

**APLIKASI PEMODELAN MATEMATIKA PADA LAJU ANGIN  
TERHADAP PEMBANGKIT LISTRIK MENGGUNAKAN METODE BEDA  
HINGGA (*FINITE DIFFERENCE METHOD*)**

**(Skripsi)**

**Oleh  
DEBORA PRILETHA MAGDALENA TAMPUBOLON**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2024**

## ABSTRACT

### THE APPLICATION OF MATHEMATICA MODELING ON WIND SPEED TOWARDS GENERATOR USING FINITE DIFFERENCE METHOD

By

**Debora Priletha Magdalena Tampubolon**

Mathematics is a science that always found wherever humans are. Mathematics can also help to solve problems in daily life. One of the mathematics sciences that is often used to solve problems is mathematical modeling. One of the real word phenomena in mathematical modeling is calculating wind values using the finite difference method. By using this method, the equation is modeled and the wind value is calculated by using four wind speed data in the city of Lampung province, such as North Lampung, South Lampung, Pesawaran, and Bandar Lampung. In this research, the values and wind equations at nine onther points between four regions in Lampung Province will be known using manual calculations and a simulation will be carried out using Lindo Software. With manual calculations the wind values at the nine points are  $T_{c1} = 6,625$ ,  $T_{c2} = 6,302$ ,  $T_{c3} = 6,240$ ,  $T_{c4} = 6,823$ ,  $T_{c5} = 7,135$ ,  $T_{c6} = 6,469$ ,  $T_{c7} = 6,391$ ,  $T_{c8} = 6,859$ , dan  $T_{c9} = 6,781$ . The wind values at nine points in the Lampung Province area that is obtained based on Lindo Software simulation are  $T_{c1} = 5,387$ ,  $T_{c2} = 6,083$ ,  $T_{c3} = 5,499$ ,  $T_{c4} = 5,388$ ,  $T_{c5} = 6,222$ ,  $T_{c6} = 5,534$ ,  $T_{c7} = 5,881$ ,  $T_{c8} = 6,222$ , dan  $T_{c9} = 6,222$ .

Key words: mathematics, finite difference, wind value.

## ABSTRAK

### APLIKASI PEMODELAN MATEMATIKA PADA LAJU ANGIN TERHADAP PEMBANGKIT LISTRIK MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA

Oleh

**Debora Priletha Magdalena Tampubolon**

Matematika adalah ilmu yang selalu ditemukan dimanapun manusia berada. Matematika juga bisa membantu untuk memecahkan persoalan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu ilmu matematika yang sering digunakan untuk memecahkan persoalan-persoalan adalah pemodelan matematika. Fenomena dunia nyata dalam pemodelan matematika salah satunya adalah menghitung nilai angin menggunakan metode beda hingga. Dengan metode ini, dimodelkan persamaan dan dihitung nilai angin dengan menggunakan 4 data laju angin di empat kabupaten/kota di Provinsi Lampung yaitu Lampung Utara, Lampung Selatan, Pesawaran, dan Bandar Lampung. Dalam penelitian ini akan diketahui nilai dan persamaan angin di 9 titik lainnya diantara 4 daerah di Provinsi Lampung menggunakan perhitungan manual yaitu  $T_{c1} = 6,625$ ,  $T_{c2} = 6,302$ ,  $T_{c3} = 6,240$ ,  $T_{c4} = 6,823$ ,  $T_{c5} = 7,135$ ,  $T_{c6} = 6,469$ ,  $T_{c7} = 6,391$ ,  $T_{c8} = 6,859$ , dan  $T_{c9} = 6,781$ . Berdasarkan simulasi di *Software Lindo* nilainya adalah  $T_{c1} = 5,387$ ,  $T_{c2} = 6,083$ ,  $T_{c3} = 5,499$ ,  $T_{c4} = 5,388$ ,  $T_{c5} = 6,222$ ,  $T_{c6} = 5,534$ ,  $T_{c7} = 5,881$ ,  $T_{c8} = 6,222$ , dan  $T_{c9} = 6,222$ .

Kata kunci : matematika, beda hingga, nilai angin

**APLIKASI PEMODELAN MATEMATIKA PADA LAJU ANGIN  
TERHADAP PEMBANGKIT LISTRIK MENGGUNAKAN METODE  
BEDA HINGGA (*FINITE DIFFERENCE METHOD*)**

**Oleh**

**DEBORA PRILETHA MAGDALENA TAMPUBOLON**

**SKRIPSI**

**Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar  
SARJANA MATEMATIKA**

**Pada  
Program Studi Sarjana Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2024**

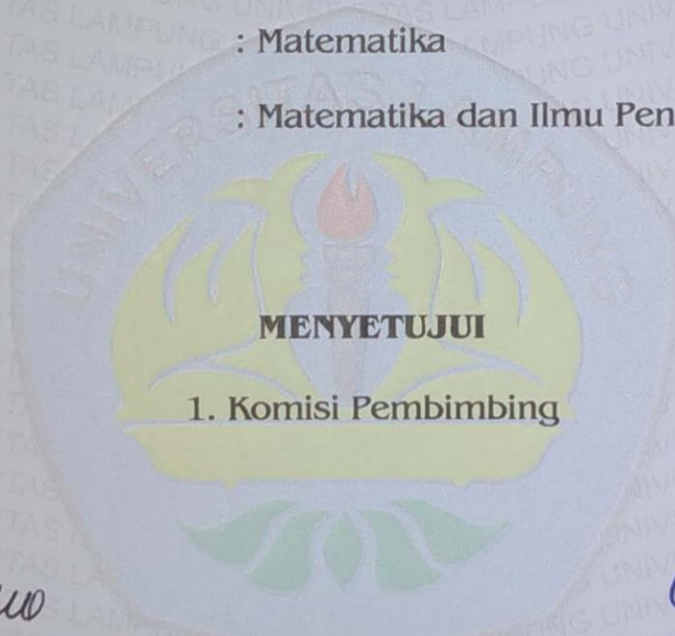
Judul Skripsi : **APLIKASI PEMODELAN MATEMATIKA  
PADA LAJU ANGIN TERHADAP  
PEMBANGKIT LISTRIK MENGGUNAKAN  
METODE BEDA HINGGA (*FINITE  
DIFFERENCE METHOD*)**

Nama Mahasiswa : **Debora Priletha Magdalena Tampubolon**

Nomor Pokok Mahasiswa : 2057031003

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**  
NIP 19620704 198803 1 002

**Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.**  
NIP 19930601 201903 2 001

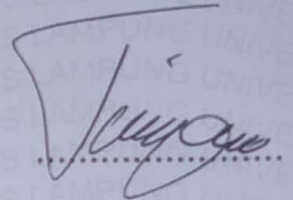
2. Ketua Jurusan Matematika

**Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**  
NIP 19740316 200501 1 001

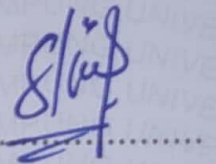
## MENGESAHKAN

### 1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



Sekretaris : **Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.**

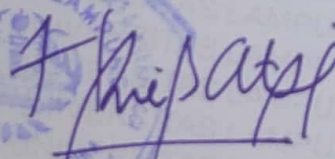


Penguji  
Bukan Pembimbing : **Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**



### 2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



  
**Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.**  
NIP 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **24 Juli 2024**



## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : **Debora Priletha Magdalena Tampubolon**  
Nomor Pokok Mahasiswa : **2057031003**  
Jurusan : **Matematika**  
Judul Skripsi : **Aplikasi Pemodelan Matematika Pada Laju Angin Terhadap Pembangkit Listrik Menggunakan Metode Beda Hingga (*Finite Difference Method*)**

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 24 Juli 2024

Penulis



Debora Priletha Magdalena

## RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bandung pada tanggal 08 April 2002, sebagai anak pertama dari tiga bersaudara, dari bapak Holong Tampubolon dan ibu Sondang Rajagukguk.

Pendidikan Taman Kanak-Kanak (TK) Kartika diselesaikan tahun 2008, Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SDK BPK Penabur Cimahi pada tahun 2014, Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMPK BPK Penabur Cimahi pada tahun 2017, dan Sekolah Menengah Atas di SMAN 05 Cimahi pada tahun 2020.

Tahun 2020, penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung (S1) melalui jalur SMMPTN. Pada bulan Januari sampai Februari 2023 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Asuransi Bumiputera. Sebagai pengabdian kepada masyarakat, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada tanggal 26 Juni sampai 4 Agustus 2023 di Desa Way Harong, Kecamatan Way Lima, Kabupaten Pesawaran.

Dengan doa, keinginan, ketekunan dan motivasi yang tinggi, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir skripsi ini. Penulis berharap, semoga dengan penulisan tugas akhir skripsi ini bisa menjadi motivasi, inspirasi, dan mampu memberikan kontribusi positif di dunia pendidikan.

Akhir kata, penulis mengucapkan rasa syukur yang sebesar-besarnya atas terselesaikannya skripsi yang berjudul “Aplikasi Pemodelan Matematika Pada Laju Angin Terhadap Pembangkit Listrik Menggunakan Metode Beda Hingga (*Finite Difference Method*).”



## **KATA INSPIRASI**

**“Segala perkara dapat kutanggung dalam Dia yang memberi kekuatan kepadaku.”**

**Filipi 4 : 13**

**“The Lord is my strength and my shield.”**

**Psalm 28 : 7**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan kepada

### **Ayah dan Ibu tersayang**

Terimakasih atas segala pengorbanannya untuk bisa mencukupi kebutuhan keluarga kita walaupun banyak rintangan yang sudah kita lalui tapi cinta, kasih sayang, dan doa yang tulus selalu menyertai saya dalam menyelesaikan skripsi ini.

### **Samuel Burju dan Selvi Adoria**

Terimakasih selalu memotivasi supaya saya bisa menyelesaikan skripsi ini, semoga skripsi ini bisa menjadi inspirasi dan semangat untuk menggapai cita-cita kalian.

### **Opung Sipahutar dan Opung Ciawitali**

Terimakasih atas ajaran-ajaran yang baik serta doa-doa yang selalu menyertai langkah saya.

### **Bapatua, Mamatua, dan Para Sepupu**

Terimakasih atas semangat, doa dan dukungannya.

### **Andre Agresepta**

Terimakasih selalu mendukung dan membantu dalam segala persiapan untuk menyelesaikan skripsi ini.

### **Semua sahabat-sahabatku**

Terimakasih atas keceriaan dan semangat yang selalu menemani dalam menyelesaikan skripsi ini.

## SANWACANA

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus, atas berkat dan penyertaan-Nya akhirnya saya dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Aplikasi Pemodelan Matematika Pada Laju Angin Terhadap Pembangkit Listrik Menggunakan Metode Beda Hingga (*Finite Difference Method*).”

Dalam menyelesaikan skripsi, penulis mendapat dukungan, bimbingan dan bantuan dari beberapa pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini saya menyampaikan terimakasih kepada pihak-pihak yang membantu menyelesaikan skripsi ini, khususnya kepada :

1. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D selaku dosen pembimbing utama skripsi yang senantiasa memberikan arahan, bantuan, dan saran kepada penulis dalam menyusun laporan kerja praktik ini.
2. Ibu Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si., selaku dosen pembimbing kedua skripsi yang senantiasa memberikan bimbingan serta saran dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si., selaku pembahas skripsi yang senantiasa mendukung dalam skripsi ini
4. Bapak Prof. Dr. Lazakaria, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing akademik.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika.
6. Teman-teman 2020 Jurusan Matematika yang selalu memberi dukungan.
7. Ayah, Ibu, adik, dan seluruh keluarga besar Tampubolon dan Rajagukguk yang selalu memberikan semangat dukungan, dan doa kepada penulis.
8. Seluruh teman dan sahabat yang selalu mendukung dan memberi semangat.

9. Seluruh pihak terkait yang membantu dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Tuhan selalu melimpahkan berkat-Nya dan membalas segala kebaikan kepada pihak pihak yang telah membantu penulis. Penulis berharap dengan adanya skripsi ini dapat bermanfaat bagi setiap pembaca.

Bandar Lampung, 24 Juli 2024

Penulis

**Debora Priletha M.T**

NPM. 2057031003

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>vi</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>vii</b>
<b>I. PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	2
1.3 Manfaat Penelitian .....	3
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>4</b>
2.1 Pemodelan Matematika .....	4
2.2 Persamaan Diferensial .....	6
2.3 Persamaan Diferensial Biasa .....	7
2.4 Persamaan Diferensial Parsial .....	8
2.5 Metode Beda Hingga .....	8
2.6 Energi Angin .....	12
2.7 Pembangkit Listrik Tenaga Angin .....	14
<b>III. METODELOGI PENELITIAN.....</b>	<b>17</b>
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian .....	17
3.2 Metode Penelitian.....	17
<b>IV. HASIL &amp; PEMBAHASAN.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.1 Deskripsi Data Penelitian.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.2 Nilai Angin Setiap Titik Menggunakan Metode Beda Hingga Secara Manual.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.3 Nilai Angin Setiap Titik Menggunakan <i>Software Lindo</i> . <b>not defined.</b>	<b>Error! Bookmark</b>
4.4 Perbandingan Hasil Nilai angin Menggunakan Perhitungan Manual dan <i>Software Lindo</i> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

4.5 Menganalisis Nilai Angin Daerah Kota/Kabupaten di Provinsi Lampung .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>V. KESIMPULAN.....</b>	<b>18</b>
5.1 Kesimpulan .....	18
5.2 Saran .....	19
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>20</b>



## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Pengukuran titik tengah.....	10
2. Laju $Tc$ .....	10
3. Laju $Tc$ di garis horizontal dan vertikal .....	10
4. Laju $Tc$ pada bidang.....	11
5. Laju $Tc$ 9 titik .....	11
6. Alat pengukur angin anemometer .....	14
7. Pembangkit listrik tenaga angin .....	16
8. Letak stasiun BMKG di empat kabupaten/kota Provinsi Lampung.....	18
9. Empat titik awal kota/kabupaten di Provinsi Lampung .....	20
10. Laju kecepatan angin 9 titik .....	20
11. Input data nilai angin ke dalam <i>Software Lindo</i> .....	24
12. Grafik perbandingan nilai angin.....	26

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Data nilai kecepatan angin maksimum pada empat Provinsi Lampung tahun 2023 .....	19
2. Nilai angin pada titik $T_{c1} - T_{c9}$ dengan perhitungan manual.....	22
3. Hasil $T_{c1} - T_{c9}$ dengan perhitungan <i>Software Lindo</i> .....	25
4. Perbandingan hasil $T_{c1} - T_{c9}$ dengan perhitungan manual dan <i>Software Lindo</i> .....	25
5. Kategori kecepatan angin berdasarkan Skala Beaufort.....	27

# I. PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Matematika adalah ilmu yang sering dijumpai dimana pun kita berada. Dalam kehidupan sehari-hari, seseorang tidak lepas pada permasalahan atau persoalan yang dapat diselesaikan dengan matematika. Menurut Jayati, dkk. (2023), matematika adalah bidang ilmu yang mencakup studi tentang topik-topik seperti bilangan dan rumus. Matematika juga memiliki banyak metode yang dapat digunakan dalam pengembangan matematika itu sendiri maupun ilmu-ilmu lainnya. Salah satu ilmu matematika yang sering digunakan untuk memecahkan masalah sehari-hari adalah pemodelan matematika.

Pemodelan matematika merupakan suatu proses yang merepresentasikan dan menjelaskan permasalahan pada dunia nyata ke bentuk pernyataan matematis (Widowati & Sutimin, 2007). Adapun kegiatan dalam pemodelan matematika yaitu menyederhanakan masalah, memilih informasi, dan menentukan strategi yang akan digunakan dalam melakukan pemecahan masalah. Hasil model matematika dapat digambarkan dalam bentuk diagram, persamaan matematika, grafik, atau tabel.

Fenomena dunia nyata dalam pemodelan matematika antara lain, menghitung laju kecepatan angin, laju kecepatan panas, dan aliran air. Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan pemodelan matematika menggunakan metode beda hingga. Metode beda hingga adalah metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis atau masalah dari suatu gejala fisis. Menurut Hasan, dkk (2016) secara umum, metode beda hingga adalah metode yang mudah dalam menyelesaikan masalah yang mempunyai geometri teratur, seperti interval satu dimensi, domain

kotak dalam dua dimensi, dan kubik dalam tiga dimensi. Keunggulan metode hingga dalam penyelesaian numerik adalah pada fitur formulasi tekanan dalam aliran.

Pada tahun 2016, Hasan, dkk., melakukan penelitian tentang penerapan metode beda hingga pada model matematika aliran banjir dari persamaan *saint venant*. Pada penelitian ini mengkaji bentuk numerik pada persamaan *saint venant* yang dimodelkan dengan persamaan diferensial parsial yang menerapkan metode beda hingga *Leapfrog*. Tiryono, dkk. (2023), melakukan penelitian tentang pemodelan matematika laju aliran panas pada wajan pembuatan arang aktif-13 dengan menggunakan metode beda hingga. Pada penelitian ini mengkaji bentuk numerik menggunakan persamaan umum suhu agar bisa ditentukan laju aliran panas tersebut.

Sulistyono (2015) melakukan penelitian tentang penerapan metode beda hingga skema eksplisit pada persamaan konduksi panas. Penelitian tersebut mengkaji bentuk numerik pada persamaan konduksi yang dimodelkan dengan persamaan diferensial parsial dengan tipe parabolik. Pada tahun 2015, Eka, dkk. melakukan penelitian tentang beban kritis *buckling* struktur kolom *taper* akibat beban tekan aksial menggunakan metode beda hingga.

Beberapa peneliti terdahulu menggunakan metode beda hingga dengan permasalahannya masing-masing khususnya dalam kasus kehidupan sehari-hari. Metode beda hingga adalah metode sederhana terkait persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial yang terlihat rumit tetapi kenyataannya metode ini mudah dipahami dan lebih mudah dari segi pemrograman komputer. Berdasarkan rumusan masalah tersebut, akan diterapkan metode beda hingga dalam pemodelan nilai angin terhadap pembangkit listrik.

## 1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk :

1. Memodelkan persamaan nilai angin menggunakan metode beda hingga.
2. Menghitung nilai angin menggunakan metode beda hingga.

### **1.3 Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diharapkan dalam peneliti ini antara lain :

1. Memperluas wawasan tentang ilmu matematika.
2. Menjadi referensi bagi peneliti yang ingin mengkaji perhitungan matematika dalam pemodelan nilai angin menggunakan metode beda hingga.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan salah satu cara untuk merepresentasikan persoalan kompleks ke dalam bentuk matematika. Model matematika merupakan abstraksi, penyederhanaan, dan konstruksi matematika terkait bagian dari kenyataan dan diciptakan untuk tujuan khusus (Meksianis, 2018).

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang menggambarkan suatu masalah di kehidupan nyata ke dalam bentuk rumus matematis sehingga mudah untuk dimengerti dan dilakukan perhitungan menjadi pernyataan matematika. Menurut Meksianis (2018), tahapan pada pemodelan matematika, yaitu :

1. Mencari dan mendeskripsikan permasalahan nyata yang akan dimodelkan.
2. Mengidentifikasi faktor-faktor atau variabel-variabel penting.
3. Menerjemahkan masalah nyata yang sudah disederhanakan dengan bahasa matematis.
4. Setelah diterjemahkan, maka akan diperoleh model matematika misalnya dalam bentuk persamaan linier, persamaan tak linier, persamaan diferensial, dan sebagainya.
5. Menginterpretasikan penyelesaian model matematika.
6. Membuat kesimpulan dari penyelesaian model matematika.

Contoh 1.

Seorang anak dan ibunya ditimbang secara bersamaan menunjukkan berat 70 kg. Anak tersebut dan ayahnya ditimbang secara bersamaan menunjukkan berat 88 kg.



Ayah dan ibu dari anak tersebut ditimbang secara bersamaan menunjukkan berat 120 kg. Berapa berat badan ketiga orang tersebut jika ditimbang secara bersamaan?

Penyelesaian.

Persoalan tersebut diselesaikan dengan tahapan-tahapan pemodelan matematika

1. Mencari dan mendeskripsikan permasalahan nyata yang akan dimodelkan.  
Masalah nyata yang akan dimodelkan dalam persoalan ini adalah berat badan ketiga orang yaitu ayah, ibu, dan anak.

2. Mengidentifikasi faktor-faktor atau variabel-variabel penting.

Variabel yang terlibat antara lain :

- Berat badan anak =  $X$
- Berat badan ibu =  $Y$
- Berat badan ayah =  $Z$

3. Menerjemahkan masalah nyata yang sudah disederhanakan dengan bahasa matematis.

- Berat badan anak dan ibu adalah 70 kg.

$$X + Y = 70 \text{ kg}$$

- Berat badan anak dan ayah adalah 88 kg.

$$X + Z = 88 \text{ kg}$$

- Berat badan ayah dan ibu adalah 120 kg.

$$Y + Z = 120 \text{ kg}$$

4. Membentuk model matematika misalnya dalam bentuk persamaan linier, persamaan taklinier, persamaan diferensial, dan sebagainya.

Persamaan ini akan diperoleh dalam bentuk sistem persamaan linier

$$X + Y = 70 \text{ kg} \dots(a)$$

$$X + Z = 88 \text{ kg} \dots(b)$$

$$Y + Z = 120 \text{ kg} \dots(c)$$

5. Menyelesaikan model matematika yang diperoleh.

Mengeliminasi persamaan (a) dan (b) sehingga diperoleh

$$X + Z = 88 \text{ kg}$$

$$X + Y = 70 \text{ kg}$$

$$\hline Z - Y = 18 \text{ kg} \dots(d)$$

Substitusi persamaan (d) ke persamaan (c) sehingga diperoleh

$$Z - Y = 18 \text{ kg}$$

$$120 - Y - Y = 18$$

$$120 - 2Y = 18$$

$$Y = 51 \text{ kg}$$

Substitusi  $Y$  ke persamaan (c), maka diperoleh

$$Y + Z = 120 \text{ kg}$$

$$51 + Z = 120 \text{ kg}$$

$$Z = 69 \text{ kg}$$

Substitusi  $Z$  ke persamaan (a) maka diperoleh

$$X + Z = 88 \text{ kg}$$

$$X + 69 = 88 \text{ kg}$$

$$X = 19 \text{ kg}$$

Sehingga diperoleh nilai  $X = 19 \text{ kg}$ ,  $Y = 51 \text{ kg}$ ,  $Z = 69 \text{ kg}$ .

Maka,  $X + Y + Z = 19 + 51 + 69 = 139 \text{ kg}$ .

6. Membuat kesimpulan dari penyelesaian model matematika.

Dari persamaan tersebut dapat disimpulkan berat badan ayah, ibu, dan anak jika ditimbang bersamaan yaitu 139 kg.

## 2.2 Persamaan Diferensial

Menurut Nuraeni (2017), persamaan diferensial adalah persamaan matematika untuk fungsi satu variabel atau lebih yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri dan turunannya dalam berbagai orde. Persamaan diferensial banyak digunakan dalam memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari khususnya dalam bidang pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Misalkan  $y = f(x)$  adalah fungsi yang dapat diturunkan pada  $x \neq x_0$ , maka  $f'(x_0)$  merupakan laju perubahan dari  $y$  terhadap perubahan  $x$  pada titik  $x \neq x_0$ . Maka,  $f'(x_0)$  merupakan kemiringan garis singgung pada kurva  $y = f(x)$  di titik  $(x_0, f(x_0))$ . Berdasarkan hal tersebut, diperoleh persamaan (2.1).

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (2.1)$$

Contoh 2.

Mencari persamaan diferensial dari persamaan  $y = Ce^{-4x}$ , dengan  $C$  adalah konstanta sembarang.

Penyelesaian.

Langkah pertama menjawab persoalan tersebut adalah menghitung konstanta sembarang  $C$ . Konstanta sembarang ( $C$ ) memiliki satu konstanta sembarang maka dibutuhkan dua persamaan untuk mengeliminasi  $C$  tersebut dan order tertinggi dari turunannya adalah satu. Langkah selanjutnya, kita tentukan persamaan 1 dan 2 untuk mengeliminasi  $C$ .

Persamaan 1:  $y = Ce^{-4x}$ , diturunkan terhadap  $x$  diperoleh

Persamaan 2:  $\frac{dy}{dx} = -4Ce^{-4x}$

Substitusikan persamaan 1 ke persamaan 2 diperoleh  $\frac{dy}{dx} = -4y$ .

Jadi, persamaan diferensial yang dicari adalah

$$\frac{dy}{dx} + 4y = 0. \quad (2.2)$$

### 2.3 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa adalah suatu persamaan diferensial jika fungsi yang tidak diketahui hanya bergantung pada satu peubah bebas atau hanya melibatkan satu variabel bebas (Apriandi & Murtafiah, 2018). Persamaan diferensial biasa memiliki bentuk umum

$$F(x, y, y', y'' \dots, y^n) = 0. \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) menyatakan hubungan antara peubah bebas  $x$ , dan peubah tak bebas  $y(x)$  dan turunannya yaitu  $y', y'', \dots, y(n)$ . Jadi, suatu persamaan diferensial disebut mempunyai orde (tingkat)  $n$  jika turunan tertinggi dalam persamaan diferensial itu adalah turunan ke  $n$  dan disebut derajat  $k$  jika turunan yang tertinggi dalam persamaan diferensial itu berderajat  $k$ .

Contoh 3.

Persamaan  $x \frac{dy}{dx} + 5y = 6$  memiliki orde satu dan derajat satu.

## 2.4 Persamaan Diferensial Parsial

Menurut Apriandi & Murtafiah (2018), persamaan diferensial parsial merupakan suatu persamaan diferensial yang melibatkan dua atau lebih variabel bebas dan memuat turunan parsial dari fungsi yang tidak diketahui. Persamaan diferensial parsial memiliki bentuk umum

$$a(t, x, y) U_t + b(t, x, y) U_x + c(t, x, y) U_{yy} = f(t, x, y). \quad (2.4)$$

Keterangan :

$t, x, y$  : variabel bebas

$a, b, c,$  dan  $f$  : fungsi yang bergantung pada variabel bebas dan diketahui

$U$  : variabel tak bebas dan fungsi yang belum diketahui

$U_t, U_x, U_{yy}$  : turunan-turunan parsial dari  $U$

Contoh 4.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.5) merupakan persamaan diferensial parsial orde 2 derajat 1.

## 2.5 Metode Beda Hingga

Menurut Hasan, dkk. (2016), metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisis. Konsep dasar dari metode beda hingga adalah menggantikan persamaan-persamaan diferensial dengan koefisien beda hingga, sehingga menghasilkan sejumlah persamaan simultan.

Menurut Recktenwald (2011), metode beda hingga adalah metode yang menggunakan pendekatan ekspansi deret Taylor yang diputus pada orde tertentu sesuai dengan masalah yang diselesaikan dan ekspansi dari persamaan deret Taylor. Persamaan deret Taylor yang digunakan dan menjadi dasar agar didapatkan persamaan beda hingga adalah sebagai berikut

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\Delta x}{1!} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots + \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \frac{\Delta x^n}{n!} \quad (2.6)$$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\Delta x}{1!} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} - \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots - \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \frac{\Delta x^n}{n!} \quad (2.7)$$

Dari ekspansi persamaan deret Taylor diatas didapat tiga persamaan beda hingga, yaitu:

1. Beda maju (*forward difference*)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (2.8)$$

2. Beda mundur (*backward difference*)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x) - f(x+\Delta x)}{\Delta x} \quad (2.9)$$

3. Beda pusat (*central difference*)

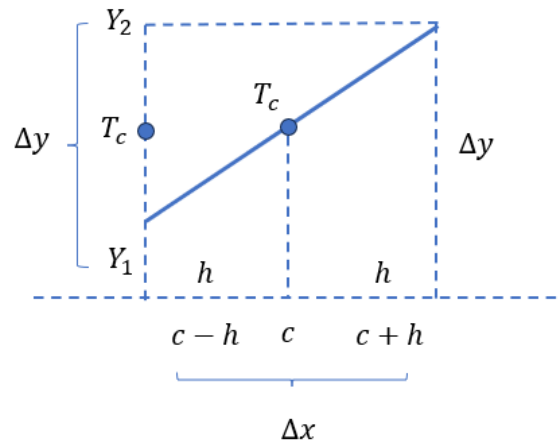
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x} \quad (2.10)$$

Metode beda hingga memiliki dua sifat berbeda yaitu metode beda hingga bersifat eksplisit dan implisit. Metode beda hingga bersifat eksplisit artinya keadaan suatu sistem dapat digunakan untuk menentukan keadaan sistem pada waktu berikutnya sedangkan metode implisit yaitu penentuan solusi sistem harus memecahkan sistem pada kedua keadaan, sekarang dan yang akan datang. Menurut Ross (1989), aplikasi metode beda hingga sederhana yaitu :

1. Mencari kemiringan garis sembarang yang dilambangkan  $m$  dan didapatkan rumus mencari kemiringan  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$  dengan titik tengah garis disebut *center* dengan menggunakan koordinat kartesius. Titik tengah garis yang dilambangkan dengan  $m$  didapatkan persamaannya

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{h} \quad (2.11)$$

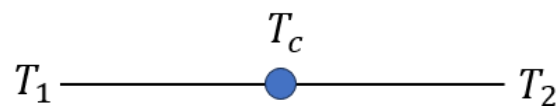
Dengan nilai fungsi  $f(c + h) = y_2$  dan  $f(c - h) = y_1$



Gambar 1. Pengukuran titik tengah.

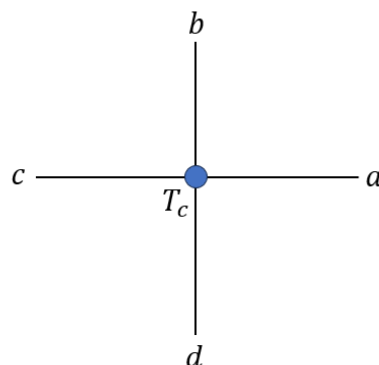
## 2. Nilai fungsi di titik C

Titik tengah garis yang dilambangkan  $T_c$  merupakan simbol dari nilai pada nilai angin. Pada gambar 2 dapat dilihat nilai  $T_c$  pada satu titik

Gambar 2. Laju  $T_c$ .

$$\delta T_c = \frac{T_2 - T_1}{2} \quad (2.12)$$

$$T_c = \frac{T_2 + T_1}{2} \quad (2.13)$$

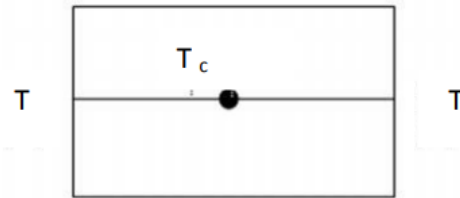
3. Laju  $T_c$  pada garis horizontal dan vertikalGambar 3. Laju  $T_c$  di garis horizontal dan vertikal.



$$T_c = \frac{a+b+c+d}{4} \quad (2.14)$$

$$(a + b + c + d) - 4T_c = 0 \quad (2.15)$$

4. Laju  $T_c$  pada bidang



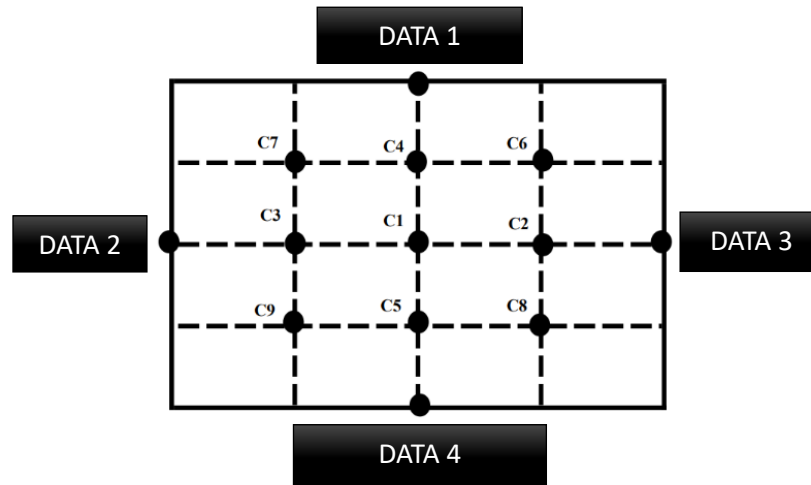
Gambar 4. Laju  $T_c$  pada bidang.

$$2T_c = T_2 + T_1 \quad (2.16)$$

$$0 = T_1 + T_2 - 2T_c \quad (2.17)$$

$$\delta T_c = \frac{T_2 - T_1}{2} \quad (2.18)$$

5. Sembilan titik  $T_c$



Gambar 5 Laju  $T_c$  9 titik.

$$T_{c1} = \frac{D1+D2+D3+D4}{4} \text{ atau } D1 + D2 + D3 + D4 - 4T_{c1} = 0 \quad (2.19)$$

$$T_{c2} = \frac{D1+D3+D4+C1}{4} \text{ atau } D1 + D3 + D4 + C1 - 4T_{c2} = 0 \quad (2.20)$$

$$T_{c3} = \frac{D1+D2+D4+C1}{4} \text{ atau } D1 + D2 + D4 + C1 - 4T_{c3} = 0 \quad (2.21)$$

$$T_{c4} = \frac{D1+D2+D3+C1}{4} \text{ atau } D1 + D2 + D3 + C1 - 4T_{c4} = 0 \quad (2.22)$$

$$T_{c5} = \frac{D2+D3+D4+C1}{4} \text{ atau } D2 + D3 + D4 + C1 - 4T_{c5} = 0 \quad (2.23)$$

$$T_{c6} = \frac{D1+D3+C2+C4}{4} \text{ atau } D1 + D3 + C2 + C4 - 4T_{c6} = 0 \quad (2.24)$$

$$T_{c7} = \frac{D1+D2+C4+C3}{4} \text{ atau } D1 + D2 + C4 + C3 - 4T_{c7} = 0 \quad (2.25)$$

$$T_{c8} = \frac{D3+D4+C2+C5}{4} \text{ atau } D3 + D4 + C2 + C5 - 4T_{c8} = 0 \quad (2.26)$$

$$T_{c9} = \frac{D2+D4+C3+C4}{4} \text{ atau } D2 + D4 + C3 + C4 - 4T_{c9} = 0 \quad (2.27)$$

Keterangan :

$T_c$  = nilai angin

$D1$  = data 1

$D2$  = data 2

$D3$  = data 3

$D4$  = data 4

## 2.6 Energi Angin

Angin merupakan udara bergerak yang mengalir dari tempat-tempat yang bertekanan tinggi ke rendah. Angin terjadi karena adanya perbedaan tekanan udara dari dua tempat yang berbeda. Selain karena adanya tekanan udara dari dua tempat yang berbeda faktor-faktor yang memengaruhi terjadinya angin adalah perbedaan suhu dan ketinggian (Dewi, dkk., 2015). Adapun macam-macam angin menurut Antonov & Wahyudi (2018), yaitu :

### 1. Angin darat dan angin laut

Angin darat biasanya terjadi pada malam hari, sedangkan angin laut terjadi di siang hari. Keduanya memiliki manfaat yang berbeda yaitu, angin darat digunakan nelayan berlayar untuk mencari ikan sedangkan angin laut dimanfaatkan nelayan untuk kembali ke daratan setelah mencari ikan.

### 2. Angin gunung dan angin lembah

Angin gunung dan lembah adalah angin yang bergerak disekitar area gunung dan lembah. Angin gunung terjadi pada saat malam hari dan angin lembah terjadi pada siang hari.

3. Angin siklon dan angin antisiklon

Angin siklon adalah angin yang gerakannya berputar ke dalam dan mengelilingi daerah tekanan minimum. Angin antisiklon adalah angin yang gerakannya berputar keluar, dengan tekanan maksimum di pusatnya (Sarjani,1998).

4. Angin lokal

Angin lokal terjadi karena udara yang turun mendapatkan pemanasan.

5. Angin muson barat

Angin muson barat umumnya terjadi pada bulan Oktober-April. Pada bulan tersebut matahari berada di belahan bumi selatan yang mengakibatkan bagian bumi selatan memiliki suhu lebih tinggi daripada bagian bumi utara dan angin bertiup dari bagian bumi utara ke bagian bumi selatan.

6. Angin muson timur

Angin muson timur biasanya terjadi pada bulan Oktober-April. Pada bulan tersebut matahari berada di belahan bumi utara yang mengakibatkan bagian bumi utara memiliki suhu lebih tinggi daripada bagian bumi selatan.

Energi angin memiliki banyak manfaat, salah satunya menggerakkan kincir angin sebagai pembangkit listrik agar mengurangi pencemaran udara dan melestarikan cadangan bahan bakar. Pemanfaatan energi angin untuk menggerakkan kincir angin yang selanjutnya diganti ke bentuk energi lain, sangat diperlukan data kecepatan angin, arah angin dalam kurun waktu yang cukup lama. Menurut Sam (2015), energi angin akan mengakibatkan adanya energi kinetis yang digunakan untuk memutar turbin angin. Untuk menghitung energi tersebut dilakukan dengan persamaan :

$$E = \frac{1}{2} m v^2. \quad (2.28)$$

Apabila balok udara bergerak dengan kecepatan ( $m/s$ ) dan mempunyai luas penampang maka jumlah massa udara yang mengalir setiap detik seperti

$$m = A v \rho. \quad (2.29)$$

Keterangan :

$E$  = energi kinetik (*joule*)

$m$  = massa udara (kg)

$v$  = kecepatan angin (m/s)

$A$  = luas penampang ( $m^2$ )

$\rho$  = kerapatan udara ( $kg/m^3$ )

Salah satu alat untuk mengukur angin adalah anemometer. Menurut Mhammad & Heni (2014), anemometer bermanfaat untuk mengukur kecepatan nilai angin yang menggunakan sensor berupa 4 buah *wind cup* yang diliputi baling-baling dan berputar ketika angin bertiup. Prinsip kerja anemometer yaitu dengan adanya hembusan angin yang mengenai baling-baling pada anemometer. Gambar 6. menunjukkan salah satu alat pengukur kecepatan angin (Riza, dkk., 2018).



Gambar 6. Alat pengukur angin anemometer.

## 2.7 Pembangkit Listrik Tenaga Angin

Menurut Adhi (2019), pembangkit listrik tenaga angin adalah salah satu pembangkit listrik energi terbarukan yang ramah lingkungan dan memiliki efisiensi kerja yang baik. Pembangkit listrik tenaga angin dibuat dengan memanfaatkan gerakan kincir angin atau turbin angin dan menggunakan angin untuk menghasilkan energi listrik dengan mengonveksikan energi angin menjadi energi mekanik dan dikonveksikan menjadi energi listrik.

Menurut Helmi dan Endryansah (2018), pembangkit listrik tenaga angin adalah energi yang mengalami perkembangan yang cukup pesat yang disebabkan memiliki

banyak kelebihan, seperti ramah lingkungan, bebas polusi dan energi yang tidak pernah habis.

Meskipun pembangkit listrik tenaga angin banyak digunakan karena efektif pembangkit listrik tenaga angin juga memiliki kekurangan, yaitu :

1. Pembangkit listrik tenaga angin dapat tidak stabil dan bervariasi dari waktu ke waktu karena mengikuti kondisi cuaca.
2. Pembangkit listrik tenaga angin efektif hanya di daerah yang memiliki kecepatan angin yang konsisten dan cukup kencang, wilayah dengan angin yang tidak konsisten dan tidak teratur belum cocok untuk pembangkit listrik tenaga angin.
3. Proses pembuatan pembangkit listrik tenaga angin dapat mengganggu lingkungan dan ekosistem setempat seperti, pemandangan alami, habitat satwa liar, dan migrasi burung.
4. Dalam Pembangunan pembangkit listrik tenaga angin membutuhkan daya yang signifikan oleh karena itu, diperlukan lahan yang luas.
5. Turbin angin menghasilkan suara yang cukup bising dan bisa mengganggu jika pembangkit listrik tenaga angin terletak dekat dengan pemukiman penduduk.

Menurut Maksam (2023), pembangkit listrik tenaga angin memiliki komponen-komponen yang ada di dalamnya, Adapun komponen utamanya, antara lain :

1. Turbin angin  
Turbin angin berbentuk seperti baling-baling yang dipasang harus diatas menara tinggi agar angin yang mengenai baling baling berputar.
2. Generator  
Komponen ini berfungsi untuk mengubah energi kinetik dari putaran turbin menjadi energi listrik. Sumber energi yang digunakan bermacam-macam, seperti air, matahari, angin.
3. Menara (*tower*)  
Menara merupakan struktur tinggi tempat dipasangnya turbin angin. Semakin tinggi menara yang digunakan semakin baik karena semakin tinggi menara semakin kencang angin yang bertiup dan semakin mudah pembangkit listrik tenaga angin beroperasi.

4. Sistem pengontrol dan pemantau

Pembangkit listrik tenaga angin harus disertai dengan sistem pengontrol yang canggih agar turbin bekerja optimal dan melindungi turbin dari kondisi cuaca ekstrim.



Gambar 7. Pembangkit listrik tenaga angin.



### III. METODELOGI PENELITIAN

#### 3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada Semester ganjil tahun 2023/2024 di Kawasan Bandar Lampung.

#### 3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode beda hingga. Adapun langkah-langkah dalam metode penelitian ini, yaitu :

1. Mengumpulkan referensi yang berhubungan dengan penelitian.
2. Menuliskan definisi dan teorema yang berhubungan dengan penelitian.
3. Melakukan pengambilan data.
4. Menganalisis data dan menentukan persamaan nilai angin menggunakan metode beda hingga.
5. Mencari laju pada setiap titik kecepatan dengan menggunakan metode beda hingga.
6. Melakukan pembahasan dan perhitungan dengan menggunakan metode beda hingga sehingga diperoleh pemodelan nilai angin terhadap pembangkit listrik.
7. Mencari nilai dengan persamaan yang telah dibuat dengan bantuan *software Lindo* sehingga akan didapat nilai angin di setiap titik yang telah dibuat.
8. Penarikan simpulan dari hasil perhitungan yang telah dilakukan.

## V. KESIMPULAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan mengenai perhitungan nilai pada nilai angin menggunakan metode beda hingga didapatkan hasil sebagai berikut :

1. Model persamaan simultan nilai angin di 9 titik daerah Provinsi Lampung yaitu

$$D2 + D3 + D4 - 4T_{c1} = -4,583$$

$$D1 + D4 + C1 - 4T_{c2} = -8,167$$

$$D1 + D4 + C1 - 4T_{c3} = -5,833$$

$$D2 + D3 + C1 - 4T_{c4} = -4,583$$

$$D2 + D3 + C1 - 4T_{c5} = -7,917$$

$$D2 + C2 + C4 - 4T_{c6} = -4,583$$

$$D1 + C4 + C3 - 4T_{c7} = -5,833$$

$$D3 + C2 + C5 - 4T_{c8} = -7,917$$

$$D2 + C3 + C4 - 4T_{c9} = -7,917$$

2. Nilai angin di 9 titik daerah Provinsi Lampung yang diperoleh berdasarkan perhitungan manual adalah  $T_{c1} = 6,625$ ,  $T_{c2} = 6,302$ ,  $T_{c3} = 6,240$ ,  $T_{c4} = 6,823$ ,  $T_{c5} = 7,135$ ,  $T_{c6} = 6,469$ ,  $T_{c7} = 6,391$ ,  $T_{c8} = 6,859$ , dan  $T_{c9} = 6,781$ .
3. Nilai angin di 9 titik daerah Provinsi Lampung yang diperoleh berdasarkan perhitungan *Software Lindo* adalah  $T_{c1} = 5,387$ ,  $T_{c2} = 6,083$ ,  $T_{c3} = 5,499$ ,  $T_{c4} = 5,388$ ,  $T_{c5} = 6,222$ ,  $T_{c6} = 5,534$ ,  $T_{c7} = 5,881$ ,  $T_{c8} = 6,222$ , dan  $T_{c9} = 6,222$ .

## 5.2 Saran

Pada penelitian ini hanya menggunakan 9 titik dalam perhitungan manual, sehingga pada saat dilakukan simulasi di *Software Lindo* diperoleh hasil yang berbeda. Diharapkan untuk penelitian selanjutnya menggunakan lebih dari 25 titik dalam perhitungan manual agar pada saat dilakukan simulasi menggunakan *Software Lindo* dapat diperoleh hasil yang lebih akurat.

## DAFTAR PUSTAKA

- Adby, M., Sanusi, W. 2020. Karakteristik Kategori Kecepatan Angin di Kota Majene dengan Pendekatan Rantai Markov. *Jurnal Matematika, Sains, dan Pembelajarannya*. Vol. 06, Nomor 1.
- Adhi, P. 2019. Studi Potensi Penerapan dan Pengembangan Pembangkit Listrik Tenaga Angin di Indonesia. *Jurnal Online Mahasiswa (JOM) Bidang Teknik Elektro*. Vol. 01, Nomor 1.
- Antonov, B., Wahyudi, H. 2018. Analisis Potensi Pembangkit Tenaga Angin PT. Lentera Angin Nusantara (LAN) Ciheras. *Jurnal Teknik Elektro ITP*, Vol. 7, Nomor 1.
- Apriandi, D. & Murtafiah, W. 2018. *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya*. Jawa Timur. Universitas PGRI Madiun.
- Dewi, W., Endah, R., dan Imam, S. 2015. Rancang Bangun Alat Ukur Kecepatan dan Arah Angin Berbasis Arduino-uno Atmega 328P. *Jurnal Inovasi Fisika Indonesia*. Vol. 04, Nomor 03.
- Eka, S., Farla, K., Jhon, M., dan Mulyadi, B. 2015. Perhitungan Numerik Beban Kritis Buckling Struktur Kolom Taper Akibat Beban Tekan Aksial Berbasiskan Metode Beda Hingga. *Prosiding Seminar Nasional Teknik Mesin XIV(SNTTM XIV)*.
- Hasan, Yuliyanto, T., Amalia, R., Faisol. 2016. Penerapan Metode Beda Hingga pada Model Matematika Aliran Banjir dari Persamaan Saint Venant. *Zeta-Math Journal*. Vol. 02, Nomor 1.

- Helmi, C. & Endryansyah. Optimalisasi Daya Pembangkit Listrik Tenaga Angin Menggunakan *Maximum Power Point Tracker* (MPPT) dengan Metode *Perturb and Observe* (P&O). *Jurnal Teknik Elektro*. Vol. 07, Nomor 2.
- Jayati, P., Maria, K., dan Sella, I. 2023. Analisis Faktor Kesulitan Belajar Matematika Siswa di SMK Negeri 66 Jakarta. *Prosiding Diskusi Nasional Pendidikan Matematika Universitas Indraprasta PGRI Jakarta*, Jakarta. Hal. 24
- Maksum, R. 2023. *Apa Itu Pembangkit Listrik Tenaga Angin?*. Medan, Fakultas Teknik UMSU.
- Meksianis, Z. 2018. *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi dan Penyebab Penyakit*. Yogyakarta, Universitas Nusa Cendana.
- Mhammad, F. & Heni, P. 2014. Perancangan dan Pembuatan Alat Ukur Kecepatan Angin Berdasarkan Perubahan Suhu untuk Penerjunan. *INDEPT*, Vol. 4, Nomor 1.
- Nuraeni, Z. 2017. Aplikasi Persamaan Diferensial dalam Estimasi Jumlah Populasi. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*. Vol. 5, Nomor 1.
- Recktenwald, G.W. 2011. Finite Difference Approximations to the Heat Equation. *Mechanical Engineering Departement Portland State University*. Nomor 10.
- Riza, S., Rifan, S., dan Fadliandi. 2018. Alat Monitoring Suhu Kelembapan dan Kecepatan Angin dengan Akuisisi Database Berbasis Raspberry Pi. *Elektronika Kendali Telekomunikasi Tenaga Listrik Komputer*. Vol. 3, Nomor 1.
- Ross, Shepley L. 1989. *Intoduction to Ordinary Differential Equations*. John Wiley and Sons, New York. Edisi ke-3.
- Sam, A. 2015. Studi Potensi Energi Angin di Kota Palu untuk Membangkitkan Energi Listrik. *Jurnal SMARTek*. 21-26.
- Sulistiyono, B. 2015. Aplikasi Metode Beda Hingga Skema Eksplisit pada Persamaan Konduksi Panas. *Jurnal Math Educator Nusantara*. Vol. 1, Nomor 1.

Tiryono, R., Nurhayati, Dorrah, A., Aang, N. 2023. Pemodelan Matematika Laju Aliran Panas pada Wajan Pembuatan Arang Aktif-13 dengan Menggunakan Metode Beda Hingga (*Finite Difference Method*). *Journal of Innovation Research and Knowledge*. Vol. 3, Nomor 1.

Widowati & Sutimin. 2007. *Buku Ajar Pemodelan Matematika UNDIP*. Semarang, FMIPA Universitas Diponegoro.

