous the exploration of soft sets with focus on constructing groups from soft elements. Its objective is to apply and investigate the properties of groups formed from soft elements across various scenarious of soft sets. The study employs analytical and mathematical approaches to understand how group constructions built from soft elements function, as well as their implication in grup theory. The finding are expected to significantly contribute to understanding the algebraic structure of soft sets and their applications in group theory.

Keywords: Soft sets, Soft elements, Group over soft elements and Soft group.

ABSTRAK

KONSTRUKSI GRUP SOFT MENGGUNAKAN ELEMEN SOFT

Oleh

APRIANTO

Himpunan *soft* pertama kali diperkenalkan oleh Moldtsov pada tahun 1999 dan berkembang dengan penelitian yang menerapkan himpunan *soft* pada struktur aljabar, proses pengambilan keputusan, perbandingan dengan konsep himpunan *fuzzy* dan himpunan *rough* serta penelitian-penelitian lainnya. Penelitian ini melanjutkan eksplorasi himpunan *soft* dengan fokus pada konstruksi grup atas elemen *soft*. Tujuannya adalah menerapkan dan mennyelidiki sifat-sifat grup atas elemen *soft* pada berbagai kasus himpunan *soft*. Penelitian ini menggunakan pendekatan analisis dan matematis untuk memahami bagaimana konstruksi grup yang dibangun dari elemen *soft*, serta implikasinya dalam teori grup. Hasil penelitian ini diharapkan memberi kontribusi penting terhadap pemahaman tentang struktur aljabar himpunan *soft* dan aplikasinya dalam teori grup.

Kata kunci: Himpunan *soft*, elemen *soft*, grup atas elemen *soft* dan grup *soft*.

KONSTRUKSI GRUP *SOFT* MENGGUNAKAN ELEMEN *SOFT*

Aprianto

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk memeroleh gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2024

LEMBAR PENGESAHAN

Judul Skripsi	:	**Konstruksi Grup *Soft* Menggunakan Elemen Soft**
Nama Mahasiswa	:	**Aprianto**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2017031072**
Program Studi	:	**Matematika**
Fakultas	:	**Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc.	**Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.**
NIP 198002062003121003	NIP 198406272006042001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc.** ....

Sekretaris : **Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **19 Desember 2024**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	**Aprianto**
Nomor Pokok mahasiswa	:	**2017031072**
Jurusan	:	**Matematika**
Judul Skripsi	:	**Konstruksi Grup *Soft* Menggunakan Elemen *Soft***

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 23 Desember 2024

Penulis

Aprianto

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Aprianto, lahir pada tanggal 15 April tahun 2002 di Desa Gedung Wani, Kecamatan Margatiga, Kabupaten Lampung Timur. Penulis adalah anak kedua dari Bapak Sugito dan Ibu Sapariah, dengan saudara laki-laki bernama Adi Saputra.

Penulis memulai perjalanan pendidikan di TK Kartini Negeri Agung pada tahun tahun 2007, kemudian melanjutkan ke pendidikan dasar di SD Negeri 4 Gedung Wani pada tahun 2008 hingga 2014. Menjadi lulusan dengan peringkat terbaik, penulis melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 2 Margatiga pada tahun 2014, dan lulus dengan status peringkat terbaik pada tahun 2017. Selanjutnya, penulis meneruskan pendidikan menengah di SMA Negeri 1 Sekampung dari tahun 2017 hingga 2020. Pada tahun 2020, penulis berkesempatan melanjutkan pendidikan ke jenjang pendidikan tinggi sebagai mahasiswa di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

Selama menempuh masa studi, penulis sangat aktif baik dalam perkuliahan maupun kegiatan di luar perkuliahan. Di antaranya pada tahun 2021, penulis menjadi anggota Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA), menjadi pengurus Rois FMIPA Unila, dan terlibat dalam beberapa program besar seperti Karya Wisata Ilmiah (KWI) ke-32 sebagai koordinator acara. Kemudian, pada tahun 2022, penulis berkesempatan menjadi Ketua Umum HIMATIKA FMIPA Unila dan mengikuti berbagai kegiatan baik di dalam maupun di luar kampus. Pada tahun 2023, penulis menjalani kerja praktik dan mendapat kesempatan untuk melaksanakan magang di PT Great Giant Pineapple, Lampung Tengah selama empat bulan. Di tahun yang sama, penulis diberikan kepercayaan untuk menjadi Ketua BEM Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Kabinet Eskalasi Karya. Masih di tahun 2023, pada bulan Juni-Agustus, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Tanjung Agung, Kecamatan Way Lima, Kabupaten Pesawaran.

KATA INSPIRASI

"Sebaik-baik manusia adalah yang paling bermanfaat bagi manusia".
(H.R Ahmad dan Ath Thabari)

"Jalan kesuksesan itu memang terjal dan menanjak, karena jalan yang menanjaklah yang akan menuntunmu sampai ke puncak"
(Anonim)

"Tujuan pendidikan itu mempertajam kecerdasan, memperkukuh kemauan serta memperhalus perasaan"
(Tan Malaka)

"Selalu ada persoalan di setiap jalan, tetapi selalu ada jalan di setiap persoalan"
(Penulis)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirobbil'alamin

Puji syukur selalu terucap kepada Allah SWT. karena dengan segala nikmat dan karunia-Nya yang selalu menyertai penulis dalam hal apapun, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan sebaik-baiknya. Shalawat dan salam senantiasa terucap untuk Nabi Muhammad Sallallahu 'Alaihi Wasallam.

Saya persembahkan karya ini kepada:

Keluarga Tercinta

Terimakasih kepada Bapak dan Ibu karena selalu mendoakan setiap waktu, terimakasih sudah menjadi sosok baik yang selalu mendidik anaknya untuk terus berkembang, terimakasih sudah pantang menyerah dan tak kenal lelah dalam memberikan yang terbaik untuk anak-anaknya. Sebuah kebanggan memiliki orang tua yang selalu mendukung anak-anaknya.

Terimakasih juga kepada Kakak yang selalu memberikan motivasi untuk terus menjadi lebih baik dan memberikan teguran ketika melakukan kesalahan.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat berjasa dalam membantu, memberikan arahan, motivasi dan ilmu yang berharga.

Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur selalu penulis munajatkan kepada Allah *Subhanahu Wata'ala*, karena dengan limpahan nikmat, rahmat, serta karunia-Nya penulis bisa menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Konstruksi Grup *Soft* Menggunakan Elemen *Soft*" dengan sebaik-baiknya.

Shalawat beserta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW beserta keluarga dan para sahabat.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak, Ibu dan Mas Adi yang selalu mendoakan penulis dan membimbing penulis sampai dengan saat ini. Selalu menjadi pengingat agar tetap berada di jalan Allah dan tak pernah berputus asa pada rahmat Allah. Memberikan dukungan terbaik kepada penulis dan selalu menjadi keluarga yang terbaik.
2. Bapak Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing I yang bukan hanya membimbing dalam pengerjaan skripsi, tetapi membimbing penulis dalam setiap langkah agar tetap di jalan yang benar, memberikan motivasi di saat penulis sedang dalam masalah, memberikan banyak ilmu dan pengalaman selama masa kuliah.
3. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, memberikan saran dan masukan, motivasi sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji sekaligus Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan saran, masukan, evaluasi dan pelajaran yang bisa penulis gunakan sebagai bekal dalam menghadapi masa depan.
5. Bapak Ir. Warsono, M.S., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Akademik.

6. Bapak Ibu dosen Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu, pengalaman, arahan selama masa perkuliahan.
7. Ibu Anita selaku admin Jurusan Matematika yang selalu memberikan bimbingan dan bantuan kepada penulis disetiap kesulitan.
8. Seluruh civitas akademika FMIPA Universitas Lampung.
9. Keluarga Besar BEM FMIPA Universitas Lampung Kabinet Eskalasi Karya Tahun 2023, banyak cerita yang telah dilalui bersama.
10. Keluarga Besar HIMATIKA 2022 terutama teman-teman Presidium dan Pimpinan yang telah membersamai penulis dalam setiap suka dan duka.
11. Mentor Belajarku yang telah menyediakan ruang untuk penulis mengembangkan keterampilan.
12. Teman-teman Matematika 2020 terutama kelas B yang telah memberikan pengalaman yang luar biasa.
13. Teman-teman penulis yang telah membersamai penulis.
14. Dan seluruh pihak yang telah mendukung dalam penyelesaian skripsi ini, yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 23 Desember 2024
Penulis

Aprianto

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Himpunan *soft* adalah salah satu konsep himpunan yang pertama kali diperkenalkan oleh Molodtsov pada tahun 1999. Himpunan *soft* juga merupakan generalisasi himpunan klasik yang digunakan sebagai pengambil keputusan pada elemen yang sebagian terdifinisi, tidak terdefinisi, atau ambigu untuk menyelesaikan masalah kompleks karena berbagai ketidakpastian pada setiap permasalahan tersebut.

Perkembangan himpunan *soft* semakin pesat setalah pertama kali dikenalkan oleh Molodtsov, termasuk perbandingan himpunan *soft* dengan himpunan lain. Pada penelitian yang telah dilakukan Aktaş dan Çağman (2007) yang memperkenalkan teori dasar dari himpunan *soft* dan membandingkan himpunan *soft* pada konsep himpunan *fuzzy* dan himpunan *rough*. Selanjutnya, Jun (2008) melakukan penelitian struktur aljabar himpunan *soft* dapat diaplikasikan pada teori struktur aljabar BCK/BCI pada relasi yang diterapkan.

Sezgin dan Atagün (2011) melanjutkan penelitian yang telah dilakukan oleh Aktaş dan Çağman (2007) dengan memperkenalkan homomorfisma grup *soft* dan grup *soft* normal. Kemudian, Sen (2014) melakukan penelitian tentang struktur aljabar dari himpunan semua himpunan *soft* dengan menggunakan parameter tertentu akan membentuk aljabar *Boolean*. Selain itu, Ray dan Goldar (2017) melakukan penelitian mengenai sifat-sifat dari himpunan *soft* yang menghasilkan himpunan bagian *soft*, Subgrup *soft*, koset *soft* dan homomorfisma *soft*. Kemudian dilanjutkan oleh penelitian Enginoğlu dan Çağman (2020) yang mengemukakan konsep matriks himpunan *soft* dengan parameter himpunan *fuzzy*. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan berfokus pada aspek teori struktur aljabar himpunan *soft* dengan topik yang dibahas adalah konstruksi grup *soft* menggunakan elemen *soft*.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk menerapkan konsep struktur aljabar grup yang dibangun atas elemen himpunan *soft*. Selanjutnya akan dibuat konstruksi grup dari himpunan elemen *soft* pada sebarang himpunan *soft* dan menyelidiki sifat-sifatnya.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah memberi referensi penelitian mengenai sifat-sifat yang terbentuk dari sebuah grup yang dibangun dari himpunan elemen *soft* dan sebagai bahan pembelajaran mengenai grup *soft*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas mengenai definisi-definisi untuk mendukung teori dan pembahasan dalam menyelesaikan penelitian ini.

2.1 Himpunan

Berikut ini diberikan definisi dari himpunan yang menjadi konsep dasar dalam penelitian ini.

Definisi 2.1.1 Himpunan adalah perkumpulan objek-objek yang didefinisikan dengan jelas (dengan aturan tertentu) sehingga dapat dibedakan apakah objek tersebut termasuk dalam kumpulan tersebut atau tidak (Bahri, 2016).

Agar lebih memahami Definisi 2.1.1 diberikan contoh sebagai berikut.

Contoh 2.1.1

Diberikan S adalah himpunan semua bilangan bulat. $S = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ atau dapat dinotasikan $S = \{x | x \in \mathbb{Z}\}$.

Selanjutnya akan diberikan definisi himpunan bagian serta contohnya. Berikut definisi himpunan bagian.

Definisi 2.1.2 Diberikan dua himpunan A dan B. Himpunan B disebut himpunan bagian dari himpunan A jika setiap elemen himpunan B termuat di himpunan A dan dinotasikan dengan $B \subseteq A$ (Bahri, 2016).

Selanjutnya diberikan contoh himpunan bagian sebagai berikut.

Contoh 2.1.2

Diberikan himpunan $A = \{0,1,2,3,4,5\}$ dan himpunan $B = \{0,2,4\}$. Karena setiap elemen himpunan B termuat di himpunan A maka himpunan B adalah himpunan bagian dari himpunan A atau $B \subseteq A$.

Selanjutnya, akan dijelaskan definisi beserta contoh dari himpunan kuasa. Berikut ini definisi himpunan kuasa.

Definisi 2.1.3 Himpunan kuasa (*power set*) adalah himpunan semua himpunan bagian dari himpunan pembentuknya, termasuk himpunan kosong dan dirinya sendiri. Diberikan sebarang himpunan A. Himpunan kuasa dari A yang selanjutnya dinotasikan sebagai $P(A)$ adalah himpunan semua himpunan bagian dari A, dengan kata lain $P(A) = \{\, B \mid B \subseteq A\}$ (Bahri, 2016).

Berikut ini diberikan salah satu contoh himpunan kuasa.

Contoh 2.1.3

Diberikan himpunan $X = \{1,2,3\}$, himpunan kuasa dari X adalah $P(X) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$.

Selanjutnya akan diberikan definisi himpunan parameter serta contohnya. Berikut adalah definisi himpunan parameter.

Definisi 2.1.4 Himpunan parameter adalah himpunan yang anggotanya merupakan suatu kriteria (Molodtsov, 1999).

Berikut ini contoh dari himpunan parameter.

Contoh 2.1.4

Diberikan himpunan $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ adalah himpunan parameter. Untuk setiap $i = 1, 2, 3, 4, 5$ dari parameter-parameter e_i menyatakan {modern, cantik, mahal, strategis, dan luas}.

2.2 Relasi

Pada bagian ini akan dibahas mengenai relasi dan juga contohnya. Berikut ini diberikan definisi relasi.

Definisi 2.2.1 Relasi R dari himpunan A ke himpunan B merupakan himpunan bagian dari $A \times B$. Jika $x, y \in R$ maka x berelasi dengan y atau dapat dinotasikan dengan xRy (Fitriani dan Faisol, 2022).

Berikut ini diberikan contoh Definisi 2.2.1.

Contoh 2.2.1

Diberikan himpunan $A = \{1,2,3\}$ dan himpunan $B = \{a, b, c\}$. Didefinisikan $R = \{(2, a), (2, b), (3, a)\} \subseteq A \times B$, maka R adalah relasi dari himpunan A ke B. Karena $(2, a) \in R$, dapat dikatakan bahwa 2 berelasi dengan a dan dinotasikan dengan $2Ra$.

Selanjutnya diberikan definisi daerah asal (*domain*) dan daerah hasil (*range*) sebagai berikut.

Definisi 2.2.2 Diberikan relasi R dari himpunan A ke himpunan B. Daerah asal atau *domain* dari R dinotasikan dengan $D(R)$ dan didefinisikan sebagai berikut.

$D(R) = \{x \in A \mid \exists\ y \in B$ sehingga $(x, y) \in R\}$.

Daerah hasil dinotasikan dengan $Y(R)$ didefinisikan sebagai berikut.

$Y(R) = \{y \in B \mid \exists\ x \in A$ sehingga $(x, y) \in R\}$ (Fitriani dan Faisol, 2022).

Untuk lebih memahami Definisi 2.2.2, berikut ini diberikan contoh domain dari suatu relasi.

Contoh 2.2.2

Diberikan relasi R pada Contoh 2.2.1 maka daerah asal R adalah $D(R) = \{2,3\}$, dan daerah hasil dari R adalah $Y(R) = \{a, b\}$.

Selanjutnya akan dibahas mengenai definsi fungsi beserta contohnya sebagai berikut.

2.3 Fungsi

Fungsi merupakan konsep matematika yang sangat sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Konsep fungsi menggunakan himpunan sebagai *domain*, *kodomain* dan *range*.

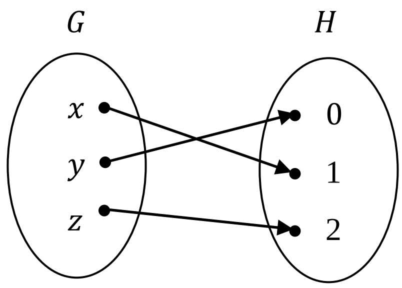
Untuk lebih memahami definisi fungsi berikut diberikan definisi fungsi.

Definisi 2.3.1 Diberikan himpunan A dan B. Fungsi f dari A ke B adalah relasi dari A ke B yang memenuhi $D(f) = A$; jika $(a, b) \in f$ dan $(a, c) \in f$ maka $b = c$. Fungsi dari A ke B dinotasikan dengan $f : A \rightarrow B$ (Fitriani dan Faisol, 2022).

Untuk lebih memahami Definisi 2.3.1 berikut diberikan contoh fungsi.

Contoh 2.3.1

Diberikan himpunan $G = \{x, y, z\}$ dan himpunan $H = \{0,1,2\}$. Diberikan relasi dari himpunan G ke H sebagai berikut. $R = \{(x, 1), (y, 0), (z, 2)\}$.



Gambar 2.1 Diagram relasi R_1

Karena $D(R) = \{x, y, z\} = G$ dan setiap elemen G berelasi dengan tepat satu elemen di H. Berdasarkan Definisi 2.3.1 relasi R merupakan fungsi.

Selanjutnya akan diberikan definisi dari himpunan *soft* beserta contohnya.

2.4 Himpunan *soft*

Himpunan *soft* adalah penggabungan antara himpunan semesta dengan himpunan parameter melalui suatu fungsi dari himpunan parameter ke himpunan kuasa atas semestanya. Setiap himpunan fungsi dari elemen parameternya dianggap sebagai himpunan elemen dari himpunan *soft* atau sebagai himpunan elemen aproksimasi dari himpunan *soft* (Molodtsov, 1999).

Selanjutnya, diberikan definisi dan contoh dari himpunan *soft*. Berikut ini diberikan definisi himpunan *soft*.

Definisi 2.4.1 Diberikan himpunan semesta G dan himpunan parameter A. Pasangan (F, A) disebut himpunan *soft* atas G, dan F adalah fungsi $F : A \rightarrow P(G)$. Himpunan *soft* juga dinotasikan sebagai $(F, A) = \{(x, P(x))\,; x \in A\}$ (Molodtsov, 1999).

Untuk lebih memahami Definisi 2.2.1 diberikan contoh himpunan *soft*.

Contoh 2.4.1

Andri ingin membeli sebuah rumah dengan mempertimbangkan kriteria jenis yang modern, design yang cantik, harga yang terjangkau, letak yang strategis, dan bangunan yang luas. Dari sekian banyaknya rumah, Andri sudah menentukan 5 calon rumah yang akan dibeli. Untuk kriteria jenis rumah modern Andri memilih rumah 2, rumah 3, rumah 4. Untuk kriteria bangunan yang luas terdapat pada rumah 1, rumah 2, rumah 4, rumah 5. Untuk desain yang cantik dan harga terjangkau kelima rumah tersebut memenuhi. Untuk kriteria letak yang strategis tidak ada rumah yang memenuhi. Berdasarkan hal tersebut, dapat dituliskan dalam bentuk matematis sebagai berikut. Himpunan $U = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$ menyatakan rumah yang akan dibeli, dan himpunan $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ adalah parameter yang menyatakan kriteria dalam membeli rumah seperti jenis yang modern, design yang cantik, harga yang terjangkau, letak yang strategis, dan bangunan yang luas.

Jika F adalah himpunan *soft* atas U, dengan $F(e_1) = \{h_2, h_3, h_4\}$, $F(e_2) = U$, $F(e_3) = U$, $F(e_4) = \emptyset$, $F(e_5) = \{h_1, h_2, h_4, h_5\}$, maka himpunan *soft* F dapat ditulis sebagai $(F, A) = \{(e_1, \{h_2, h_3, h_4\}), (e_2, U), (e_3, U), (e_5, \{h_1, h_2, h_4, h_5\})\}$.

Selanjutnya diberikan definisi himpunan bagian *soft* sebagai berikut.

Definisi 2.4.2 Diberikan dua himpunan *soft* (F, A) dan (H, A) atas G. Himpunan *soft* (H, A) disebut himpunan bagian *soft* jika $H(t) \subseteq F(t)$ untuk setiap $t \in A$, serta dinotasikan dengan $(H, A) \subset_s (F, A)$ (Ray dan Goldar, 2017).

Untuk lebih memahami Definisi 2.4.2, berikut diberikan contoh himpunan bagian *soft*.

Contoh 2.4.2

Misalkan $G = \mathbb{Z}_6$ dan A adalah himpunan parameter yang elemennya sama dengan G yaitu $\{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$. Diberikan dua himpunan *soft* (F, A) dan (H, A) atas G dengan fungsi sebagai berikut.

$F: A \rightarrow P(G) = \{y \in G \mid y = t\}$ untuk setiap $t \in A$.

Selanjutnya akan ditentukan hasil pemetaan dari $F(t)$ sebagai berikut.

$F(\bar{0}) = \{\bar{0}\}$, $F(\bar{1}) = \{\bar{1}\}$, $F(\bar{2}) = \{\bar{2}\}$, $F(\bar{3}) = \{\bar{3}\}$,

$F(\bar{4}) = \{\bar{4}\}$, $F(\bar{5}) = \{\bar{5}\}$.

Diperoleh $F(t) = \begin{cases} \{\bar{0}\}; t = \bar{0} \\ \{\bar{1}\}; t = \bar{1} \\ \{\bar{2}\}; t = \bar{2} \\ \{\bar{3}\}; t = \bar{3} \\ \{\bar{4}\}; t = \bar{4} \\ \{\bar{5}\}; t = \bar{5} \end{cases}.$

Kemudian ditentukan fungsi $H: A \to P(G) = \{y \in G \mid y = 2t\}$ untuk setiap $t \in A$. Selanjutnya akan ditentukan hasil pemetaan dari $H(t)$ sebagai berikut.

$H(\bar{0}) = \{\bar{0}\}$, $H(\bar{1}) = \{\bar{2}\}$, $H(\bar{2}) = \{\bar{4}\}$, $H(\bar{3}) = \{\bar{0}\}$,

$H(\bar{4}) = \{\bar{2}\}$, $H(\bar{5}) = \{\bar{4}\}$.

Diperoleh $H(t) = \begin{cases} \{\bar{0}\}; t = \bar{0}, \bar{3} \\ \{\bar{2}\}; t = \bar{1}, \bar{4} \\ \{\bar{4}\}; t = \bar{2}, \bar{5} \end{cases}.$

Karena elemen $H(t)$ termuat di $F(t)$, maka himpunan *soft* (H, A) merupakan himpunan bagian *soft* dari (F, A) atau $(H, A) \subset_S (F, A)$.

Selanjutnya akan diberikan definisi gabungan himpunan *soft* (*soft union*) dan irisan himpunan *soft* (*soft intersection*). Berikut ini definisi dari gabungan himpunan *soft.*

Definisi 2.4.3 Diberikan dua himpunan *soft* (F, A) dan (H, A). Gabungan himpunan *soft* dengan notasi $(F, A) \cup_S (H, A)$ juga merupakan himpunan *soft* sedemikian rupa sehingga $((F, A) \cup_S (H, A))(t) = F(t) \cup H(t)$ untuk setiap $t \in A$ (Ray dan Goldar, 2017).

Berikut ini diberikan contoh gabungan himpunan *soft*.

Contoh 2.4.3

Diberikan dua himpunan *soft* (F, A) dan (H, A) atas G pada Contoh 2.4.2. Himpunan *soft* $(F, A) = \{(\bar{0}, \{\bar{0}\}), (\bar{1}, \{\bar{1}\}), (\bar{2}, \{\bar{2}\}), (\bar{3}, \{\bar{3}\}), (\bar{4}, \{\bar{4}\}), (\bar{5}, \{\bar{5}\})\}$ dan himpunan *soft* $(H, A) = \{(\bar{0}, \{\bar{0}\}), (\bar{1}, \{\bar{2}\}), (\bar{2}, \{\bar{4}\}), (\bar{3}, \{\bar{0}\}), (\bar{4}, \{\bar{2}\}), (\bar{5}, \{\bar{4}\})\}$.

Selanjutnya akan ditentukan nilai $((F, A) \cup_s (H, A))(t) = F(t) \cup H(t)$ sebagai berikut.

$((F, A) \cup_s (H, A))(\bar{0}) = F(\bar{0}) \cup H(\bar{0}) = \{\bar{0}\}$;

$((F, A) \cup_s (H, A))(\bar{1}) = F(\bar{1}) \cup H(\bar{1}) = \{\bar{1}, \bar{2}\}$;

$((F, A) \cup_s (H, A))(\bar{2}) = F(\bar{2}) \cup H(\bar{2}) = \{2,4\}$;

$((F, A) \cup_s (H, A))(\bar{3}) = F(\bar{3}) \cup H(\bar{3}) = \{\bar{3}, \bar{0}\}$ atau $\{\bar{0}, \bar{3}\}$;

$((F, A) \cup_s (H, A))(\bar{4}) = F(\bar{4}) \cup H(\bar{4}) = \{\bar{4}, \bar{2}\}$ atau $\{\bar{2}, \bar{4}\}$;

$((F, A) \cup_s (H, A))(\bar{5}) = F(\bar{5}) \cup H(\bar{5}) = \{\bar{5}, \bar{4}\}$ atau $\{\bar{4}, \bar{5}\}$.

Diperoleh $((F, A) \cup_s (H, A))(t) = \begin{cases} \{\bar{0}\}\,; t = \bar{0} \\ \{\bar{1}, \bar{2}\}\,; t = \bar{1} \\ \{\bar{2}, \bar{4}\}\,; t = \bar{2}, \bar{4} \\ \{\bar{4}, \bar{5}\}\,; t = \bar{5} \end{cases}$.

Berikut ini adalah definisi irisan himpunan *soft* (*soft intersection*).

Definisi 2.4.4 Diberikan dua himpunan *soft* (F, A) dan (H, A). Irisan himpunan *soft* dengan notasi $F \cap_s H$ juga merupakan himpunan *soft* sedemikian rupa sehingga $((F, A) \cap_s (H, A))(t) = F(t) \cap H(t)$ untuk setiap $t \in A$ (Ray dan Goldar, 2017).

Berikut ini diberikan contoh irisan himpunan *soft*.

Contoh 2.4.4

Diberikan dua himpunan *soft* (F, A) dan (H, A) pada Contoh 2.4.2 diperoleh himpunan *soft* $(F, A) = \{(\bar{0}, \{\bar{0}\}), (\bar{1}, \{\bar{1}\}), (\bar{2}, \{\bar{2}\}), (\bar{3}, \{\bar{3}\}), (\bar{4}, \{\bar{4}\}), (\bar{5}, \{\bar{5}\})\}$ dan himpunan *soft* $(H, A) = \{(\bar{0}, \{\bar{0}\}), (\bar{1}, \{\bar{2}\}), (\bar{2}, \{\bar{4}\}), (\bar{3}, \{\bar{0}\}), (\bar{4}, \{\bar{2}\}), (\bar{5}, \{\bar{4}\})\}$.

Selanjutnya akan ditentukan $((F, A) \cap_s (H, A))(t) = F(t) \cap H(t)$.

$((F, A) \cap_s (H, A))(\bar{0}) = F(\bar{0}) \cap H(\bar{0}) = \{\bar{0}\}$;

$((F, A) \cap_s (H, A))(\bar{1}) = F(\bar{1}) \cap H(\bar{1}) = \{\ \}$;

$((F, A) \cap_s (H, A))(\bar{2}) = F(\bar{2}) \cap H(\bar{2}) = \{\ \}$;

$((F, A) \cap_s (H, A))(\bar{3}) = F(\bar{3}) \cap H(\bar{3}) = \{\ \}$;

$((F, A) \cap_s (H, A))(\bar{4}) = F(\bar{4}) \cap H(\bar{4}) = \{\ \}$;

$((F, A) \cap_s (H, A))(\bar{5}) = F(\bar{5}) \cap H(\bar{5}) = \{\ \}$.

Sehingga diperoleh $((F, A) \cap_s (H, A))(t) = \begin{cases} \{\bar{0}\};\ t = \bar{0} \\ \{\ \};\ t = \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5} \end{cases}$

Selanjutnya diberikan definisi grup serta contohnya. Berikut ini definsi dari grup.

2.5 Grup

Sebelum membahas lebih dalam mengenai grup, terebih dahulu memahami definisi operasi biner yang menjadi dasar pembentuk grup. Berikut ini merupakan definisi operasi biner.

Definisi 2.5.1 Operasi biner pada suatu himpunan tak kosong S yang merupakan fungsi $S \times S \rightarrow S$. Untuk setiap pasangan $a, b \in S \times S$ sebuah elemen unik $a * b$ atau $a \circ b$ di G disebut operasi biner dari a dan b (Judson, 2011).

Untuk lebih memahami Definisi 2.3.1 berikut diberikan contoh operasi biner.

Contoh 2.5.1

Diberikan himpunan bilangan real $\mathbb{R}$ dan operasi $+$ adalah operasi biner pada $\mathbb{R}$. Operasi $+$ dapat dinyatakan sebagai suatu fungsi dari $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, yaitu untuk setiap $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ maka $(a + b) \in \mathbb{R}$, karena penjumlahan dua bilangan real menghasilkan bilangan real yang tunggal. Dengan kata lain, operasi + tertutup di $\mathbb{R}$.

Setelah memahami definisi dan contoh operasi biner yang menjadi dasar terbentuknya grup, berikut diberikan definisi grup.

Definisi 2.5.2 Grup $(G, *)$ adalah sebuah himpunan tak kosong G bersama dengan operasi biner $*$ yang memetakan $(a, b) \rightarrow a * b$ yang memenuhi aksioma berikut.

1. Operasi biner $*$ bersifat asosiatif, yaitu $(a * b) * c = a * (b * c)$ unuk setiap $a, b, c \in G$.
2. Terdapat elemen identitas $e \in G$ untuk $*$ pada G, sedemikian sehingga $e * x = x * e = x$, untuk setiap $x \in G$.
3. Untuk setiap $a \in G$, terdapat suatu elemen $a^{-1} \in G$ sedemikian sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ (Judson, 2011).

Untuk memahami lebih dalam Definisi 2.2.1 diberikan contoh sebagai berikut.

Contoh 2.5.2

Diberikan himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$ dengan operasi biner $*$ didefinisikan sebagai operasi penjumlahan bilangan bulat dengan $a * b = a + b$ untuk setiap $(a, b) \in \mathbb{Z}$. Akan ditunjukkan bahwa $\langle \mathbb{Z} ,* \rangle$ merupakan grup.

1. Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$ berlaku:

   $$\begin{aligned}(a * b) * c &= (a + b) + c \\ &= (a + b) * c \\ &= a + b + c \\ &= a + (b + c) \\ &= a * (b * c).\end{aligned}$$

   Karena $(a * b) * c = a * (b * c)\ \forall a, b, c \in \mathbb{Z}$, sehingga operasi biner $*$ pada $\mathbb{Z}$ bersifat asosiatif.

2. Terdapat $0 \in \mathbb{Z}$, sehingga untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$ berlaku:

   $a * 0 = a + 0 = 0 + a = a$, dan $0 * a = 0 + a = a + 0 = a$.

   Jadi, $\langle \mathbb{Z} ,* \rangle$ dengan $*$ adalah operasi penjumlahan bilangan bulat memiliki elemen identitas e, yaitu $e = 0$.

3. Diberikan sebarang $a \in \mathbb{Z}$. Terdapat $a^{-1} = -a \in \mathbb{Z}$, sehingga berlaku:

   $a * a^{-1} = a + (-a) = (-a) + a = 0 = e$, dan $a^{-1} * a = (-a) + a = a + (-a) = a - a = 0 = e$.

   Jadi, setiap $a \in \mathbb{Z}$, terdapat $a^{-1} = (-a)$ sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$.

Karena memenuhi aksioma-aksioma grup, terbukti bahwa $\langle \mathbb{Z} ,* \rangle$ merupakan grup.

Selanjutnya, akan diberikan definisi subgrup beserta contohnya. Berikut ini merupakan definisi subgrup.

Definisi 2.5.3 Diberikan himpunan bagian tak kosong H dari suatu grup G tertutup pada operasi biner di G. Himpunan H dikatakan sebagai subgrup dari G, jika H membentuk grup terhadap operasi biner yang sama pada grup G. Selanjutnya, H subgrup G dinotasikan dengan $H \leq G$ atau $H < G$ yang berarti $H \neq G$ (Fitriani dan Faisol, 2022).

Untuk lebih memahami definisi subgrup, berikut diberikan contoh subgrup.

Contoh 2.5.3

Diberikan grup $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ dan $2\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}$. Akan ditunjukkan bahwa $2\mathbb{Z} = \{2n | n \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{Z}$ maka $\langle 2\mathbb{Z}, + \rangle$ merupakan subgrup $\mathbb{Z}$.

1. Elemen dari $2\mathbb{Z} = \{2n | n \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$ maka $2\mathbb{Z} \neq \emptyset$.
2. Diberikan $a, b \in 2\mathbb{Z}$, maka $a = 2n_1$ dan $b = 2n_2$, untuk suatu $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$. Akibatnya,

$$\begin{aligned} x - y &= 2n_1 - 2n_2 \\ &= 2(n_1 - n_2) \in 2\mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Berdasarkan Teorema 2.2.3, terbukti bahwa $2\mathbb{Z}$ merupakan subgrup dari $\mathbb{Z}$.

Berikut diberikan teorema subgrup.

Teorema 2.5.4 Diberikan suatu grup G. Misalkan H adalah himpunan bagian tak kosong dari G. H adalah subgrup dari G jika dan hanya jika untuk setiap $a, b \in H$, berlaku $ab^{-1} \in H$ (Fitriani dan Faisol, 2022).

Untuk lebih memahami Teorema 2.3.4, berikut diberikan contoh subgrup.

Contoh 2.5.4

Diberikan H subgrup dari G. Akan ditunjukkan untuk setiap $a, b \in H$ berlaku $ab^{-1} \in H$. Untuk setiap $a, b \in H$, maka $b^{-1} \in H$ dengan demikian $ab^{-1} \in H$. Sebaliknya, akan ditunjukkan untuk setiap $a, b \in H$ berlaku $ab^{-1} \in H$ maka H subgrup dari G.

1. Karena $H \neq \emptyset$, maka sedikitnya terdapat $a \in H$. Akibatnya diperoleh $aa^{-1} = e \in H$. Dengan demikian, H memiliki elemen identitas.
2. Diberikan sebarang $e, a \in H$ maka $ea^{-1} \in H$. Oleh karena itu, diperoleh $ea^{-1} = a^{-1} \in H$. Dengan demikian, untuk setiap elemen di H memiliki invers.
3. Diberikan sebarang $a, b \in H$, maka $a^{-1}, b^{-1} \in H$. Oleh karena itu, diperoleh $ab = a(b^{-1})^{-1}$. Karena $b^{-1} \in H$, maka $ab = a(b^{-1})^{-1} \in H$. Dengan demikian, H tertutup terhadap operasi biner di G.
4. Karena G grup, operasi biner memenuhi sifat asosiatif. Selanjutnya, $H \subseteq G$ berakibat operasi biner tersebut juga asosiatif di H.

Jadi, terbukti bahwa himpunan H merupakan subgrup dari G (Fitriani dan Faisol, 2022).

Selanjutnya akan diberikan definisi grup-klein 4 sebagai berikut.

Definisi 2.5.5 Diberikan sebarang grup G dengan empat elemen. Grup G disebut Grup Klein-4 jika setiap elemennya merupakan invers terhadap dirinya sendiri, atau dapat dinotasikan dengan $K_4 = (a, b \mid a^2 = b^2 = (ab)^2 = e)$ (Derek, 2003).

Untuk memahami Definisi 2.5.5 diberikan contoh sebagai berikut.

Contoh 2.5.5

Diberikan grup $G = \{e, a, b, c\}$ dengan operasi biner yang disajikan pada tabel berikut.

Tabel 2.1 Tabel Cayley grup G

+	0	a	b	c
0	0	a	b	c
a	a	0	c	b
b	b	c	0	a
c	c	b	a	0

Pada tabel di atas diketahui bahwa 0 merupakan elemen identitas di grup G, dan setiap elemen memiliki invers yaitu dirinya sendiri

$$
\begin{array}{llllll}
0+0 & =0 & 0^2= & 0+0 & =0 & a+b \quad =c \\
0+a & =a & a^2= & a+a & =0 & b+c \quad =a \\
0+b & =b & b^2= & b+b & =0 & c+a \quad =b \\
0+c & =c & c^2= & c+c & =0 &
\end{array}
$$

Karena setiap elemen di grup G memiliki invers yaitu dirinya sendiri dan terdapat elemen identitas. Jadi, grup G disebut sebagai grup Klein-4.

Berikut ini diberikan definisi grup *soft* beserta contohnya.

2.6 Grup *soft*

Setelah memahami konsep grup, akan dibahas mengenai grup *soft* yang merupakan konsep dasar dalam penelitian ini. Berikut diberikan definisi grup *soft*.

Definisi 2.6.1 Diberikan G adalah grup. himpunan *soft* $(F, A) : A \rightarrow P(G)$ disebut grup *soft* jika $F(t) < G$ untuk setiap $t \in A$ (Aktaş dan Çağman, 2007).

Untuk lebih memahami Definisi 2.4.1 diberikan contoh dari grup *soft* sebagai berikut.

Contoh 2.6.1

Diberikan G adalah grup $\mathbb{Z}_6$ yang berisi $\{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$, dan himpunan parameter $A = \{0,2,4\}$ adalah subgrup dari G. Akan didefinisikan fungsi $F(t) = \{\, y \in G \mid y = n(t);\ \forall n \in \mathbb{N}\,\}$ untuk setiap $t \in A$, maka $n(t) = t + t + t + \ldots + t$ adalah penjumlahan t sebanyak n kali. Akan ditunjukkan hasil pemetaan $F(t)$ sebagai berikut.

$F(0) = \{\bar{0}\}$, $F(2) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\}$, $F(4) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\}$.

Diperoleh $F(t) = \begin{cases} \{\bar{0}\}\,;\ t = 0 \\ \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\}\,; t = 2. \\ \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\}\,; t = 4 \end{cases}$

Karena setiap elemen $F(t) < G$, sehingga himpunan *soft* $F : A \to P(G)$ disebut grup *soft*.

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun akademik 2023/2024 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Studi literatur buku, jurnal, dan artikel ilmiah yang berhubungan dengan penelitian ini.
2. Mempelajari definisi dan teorema yang relevan dengan kasus permasalahan yang berhubungan dengan penelitian ini.

Secara umum langkah-langkah dalam penelitian ini dinyatakan sebagai berikut:

1. mendefinisikan himpunan *soft* (F, A);
2. mendefinisikan seluruh elemen *soft* $SE(F, A)$ pada himpunan *soft* (F, A);
3. menyelidiki grup yang terbentuk dari $SE(F, A)$ dengan operasi biner " $*$ ";
4. mengkonstruksi grup yang dibentuk dari himpunan elemen *soft* atau $SE(F, A)$ dengan himpunan semestanya adalah $\mathbb{Z}_6$;
5. menyelidiki sifat-sifat grup yang terbentuk.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang sudah dilakukan pada bab sebelumnya diketahui bahwa setiap kumpulan elemen *soft* $SE(F, A)$ dan operasi biner "$\circ$" akan membentuk grup atas elemen *soft* dengan syarat untuk setiap $f, g \in SE(F, A)$ maka $(f \circ g)(t) = f(t) * g(t)$ untuk setiap $t \in A$. $(SE(F, A), \circ)$ adalah grup, maka himpunan *soft* (F, A) membentuk grup *soft*.

Pemilihan fungsi himpunan *soft* memengaruhi himpunan elemen *soft*, akibatnya grup yang terbentuk juga mengikuti sifat dari himpunan *soft* pembangunnya.

5.2 Saran

Berikut ini beberapa saran yang bisa dipertimbangkan untuk penelitian selanjutnya.

1. Pada penelitian ini masih ada sifat-sifat grup atas elemen *soft* yang belum diselidiki sehingga bisa digunakan untuk penelitian berikutnya.
2. Penelitian ini menggunakan himpunan semesta berhingga $G = \mathbb{Z}_6$, untuk penelitian selanjutnya bisa digunakan himpunan tak hingga atau yang lain.
3. Mengaplikasikan himpunan *soft* pada struktur aljabar yang lain dan menyelidiki sifat-sifatnya.

DAFTAR PUSTAKA

Aktaş, H., dan Çağman, N. 2007. Soft sets and soft groups. *Information sciences*, 177(13), 2726-2735.

Bahri, S. 2016. Logika dan Himpunan. Universitas Negeri Mataram.

Çağman, N., dan Enginoğlu, S. 2010. Soft set theory and uni–int decision making. *European journal of operational research*, 207(2), 848-855.

Fitriani., dan Faisol, A. 2022. Grup. Matematika

Judson, T. W., 2011. *Abstract Algebra Theory and Applications*. Amerika Serikat: Virginia Commonwealth University Mathematics.

Jun, Y. B. 2008. Soft bck/bci-algebras. *Computers dan Mathematics with Applications*, 56(5), 1408-1413.

Molodtsov, D. 1999. Soft set theory—first results. *Computers dan mathematics with applications*, 37(4-5), 19-31.

Ray, S., dan Goldar, S. 2017. Soft set and soft group from classical view point. *Journal of the Indian Math. Soc. ISSN (Online)*, 2455, 6475.

Robinson, D. 2003. Backmatter. In *An Introduction to Abstract Algebra* (pp. 267-282). Berlin, New York: De Gruyter.

Sen, J. 2014. On algebraic structure of soft sets. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, 7(6), 1013-1020.

Sezgin, A., dan Atagün, A. O. 2011. Soft groups and normalistic soft groups. *Computers dan Mathematics with Applications*, 62(2), 685-698.

Sezgin, A., dan Atagün, A. O. 2011. On operations of soft sets. Computers dan Mathematics with Applications, 61(5), 1457-1467.