

**PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION* (GWR)
PADA DATA PRODUKSI PADI DI PROVINSI JAWA BARAT TAHUN
2021**

(Skripsi)

**Oleh
SYIFAA AALIMATUL HAQQI**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024**

ABSTRACT

GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR) MODELING FOR RICE PRODUCTION DATA IN WEST JAWA PROVINCE IN 2021

By

Syifaa Aalimatul Haqqi

The OLS regression model is a method for analyzing relationships between variables, assuming certain conditions such as normal distribution of data, absence of multicollinearity, and homogeneity of residuals. However, when the data lacks homogeneity and exhibits geographical variations in each observation, the Geographically Weighted Regression (GWR) model can be employed. The GWR model is a statistical method for analyzing spatial heterogeneity by generating locally specific parameter estimates for each observation location. This research aims to implement the GWR model on rice production data in West Java Province in 2021, considering the influence of harvest area and the use of urea fertilizer in each district/city. The results of this study indicate that rice production exhibits spatial heterogeneity, and the GWR model produces locally specific parameters with coefficients and independent variables forming different models for each district/city.

Keywords: *Geographically Weighted Regression (GWR), Spatial Heterogeneity.*

ABSTRAK

PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION* (GWR) PADA DATA PRODUKSI PADI DI PROVINSI JAWA BARAT TAHUN 2021

Oleh

Syifaa Aalimatul Haqqi

Model regresi OLS merupakan metode untuk menganalisis hubungan antar satu peubah dengan peubah lain dengan asumsi-asumsi yang harus terpenuhi diantaranya yaitu data berdistribusi normal, tidak mengandung multikolinearitas dan residual harus homogen. Namun apabila data yang dimiliki tidak bersifat homogen dan mengandung geografis setiap observasi, maka dapat menggunakan model *Geographically Weighted Regression* (GWR). Model GWR merupakan metode statistik untuk menganalisis heterogenitas spasial dengan menghasilkan estimasi parameter model yang bersifat lokal untuk setiap lokasi observasi. Oleh karena itu penelitian ini bertujuan untuk menerapkan model GWR menggunakan data produksi padi di Provinsi Jawa Barat tahun 2021 dengan melihat pengaruh luas panen dan penggunaan pupuk urea pada tiap Kabupaten/Kota. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa produksi padi mengandung heterogenitas spasial dan model GWR menghasilkan parameter yang bersifat lokal dengan koefisien dan variabel independen yang terbentuk dalam model berbeda untuk tiap Kabupaten/Kota.

Kata Kunci: *Geographically Weighted Regression* (GWR), Heterogenitas Spasial.

**PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION* (GWR)
PADA DATA PRODUKSI PADI DI PROVINSI JAWA BARAT TAHUN
2021**

Oleh

SYIFAA AALIMATUL HAQQI

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024**

Judul Skripsi : **PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR)* PADA DATA PRODUKSI PADI DI PROVINSI JAWA BARAT TAHUN 2021**

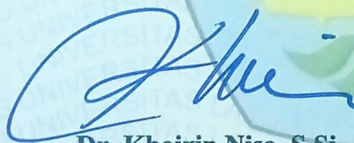
Nama Mahasiswa : **Syifaa Aalimatul Haqqi**

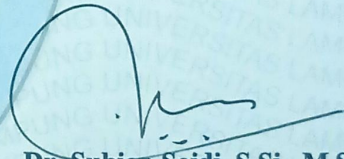
Nomor Pokok Mahasiswa : **1817031008**

Jurusan : **Matematika**

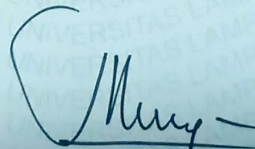
Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**




Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.
NIP 19740726 200003 2 001


Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si.
NIP 19800821 200812 1 001

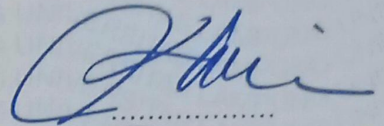
2. Ketua Jurusan Matematika


Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

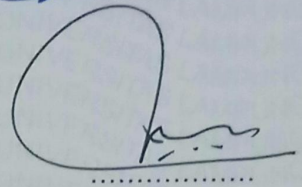
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

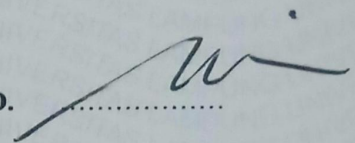
Ketua : **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.**



Sekretaris : **Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si.**

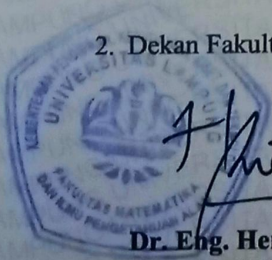
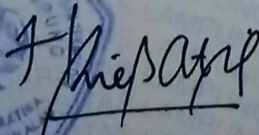


Penguji : **Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.**
Bukan Pembimbing



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP 19711001 200501 1 002



Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **30 Januari 2024**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Syifaa Aalimatul Haqqi**
Nomor Pokok Mahasiswa : **1817031008**
Jurusan : **Matematika**
Judul Skripsi : **PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR)* PADA DATA PRODUKSI PADI DI PROVINSI JAWA BARAT TAHUN 2021**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 30 Januari 2024

Yang menyatakan,



Syifaa Aalimatul Haqqi

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Lampung Tengah pada tanggal 23 Desember 2000, sebagai anak kedua dari pasangan Bapak Ajas Encep Sayfullah dan Ibu Alis Lisnawati.

Penulis menempuh pendidikan taman kanak-kanak di TK YPP Proklamasi 45 tahun 2005-2006, kemudian sekolah dasar di SDN 3 Poncowati tahun 2006-2012, lalu ke jenjang sekolah menengah pertama di SMPN 1 Terbanggi Besar tahun 2012-2015, dan ke jenjang sekolah menengah atas di SMAN 1 Terbanggi Besar tahun 2015-2018.

Pada tahun 2018 penulis terdaftar sebagai Mahasiswi Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN. Selama menjadi mahasiswi, penulis memiliki pengalaman organisasi diantaranya menjadi Pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai Wakil Bendahara Umum periode 2019 dan Bendahara Umum periode 2020.

Pada bulan Februari sampai dengan Maret 2021, penulis melaksanakan Kerja Praktik di Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Lampung Tengah sebagai bentuk penerapan ilmu yang telah diperoleh selama kuliah. Pada bulan Agustus sampai dengan September 2021, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Lempuyang Bandar, Kecamatan Way Pengubuan, Lampung Tengah sebagai bentuk pengabdian mahasiswi dan menjalankan Tri Dharma Perguruan Tinggi.

KATA INSPIRASI

*“Inna shalaatii wa nusukii wa mahyaaya wa mamaatii lillaahi rabbil’alamiin”
(Q.S Al-An’am: 162)*

*“Jika kalian bersyukur maka akan AKU tambahkan nikmat-Ku untuk kalian”
(Q.S Ibrahim: 7)*

Pahami selalu hakikat penciptaan diri, jalankan perannya dengan tepat, kembali dengan Husnul Khatimah.

*“Bukan dengan kemampuanku, tapi dengan pertolongan Allaah. Bukan karena usahaku, tapi karena kasih sayang Allaah. Bukan atas kepintaranku, tapi atas izin-Nya.”
(Febriawan Jauhari)*

*“Hidup untuk setelah hidup”
(Farah Qoonita)*

Paksa dirimu, karena tidak ada orang lain yang akan melakukannya untukmu.

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, puji syukur kepada Allah SWT. yang telah memberikan petunjuk dan kekuatan juga memberikan penerangan dalam ilmu pengetahuan. Hanya karena-Nya lah skripsi ini bisa penulis selesaikan dengan rasa syukur dan bahagia. Dengan segala kerendahan hati, penulis persembahkan karya sederhana ini kepada:

Orang Tua Tercinta

Sebagai tanda terima kasih karena selalu mencurahkan doa, tenaga, pikiran, dan dukungannya untuk keberhasilan penulis dalam menuntut ilmu serta menjadi penyemangat terbaik, sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Yang senantiasa memberikan bimbingan, arahan, dan ilmu yang bermanfaat bagi penulis.

Almamaterku Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji dan syukur tak henti-hentinya tercurahkan kepada Allah SWT. yang telah melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pemodelan *Geographically Weighted Regression* (GWR) pada Data Produksi Padi di Provinsi Jawa Barat Tahun 2021”.

Penulis menyadari bahwa terselesaikannya skripsi ini karena dukungan, bimbingan, saran serta doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si., selaku pembimbing utama atas kesediaan waktu dan pemikirannya dalam memberikan bimbingan dan arahan yang membangun dalam proses penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Subian Saidi, S.Si., M.Si., selaku pembimbing kedua yang telah memberikan arahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D., selaku dosen penguji yang telah memberikan evaluasi dan saran bagi perbaikan skripsi penulis.
4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D., selaku pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan dan motivasi selama proses perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen dan staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Bapak, Mamah, Umi, Tete, Faqih, dan Fatwa yang selalu menerima dengan sabar juga mendoakan dengan tulus.

9. Deasy, Sherli, Isti, Salsa, Febi, Bela, Diana, Fajar yang sudah mendoakan, membantu tanpa pamrih dan memahami tanpa menghakimi.
10. Pimpinan HIMATIKA periode 2020 yang memberikan pengalaman berharga.
11. Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2018.
12. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, akan tetapi penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, 30 Januari 2024

Penulis,

Syifaa Aalimatul Haqqi

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR	viii
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Analisis Regresi	4
2.2 Analisis Regresi Spasial	5
2.3 Uji Asumsi Multikolinearitas	5
2.4 Uji Asumsi Heterogenitas Spasial.....	6
2.5 Model GWR.....	7
2.6 Estimasi Parameter Model GWR.....	7
2.7 Pembobotan Model GWR	9
2.8 Pemilihan <i>Bandwith</i> Optimum.....	10
2.9 Uji Hipotesis Model GWR	11
2.9.1 Pengujian Kesesuaian Model (<i>Goodness of Fit</i>)	11
2.9.2 Pengujian Parameter Model.....	12
III. METODOLOGI PENELITIAN	13
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	13
3.2 Data Penelitian	13
3.3 Metode Penelitian.....	13
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	15
4.1 Analisis Deskriptif	15
4.2 Uji Asumsi Multikolinearitas.....	16
4.3 Uji Asumsi Heterogenitas Spasial	17
4.4 Menghitung Jarak <i>Euclidean</i>	18

4.5 Mencari <i>Bandwidth</i> Optimum Menggunakan Metode CV	19
4.6 Menghitung Nilai Pembobot dengan Menggunakan Fungsi <i>Kernel Gaussian</i>	20
4.7 Menduga Parameter Model GWR	21
4.8 Melakukan Uji Hipotesis Model GWR	23
4.8.1 Menguji Kesesuaian Model.....	23
4.8.2 Pengujian Signifikansi Parameter Model	24
4.8.3 Pengelompokan Variabel Signifikan.....	26
4.9 Pembentukan Model GWR	27
V. KESIMPULAN DAN SARAN	29
5.1 Kesimpulan.....	29
5.2 Saran	29
DAFTAR PUSTAKA	30
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Analisis Deskriptif Data Produksi Padi.....	15
2. Nilai VIF masing-masing variabel.....	17
3. Hasil Perhitungan Jarak <i>Euclidean</i>	19
4. Nilai <i>Bandwidth</i> dan <i>Cross Validation (CV)</i>	20
5. Nilai Pembobot dari 3 Lokasi Pengamatan	20
6. Nilai Estimasi Parameter Model	22
7. Pengujian Serentak Model GWR.....	23
8. Nilai t_{hitung} Untuk Semua Dugaan Parameter Model Tiap Kabupaten/Kota	25
9. Signifikansi Variabel Tiap Kabupaten/Kota.....	26
10. Model GWR yang terbentuk untuk tiap Kabupaten/Kota	28

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Peta Tematik Produksi Padi di Kabupaten/Kota Jawa Barat Tahun 2021	16

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Geographically Weighted Regression (GWR) ialah metode statistik spasial yang mewakili transisi dari model global ke model lokal. Model GWR bertujuan untuk menyelidiki keragaman spasial dengan membangun model regresi yang tidak sama pada setiap lokasi pengamatan. Metode ini sangat efektif untuk menduga parameter pada data yang heterogen secara spasial (Fotheringham, *et al.*, 2002).

Dalam GWR, salah satu langkah yang akan mempengaruhi model yang terbentuk ialah penentuan matriks pembobot (Lin & Wen, 2011). Pembobotan merupakan bagian penting dalam metode GWR karena bobot mempunyai nilai untuk setiap lokasi. Lokasi yang dekat mempunyai pengaruh kuat untuk menduga lokasi yang jauh. Beberapa cara dalam mendapatkan unsur-unsur matriks pembobot W_i dalam GWR antara lain pembobotan yang mengambil fungsi distribusi kernel. Fungsi kernel tidak sering digunakan dalam pemulusan data dengan memberikan bobot sesuai lebar jendela (bandwidth) optimal yang bergantung pada kondisi data. Fungsi kernel yang digunakan pada penelitian ini ialah fungsi kernel normal (Gaussian) (Lutfiani, *et al.*, 2017)

Badan Pusat Statistik menunjukkan bahwa produksi padi di Provinsi Jawa Barat pada tahun ini mencapai 9,10 juta ton GKG. Dari jumlah itu, produksi beras dari Provinsi Jawa Barat tahun ini mencapai 5,3 juta ton. Dengan demikian Provinsi Jawa Barat menjadi penghasil padi terbesar kedua setelah Jawa Timur. Pada tahun 2021, sentra penghasil produksi padi tertinggi di Provinsi Jawa Barat dirai

oleh Kabupaten/Kota bagian utara yaitu Kabupaten Indramayu dan Karawang yang mencapai lebih dari 1 juta ton.

Luas panen padi merupakan penjumlahan luas panen padi di lahan basah dan luas panen padi di sawah. Luas panen merupakan pedoman dalam mengukur produksi padi. Bertambah atau berkurangnya luas panen padi mempengaruhi ketersediaan beras. Produktivitas tanaman padi yang kurang optimal dapat menyebabkan menurunnya hasil produksi dan mempengaruhi ketersediaan pangan di wilayah itu sendiri.

Sari & Winahju (2016), melakukan penelitian mengenai Pemodelan Faktor-Faktor yang Memengaruhi Produksi Padi di Jawa Timur dengan hasil menyatakan bahwa model GWR sedikit lebih baik daripada model regresi linear karena perbedaan antara kriteria kebaikan model dengan AIC dan R^2 sangat kecil. Qolbiatunas (2016) telah melakukan penelitian mengenai Pendekatan Model *Geographically Weighted Regression* Pada Jumlah Produksi Padi tahun 2016. Hafidh (2009) juga menjelaskan dalam penelitiannya yang berjudul Pengaruh Tenaga Kerja, Modal, dan Luas Lahan terhadap Produksi Usaha Tani Padi yang menemukan bahwa faktor tenaga kerja, modal, dan luas lahan berpengaruh signifikan terhadap produksi usaha tani di Kecamatan Rowosari Kabupaten Kendal, namun pada penelitian ini tidak mempertimbangkan faktor spasial, sehingga dapat dilakukan peningkatan dengan menggunakan model spasial.

Berdasarkan penjelasan diatas maka dalam penelitian ini penulis menerapkan model GWR menggunakan data produksi padi di Provinsi Jawa Barat pada tahun 2021.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini yaitu menerapkan model GWR menggunakan data produksi padi di Provinsi Jawa Barat tahun 2021 dengan melihat pengaruh luas panen dan penggunaan pupuk urea pada tiap Kabupaten/Kota.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Dapat menambah pemahaman mengenai penerapan ilmu matematika dalam kehidupan sehari-hari.
2. Mampu memberikan pengetahuan dasar mengenai model GWR dalam aspek spasial.
3. Dapat menerapkan model GWR untuk data produksi padi di Provinsi Jawa Barat pada tahun 2021.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi adalah salah satu teknik analisis data statistik yang biasa digunakan untuk menguji hubungan beberapa variabel dan memprediksi suatu variabel. Dalam analisis regresi terdapat dua jenis variabel, yaitu variabel terikat dimana keberadaannya dipengaruhi oleh variabel lain, yang dilambangkan dengan Y, dan variabel bebas merupakan variabel yang tidak dipengaruhi oleh variabel lain yang dilambangkan dengan X (Kutner, *et al.*, 2004).

Persamaan umumnya untuk n pengamatan ($i=1,2,\dots,n$) dan p independen, dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^p \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

dengan:

y_i = nilai variable dependen pada pengamatan ke-i

x_{ik} = nilai variable independen ke-k pada pengamatan ke-i

β_0 = konstanta/*intercept*

β_k = nilai fungsi variable predictor x_k pada pengamatan ke-i

ε_i = random error yang diasumsikan berdistribusi $N(0, \sigma^2)$

Pada data spasial, model regresi linear dalam persamaan (2.1) dikenal sebagai *global model* dimana estimasi parameternya bernilai sama pada semua lokasi

pengamatan. Keadaan seperti itu disebut homogenitas spasial (Sugiarto & Arsyadana, 2015).

2.2 Analisis Regresi Spasial

Regresi spasial merupakan metode regresi yang digunakan untuk jenis data spasial atau data yang mempunyai efek lokasi (*spatial effect*). Terdapat dua jenis efek lokasi yaitu dependensi spasial dan heterogenitas spasial. Dependensi spasial dapat diartikan bahwa observasi pada lokasi i bergantung pada observasi lain di lokasi j , $j \neq i$. Heterogenitas spasial disebabkan oleh efek lokasi yang acak, yaitu perbedaan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya. Dasar pengembangan metode regresi spasial adalah metode regresi linier klasik (regresi linier berganda). Perkembangan ini didasarkan pada pengaruh lokasi atau pengaruh spasial terhadap data yang dianalisis (Anselin, 1988). Menurut Tobler pada tahun 1970, ia menulis di dalam Hukum Geografi pertama, yang menyatakan bahwa segala sesuatu saling berhubungan satu sama lain, namun yang dekat mempunyai pengaruh yang lebih besar dibandingkan yang jauh.

2.3 Uji Asumsi Multikolinearitas

Menurut Montgomery & Peck (1992), multikolinearitas berlaku disebabkan oleh korelasi yang cukup tinggi antara variabel independen. Akibatnya nilai parameter mempunyai *error* yang cukup besar. Multikolinearitas juga merupakan hubungan linier antara beberapa atau seluruh variabel independen dalam suatu model regresi yang mengakibatkan estimasi koefisiennya memiliki nilai yang besar pada varian dan kovarian (Draper & Smith, 1998). Salah satu penilaian untuk menemukan adanya multikolinearitas ialah menggunakan nilai VIF (*Variance Inflation Factor*). Nilai VIF didefinisikan sebagai berikut:

$$VIF_k = \frac{1}{1-R_k^2}; \quad (2.2)$$

Dengan $k = 1, 2, \dots, p$ dan p merupakan jumlah variabel independen, sedangkan R_k^2 merupakan koefisien determinasi hasil regresi variabel independen X_k dengan variabel independen lain. Jika nilai VIF lebih besar dari 10, maka hal ini menunjukkan adanya multikolinearitas antar variabel independen (Hocking, 1996).

2.4 Uji Asumsi Heterogenitas Spasial

Heterogenitas spasial mengacu pada adanya keragaman dalam hubungan antar wilayah. Dalam kebanyakan kasus, diasumsikan bahwa lokasi observasi yang berbeda akan memiliki hubungan yang berbeda. Akibatnya, parameter global yang diperkirakan dari data geografis tidak menggambarkan fenomena geografis di suatu lokasi tertentu secara akurat (Anselin, 1988). Heterogenitas spasial dapat diidentifikasi dengan menggunakan uji Breusch-Pagan.

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2 \text{ (tidak terdapat heterogenitas spasial)}$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \sigma_i^2 \neq \sigma^2 \text{ (terdapat heterogenitas spasial)}$$

Statistik uji:

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right) \mathbf{f}^T \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{f} \quad \sim X_{(p)}^2 \quad (2.3)$$

dengan:

$\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ dengan $f_i = \left(\frac{e_i^2}{\sigma^2} - 1\right)$, $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$ adalah *least square* residual untuk pengamatan ke- i , \mathbf{Z} ialah matriks dengan ukuran $n \times (p + 1)$ yang mewakili vektor yang sudah dinormalisasikan pada masing-masing pengamatan.

Daerah penolakan:

Tolak H_0 bila $BP > X_{(p)}^2$ atau jika $p - \text{value} < \alpha$ dengan p adalah banyaknya prediktor.

2.5 Model GWR

Menurut Fotheringham, *et al.* (2002), GWR adalah metode statistik untuk menganalisis heterogenitas spasial. Model GWR menghasilkan estimasi parameter model yang bersifat lokal untuk setiap lokasi pengamatan data. Dalam model GWR, variabel dependen y diestimasi dengan variabel independen yang koefisien regresinya bergantung pada lokasi data pengamatan. Model yang dihasilkan tidak dapat digunakan untuk mengestimasi parameter selain yang ada di lokasi pengamatan (Walter, *et al.*, 2005). Model GWR dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i)x_{ik} + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

dengan:

- y_i : nilai pengamatan variabel dependen ke- i
- x_{ik} : nilai pengamatan variabel independen ke- k pada lokasi pengamatan ke- i
- $\beta_0(u_i, v_i)$: konstanta/*intercept* pada pengamatan ke- i
- (u_i, v_i) : menyatakan koordinat letak geografis (*longitude, latitude*) dari lokasi pengamatan ke- i
- $\beta_k(u_i, v_i)x_{ik}$: nilai observasi variabel dependen ke- k pada lokasi pengamatan ke- i
- ε_i : Error pengamatan ke- i yang diasumsikan identik, independent dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian konstanta σ^2 .

2.6 Estimasi Parameter Model GWR

Estimasi parameter dalam model GWR menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan memberikan pembobot yang berbeda pada setiap lokasi

pengamatan (Hakim *et al.*, 2014). Yang pertama dilakukan dalam WLS adalah dengan membentuk matriks diagonal yang menunjukkan pembobot yang berbeda dari setiap lokasi ke- i seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} w_1(u_i, v_i) & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & w_2(u_i, v_i) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n(u_i, v_i) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Misalkan pembobot untuk setiap lokasi ke- i adalah $w_j(u_i, v_i)$ $j = 1, 2, \dots, n$, maka parameter lokasi (u_i, v_i) diestimasi dengan menambahkan unsur pembobot dan kemudian meminimumkan jumlah kuadrat error berikut ini:

$$\sum_{j=1}^n w_j(u_i, v_i) \varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^n w_j(u_i, v_i) (y_j - \beta_0(u_i, v_i) - \beta_1(u_i, v_i)x_{j1} - \beta_2(u_i, v_i)x_{j2} - \cdots - \beta_p(u_i, v_i)x_{jp})^2 \quad (2.6)$$

Misalkan

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{p1} & x_{p2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \begin{pmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_p(u_i, v_i) \end{pmatrix},$$

Memiliki ordo $\mathbf{X}(n \times (p + 1))$, $\mathbf{Y}(n \times 1)$, $\boldsymbol{\beta}((p + 1) \times 1)$

Dan memiliki Persamaan GWR dalam bentuk matriks:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

$$\mathbf{W}(u_i, v_i) = \text{diag}[w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i)]$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$$

Penyelesaian persamaan di atas dalam bentuk matriks adalah;

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \boldsymbol{\varepsilon} &= [\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)]^T \mathbf{W}(u_i, v_i) [\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)] \\ &= \mathbf{Y}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \\ &\quad - \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \end{aligned}$$

Karena $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) \mathbf{X}^T$ maka persamaan di atas menjadi:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} - 2\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \quad (2.7)$$

Jika persamaan di atas didiferensialkan terhadap matriks $\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)$ dan hasilnya disamakan dengan nol maka didapat:

$$\begin{aligned} -2\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) &= 0 \\ -2\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} &= -2\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) &= \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \\ (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) &= (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) &= (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \end{aligned}$$

Sehingga, bentuk penduga parameter dari model GWR untuk setiap lokasi adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \quad (2.8)$$

dengan:

- \mathbf{y} = Variabel respon $n \times 1$
- \mathbf{X} = Matriks variabel prediktor
- $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$ = Koefisien regresi lokal di lokasi ke- i
- $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ = Matriks diagonal pembobot $n \times n$ yang dihitung setiap lokasi ke- i

2.7 Pembobotan Model GWR

Menurut Caraka & Yasin (2017) peran pembobotan pada model GWR sangat penting karena nilai pembobot ini merepentasikan jarak antar pengamatan. Skema pembobotan pada GWR dapat menggunakan berbagai metode. Terdapat beberapa literatur yang digunakan untuk menentukan bobot setiap lokasi dalam model GWR, termasuk penggunaan fungsi kernel (*kernel function*). Fungsi pembobot dihitung dari suatu fungsi kernel yang menjadikan lokasi pengamatan yang lebih dekat dengan titik lokasi ke- i memiliki bobot yang lebih besar. Fungsi kernel yang digunakan adalah fungsi kernel Gaussian dengan rumus sebagai berikut:

$$K(x_1, x_2) = \exp\left(-\frac{\|x_1 - x_2\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.9)$$

dimana σ adalah lebar dari kernel. Fungsi tersebut memiliki *bandwidth* yang sama untuk setiap pengamatan dengan rumus sebagai berikut:

$$w_j(u_i, v_i) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right] \quad (2.10)$$

Dengan d_{ij} adalah jarak antara titik lokasi pengamatan ke- i dan lokasi ke- j yang dihitung dengan jarak Euclidean berdasarkan koordinat dari data spasial untuk

menghasilkan bobot antar pengamatan. Jarak Euclidean pada model GWR dituliskan dalam bentuk sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (2.11)$$

Sedangkan h merupakan *bandwidth* optimum yang diperoleh dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV).

2.8 Pemilihan *Bandwidth* Optimum

Menurut Fotheringham, *et al.* (2002), penentuan ukuran *bandwidth* optimal penting dilakukan karena memengaruhi keakuratan hasil regresi. Dalam penelitian ini menggunakan metode *Cross Validation* (CV). CV merupakan proses berulang yang bertujuan mendapatkan *bandwidth* kernel dengan kesalahan prediksi yang terkecil dari seluruh variabel yang diamati (Klar, 2021). Hal ini dirumuskan sebagai berikut :

$$CV = \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}_{\neq i}(h)]^2 \quad (2.12)$$

Dimana $\hat{y}_{\neq i}(h)$ adalah nilai estimasi y_i dimana pengamatan di lokasi i dihilangkan dari proses estimasian. Untuk memilih model terbaik, nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) terkecil ditentukan menggunakan persamaan berikut:

$$AIC = 2n \log_e(\hat{\sigma}) + n \log_e(2\pi) + n + tr(\mathbf{S}) \quad (2.13)$$

dengan:

$\hat{\sigma}$ = nilai estimator standar deviasi residual

\mathbf{S} = matriks proyeksi

2.9 Uji Hipotesis Model GWR

2.9.1 Pengujian Kesesuaian Model (*Goodness of Fit*)

Berikut hipotesis yang digunakan dalam pengujian ini:

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k, k = 1, 2, \dots, p$ (tidak ada perbedaan yang signifikan antara model regresi OLS dengan GWR)

$H_1 :$ Paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i, v_i)$ yang berhubungan dengan lokasi (u_i, v_i) (ada perbedaan yang signifikan antara model regresi OLS dan GWR).

Statistik uji yang digunakan yaitu:

$$F_{hit} = \frac{SSE(H_0)/df_1}{SSE(H_1)/df_2} \quad (2.14)$$

dengan:

$$SSE(H_0) = \mathbf{Y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H}) \mathbf{Y} \text{ dimana } \mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$$

$$df_1 = n - p - 1$$

$$SSE(H_1) = \mathbf{Y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{S})^T (\mathbf{I} - \mathbf{S}) \mathbf{Y}$$

$$df_2 = (n - 2tr(\mathbf{S}) + tr(\mathbf{S}^T \mathbf{S}))$$

\mathbf{S} merupakan matriks proyeksi dari model GWR, yaitu matriks yang memproyeksikan nilai y menjadi \hat{y} pada lokasi (u_i, v_i)

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_{21}^T [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

adalah matriks $n \times n$ dan \mathbf{I} adalah matriks identitas ordo n .

Jika F_{hit} lebih besar dari F_{tabel} maka dapat diputuskan menolak H_0 , yang artinya model GWR mempunyai *goodness of fit* yang lebih baik daripada model regresi OLS. F_{hit} akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_1 dan df_2 . Jika diberikan tingkat signifikansi sebesar α , maka ambil keputusan dengan menolak H_0 jika nilai $F_{hit} > F_{\alpha, df_1, df_2}$ (Caraka & Yasin, 2017).

2.9.2 Pengujian Parameter Model

Pengujian dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui parameter apa saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel dependennya. Dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0; k = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{S[\hat{\beta}_k(u_i, v_i)]} \quad (2.16)$$

dimana $S[\hat{\beta}_k(u_i, v_i)]$ merupakan standar *error* yang diperoleh dari akar positif varians $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$.

Kriteria pengujian yang digunakan yaitu, jika $|t_{hit}| > t_{(\frac{\alpha}{2}, n-k-1)}$ maka H_0 ditolak.

Artinya $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$ atau dengan kata lain koefisien regresi lokal

$\beta_k(u_i, v_i)$ yang diperoleh untuk model GWR tersebut bermakna. Nilai $t_{(\frac{\alpha}{2}, n-k-1)}$

diperoleh dari Tabel Nilai Kritis Distribusi T dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

dan $d = (n - k - 1)$ (Nakaya, *et al.*, 2005).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2023/2024, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data produksi padi di Provinsi Jawa Barat pada tahun 2021 yang diperoleh dari situs resmi Badan Pusat Statistik (BPS) Indonesia dan Open Data Provinsi Jawa Barat, dengan variabel independen pertama (X_1) yaitu luas panen, variabel independen kedua (X_2) yaitu Pupuk Urea, dan variabel dependen (Y) yaitu jumlah produksi padi.

3.3 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Menganalisis data secara deskriptif.
2. Menguji asumsi multikolinearitas dengan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF).
3. Menguji asumsi heterogenitas spasial dengan uji *Breusch-Pagan*.

4. Menghitung jarak *Euclidean* menggunakan persamaan 2.11 pada setiap wilayah Kabupaten/Kota dengan membentuk sebuah matriks yang disebut dengan matriks d_{ij} .
5. Mencari *bandwidth* optimum menggunakan metode *Cross Validation* (CV).
6. Menghitung bobot dengan fungsi *Kernel Gaussian* menggunakan persamaan 2.10.
7. Menduga parameter model GWR.
8. Melakukan uji hipotesis model GWR yaitu:
 - a. Menguji kesesuaian model (*goodness of fit*)
 - b. Menguji signifikansi parameter parsial model.
9. Membentuk model GWR untuk tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Barat.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, maka diperoleh kesimpulan bahwa model GWR untuk data produksi padi di Provinsi Jawa Barat tahun 2021 memiliki keragaman secara spasial sehingga menghasilkan parameter yang bersifat lokal dengan koefisien dan variabel independen yang terbentuk dalam model terberbeda untuk tiap Kabupaten/Kota. Serta berdasarkan variabel yang signifikan dalam model, model GWR yang terbentuk terbagi ke dalam 3 kelompok.

5.2 Saran

Pada penelitian ini variabel yang digunakan masih belum mencakup seluruh aspek yang mempengaruhi produksi padi di Provinsi Jawa Barat, sehingga jika dikelompokkan berdasarkan variabel yang signifikan terhadap produksi padi untuk tiap Kabupaten/Kota hanya tergabung dalam 3 kelompok model.

Untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat memilih variabel lain yang lebih variatif sehingga diharapkan dapat menambah variasi model yang terbentuk karena banyaknya variabel yang signifikan terhadap hasil produksi padi.

DAFTAR PUSTAKA

- Anselin, L. *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Kluwer Academic Publishers. 1988.
- Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Barat. 2022. *Provinsi Jawa Barat Dalam Angka 2022*. Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Barat, Bandung.
- Caraka, R.E. & Yasin, H. 2017. *Geographically Weighted Regression (GWR)*. Mobius, Yogyakarta.
- Draper, N.R. & Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons, New York.
- Fotheringham, A.S., Brundson, C., & Charlton, M. 2002. *Geographically Weighted Regression : Analysis of Spatially Varying Relationship*. John Wiley and Sons Ltd, England.
- Hafidh, M. 2009. Pengaruh Tenaga Kerja, Modal, dan Luas Lahan Terhadap Produksi Usaha Tani Padi (Skripsi). Jurusan Ekonomi Pembangunan FE UNNES, Semarang.
- Hakim, A.R., Yasin, H., & Suparti, S. 2014. Pemodelan Persentase Penduduk Miskin di Kabupaten dan Kota di Jawa Tengah dengan Pendekatan Mixed Geographically Weighted Regression. *Jurnal Gaussian*. 3(4): 575-584.
- Hocking, R.R. 1996. *Methods and Applications of Linear Models: Regression and the Analysis of Variance*. John Wiley and Sons, New York.
- Klar, R. G. 2021. *Geographically Weighted Regression based Investigation of Transport Policies for Increased Public Transport Ridership A Case Study of Stockholm*. KTH Royal Institute of Technology, Stockholm.
- Kutner, M.H., Nachtsheim, J.C., Neter, J., & Li, W. 2004. *Applied Linear Statistical Models*. 5th Edition. McGraw Hill Irwin, New York.
- Lin, C.H. & Wen, T.H. 2011. Using Geographically Weighted Regression (GWR) to Explore Spatial Varying Relationships of Immature Mosquitoes and Human Densities with the Incidence of Dengue. *International Journal of Environmental Research and Public Health*. 8: 2798-2815.

- Lutfiani, N., Sugiman, & Mariani Sc. 2017. Pemodelan Geographically Weighted Regression (GWR) dengan Fungsi Pembobot Kernel Gaussian dan Bi-square. *UNNES Journal of Mathematics*. **5**(1): 82-91.
- Montgomery, D.C. & Peck, E.A. 1992. *Introduction to Linier Regression Analysis*. 2nd Edition. John Willey and Sons, New York.
- Nakaya, T., Fotheringham, AS., Brunson, C., & Charlton M. 2005. Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association Mapping. *Statistics in Medicine*. **24**(17): 2695-2717.
- Qobliatunas, N.P. & Nugraha, J. 2018. Pendekatan Model *Geographically Weighted Regression* Pada Jumlah Produksi Padi di Jawa Barat, hlm. 212-223. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Purworejo.
- Sari, A.D.P. & Winahju, W.S. 2016. Pemodelan Faktor-Faktor yang memengaruhi Produksi Padi di Jawa Timur. *Jurnal Sains dan Seni ITS*. **5**(2): 414-419.
- Sugiarto & Haiban, H.A. 2015. Perbandingan Regresi Global dan *Geographically Weighted Regression* (GWR) pada Model Kasus Prevalensi Penyakit Hepatitis. *Jurnal Statistika Universitas Muhammadiyah Semarang*. **3**(2): 31-40.
- Tobler, W.R. 1970. A Computer Movie Simulating Urban Growth in The Detroit Region. *Economic Geography*. **46**(2): 234-240.
- Walter, J., Carsten, R., & Jeremy, W.L. 2005. Local and Global Approaches to Spatial Data Analysis in Ecology. *Global Ecology and Biogeography*. **14**: 97-98.