

**ANALISIS TEGANGAN PADA SILINDER FGM BERLAPIS DENGAN
PENDEKATAN NUMERIK MENGGUNAKAN FUNGSI STEP UNTUK
PERSAMAAN BERPANGKAT**

(SKRIPSI)



ANDRIAN HASBI PRATAMA

1915021032

JURUSAN TEKNIK MESIN

FAKULTAS TEKNIK

UNIVERSITAS LAMPUNG

2024

**ANALISIS TEGANGAN PADA SILINDER FGM BERLAPIS DENGAN
PENDEKATAN NUMERIK MENGGUNAKAN FUNGSI STEP UNTUK
PERSAMAAN BERPANGKAT**

Oleh:

**ANDRIAN HASBI PRATAMA
1915021032**

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar
SARJANA TEKNIK

Pada
Jurusan Teknik Mesin
Fakultas Teknik Universitas Lampung



**FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024**

ABSTRAK

ANALISIS TEGANGAN PADA SILINDER FGM BERLAPIS DENGAN PENDEKATAN NUMERIK MENGGUNAKAN FUNGSI STEP UNTUK PERSAMAAN BERPANGKAT

Oleh

Andrian Hasbi Pratama

Silinder komposit berlapis dikategorikan sebagai *functionally graded material* (FGM), bahan yang modulus elastisitasnya berubah secara bertahap sebagai fungsi dari ketebalannya. Menggunakan bahan berlapis-lapis, setiap bahan kompiler yang digabungkan menciptakan bahan berkualitas tinggi yang memberikan berbagai keunggulan, seperti ketahanan termal, kekuatan, dan anti karat. Berbeda dengan bambu, yang mengubah modulus elastisitasnya secara terus menerus, FGM berlapis memiliki pola gradien terputus-putus (langkah). Penelitian sebelumnya sering membahas FGM gradien kontinu, sementara penelitian yang jarang tentang FGM gradien yang diskontinu. Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan teknologi silinder berlapis yang meliputi desain, model matematika, dan proses fabrikasi Model matematika yang diperoleh akan divalidasi dengan Finite Element Analysis (FEM). Hasil penelitian ini adalah nilai β dipengaruhi oleh 2 faktor, yaitu rasio titik tinjauan terhadap titik terluar (RP/RO) dan perbedaan modulus elastisitas masing-masing material. Semakin tipis ketebalan pipa FGM, itu akan meningkatkan garis grafis, dan sebaliknya. Nilai β juga dipengaruhi oleh perbedaan modulus elastisitas, dimana semakin jauh perbedaan modulus elastisitas, semakin curam garis grafiknya. Tes ini dikembangkan secara analitik menggunakan persamaan berdasarkan penelitian sebelumnya dan divalidasi menggunakan FEM. Dalam uji FEM, pipa dianalisis untuk mendapatkan susunan material berlapis-lapis. Berdasarkan perbandingan analisis dan FEM, nilai yang diperoleh tidak jauh berbeda sehingga persamaan FGM kontinu dapat diterapkan dalam proses desain dan produksi silinder FGM berlapis.

Kata kunci : FGM, Silinder komposit berlapis, Model matematika, FEM.

ABSTRACT

STRESS ANALYSIS ON A LAYERED FGM CYLINDER WITH A NUMERICAL APPROACH USING THE STEP FUNCTION FOR THE POWER EQUATION

By

Andrian Hasbi Pratama

Layered composite cylinders are categorized as functionally graded materials (FGMs), materials whose modulus of elasticity changes gradually as a function of their thickness. Using multi-layered materials, each combined compiler material creates a high-quality material that provides a variety of advantages, such as thermal resistance, strength, and anti-rust. In contrast to bamboo, which changes its modulus of elasticity continuously, layered FGM has an intermittent gradient pattern (steps). Previous research has often discussed continuous gradient FGM, while rare research has focused on discontinuous gradient FGM. This research aims to improve the layered cylinder technology which includes design, mathematical model, and fabrication process. The obtained mathematical model will be validated by Finite Element Analysis (FEM). The result of this study is that the value of β is influenced by 2 factors, namely the ratio of the review point to the outermost point (RP/RO) and the difference in the modulus of elasticity of each material. The thinner the thickness of the FGM pipe, it will improve the graphic line, and vice versa. The β value is also influenced by the difference in the modulus of elasticity, where the further the difference in modulus of elasticity, the steeper the graph line. The test was developed analytically using equations based on previous research and validated using FEM. In the FEM test, the pipe is analyzed to obtain a multi-layered arrangement of materials. Based on the comparison of analysis and FEM, the values obtained are not much different so that the continuous FGM equation can be applied in the design and production process of layered FGM cylinders.

Keywords: FGM, Layered composite cylinder, Mathematical model, FEM.

Judul Skripsi : **ANALISIS TEGANGAN PADA SILINDER FGM BERLAPIS DENGAN PENDEKATAN NUMERIK MENGGUNAKAN FUNGSI STEP UNTUK PERSAMAAN BERPANGKAT**

Nama Mahasiswa : **Andrian Hasbi Pratama**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1915021032**

Program Studi : **Teknik Mesin**

Fakultas : **Teknik**



1. Komisi Pembimbing

Dr. Jamiatul Akmal, S. T., M.T.
NIP. 196908011999031002

Asnawi Lubis, S. T., M. Sc., Ph. D.
NIP. 197004121997031006

2. Mengetahui

**Ketua Jurusan
Teknik Mesin**

Dr. Gusri Akhyar Ibrahim, S.T., M.T.
NIP. 197108171998021003

**Ketua Program Studi
Teknik Mesin**

Dr. Ir. Martinus, S. T., M.Sc.
NIP. 197908212003121003

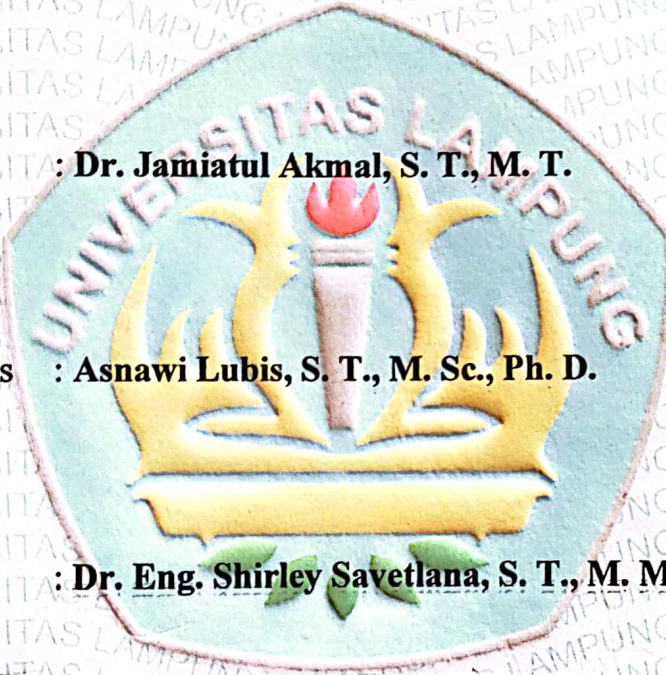

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : Dr. Jamiatul Akmal, S. T., M. T.

Sekretaris : Asnawi Lubis, S. T., M. Sc., Ph. D.

Penguji : Dr. Eng. Shirley Savetlana, S. T., M. Met.



2. Dekan Fakultas Teknik



Dr. Eng. Ir. Helmy Fitriawan, S.T., M.Sc. J
NIP 19750928 200112 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 8 Juli 2024

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **“ANALISIS TEGANGAN PADA SILINDER FGM BERLAPIS DENGAN PENDEKATAN NUMERIK MENGGUNAKAN FUNGSI STEP UNTUK PERSAMAAN BERPANGKAT”** merupakan hasil dari karya sendiri dan bukan hasil karya orang lain. Semua hasil yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 8 Juli 2024

Yang membuat pernyataan,



Andrian Hasbi Pratama

1915021032

RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan di Pekanbaru, pada tanggal 4 Februari 2001, anak dari pasangan Bapak Jondri dan Ibu Hafni Yanti.

Pendidikan Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SDN 017 pada tahun 2013, Sekolah Menengah Pertama (SMP) diselesaikan di SMP N 4 Pekanbaru pada tahun 2016, Sekolah Menengah Atas (SMA) diselesaikan di SMA N 8 Pekanbaru pada tahun 2019.

Penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN (Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri) pada tahun 2019. Selama menjadi mahasiswa penulis tergabung dalam Himpunan Mahasiswa Teknik Mesin (HIMATEM) sebagai anggota Divisi Litbang pada periode 2021. Pada tahun 2023, penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di PT. Kunango Jantan.

PERSEMBAHAN



Saya ucapkan puji syukur kepada Allah Subhanahu wa ta'ala atas segala rahmat dan hidayah-Nya serta shalawatku kepada Nabi Muhammad Shallallahu'alaihi wa sallam yang telah menjadi pedoman hidupku. Saya persembahkan karya ini dengan penuh rasa hormat, cinta dan kasih sayang.

*Kepada:
Ayahanda dan Ibunda tercinta*

Bapak Jondri dan Ibu Hafni Yanti

sebagai wujud bakti, cinta, kasih sayang dan terimakasih atas segala yang telah diberikan.

Dosen Pembimbing, lembaga yang telah mendidik, mendewasakan, dan mencerdaskanku, dalam berpikir dan bertindak.

*Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik,
Universitas Lampung*

Motto

"Tidak ada kata terlambat untuk menyelesaikan semua yang sudah dimulai"

"Setiap rintangan adalah kesempatan untuk belajar dan menjadi lebih kuat, pasti terjatuh dan harus bangkit kembali"

(Andrian Hasbi Pratama)

"Dan Kami perintahkan kepada manusia (berbuat baik) kepada dua orang ibu-bapaknya; ibunya telah mengandungnya dalam keadaan lemah yang bertambah-tambah, dan menyapihnya dalam dua tahun, bersyukurlah kepadaku dan kepada dua orang ibu bapakmu, hanya kepada-Kulah kembalimu."

(QS Luqman: 14)

SANWACANA

Puji dan syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT, karena atas segala rahmat, hidayah, dan karunia yang telah dilimpahkan-Nya, penulis dapat melaksanakan dan menyelesaikan skripsi dengan lancar dan dalam keadaan sehat. skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan program studi Teknik Mesin pada Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Lampung. Besar manfaat bagi penulis dalam melaksanakan skripsi ini, karena dengan adanya Skripsi ini, penulis dapat mengetahui lebih dalam lagi ilmu yang telah dipelajari ketika kuliah serta aplikasinya guna mencari kebenaran ataupun perbandingan antara kuliah di kampus dengan di lapangan. Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas semua dukungan dan bantuan yang telah diberikan selama penyusunan skripsi ini dilaksanakan, antara lain:

1. Dr. Eng. Ir. Helmy Fitriawan, S.T., M.Sc. sebagai Dekan Fakultas Teknik.
2. Dr. Gusri Akhyar Ibrahim, S.T.,M.T. selaku Ketua Jurusan Teknik Mesin Universitas Lampung.
3. Dr. Ir. Martinus, S.T., M.Sc. selaku Ketua Program Studi S1 Teknik Mesin Universitas Lampung.
4. Dr. Jamiatul Akmal, S.T.,M.T selaku dosen pembimbing bagi penulis yang telah banyak memberikan waktu sehingga selesainya penulisan skripsi ini.
5. Asnawi Lubis, S.T., M.Sc. Ph.D selaku dosen pembimbing, terima kasih atas saran dan masukan dalam penyelesaian skripsi ini.
6. Dr. Eng. Shirley Savetlana, S. T., M. Met. selaku dosen penguji, terima kasih atas saran dan masukan dalam penyelesaian skripsi ini.
7. Bapak serta Ibu Dosen Jurusan Teknik Mesin atas bimbingan dan ilmu yang telah diberikan selama perkuliahan.
8. Bapak Jondri, Ibu Hafni Yantito dan M. Ilham Fadillah keluargaku tercinta, terima kasih atas dukungan moril maupun materil serta mendoakanku agar selalu dalam lindungan Allah Subhanahu wa Ta'ala.

9. Bapak Bendri dan Ibu Nuryenti selaku wali selama perkuliahan yang telah memberikan dukungan moril, materil, dan akomodasi sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
10. Pradipta Priandaru, Andreas Novendra, Kensyiro Pramadjati, Calvin Andyansa , Budro Gerung, Giova Gariska Barqu dan Daffa Riofasesi selaku teman seperjuangan yang telah membantu penulis menyelesaikan skripsi ini
11. Rekan-rekan mahasiswa Teknik Mesin khususnya Angkatan 2019 dan kantin UNI yang telah memberikan dukungan dan semangatnya untuk menyelesaikan laporan ini.

Penulis menyadari bahwa dalam pelaksanaan kerja praktek dan penulisan ini masih banyak terdapat kekurangan yang harus dilengkapi. Untuk itu, berbagai kritik, saran dan tanggapan dari pembaca sangat penulis harapkan untuk kesempurnaan laporan ini. Terakhir penulis mohon maaf jika terdapat kesalahan dalam penulisan laporan ini.

Bandar Lampung, 8 Juli 2024

Andrian Hasbi Pratama

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	i
DAFTAR GAMBAR	iii
DAFTAR TABEL.....	v
I. PENDAHULUAN	1
1. 1. Latar Belakang.....	1
1. 2. Batasan Masalah.....	8
1. 3. Tujuan Penelitian.....	8
1. 4. Sistematika Penulisan.....	9
II. TINJAUAN PUSTAKA.....	10
2.1. Functionally Graded Material (FGM)	10
2. 2. 1 Jenis Gradasi Material FGM.....	11
2. 2. 2 Posisi Gradasi FGM.....	13
2.2. Fabrikasi Material FGM.....	15
2.2.1 Centrifugal Casting	17
2.2.2 Metalurgi Serbuk.....	18
2.2.3 Vapor deposition	19
2.3. Aplikasi Material FGM	20
2.3.1 Relaksasi Thermal Stress	20
2.3.2 Biocompability.....	22
2.3.3 Submerged Floating Tunner (SFT)	25
2.4. Tegangan Radial dan Tegangan Hoop silinder FGM	26
III. METODOLOGI PENELITIAN.....	30

3.1. Waktu dan Tempat	30
3.1.1 Waktu Penelitian	30
3.1.2 Tempat Penelitian.....	31
3.2. Tahapan Penelitian.....	31
3.2.1. Studi Literatur	31
3.2.2. Persiapan Alat	32
3.2.3. Pengujian	32
3.2.4. Analisis dan Pengolahan Data	32
3.2.5. Pembuatan Laporan	33
3.3. Alur Tahapan Penelitian	34
3.4. Diagram Alur Penelitian.....	39
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	40
4.1 Data Hasil Pengujian	40
4.2 Pembahasan	42
V. PENUTUP.....	49
5.1 Kesimpulan.....	49
5.2 Saran.....	50
DAFTAR PUSTAKA	51

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Struktur FGM pada bambu (Miyamoto Y, 1999).....	2
Gambar 2. 1 Perbedaan (a) komposit dan (b) material FGM	10
Gambar 2. 2 Struktur mikroskopis bambu	11
Gambar 2. 3 Gradasi continue	12
Gambar 2. 4 Gradasi discontinue	12
Gambar 2. 5 (a) Gradasi lokal dan (b) gradasi permukaan	13
Gambar 2. 6 Posisi dan kadar gradasi FGM	14
Gambar 2. 7 Klasifikasi metode fabrikasi FGM berdasarkan konsumsi energi	15
Gambar 2. 8 centrifugal casting	17
Gambar 2. 9 proses powder metallurgy	18
Gambar 2. 10 Proses chemical vapor deposition	19
Gambar 2. 11. Struktur graded ceramics-metal FGM.....	21
Gambar 2. 12 Penampang gigi implan	22
Gambar 2. 13 FGM dental crown	23
Gambar 2. 14 struktur orthopedic FGM dengan support	24
Gambar 2. 15 Rancangan SFT	25
Gambar 2. 16 Distribusi tegangan pada silinder homogen	26
Gambar 2. 17 Distribusi tegangan silinder FGM	27
Gambar 3. 1 Grafik kosong Tegangan Radial dan Tegangan Hoop	33
Gambar 3. 2 Grafik Plot $\beta=1$	35

Gambar 3. 3 Grafik Plot $\beta=2$	35
Gambar 3. 4 Grafik Plot $\beta= -1$	36
Gambar 3. 5 Grafik Plot $\beta=-2$	37
Gambar 3. 6 Diagram Alur Penelitian.....	39
Gambar 4. 1 Grafik Radial stress analitik	42
Gambar 4. 2 Grafik Hoop Stress analitik	43
Gambar 4. 3 Grafik radial stress ANSYS.....	44
Gambar 4. 4 Grafik Hoop stress ANSYS.....	45
Gambar 4. 5 Grafik perbandingan radial stress analitik dan ANSYS	46
Gambar 4. 6 Grafik perbandingan Hoop stress Analitik dan ANSYS	47

DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 FGM dapat dibentuk dari berbagai bahan penyusun material. (Miyamoto Y, 1999)	2
Tabel 2. 1 Tabel konsumsi energi tiap proses fabrikasi (El-Galy et al., 2019).....	16
Tabel 2. 2 Tabel biaya fabrikasi tiap komponen (El-Galy et al., 2019).....	16
Tabel 3. 1. Jadwal Kegiatan	31
Tabel 3. 2 Data tegangan radial dan hoop dari hasil perhitungan analitik	32
Tabel 3. 3 Data tegangan radial dan hoop dari hasil simulasi	33
Tabel 4. 1 Data hasil pengujian analitik solusi eksak.....	41
Tabel 4. 2 Data hasil pengujian simulasi ANSYS.....	41

I. PENDAHULUAN

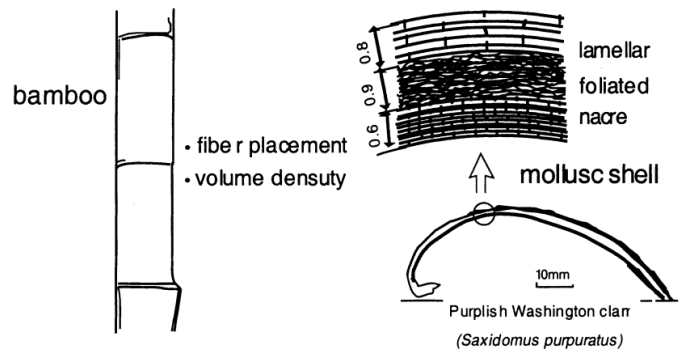
1.1. Latar Belakang

Material Komposit telah banyak digunakan dalam bidang industri *mechanical* sebagai material utama pada komponen atau mesin industri. Hal ini dikarenakan material komposit memiliki banyak keunggulan dibanding material homogen. Keunggulan ini berupa sifat mekanik dari material komposit yang memiliki sifat kekerasan atau kekuatan yang lebih baik daripada material homogen. Untuk mendapatkan sifat-sifat tertentu, diperlukan penggabungan beberapa material untuk mendapatkan satu material baru yang memiliki sifat yang lebih unggul daripada sifat material homogen. Salah satu komposit yang memiliki banyak keunggulan adalah *functionally graded material* (FGM).

Functionally Graded Material (FGM) baik komposisi maupun struktur secara bertahap berubah selama volume, menghasilkan yang sesuai perubahan sifat-sifat material (Miyamoto Y, 1999). Perubahan ini berupa *Young's modulus*, *shear modulus*, dan kerapatan material. FGM mulai dikembangkan pada tahun 1984 oleh beberapa ilmuan Jepang dan hingga saat ini terus dilakukan pengembangan. Material FGM dapat disusun menggunakan beberapa komposisi yang dapat dilihat pada tabel 1.1 dimana FGM juga ditemukan dan tersusun secara alami di alam.

Tabel 1. 1 FGM dapat dibentuk dari berbagai bahan penyusun material. (Miyamoto Y, 1999)

Kimiawi	anorganik, organik, <i>ceramic</i> , logam, polimer
Fisik	Dalam kondisi elektronik, dalam kondisi ionik, dalam keadaan kristal, momen dipol, momen magnetik, <i>band gap</i> , <i>potential well</i> , <i>barrier</i>
Geometri	Granul, batang, jarum, serat, plat, lembar berpori, tekstur, orientasi
Biologi	Makromolekul kompleks, organel, sel, jaringan



Gambar 1.1 Struktur FGM pada bambu (Miyamoto Y, 1999).

Penelitian (Kang & Li, 2010) mempelajari tentang pengaruh material FGM terhadap defleksi batang non-linear dimana konstruksi non-linear dengan material FGM akan mengalami defleksi lebih kecil bila dibandingkan dengan konstruksi non-linear dengan material homogen. Berdasarkan penelitian ini batang dengan peningkatan modulus elastisitas sepanjang arah ketebalan mengalami defleksi lebih kecil. Hasil analisis dari penelitian ini menunjukkan nilai *error* sebesar 5% bila dilakukan perbandingan menggunakan persamaan

defleksi batang non-linear. Terdapat kekurangan pada penelitian ini dimana parameter berat diabaikan sehingga perlu pengembangan lebih lanjut tentang pengaruh berat terhadap defleksi batang FGM non-linear.

Penelitian tentang getaran bebas Batang FGM juga dilakukan oleh (Pradhan & Chakraverty, 2013) dimana penelitian ini membahas getaran bebas yang terjadi pada material FGM Euler dan Timoshenko dengan menggunakan metode Rayleigh-Ritz. Rasio ketebalan, variasi kekuatan-hukum sifat material, distribusi material yang berbeda dan teori balok yang berbeda memainkan peran penting untuk memeriksa karakteristik getaran FGM balok. Dalam metode Rayleigh-Ritz, peningkatan jumlah polinomial (n) merupakan faktor kunci dalam konvergensi frekuensi. Frekuensi akan meningkat dengan meningkatnya rasio antara panjang dan ketebalan kemudian menurun dengan meningkatnya k atau konstanta ketidakhomogenan.

Berdasarkan penelitian terdahulu, material FGM akan memiliki *benefits* apabila dibentuk dengan konstruksi melingkar atau *cylindrical*. Berdasarkan fakta tersebut dilakukan pengembangan awal terhadap FGM *cylindrical* oleh (Tutuncu & Ozturk, 2001) dengan membahas distribusi tegangan *Hoop* dan *radial* dengan beban *internal pressure*. Dengan pendekatan persamaan berpangkat didapatkan persamaan umum $E_{(r)} = E_0 r^\beta$ untuk mencari konstanta ketidakhomogenan yang disimbolkan dengan β . Penelitian ini menghasilkan persamaan untuk mencari *Hoop* dan *radial stress*. Namun masih terdapat kekurangan karena persamaan yang didapat tidak valid untuk $\beta > 2$.

Penelitian tentang solusi eksak kembali dilakukan oleh (Zhong & Yu, 2007) dimana objek yang diteliti adalah batang kantilever dengan material FGM. Solusi elastisitas pada bidang dikembangkan untuk batang kantilever FGM dengan menggunakan metode semi-terbalik. Sifat mekanik material diasumsikan memiliki ketergantungan yang sama pada koordinat ketebalan dan

solusi dua dimensi umum diperoleh untuk balok kantilever FGM mengalami traksi normal dan geser pada permukaan atas dan bawah serta diterapkan kekuatan terkonsentrasi dan pasangan di ujung bebas. Solusi yang diperoleh ini berlaku untuk variasi bertingkat dari distribusi material, sehingga bisa berfungsi sebagai dasar untuk membangun teori FGM yang disederhanakan atau sebagai hasil patokan untuk menilai metodologi perkiraan lainnya.

Pengembangan tentang distribusi *mechanical* dan *thermal stress* dilakukan oleh (Jabbari et al., 2009) dengan objek penelitian *thick short length FGM cylinders* untuk mencari distribusi tegangan dalam kondisi *axisymmetric* dua dimensi. Penelitian ini membahas proses matematis dan aplikasinya untuk mendapatkan persamaan tegangan dan menjelaskan keunggulan dari FGM dengan konstruksi *cylindrical*.

Penelitian lanjutan kembali dilakukan oleh (Chu & Dui, 2018) dengan membahas solusi eksak distribusi tegangan pada *functionally graded micro-cylinders* menggunakan metode persamaan diferensial orde keempat. Penelitian ini mengusulkan solusi yang tepat dari pada *functionally graded micro-cylinders* bertekanan untuk media gradien kedua elastis isotropik yang tidak homogen menggunakan elastisitas gradien pertama. Penjelasan dari persamaan diferensial orde empat yang mengatur dan yang terkait kondisi batas dengan koefisien variabel telah ditetapkan terlebih dahulu. Operator algoritma tensor yang efisien digunakan untuk menyederhanakan persamaan yang mengatur dan metode variasi konstanta diperoleh dengan menyelesaikan persamaan yang diatur dan disederhanakan. Dengan integrasi numerik, solusi yang tepat untuk silinder mikro FG bertekanan diperoleh, termasuk parameter skala panjang material dan indeks daya. Perbandingan dengan solusi Lamé dan solusi elastis gradien regangan untuk bahan homogen, solusi tepat yang baru diturunkan memiliki akurasi yang sangat baik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa parameter skala panjang material berpengaruh signifikan terhadap distribusi

tegangan mikrosilinder FG. Meningkatkan parameter skala panjang material mengurangi *stress* maksimum radial dan tangensial. Selanjutnya, diamati bahwa indeks daya FG memiliki pengaruh signifikan terhadap distribusi tegangan radial dan tangensial dalam silinder mikro FG. Diamati bahwa peningkatan dari indeks daya FG menurunkan *stress* maksimum radial dan tangensial.

Penelitian kembali dilanjutkan oleh (Murti et al., 2023) dengan mengoreksi persamaan *Hoop* dan *radial stress* yang didapat pada penelitian (Tutuncu & Ozturk, 2001) dimana persamaan pembaruan yang didapatkan valid untuk $\beta > 2$ sehingga persamaan pembaruan ini dapat diaplikasikan untuk kombinasi material dengan gradien yang ekstim, seperti pada kombinasi material yang perbedaan modulus elastisitas antara material satu dan material lainnya memiliki selisih yang jauh dan terjadi dalam rentang r yang kecil sehingga menghasilkan nilai β yang tinggi. Persamaan yang didapat pada penelitian ini valid namun masih belum sempurna karena nilai *poison's ratio* tidak diikutsertakan sebagai variabel yang bergradien.

Penyempurnaan dilakukan oleh (Xie et al., 2021) dengan memasukkan *poison's ratio* sebagai parameter yang bergradien dan mengaplikasikannya kedalam perhitungan distribusi tegangan *spherical* dan *cylindrical pressure vessel*. Dibandingkan dengan solusi analitis di literatur klasik dan solusi numerik oleh FEM, kesalahan solusi analitis diperbaiki ketika permukaan bagian dalam berada di bawah tekanan P . Pada saat yang sama, dengan membandingkan dengan hasilnya dari perbedaan metode numerik, kebenaran solusi analitik baru untuk tiga batas yang berbeda kondisi dikonfirmasi dalam makalah ini. Analisis menunjukkan bahwa tegangan melingkar cenderung merata dengan menyesuaikan parameter gradien, yang secara efektif dapat mencegah wadah retak yang disebabkan oleh berlebihan tekanan melingkar, sehingga meningkatkan keandalan dan masa pakai perangkat. Selain itu, pengaruhnya

ukuran geometris yang berbeda (ketebalan bejana) pada distribusi tegangan dianalisis. Akhirnya, pengaruh perubahan modulus Young dan rasio Poisson pada stres dibahas secara numerik. Beberapa analisis yang ada mengabaikan pengaruh perubahan *Poisson ratio* dalam analisis mekanis FGM. Berdasarkan perbedaan metode numerik, makalah ini menegaskan bahwa perubahan *Poisson ratio* juga memiliki signifikansi efek pada distribusi *stress* dalam kondisi tertentu. Oleh karena itu, untuk FG berongga silindris/bulat bejana tekan, memilih parameter gradien yang sesuai dan ketebalan yang sesuai dapat membuat FG bejana tekan mencapai kinerja optimalnya, yang berguna untuk desain teknik.

Berdasarkan pemaparan konsep diatas, beberapa hal melatar belakangi pengembangan material FGM sebagai objek penelitian. Salah satunya adalah aspek stabilitas material FGM terhadap beban. Penelitian yang dilakukan oleh (Bateni et al., 2013) menjelaskan tingkat stabilitas material FGM terhadap beban yang diberikan. penelitian ini membahas analisis kondisi plat melengkung dalam keadaan praktis beban termal dan mekanis. Tegangan geser seragam, kompresi/ketegangan uni-aksial atau biaksial seragam, peningkatan suhu seragam, pemanasan melalui ketebalan, kasus gabungan juga diperhitungkan. Kondisi lipat dan pemersatu termal termal Area, sifat-sifatnya tergantung pada suhu. Penelitian ini menghasilkan persamaan yang dapat digunakan untuk merancang plat FGM yang lebih stabil.

Pengujian tentang keadaan elastik FGM juga dilakukan oleh (Afshar et al., 2011) dengan material kaca FGM dan beban fluida hidrostatis dengan metode analitis FEM. Penelitian ini menunjukkan bahwa plot grafik dari radial *stress* akan menghasilkan nilai negatif pada permukaan yang mendapat tekanan langsung dari fluida hidrostatis sebagai beban internalnya. Nilai negatif ini adalah arah dari radial *stress* sebagai reaksi beban yang diberikan oleh (Miyamoto Y, 1999). Perubahan ini berupa *Young's modulus*, *shear modulus*,

dan kerapatanagai reaksi beban yang diberikan oleh tek dengan objek plat FGM dua dimensi yang dianalisis dengan keadaan tiga dimensi. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa distribusi mechanical *stress* dapat dimodifikasi dengan cara yang diperlukan dengan memilih volume yang sesuai profil fraksi dalam dua arah dan ini memberikan alat yang ampuh untuk mendesain struktur yang fleksibel di bawah persyaratan yang multifungsi. Hasil ini juga menunjukkan bahwa menggunakan *graded elemen* memberikan hasil yang lebih halus dan lebih akurat daripada elemen homogen untuk memodelkan struktur tidak homogen.

reaksi FGM terhadap beban statis, penelitian tentang reaksi material FGM terhadap beban dinamis juga dilakukan. Penelitian ini dimulai oleh (Madia & Zerbst, 2016) dengan memanfaatkan metode *R-curve* untuk memberi plot pada grafik *fatigue analysis*. Kemudian studi dilanjutkan oleh (Kondratiev et al., 2021) dengan mengamati perilaku *stress-strain* sebuah plat yang rusak akibat dari delaminasi. Penelitian ini menganalisis dan memprediksi titik dimana potensi kerusakan akan terjadi sehingga hasil dari penelitian ini dapat dijadikan referensi untuk memperkirakan titik-titik yang berpotensi untuk mengalami kerusakan lebih awal. Kemudian penelitian tentang retakan melengkung pada FGM dengan beban *thermo-mechanical* dilakukan oleh (Abotula et al., 2012) penelitian ini menganalisis tentang perambatan retakan yang terjadi akibat dari beban mekanik dengan peningkatan temperatur. Penelitian ini menjelaskan bahwa akibat dari beban termal, material akan mengalami deformasi tidak seragam.

Berdasarkan kajian dari beberapa peneliti terdahulu, terdapat beberapa aspek yang dapat dikembangkan dan diaplikasikan kedalam suatu penelitian baru untuk mengoptimalkan desain dan analisis dari material FGM agar aplikasi dari material FGM lebih luas dan tidak terbatas hanya dalam lingkup *engineering*. Salah satu topik lanjutan yang menarik dibahas adalah aplikasi dari solusi eksak

untuk menghitung radial dan *Hoop stress* dengan material berlapis atau *stepwise/discontinue*.

1. 2. Batasan Masalah

Untuk mendapatkan hasil dan solusi pada penelitian ini, digunakan beberapa batasan masalah serta asumsi sebagai berikut:

1. *Stress* pada FGM dianalisis dengan mengabaikan *axial-stress* karena *axial stress* tidak berubah disepanjang ketebalan.
2. Fenomena *bending* dan *buckling* diabaikan dan asumsi *free* pada kedua ujung *cylindrical beam*.
3. Menggunakan analisis *plane strain 2D* pada simulasi FEM dengan asumsi asimetrik pada kondisi batas yang terjadi pada silinder FGM dengan tujuan mempermudah dan mempercepat proses simulasi.
4. Mengabaikan pengaruh *thermal* yang terjadi pada silinder FGM, sehingga diasumsikan tidak adanya pengaruh *thermal* yang menyebabkan distorsi dan *thermal stress*.

1. 3. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui *radial* dan *hoop stress* pada silinder FGM degradasi bertingkat secara analitik dengan beban *internal pressure* 1 MPa.
2. Melakukan simulasi numerik (FEM) menggunakan *software ANSYS* sebagai pembanding dari solusi analitik.
3. Melakukan analisis dan komparasi antara solusi analitik dan numerik pada silinder FGM.

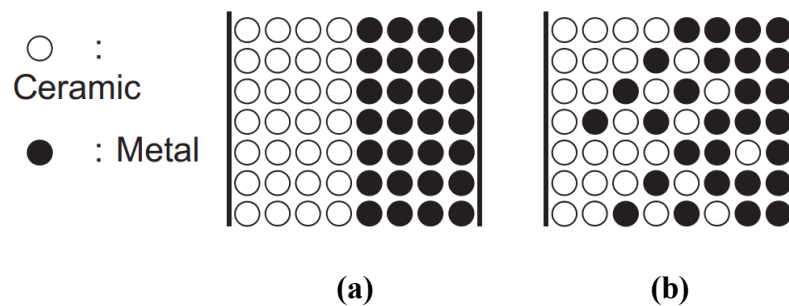
1. 4. Sistematika Penulisan

Penyusunan skripsi ini terdiri dari 5 Bab. Bab I adalah pendahuluan yang memuat materi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian serta sistematika penulisan skripsi. Bab II merupakan tinjauan pustaka yang berisi tentang teori-teori dasar yang menunjang topik dan pembahasan pada Bab IV. Bab III merupakan metode penelitian yang berisi tentang proses perhitungan *radial* dan *hoop stress*, serta persiapan penggunaan metode logaritma natural untuk mendapatkan nilai β . Bab IV merupakan hasil dan pembahasan analitik dari silinder FGM serta analisis dan perbandingan hasil dari analitik dan rata-rata. Bab V berisikan kesimpulan dan saran dimana kesimpulan diambil dari hasil pembahasan yang didapat serta saran yang dapat diberikan untuk penelitian lebih lanjut. Kemudian Daftar Pustaka yang berisi sumber kepustakaan dan referensi yang mendukung topik skripsi. Lampiran berisikan data pendukung dalam penulisan skripsi.

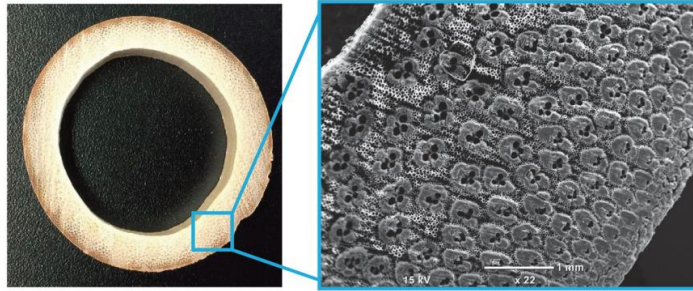
II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Functionally Graded Material (FGM)

Functionally Graded materials (FGM) adalah kelas bahan komposit, di mana dua atau lebih dari dua bahan dikompositkan sesuai fungsi atau aplikasi bahan di mana itu akan digunakan. Komposisi bahan dalam bentuk terus menerus (Makwana, 2014). Berdasarkan penjelasan tersebut material FGM memiliki variasi parameter yang bergradien di sepanjang sumbu atau arah. Contoh dari kasus ini adalah plat FGM dimana nilai modulus elastisitasnya yang merupakan parameter yang bergradasi meningkat di sepanjang ketebalan, di mana ketebalan adalah parameter arah. Material FGM terbagi dalam berbagai jenis berdasarkan jenis gradasi dan posisi gradasi.



Gambar 2. 1 Perbedaan (a) komposit dan (b) material FGM (Shinohara, 2013)



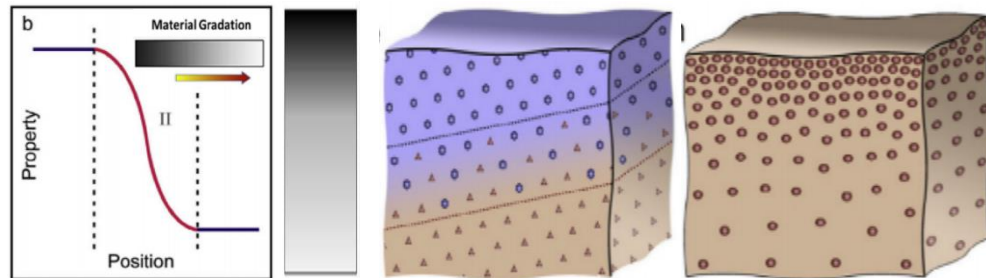
Gambar 2. 2 Struktur mikroskopis bambu (Sato et al., 2017)

Material FGM bukan hanya material yang diproduksi secara sintesis, namun terdapat juga keberadaannya di alam. Contoh paling umum yang digunakan untuk menjelaskan material FGM adalah bambu karena memiliki struktur FGM yang terbentuk secara alamiah. Sifat adaptif mereka telah menyebabkan terbentuknya gradien alami pada struktur selama proses pertumbuhan untuk meningkatkan rasio kekakuan terhadap berat (Sato et al., 2017). Material bambu menjadi pondasi awal dalam pengembangan material FGM karena sifat strukturalnya yang memiliki kerapatan atau kepadatan yang bergradien di sepanjang ketebalannya sehingga karakteristik ini menginspirasi banyak peneliti untuk mengembangkan material buatan dengan konsep serupa namun aspek mechanical yang lebih unggul sesuai kebutuhan.

2. 2. 1 Jenis Gradasi Material FGM

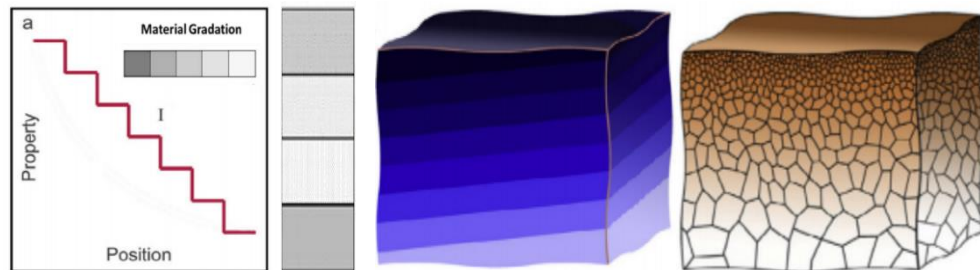
Gradasi material FGM dibedakan berdasarkan jenis dan posisinya pada suatu struktur. Terdapat dua jenis material FGM yang dibedakan berdasarkan jenisnya, yaitu gradasi *continue* dan *stepwise* atau bertingkat. Gradasi *continue*

adalah jenis dengan peralihan antara partikel padat menuju renggang terjadi dalam keadaan *seamless* sehingga tidak ada batas atau garis pemisah antara partikel padat dan renggang (El-Galy et al., 2019).



Gambar 2. 3 Gradasi *continue* (El-Galy et al., 2019)

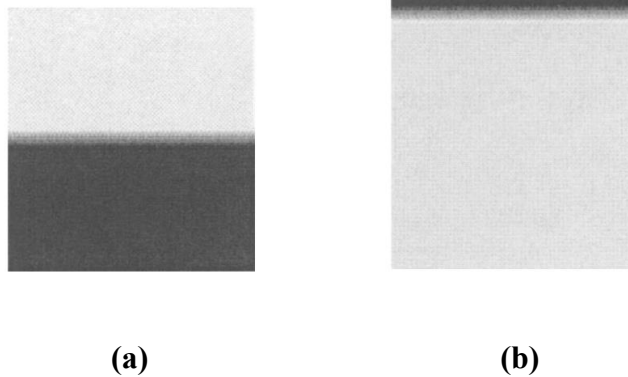
Gradasi *stepwise* atau bertingkat adalah jenis dengan peningkatannya berpisah dan setiap tingkatan memiliki ketebalan tertentu sehingga batas antar variasi memungkinkan untuk diamati karena lapisan setiap tingkatan dapat didefinisikan dengan jelas (Makwana, 2014).



Gambar 2. 4 Gradasi *discontinue* (El-Galy et al., 2019)

2. 2. 2 Posisi Gradasi FGM

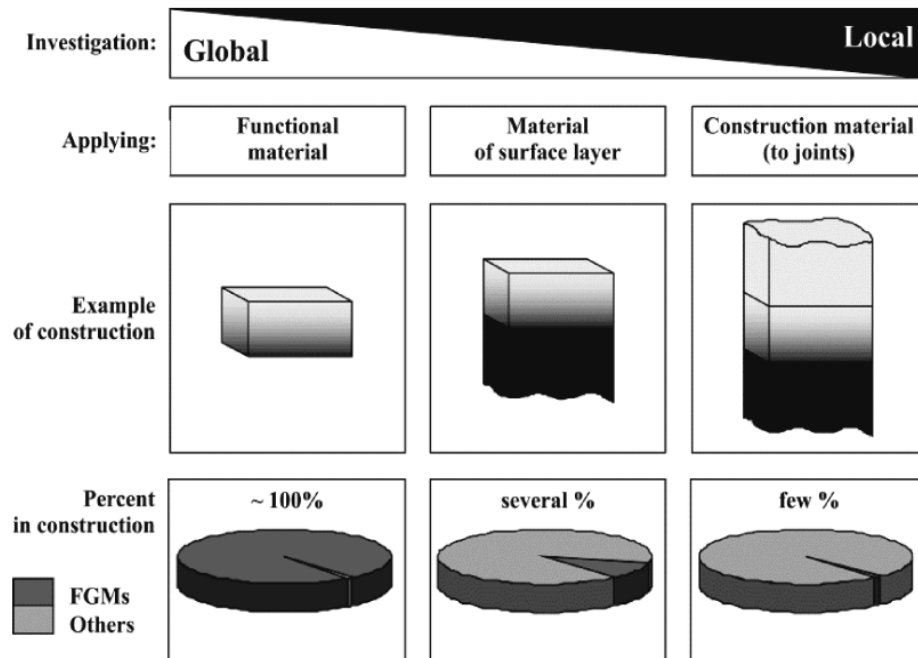
Posisi gradasi material FGM memiliki variasi sesuai dengan metode fabrikasi yang digunakan. Posisi gradasi material FGM menentukan fungsi dari penggunaan material untuk aplikasi tertentu. Salah satu contohnya adalah gradasi FGM pada permukaan (*surface*) dimana posisi gradasi ini umumnya digunakan dengan tujuan untuk memberi *heat resistance* pada komponen yang menerima panas berlebih atau bergesekan sehingga meminimalisir kerusakan pada suatu komponen (Chmielewski & Pietrzak, 2016). Posisi gradasi yang umum diaplikasikan kedalam material FGM adalah posisi gradasi lokal (*local*) atau posisi gradasi permukaan (*surface*) seperti yang bisa dilihat pada gambar



Gambar 2. 5 (a) Gradasi lokal dan (b) gradasi permukaan (Miyamoto Y, 1999)

Pemilihan posisi gradasi lokal umumnya untuk meningkatkan kekuatan rekat antar material karena kedua material menyatu menjadi satu bagian tanpa ada perekat atau sambungan. Posisi gradasi permukaan umumnya digunakan pada komponen yang menerima panas atau komponen yang

bergesekan untuk menambah *heat resistance* dan penggunaan FGM permukaan lebih baik daripada penggunaan *coated materials* (Chmielewski & Pietrzak, 2016). Setiap posisi gradasi juga mempengaruhi kadar material FGM. Semakin besar zona gradasi maka akan menyebabkan kadarnya meningkat.



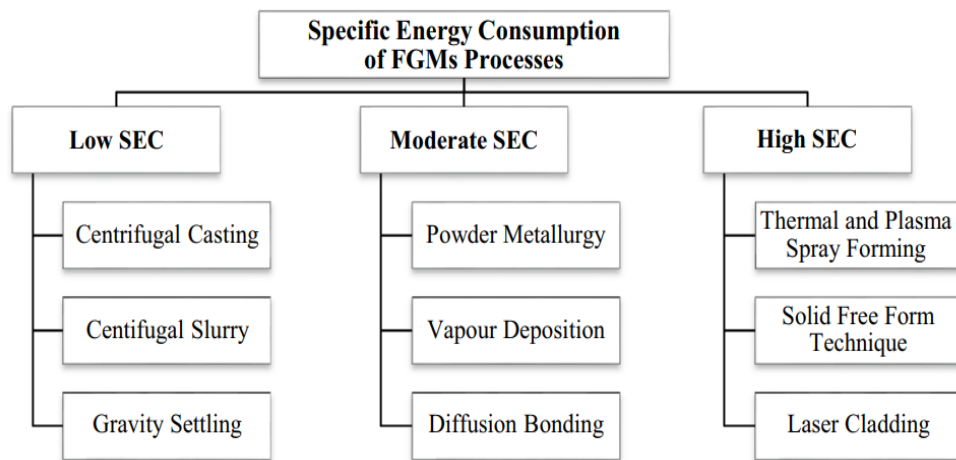
Gambar 2. 6 Posisi dan kadar gradasi FGM (Chmielewski & Pietrzak, 2016)

Pada gambar dapat dilihat bahwa semakin luas daerah gradasi maka kadar material FGM akan semakin meningkat, sebaliknya semakin tipis daerah gradasi maka kadar material akan semakin berkurang seperti FGM dengan posisi gradasi pada permukaan dan sambungan. Daerah gradasi juga mempengaruhi ikatan antar dua material. Semakin luas daerah gradasi maka ikatan antar dua material akan semakin meningkat, sebaliknya semakin sempit daerah gradasi tingkat kekuatan dari ikatan juga akan berkurang. Penentuan luas daerah gradasi sangat penting dalam proses manufaktur material FGM sesuai dengan tujuan penggunaan. Material FGM yang

digunakan untuk meredam panas umumnya berada pada permukaan dan daerah gradasinya cenderung lebih tipis bila dibandingkan dengan material FGM yang digunakan sebagai panel atau struktur sebuah mesin karena panel atau struktur memerlukan kekuatan yang dapat diperoleh dengan memperluas daerah gradasi.

2.2. Fabrikasi Material FGM

Metode fabrikasi material FGM bervariasi berdasarkan aspek yang akan dicapai dari material yang difabrikasi. Fabrikasi material FGM mempengaruhi posisi, jenis, dan kadar gradasi material, sehingga perlu untuk menentukan metode fabrikasi yang sesuai dalam memproduksi material FGM. Metode fabrikasi material FGM dapat dibedakan berdasarkan konsumsi energi dalam proses fabrikasinya sehingga produsen dapat memilih metode yang tepat dalam fabrikasi material FGM.



Gambar 2. 7 Klasifikasi metode fabrikasi FGM berdasarkan konsumsi energi (El-Galy et al., 2019)

Konsumsi energi pada proses produksi sangat berkaitan dengan aspek ekonomi karena produsen perlu mempertimbangkan biaya yang dikeluarkan dalam proses fabrikasi. Besar atau kecilnya biaya bervariasi tergantung dengan material dan metode yang digunakan dan besaran material FGM yang akan diproduksi.

Tabel 2. 1 Tabel konsumsi energi tiap proses fabrikasi (El-Galy et al., 2019)

Metode/mesin yang digunakan	Konsumsi energi (kW)	
	Komponen kecil	Komponen besar
Centrifugal casting	2-3	6-10
Powder metallurgy	1-2	4-7
Vapor deposition	1-3	5-8
Laser cladding	50-70	200-500
Thermal and plasma spray forming	26-120	200-420

Tabel 2. 2 Tabel biaya fabrikasi tiap komponen (El-Galy et al., 2019)

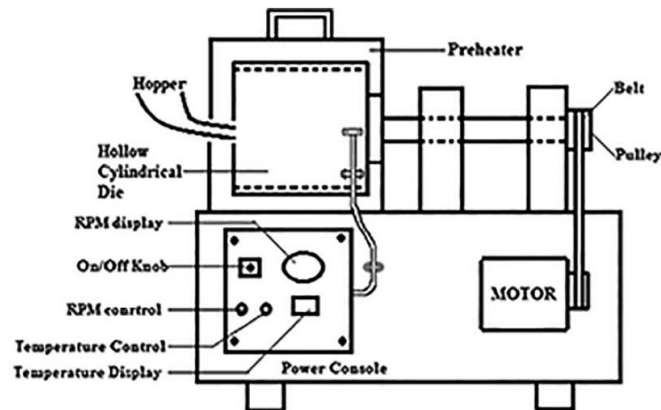
Metode/mesin yang digunakan	Biaya (\$)	
	Komponen kecil	Komponen besar
Centrifugal casting	400-1000	8.000-13.000
Powder metallurgy	5000-6000	20.000-25.000
Vapor deposition	13.000-15.000	53.000-55.000
Mesin 3D printer	350-900	37.000-50.000

Berdasarkan tabel diatas dapat dilihat bahwa biaya yang dikeluarkan dalam fabrikasi material FGM bervariasi tergantung dengan proses yang digunakan dan ukuran dari komponen yang akan diproduksi. *Centrifugal casting* dan mesin cetak 3D memiliki keuntungan dalam segi biaya fabrikasi material FGM

karena biaya yang dikeluarkan relatif kecil. Biaya yang dikeluarkan dilihat dari konsumsi energi, tingkat kesulitan produksi, dan kualitas komponen yang diproduksi. Fabrikasi yang mempertimbangkan kualitas dari komponen yang diproduksi seperti tingkat akurasi, presisi, dan toleransi memerlukan biaya yang besar karena metode yang digunakan lebih kompleks.

2.2.1 Centrifugal Casting

Proses pengecoran sentrifugal adalah metode pemadatan untuk menyiapkan bagian cor. Komponen material yang akan dibuat dipanaskan dalam tungku ke suhu di mana semua komponen diubah menjadi keadaan cair (Pradeep & Rameshkumar, 2021).



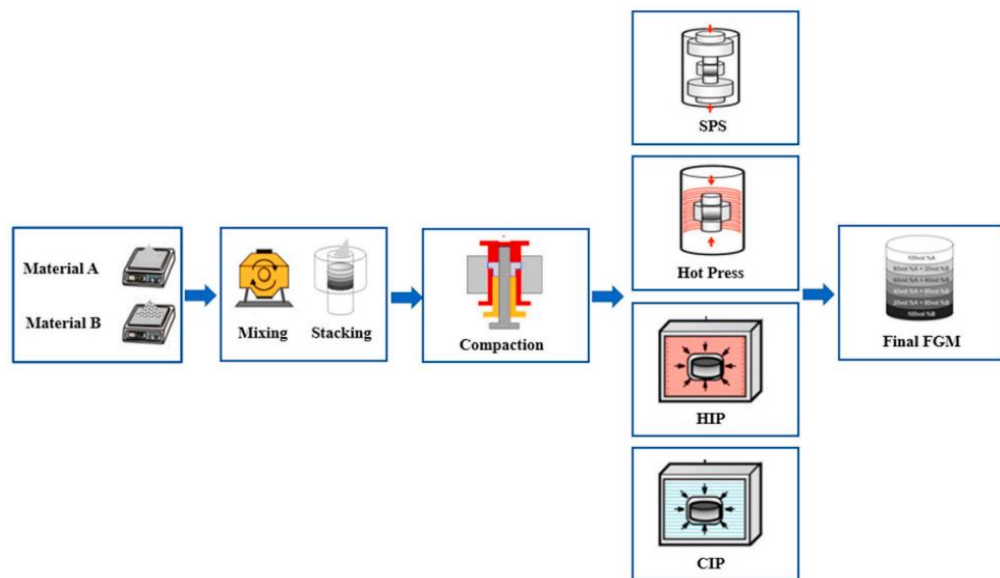
Gambar 2. 8 *centrifugal casting* (Pradeep & Rameshkumar, 2021)

Proses dari *centrifugal casting* memanfaatkan gerakan dari rotator untuk memadatkan material cair sehingga material menempel dengan padat pada dinding dalam. Material yang cair dimasukkan melalui *hopper* kemudian material berputar dan menempel pada dinding. *Centrifugal casting* berputar dengan rpm tertentu dimana putaran mempengaruhi kepadatan dari material.

Selain kecepatan putar, temperatur pendinginan merupakan parameter penting yang mempengaruhi kekerasan dari material yang diproduksi. *Centrifugal casting* umumnya digunakan dalam fabrikasi komponen FGM dengan geometri *cylindrical* karena cetaknya memiliki jenis geometri yang sama.

2.2.2 Metalurgi Serbuk

Berdasarkan deskripsi proses metalurgi serbuk pada penelitian (Ramakrishnan, 2013), proses manufaktur metalurgi serbuk adalah proses dimana serbuk logam dimasukkan kedalam cetakan kemudian diaplikasikan tekanan pada permukaan cetakan sehingga serbuk saling mengikat. Setelah produk dikeluarkan dari cetakan, produk dipanaskan dengan temperatur dibawah titik lebur dimana temperatur ini cukup untuk membuat serbuk saling berikatan.

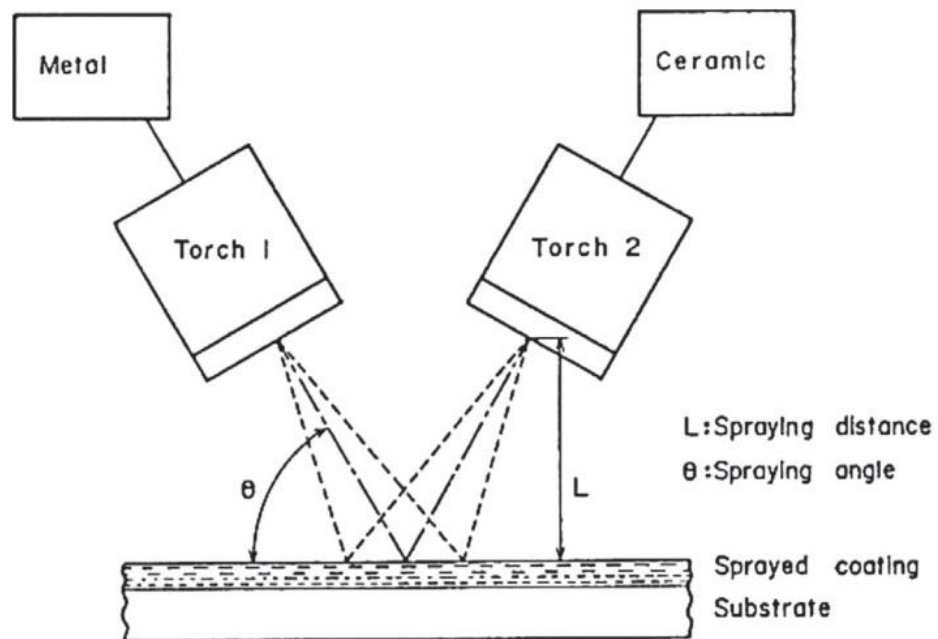


Gambar 2. 9 proses *powder metallurgy* (Saleh et al., 2020)

Proses metalurgi serbuk diawali dengan menyiapkan dua jenis serbuk material, selanjutnya mencampur kedua material dan menumpuk material kedalam cetakan. Setelah material berada di dalam cetakan dilakukan proses *sintering* dimana proses sintering yang dilakukan bervariasi meliputi *hot isostatic sintering*, *sintering* tanpa tekanan setelah proses *cold isostatic sintering*, *hot press* dan *spark plasma sintering*.

2.2.3 Vapor deposition

Vapor deposition adalah metode fabrikasi FGM yang memanfaatkan fase gas dalam membentuk lapisan tipis pada permukaan dimana vapor deposition terbagi menjadi *chemical vapor deposition (CVD)* dan *physical vapor deposition (PVD)*.



Gambar 2. 10 Proses *chemical vapor deposition* (Shinohara, 2013)

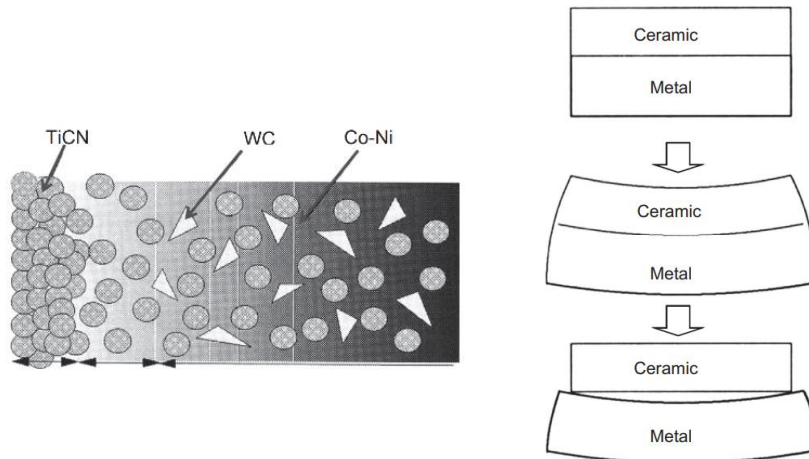
Chemical vapor deposition (CVD) adalah proses penyemprotan gas kepada substrat untuk membentuk lapisan tipis pada permukaan substrat (Saleh et al., 2020a). *Physical vapor deposition (PVD)* adalah proses deposisi partikel solid menjadi gas dengan memanfaatkan gas dan hembusan panas sehingga partikel gas dari suatu padatan berpindah menuju padatan lainnya (Shinohara, 2013). Pada metode PVD dan CVD lapisan tipis terbentuk pada permukaan dari material dalam fase gas sehingga partikel gas tersebut menumpuk pada permukaan material yang dituju atau biasa disebut substrat. Penggunaan CVD lebih umum digunakan karena lapisan gas yang terbentuk mampu menjangkau permukaan substrat dengan kontur tidak rata sehingga pelapisan berjalan maksimal.

2.3. Aplikasi Material FGM

Berdasarkan pemaparan dari penelitian (Saleh et al., 2020) material FGM telah banyak berperan dalam industri mechanical karena memiliki banyak keunggulan dibanding material homogen. Keunggulan dari material FGM adalah dapat dimodifikasi sesuai karakteristik yang diinginkan untuk memperoleh tujuan tertentu. Berikut adalah beberapa aplikasi dari material FGM.

2.3.1 Relaksasi *Thermal Stress*

Dalam merancang bahan yang tidak homogen, yang paling diinginkan adalah mendapatkan distribusi komposisi yang optimal bahan untuk tujuan relaksasi tekanan termal (Ootao et al., 1999). Pada saat material mendapatkan aplikasi temperatur yang sangat tinggi, material akan memuai dan pemuaian pada material akan menghasilkan tegangan yang disebut thermal stress.



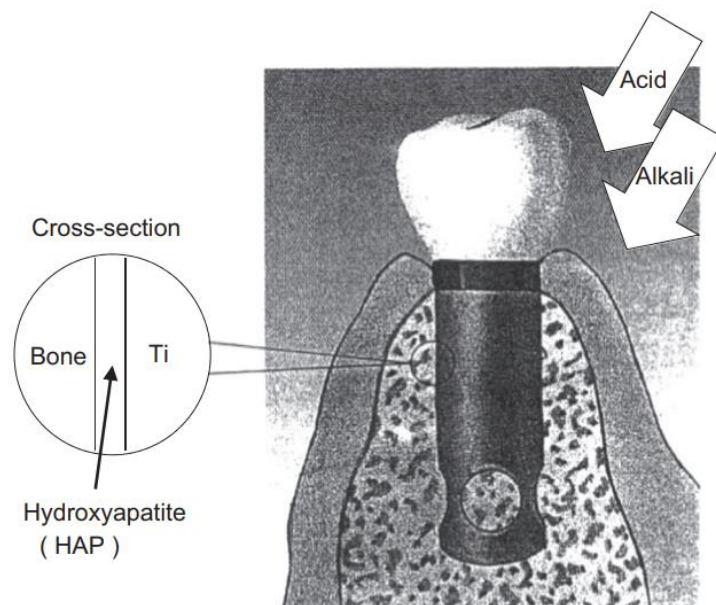
Gambar 2. 11. Struktur graded ceramics-metal FGM(Shinohara, 2013)

Gambar 2.11 adalah struktur mikroskopik dari mata pahat yang menggunakan material *ceramics* sebagai lapisan luar untuk menahan panas yang terjadi akibat dari gesekan mata pahat dengan spesimen. Penggunaan *ceramics* sangat bagus untuk mengurangi tingkat keausan yang terjadi pada mata pahat, namun dalam temperatur tinggi kemungkinan terjadinya *crack* pada mata pahat sangat besar karena adanya perbedaan koefisien pemuaian antara *ceramics* dan *hard metal*. Solusi dari permasalahan ini adalah menambahkan *kovar metal* yang memiliki nilai koefisien pemuaian diantara nilai koefisien pemuaian *ceramics* dan *hard metal* sehingga panas dari permukaan luar tidak langsung terdistribusi secara ekstrim ke bagian dalam material. Panas akan melalui *kovar metal* terlebih dahulu sehingga pemuaian akan bertahap dan meminimalisir potensi *crack* pada mata pahat. Aplikasi ini sedang dikembangkan dalam industri *aeroengineering* sebagai bahan yang digunakan pada *nozzle* pembuangan dimana temperaturnya sangat tinggi dan memiliki potensi kerusakan pada bagian ini. Penggunaan

FGM memiliki keuntungan untuk meredam *thermal stress* yang terjadi sehingga potensi dari kerusakan bagian pembuangan dapat diminimalisir.

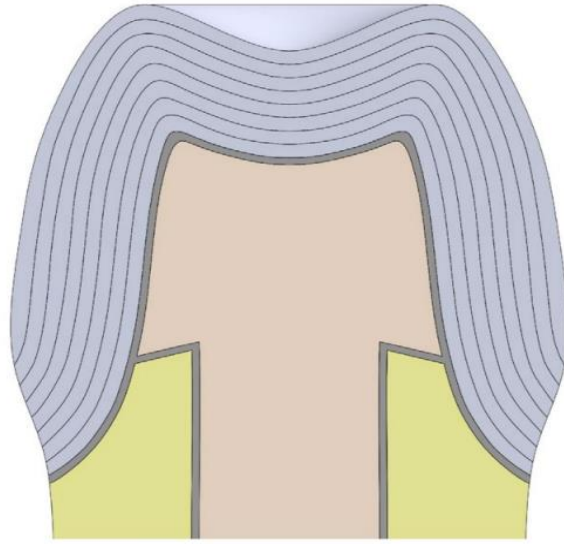
2.3.2 *Biocompatibility*

Penggunaan FGM tidak hanya membantu pengembangan teknologi dalam bidang industri namun juga membantu pengembangan teknologi dalam bidang biomedis. Hidroksiapatit sinter (HAP) dan titanium merupakan material yang digunakan dalam membuat implan gigi dan tulang karena afinitasnya dengan tulang. Material ini memiliki keunggulan karena koneksinya dengan tulang namun material ini mudah patah (Shinohara, 2013). Pengembangan HAP dilakukan dengan melapisinya dengan titanium untuk memberi solusi ketangguhan pada HAP namun masalah baru terjadi karena antara HAP dan titanium rentan terjadi pemisahan.



Gambar 2. 12 Penampang gigi implan (Shinohara, 2013)

Permasalahan dalam pemisahan antara HAP dan titanium dapat diselesaikan dengan memproduksi gigi implan dengan HAP-Ti FGM. Karena terdapat ikatan pada gradasi pemisahan antara HAP dan titanium, permasalahan ini dapat diselesaikan dengan baik.

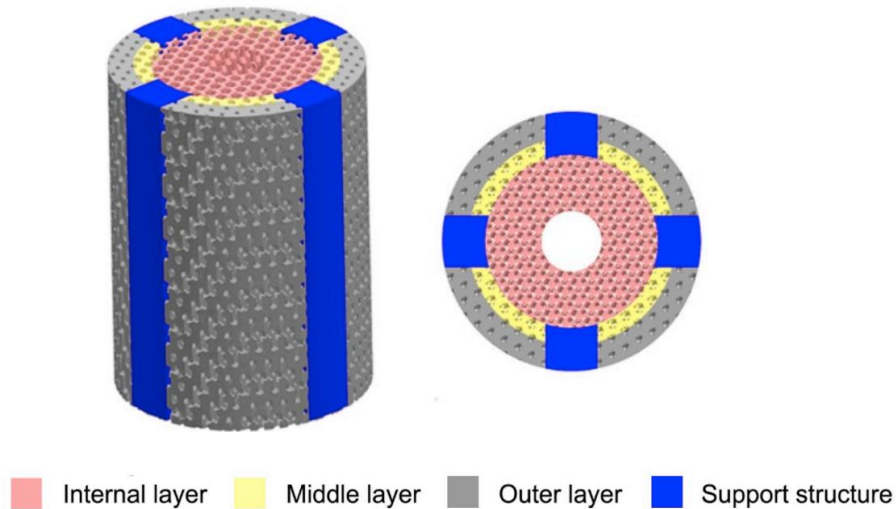


Gambar 2. 13 FGM *dental crown* (Mahmoudi et al., 2018)

Aplikasi FGM juga diterapkan pada proses restorasi *dental crown* pada gigi yang rusak atau terkikis. Modulus elastisitas meningkat dari bagian dalam ke bagian luar *dental crown*. Peningkatan modulus elastisitas ini bertujuan untuk membentuk struktur yang keras di bagian luar dan lunak di bagian dalam sehingga dapat meredam nyeri pada saat gigi bersentuhan dengan objek yang lebih keras. Penggunaan FGM menyebabkan tegangan terdistribusi dengan baik dan tidak terpusat pada satu titik saja. Tegangan yang terpusat pada satu titik menyebabkan potensi kerusakan pada struktur dan dampaknya kepada pengguna implan juga tidak baik.

Selain aplikasinya pada implan gigi, FGM juga berperan dalam pengembangan teknologi *orthopedic implan*. Salah satu material FGM yang

terbentuk secara alami adalah struktur tulang (Shi et al., 2021). Berdasarkan fakta tersebut permasalahan yang berkaitan dengan struktur tulang dapat dilakukan dengan aplikasi FGM karena tersusun secara berlapis dan tiap lapisan dapat disusun sesuai dengan tujuan yang akan dicapai. Modifikasi FGM untuk membentuk struktur tulang dengan kompatibilitas yang baik.



Gambar 2. 14 struktur *orthopedic* FGM dengan *support* (Xiong et al., 2020)

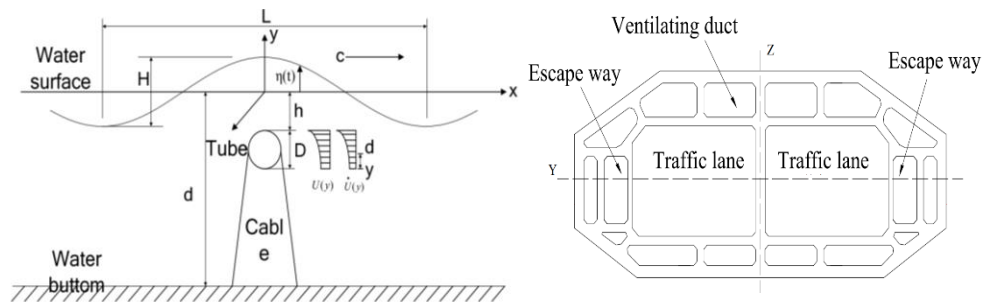
Struktur berongga membantu untuk mereduksi bobot dari tulang implan sehingga bobot struktur FGM sebagai sambungan tidak terlalu besar selisihnya dengan bobot tulang sebagai komponen yang disambung. Karena material hidroksiapatitis (HAP) memiliki kompatibilitas dengan jaringan tubuh namun memiliki kelemahan dari segi ketangguhan, maka diperlukan material tambahan yang dapat memperkuat tulang implan. Hampir sama dengan komposisi gigi implan, tulang implan FGM ini memerlukan material yang dapat menambah kekuatan struktur dan umumnya material yang dipilih adalah titanium karena kemampuannya yang tidak mudah korosi.

Permasalahan muncul apabila menambah material titanium pada struktur tulang FGM pada sekelilingnya. Bobot dari tulang FGM akan bertambah dan tulang FGM menjadi tidak fleksibel, sehingga dilakukan inovasi untuk

menambang batang *support* dengan material titanium. Penambahan support ini bertujuan untuk menambah kekuatan pada struktur tetapi tidak menambah bobot tulang secara signifikan. Penambahan ini diaplikasikan untuk produksi batang FGM yang cukup panjang karena dapat mengurangi masalah bobot pada saat menambahkan material titanium ke dalam bagian dari struktur.

2.3.3 *Submerged Floating Tunner (SFT)*

Penerapan FGM juga diaplikasikan dalam perancangan konstruksi *submerged floating tunnel* (SFT) dimana konstruksi terowongan ini terdiri dari beberapa lapisan yang disusun berdasarakan fungsinya. SFT merupakan sebuah terowongan yang diposisikan di dalam perairan dengan kedalaman diatas 100 meter. Salah satu penerapannya di Fjord, Norwegia dimana perairannya memiliki kedalaman ± 500 meter dan tidak memungkinkan untuk membangun konstruksi jembatan.



Gambar 2. 15 Rancangan SFT (Xiang & Yang, 2016)

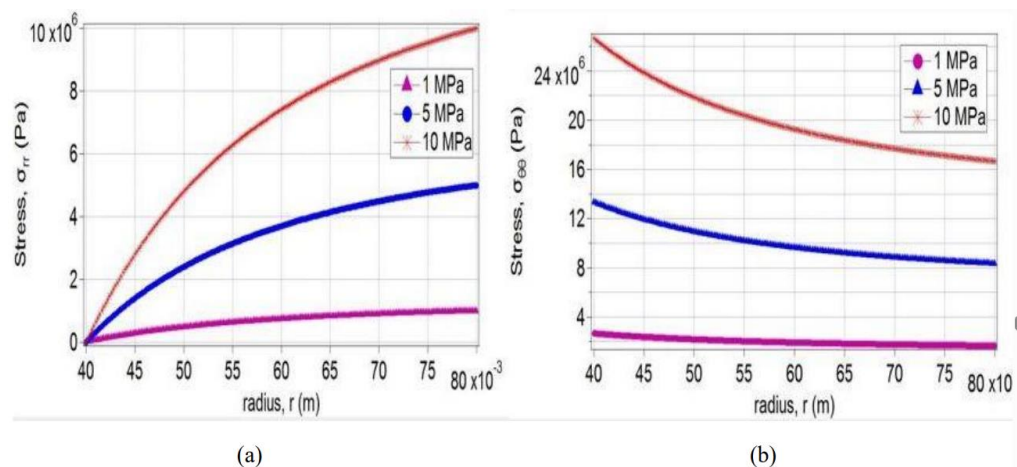
Komposisi material terdiri dari baja sebagai penahan tegangan akibat tekanan hidrostatik air laut, kemudian material anti korosi untuk mencegah korosi yang disebabkan oleh air laut dan juga material beton sebagai penyusun rangka terowongan. Rancangan SFT memiliki beberapa tantangan karena kondisi perairan tidak dapat diprediksi, seperti gelombang laut, kedalaman perairan dan lain-lain. Pembangunan SFT dengan jarak yang panjang memiliki resiko

yang tinggi apabila tidak didesain dengan baik. Untuk itu perlu pengembangan lebih lanjut dalam perancangan STF untuk dapat diterapkan pada kondisi perairan tertentu, sehingga pengaplikasian SFT dapat digunakan dengan tingkat keamanan yang baik.

2.4. Tegangan Radial dan Tegangan Hoop silinder FGM

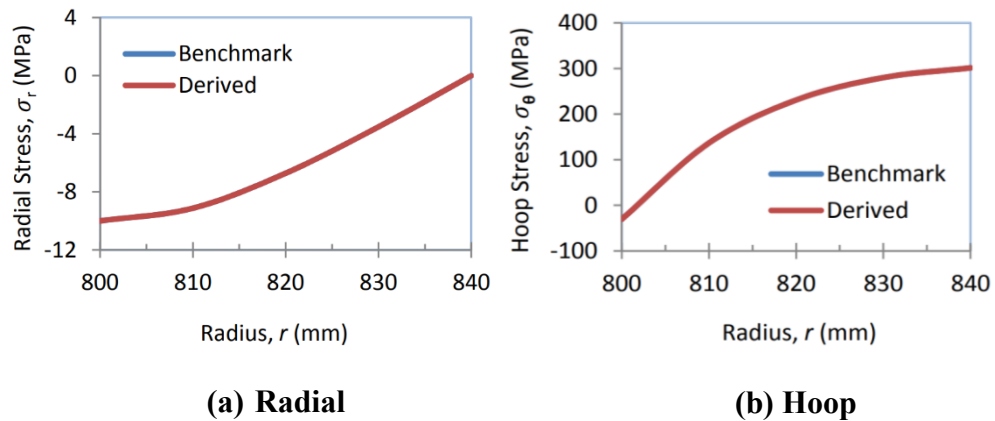
Dalam silinder atau pipa yang mentransmisikan fluida akan mengalami tegangan radial (σ_r) dan tegangan hoop (σ_θ) akibat dari tekanan internal dari dalam silinder. Material FGM memiliki kekakuan yang bertingkat sepanjang gradien dimana dalam hal ini gradien yang dimaksud adalah ketebalan pipa (Murti et al., 2020).

Pada kasus pipa material homogen dengan beban *internal pressure*, distribusi tegangan pada bagian dalam akan lebih besar karena permukaan bagian dalam mendapatkan kontak langsung dengan tekanan sehingga akan mendapat tegangan yang lebih besar daripada bagian luar. Pemberian *internal pressure* mempengaruhi *radial* dan *Hoop stress* dimana pengaruhnya dapat dilihat pada gambar 2.16.



Gambar 2. 16 Distribusi tegangan pada silinder homogen (Somadder & Islam, 2018)

Distribusi tegangan pada silinder FGM berbeda dengan silinder homogen dimana *Hoop stress* pada silinder ini dipengaruhi susunan material. Pada konstruksi silinder FGM material dengan nilai *Young's modulus* lebih tinggi akan menerima tegangan lebih besar daripada material dengan *Young's modulus* Lebih. Konsep ini sejalan dengan teori dimana *Young's modulus* berbanding lurus dengan tegangan.



Gambar 2. 17 Distribusi tegangan silinder FGM (Habib et al., 2019)

Dalam penerapannya, rumus dasar untuk menghitung tingkat elastisitas sebuah material FGM dimana kekerasan meningkat dari dinding dalam ke dinding luar silinder adalah:

$$E_{(r)} = E_o r^\beta \dots\dots\dots(1)$$

Dimana:

$E_{(r)}$ = Elastisitas di sepanjang ketebalan (N/mm²)

E_o = Elastisitas dinding dalam (N/mm²)

r = Ketebalan (mm)

β = Eksponensial hasil plot elastisitas

Aplikasi dari tekanan internal akan menghasilkan tegangan dan regangan. Regangan yang terjadi dalam arah radial dan *circumferential* (*Hoop*). Dimana regangan dalam kedua arah tersebut adalah:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \dots\dots\dots(2)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \dots\dots\dots(3)$$

Dimana:

ε_r = Regangan dalam arah radial

ε_θ = Regangan dalam arah *circumferential*

u = displacement (mm)

r = radius (mm)

$$\sigma_r = \frac{P \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{1-\beta} (r^{m_1} - r^{m_2}) r^{\beta-1}}{\left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{m_1} - \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{m_2}} \dots\dots\dots(4)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{1-\beta} r^{\beta-1} (\chi_1 - \chi_2)}{(m_1(v-1)-v)(m_2(v-1)-v) \left(\left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{m_1} - \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{m_2} \right)} \dots\dots\dots(5)$$

$$m_1 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \sqrt{4 + \beta^2 - 4\beta v^*} \right) \dots\dots\dots(6)$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \left(-\beta + \sqrt{4 + \beta^2 - 4\beta v^*} \right) \dots\dots\dots(7)$$

$$\chi_1 = Pr^{m_2} (vm_2 + (1-v))(m_1(v-1)-v) \dots\dots\dots(8)$$

$$\chi_2 = Pr^{m_1} (vm_1 + (1-v))(m_2 (v-1) - v) \dots\dots\dots(9)$$

Dimana:

σ_r = Tegangan radial

σ_θ = Tegangan *hoop*

P = *Internal pressure*

r = nilai rasio antara diameter uji dan diameter luar

R_i = Jari-jari bagian dalam silinder

R_o = Jari-jari bagian luar silinder

β = Koefisien eksponensial gradien E material

III. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan meliputi perhitungan σ_r dan σ_θ dengan metode perhitungan analitik menggunakan perhitungan dari persamaan (4) untuk menghitung σ_r dan persamaan (5) untuk menghitung σ_θ . Setelah mendapatkan data dari perhitungan analitik, dilakukan analisis antara perhitungan analitik.

3.1. Waktu dan Tempat

Waktu dan tempat penelitian adalah sebagai berikut:

3.1.1 Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan di bulan November 2023 dimana penelitian dimulai dengan studi literatur pada minggu pertama bulan November 2023 dilanjutkan dengan perhitungan analitik pada minggu pertama bulan Desember 2023. Minggu kedua bulan Desember data hasil perhitungan analitik telah siap untuk dan diproses. Selanjutnya proses simulasi yang dilakukan dengan software ANSYS pada minggu kedua hingga minggu keempat bulan Desember Kemudian dilanjutkan untuk pembuatan laporan akhir dari minggu pertama hingga minggu keempat bulan Januari 2023.

Tabel 3. 1. Jadwal Kegiatan

Kegiatan	Bulan											
	Nov				Des				Jan			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Studi literatur	■	■	■	■								
Solusi analitik					■	■						
Solusi simulasi							■	■				
Penyusunan laporan akhir									■	■	■	■

3.1.2 Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan di Laboraturium Mekanika Struktur di Jurusan Teknik Mesin Universitas Lampung.

3.2. Tahapan Penelitian

Tahapan-tahapan penelitian adalah sebagai berikut:

3.2.1. Studi Literatur

Studi literatur dilakukan dengan mengumpulkan data terkait penelitian dari referensi buku, thesis, disertasi dan jurnal terkait sebagai materi fundamental untuk membahas fenomena yang berkaitan dengan hasil dari penelitian. Sumber atau referensi didapat dari *repository* dan perpustakaan Universitas Lampung. Kegiatan pengumpulan referensi juga melibatkan mesin pencari seperti *google*.

3.2.2. Persiapan Alat

Proses ini meliputi persiapan uji coba metode *curve-fitting* dengan nilai yang divariasikan

3.2.3. Pengujian

Pengujian dilakukan apabila data, referensi dan persiapan metode telah selesai dan siap digunakan.

3.2.4. Analisis dan Pengolahan Data

Analisis dan pengolahan data dilakukan setelah pengujian selesai dilakukan dan mendapatkan solusi dari perhitungan analitik. Data yang didapat berupa tegangan radial (σ_r) dan tegangan *hoop* (σ_θ). Data yang diperoleh dari hasil perhitungan analitik dan simulasi akan dimuat dalam bentuk tabel dan grafik

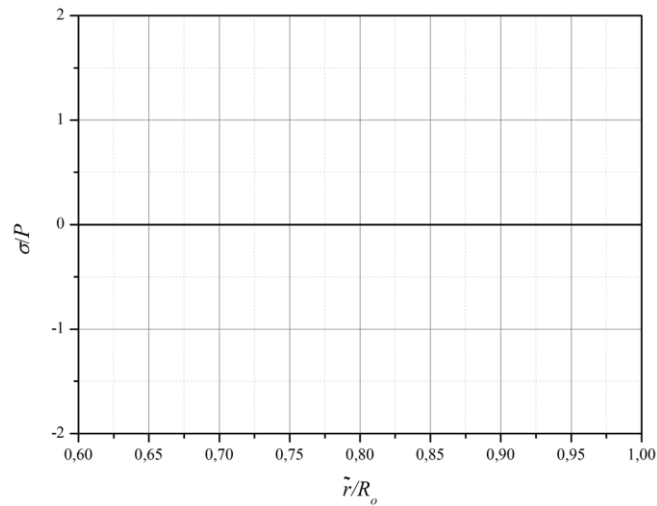
Tabel 3. 2 Data tegangan radial dan hoop dari hasil perhitungan analitik

Tegangan Radial (MPa)			Tegangan <i>Hoop</i> (MPa)		
Baja	Tembaga	Aluminium	Baja	Tembaga	Aluminium

Tabel 3. 3 Data tegangan radial dan hoop dari hasil simulasi

Tegangan Radial (MPa)			Tegangan <i>Hoop</i> (MPa)		
Baja	Tembaga	Aluminium	Baja	Tembaga	Aluminium

Setelah didapatkan hasil perhitungan dan simulasi, data dimuat menjadi grafik untuk melihat dan membandingkan tegangan pada tiap lapisan silinder berlapis.



Gambar 3. 1 Grafik kosong Tegangan Radial dan Tegangan Hoop

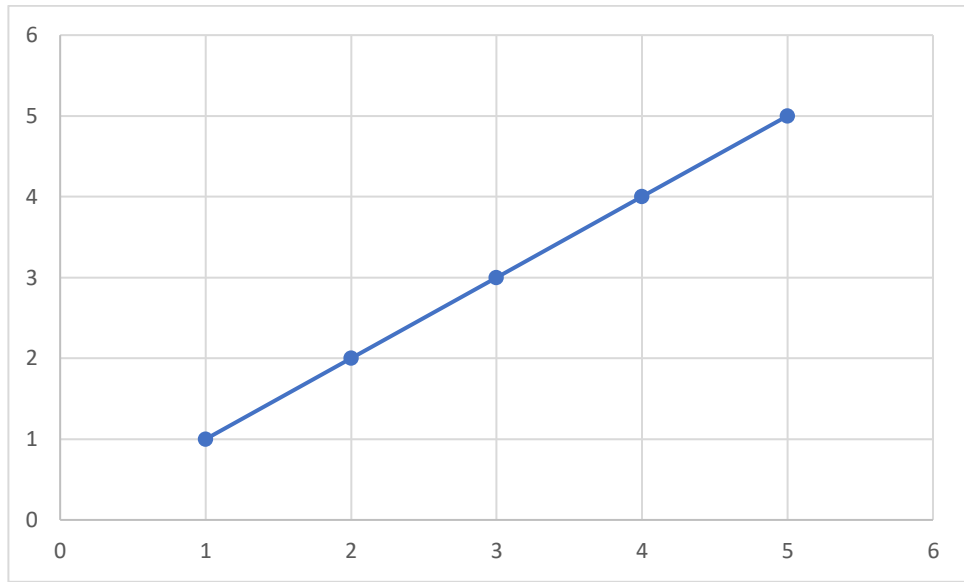
3.2.5. Pembuatan Laporan

Hasil dari penelitian dan pengujian, dianalisis di dalam laporan akhir hasil penelitian.

3.3. Alur Tahapan Penelitian

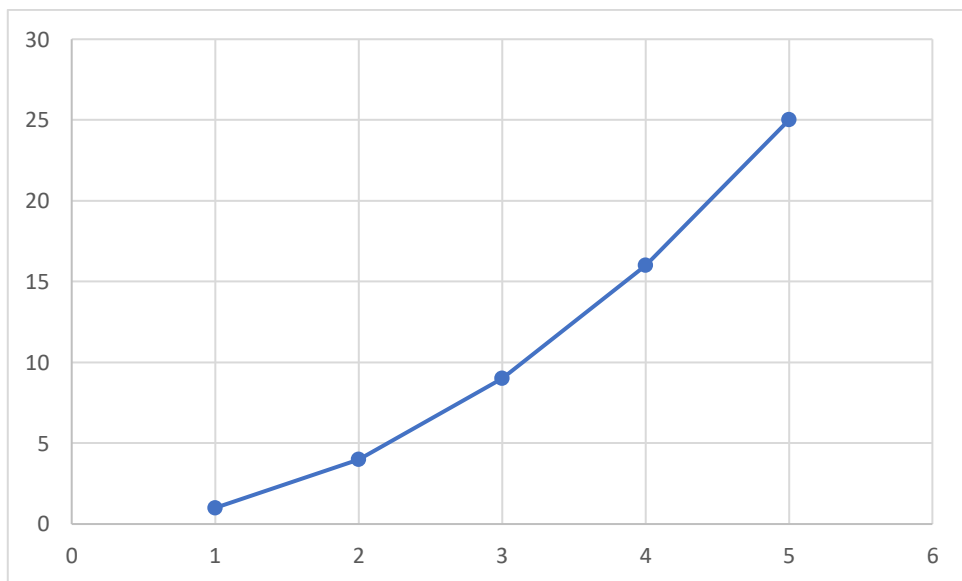
Studi literatur dilakukan untuk mengumpulkan data terkait penelitian dari referensi buku, thesis, disertasi dan jurnal terkait sebagai materi fundamental untuk membahas fenomena yang berkaitan dengan hasil dari penelitian. Sumber atau referensi didapat dari *repository* dan perpustakaan Universitas Lampung. Kegiatan pengumpulan referensi juga melibatkan mesin pencari seperti *google*. Setelah data dan referensi pendukung telah siap, dikumpulkan dan digabungkan. Data dan referensi berupa penelitian terdahulu serta proses dan tahapan simulasi yang telah dilakukan dengan topik yang sama. Setelah data dan informasi yang berkaitan tentang perhitungan analitik dari penelitian terdahulu telah selesai, proses penelitian dilaksanakan.

nilai β bervariasi berdasarkan hasil plot elastisitas di sepanjang ketebalan. Setiap material dengan tingkat elastisitas yang bertingkat di sepanjang ketebalan memiliki *range* β dari -2 sampai dengan 2 dimana nilai positif menandakan variasi elastisitas meningkat ditinjau dari dinding dalam silinder. Sedangkan nilai negatif menandakan variasi elastisitas menurun ditinjau dari dinding dalam silinder, dengan kata lain dinding luar memiliki tingkat kekakuan tertinggi bila dibanding dengan bagian terdalam dinding.



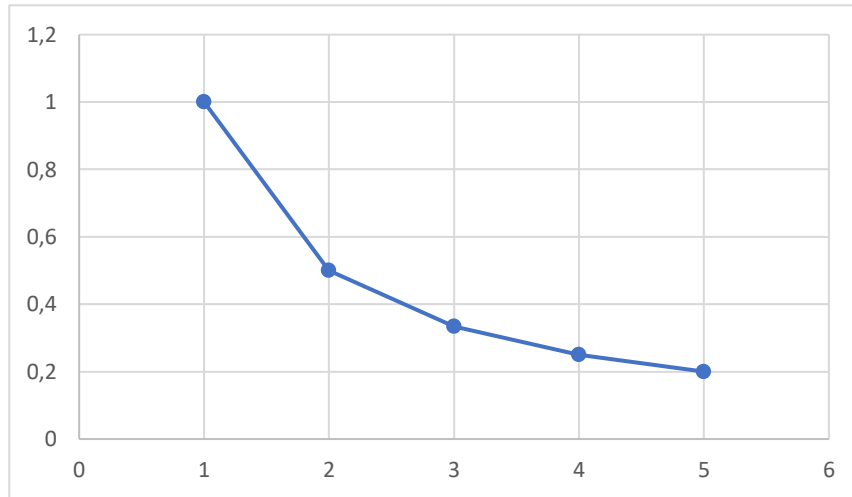
Gambar 3. 2 Grafik Plot $\beta=1$

Nilai $\beta = 1$, akan menghasilkan grafik plot dengan garis linear yang berarti variasi kekakuan meningkat dari dinding dalam ke dinding luar dimana pertumbuhan nilai tetap sama di sepanjang plot.



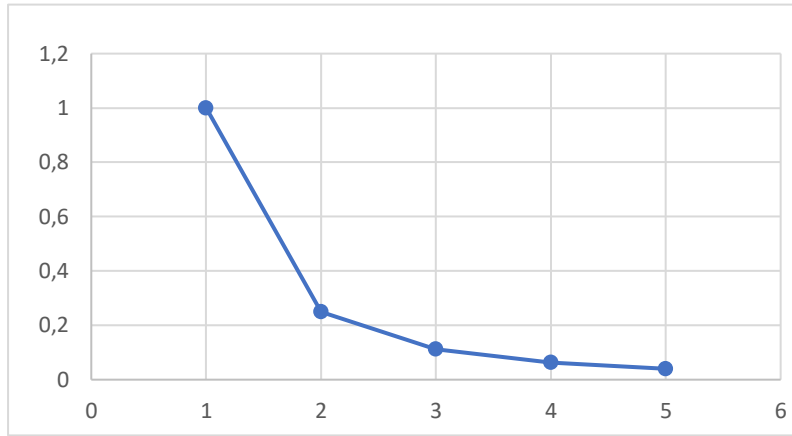
Gambar 3. 3 Grafik Plot $\beta=2$

Nilai $\beta = 2$, akan menghasilkan grafik plot dengan garis eksponensial yang berarti variasi kekakuan meningkat dari dinding dalam ke dinding luar dimana pertumbuhan nilai meningkat secara kuadratik di sepanjang plot.



Gambar 3. 4 Grafik Plot $\beta = -1$

Nilai $\beta = -1$, akan menghasilkan grafik plot dengan garis linear yang berarti variasi kekakuan menurun dari dinding dalam ke dinding luar dimana pertumbuhan nilai tetap sama di sepanjang plot.



Gambar 3. 5 Grafik Plot $\beta=-2$

Nilai $\beta = -2$, akan menghasilkan grafik plot dengan garis eksponensial yang berarti variasi kekakuan menurun dari dinding dalam ke dinding luar dimana pertumbuhan nilai meningkat secara kuadratik di sepanjang plot.

Setelah mendapatkan nilai β , dilakukan perhitungan analitik dengan memasukkan nilai β kedalam persamaan tegangan radial dan tegangan *hoop*. Untuk mendapatkan nilai dari tegangan radial dan tegangan *hoop* digunakan persamaan sebagai berikut:

Untuk mendapatkan nilai β , diperlukan aplikasi dari logaritma natural (\ln) untuk mendapatkan koefisien eksponensial gradien E material. Pada tahapan ini, $E_{(r)} = E_o r^\beta$ akan dikerjakan dengan memasukkan logaritma natural pada kedua ruas sehingga akan menjadi persamaan seperti dibawah ini:

$$\ln E_{(r)} = \ln E_o r^\beta \dots\dots\dots(10)$$

$$\ln E_{(r)} = \ln E_o + \ln r^\beta \dots\dots\dots(11)$$

$$\ln E_{(r)} = \ln E_o + \beta \ln r \dots\dots\dots(12)$$

$$E = A + \beta R \dots\dots\dots(13)$$

$$\Sigma E = nA + \beta \Sigma R \dots\dots\dots(14)$$

Dimana:

$$E = \ln E_{(r)}$$

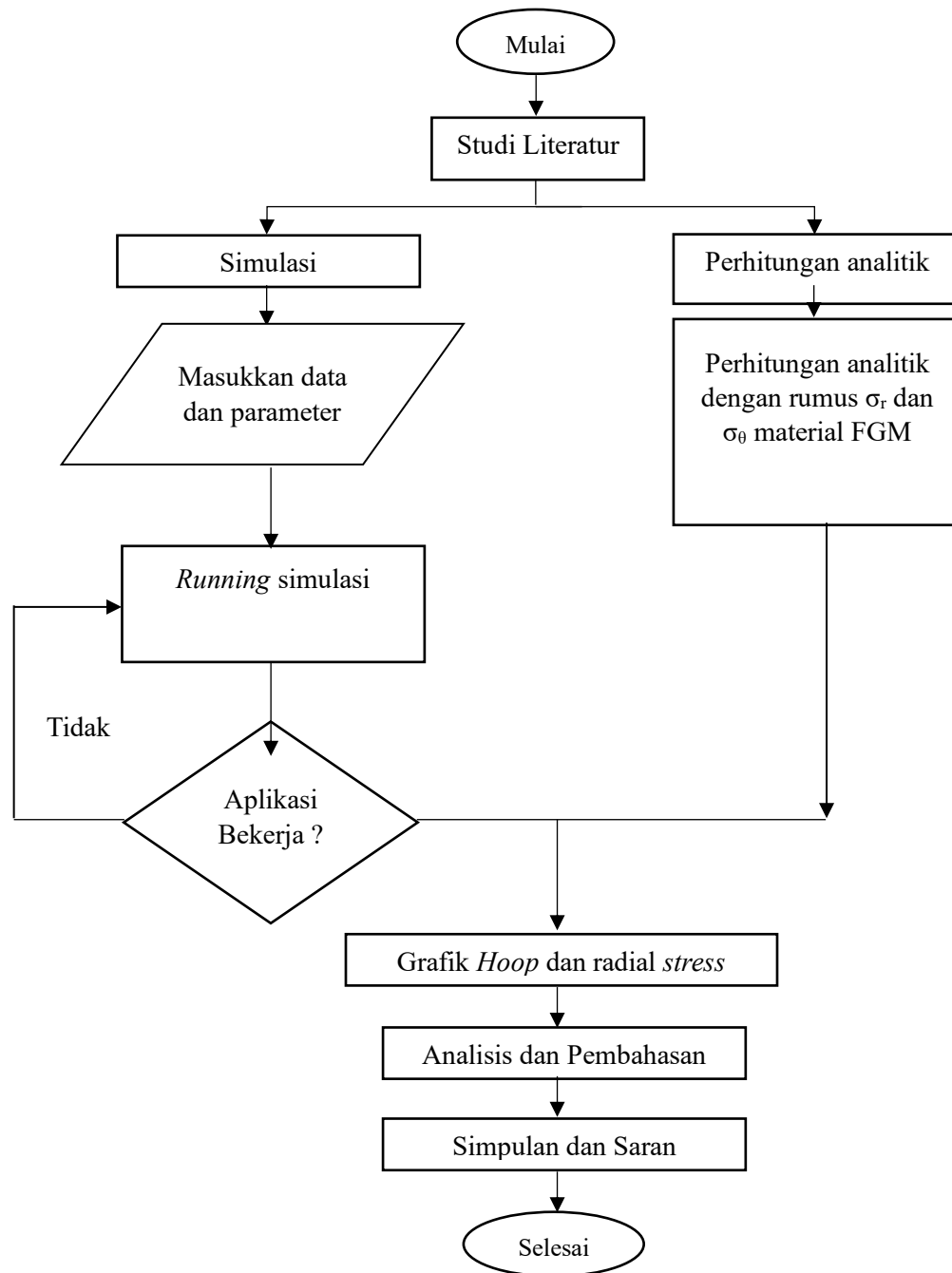
$$A = \ln E_0$$

$$R = \ln r$$

n = jumlah data

Setelah mendapatkan nilai β dari proses *curve-fitting*, kemudian menghitung nilai tegangan radial dan tegangan *hoop* dengan memasukkan nilai β ke dalam persamaan (4) dan (5).

3.4. Diagram Alur Penelitian



Gambar 3. 6 Diagram Alur Penelitian

V. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan, adapun kesimpulan yang dapat ditarik adalah sebagai berikut:

- 1 Berdasarkan persamaan berpangkat $E_{(r)} = E_o r^\beta$ dapat diketahui nilai β dengan melakukan operasi perhitungan menggunakan metode logaritma natural (\ln) dan nilai β dimasukkan ke dalam persamaan pembaruan pada persamaan (5) sampai dengan (9). Persamaan ini menghasilkan grafik dengan tren yang sesuai dengan teori distribusi tegangan pada silinder FGM.
- 2 Simulasi FEM material FGM yang dilakukan menggunakan *software* ANSYS menunjukkan nilai yang mendekati nilai analitik, sehingga nilai FEM dapat digunakan sebagai nilai pembanding analitik untuk meverifikasi hasil dari analitik.
- 3 Penggunaan logaritma natural untuk menentukan nilai β dan pembaruan analitik untuk $\beta > 2$ dapat digunakan karena hasil simulasi FEM dan analitik memiliki hasil yang hampir sama sehingga teori ini valid dan bersifat *universal*.

5.2 Saran

Setelah proses penelitian dilaksanakan terdapat beberapa saran yang diberikan untuk kebutuhan pengembangan penelitian ini. Adapun saran yang diberikan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Memasukkan *Poisson's ratio* sebagai parameter yang bergradien karena penggunaan *Poisson's ratio* pada penelitian ini adalah seragam
2. Melakukan uji eksperimen dengan susunan material yang sama untuk mengetahui distribusi tegangan pada kondisi *real*.
3. Melakukan *invers* atau membalikkan susunan material untuk mengetahui fenomena yang terjadi dan nilai β pada kondisi terbalik.
4. Memasukkan parameter temperatur karena mempengaruhi tegangan pada silinder.
5. Melakukan pengujian dengan beban *external pressure* atau beban gabungan (*external* dan *internal pressure*)

DAFTAR PUSTAKA

- Abotula, S., Kidane, A., Chalivendra, V. B., & Shukla, A. (2012). Dynamic curving cracks in functionally graded materials under thermo-mechanical loading. *International Journal of Solids and Structures*, *49*(13), 1637–1655.
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2012.03.010>
- Afshar, R., Bayat, M., Lalwani, R. K., & Yau, Y. H. (2011). Elastic behavior of glass-like functionally graded infinite hollow cylinder under hydrostatic loads using finite element method. *Materials and Design*, *32*(2), 781–787.
<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2010.07.023>
- Batani, M., Kiani, Y., & Eslami, M. R. (2013). A comprehensive study on stability of FGM plates. *International Journal of Mechanical Sciences*, *75*, 134–144.
<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.05.014>
- Chmielewski, M., & Pietrzak, K. (2016a). Metal-ceramic functionally graded materials - Manufacturing, characterization, application. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, *64*(1), 151–160.
<https://doi.org/10.1515/bpasts-2016-0017>
- Chmielewski, M., & Pietrzak, K. (2016b). Metal-ceramic functionally graded materials - Manufacturing, characterization, application. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, *64*(1), 151–160.
<https://doi.org/10.1515/bpasts-2016-0017>

- Chu, L., & Dui, G. (2018). Exact solutions for functionally graded micro-cylinders in first gradient elasticity. *International Journal of Mechanical Sciences*, 148, 366–373. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.09.011>
- El-Galy, I. M., Saleh, B. I., & Ahmed, M. H. (2019). Functionally graded materials classifications and development trends from industrial point of view. In *SN Applied Sciences* (Vol. 1, Issue 11). Springer Nature. <https://doi.org/10.1007/s42452-019-1413-4>
- Habib, E. S., El-Hadek, M. A., & El-Megharbel, A. (2019). Stress analysis for cylinder made of FGM and subjected to thermo-mechanical loadings. *Metals*, 9(1). <https://doi.org/10.3390/met9010004>
- Jabbari, M., Bahtui, A., & Eslami, M. R. (2009). Axisymmetric mechanical and thermal stresses in thick short length FGM cylinders. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 86(5), 296–306. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2008.12.002>
- Kang, Y. A., & Li, X. F. (2010). Large deflections of a non-linear cantilever functionally graded beam. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 29(12), 1761–1774. <https://doi.org/10.1177/0731684409103340>
- Kondratiev, A., Smovziuk, L., Shevtsova, M., Nabokina, T., & Tsaritsynskyi, A. (2021). Study of Stress-Strain Behavior of the Laminated Plate Damaged by Delamination. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 1164(1), 012034. <https://doi.org/10.1088/1757-899x/1164/1/012034>
- Madia, M., & Zerbst, U. (2016). Application of the cyclic R-curve method to notch fatigue analysis. *International Journal of Fatigue*, 82, 71–79. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.06.015>
- Mahmoudi, M., Saidi, A. R., Hashemipour, M. A., & Amini, P. (2018). The use of functionally graded dental crowns to improve biocompatibility: a finite element

- analysis. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 21(2), 161–168. <https://doi.org/10.1080/10255842.2018.1431219>
- Makwana, A. B. (2014). *A review of Stress Analysis of Functionally Graded Material Plate with Cut-out*. www.ijert.org
- Miyamoto Y. (1999a). *Functionally Graded Materials* (Y. Miyamoto, W. A. Kaysser, B. H. Rabin, A. Kawasaki, & R. G. Ford, Eds.; Vol. 5). Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-5301-4>
- Miyamoto Y. (1999b). *Functionally Graded Materials* (Y. Miyamoto, W. A. Kaysser, B. H. Rabin, A. Kawasaki, & R. G. Ford, Eds.; Vol. 5). Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-5301-4>
- Murti, A. W., Akmal, J., Lubis, A., & Savetlana, S. (2023a). Exact and numerical solution for stress analysis on FGM cylindrical shell using axisymmetric element with plane stress. *AIP Conference Proceedings*, 2592. <https://doi.org/10.1063/5.0115295>
- Murti, A. W., Akmal, J., Lubis, A., & Savetlana, S. (2023b). Exact and numerical solution for stress analysis on FGM cylindrical shell using axisymmetric element with plane stress. *AIP Conference Proceedings*, 2592. <https://doi.org/10.1063/5.0115295>
- Ootao, Y., Tanigawa, Y., & Nakamura, T. (n.d.). *Optimization of material composition of FGM hollow circular cylinder under thermal loading: a neural network approach*.
- Pradeep, A. D., & Rameshkumar, T. (2021). Review on centrifugal casting of functionally graded materials. *Materials Today: Proceedings*, 45, 729–734. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.02.764>
- Pradhan, K. K., & Chakraverty, S. (2013). Free vibration of Euler and Timoshenko functionally graded beams by Rayleigh-Ritz method. *Composites Part B: Engineering*, 51, 175–184. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.02.027>

- Ramakrishnan, D. (2013). Automotive applications of powder metallurgy. In *Advances in Powder Metallurgy: Properties, Processing and Applications* (pp. 493–519). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1533/9780857098900.4.493>
- Saleh, B., Jiang, J., Fathi, R., Al-hababi, T., Xu, Q., Wang, L., Song, D., & Ma, A. (2020a). 30 Years of functionally graded materials: An overview of manufacturing methods, Applications and Future Challenges. In *Composites Part B: Engineering* (Vol. 201). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2020.108376>
- Saleh, B., Jiang, J., Fathi, R., Al-hababi, T., Xu, Q., Wang, L., Song, D., & Ma, A. (2020b). 30 Years of functionally graded materials: An overview of manufacturing methods, Applications and Future Challenges. In *Composites Part B: Engineering* (Vol. 201). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2020.108376>
- Sato, M., Inoue, A., & Shima, H. (2017). Bamboo-inspired optimal design for functionally graded hollow cylinders. *PLoS ONE*, *12*(5). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0175029>
- Shi, H., Zhou, P., Li, J., Liu, C., & Wang, L. (2021). Functional Gradient Metallic Biomaterials: Techniques, Current Scenery, and Future Prospects in the Biomedical Field. In *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology* (Vol. 8). Frontiers Media S.A. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2020.616845>
- Shinohara, Y. (2013a). Functionally Graded Materials. In *Handbook of Advanced Ceramics: Materials, Applications, Processing, and Properties: Second Edition* (pp. 1179–1187). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385469-8.00061-7>
- Shinohara, Y. (2013b). Functionally Graded Materials. In *Handbook of Advanced Ceramics: Materials, Applications, Processing, and Properties: Second Edition* (pp. 1179–1187). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385469-8.00061-7>

- Somadder, S., & Islam, M. S. (2018). Stress Analysis of a Cylinder Subjected to Thermo-mechanical Loads by Using FEM. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 438(1). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/438/1/012036>
- Tutuncu, N., & Ozturk, M. (2001). *Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels*. www.elsevier.com/locate/compositesb
- Xiang, Y., & Yang, Y. (2016). Challenge in Design and Construction of Submerged Floating Tunnel and State-of-art. *Procedia Engineering*, 166, 53–60. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.562>
- Xie, J., Hao, S., Wang, W., & Shi, P. (2021). Analytical solution of stress in functionally graded cylindrical/spherical pressure vessel. *Archive of Applied Mechanics*, 91(7), 3341–3363. <https://doi.org/10.1007/s00419-021-01970-w>
- Xiong, Y. Z., Gao, R. N., Zhang, H., Dong, L. L., Li, J. T., & Li, X. (2020). Rationally designed functionally graded porous Ti6Al4V scaffolds with high strength and toughness built via selective laser melting for load-bearing orthopedic applications. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 104. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2020.103673>
- Zhong, Z., & Yu, T. (2007). Analytical solution of a cantilever functionally graded beam. *Composites Science and Technology*, 67(3–4), 481–488. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2006.08.023>