

**APLIKASI METODE TRANSFORMASI DIFERENSIAL PADA  
PERSAMAAN DIFERENSIAL RICCATI ORDE DUA**

**(Skripsi)**

**Oleh**

**ABDUL KHOLIQ**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2024**

## ABSTRACT

### APLIK APPLICATION OF DIFFERENTIAL TRANSFORMATION METHOD TO SECOND-ORDER RICCATI DIFFERENTIAL EQUATION

By

ABDUL KHOLIQ

In general, ordinary differential equations can be divided into two, namely linear ordinary differential equations and non-linear ordinary differential equations. One special type of non-linear differential equation is the Riccati equation whose equation is  $\frac{dy}{dx} = P(x)y^2 + Q(x)y + R(x)$ . One of the methods that can be used to solve non-linear ordinary differential equations is by using the differential transformation method.

The purpose of this study is to solve the problem of ordinary differential equations, namely the second-order Riccati Differential equation, using the Differential Transformation Method. The solution of Riccati differential equation with differential transformation method is done by transforming the Riccati differential equation according to the transformation properties.

The result of Riccati equation  $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = 4y^2(t) + t$  with initial value  $y(0) = 1$  and  $y'(0) = 0$  is  $y(x) = 1 + 2x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{4}{3}x^4 + \frac{1}{15}x^5 + \frac{15}{16}x^6 + \dots$ . The result of Riccati equation  $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = y^2(t) + 4t + 2$  with initial value  $y(0) = 1$  and  $y'(0) = 1$  is  $y(x) = 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + x^3 + \frac{1}{3}x^4 + \frac{13}{40}x^5 + \frac{53}{240}x^6 + \dots$ .

**Keywords:** Differential Transformation Method, Ordinary Differential Equation, Riccati Differential Equation.

## ABSTRAK

### APLIKASI METODE TRANSFORMASI DIFERENSIAL PADA PERSAMAAN DIFERENSIAL RICCATI ORDE DUA

OLEH

ABDUL KHOLIQ

Secara umum persamaan diferensial biasa dapat dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial biasa linear dan persamaan diferensial biasa tak linear. Salah satu tipe khusus dari persamaan diferensial tak linear adalah persamaan Riccati yang persamaannya berbentuk  $\frac{dy}{dx} = P(x)y^2 + Q(x)y + R(x)$ . Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa tak linear adalah dengan menggunakan metode transformasi diferensial.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menyelesaikan masalah persamaan diferensial biasa yaitu persamaan Diferensial Riccati orde dua, dengan menggunakan Metode Transformasi Diferensial. Penyelesaian persamaan diferensial Riccati dengan metode transformasi diferensial dilakukan dengan mentransformasikan persamaan diferensial Riccati sesuai dengan sifat-sifat transformasi.

Hasil persamaan Riccati  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = 4y^2(t) + t$  dengan nilai awal  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 0$  adalah  $(x) = 1 + 2x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{4}{3}x^4 + \frac{1}{15}x^5 + \frac{15}{16}x^6 + \dots$ . Hasil persamaan Riccati  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = y^2(t) + 4t + 2$  dengan nilai awal  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 1$  adalah  $(x) = 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + x^3 + \frac{1}{3}x^4 + \frac{13}{40}x^5 + \frac{53}{240}x^6 + \dots$ .

**Kata Kunci:** Metode Transformasi Diferensial, Persamaan Diferensial Biasa, Persamaan Diferensial Riccati.

**APLIKASI METODE TRANSFORMASI DIFERENSIAL PADA  
PRSAMAAAN DIFERENSIAL RICCATI ORDE DUA**

Oleh

**ABDUL KHOLIQ  
2017031033**

**Skripsi**

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar  
**SARJANA MATEMATIKA**

Pada

Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Lampung



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2024**

Judul Skripsi : **APLIKASI METODE TRANSFORMASI  
DIFERENSIAL PADA PERSAMAAN  
DIFERENSIAL RICCATI ORDE DUA**

Nama Mahasiswa : **Abdul Kholiq**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2017031033**

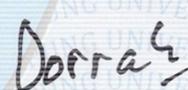
Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

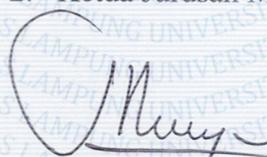


1. **Komisi Pembimbing**

  
**Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**  
NIP. 19700831 199903 1 002

  
**Dra. Dorrah Azis, M.Si.**  
NIP. 19610128 198811 2 001

2. **Ketua Jurusan Matematika**

  
**Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**  
NIP. 19740316 200501 1 001

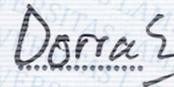
**MENGESAHKAN**

**1. Tim Penguji**

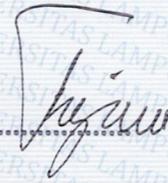
**Ketua : Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**



**Sekretaris : Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**



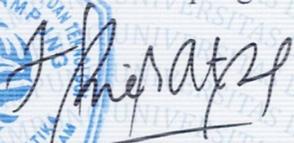
**Penguji  
Bukan Pembimbing : Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



**2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Lampung**



**Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.**  
NIP. 19711001 200501 1 002



**Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 26 Maret 2024**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Abdul Kholiq**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2017031033**

Jurusan : **Matematika**

Judul Skripsi : **APLIKASI METODE TRANSFORMASI  
DIFERENSIAL PADA PERSAMAAN  
DIFERENSIAL RICCATI ORDE DUA**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 26 Maret 2024

Penulis,



**Abdul Kholiq**

**NPM. 2017031033**

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis bernama lengkap Abdul Kholiq, lahir di Panaragan, Tulang Bawang Barat, Lampung pada tanggal 10 Agustus 2002. Penulis merupakan anak ketiga dari lima saudara pasangan Bapak Erwansyah Ilyas dan Ibu Siti Rohayah.

Penulis mengawali pendidikan di Taman Kanak-Kanak (TK) SWADEK pada tahun 2007-2008 dan menempuh pendidikan dasar di SDN 01 Panaragan pada tahun 2008-2014. Kemudian penulis melanjutkan jenjang pendidikannya di SMP KARYA BHAKTI pada tahun 2014-2017 dan Sekolah Menengah Atas di SMAN 01 Tulang Bawang Tengah pada tahun 2017-2020. Setelah itu penulis diterima sebagai mahasiswa disalah satu Universitas yang ada di Lampung pada Program Studi S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN) pada tahun 2020.

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif di beberapa kegiatan dan organisasi intrakampus di antaranya: aktif dalam kepengurusan organisasi HIMATIKA FMIPA Unila sebagai anggota Biro Dana dan Usaha tahun 2020-2021. Staf ahli BEM FMIPA Unila sebagai anggota divisi Adkesma tahun 2020-2021. Anggota Huminfo pada organisasi PIK R RAYA tahun 2022, kemudian melanjutkan menjadi Kepala Bidang Lifeskill pada tahun 2023. Serta menjadi ketua komisi 3 DPM FMIPA Unila tahun 2023

Kemudian pada Bulan Januari-Februari 2023 penulis melaksanakan Praktik Kerja Lapangan (PKL) di Bank Rakyat Indonesia (BRI). Kemudian pada bulan Februari-April 2024 penulis melanjutkan magang mandiri di PT Bank Rakyat Indonesia. Selanjutnya pada bulan Juni-Agustus 2023, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Watu Agung, Kecamatan Kalirejo, Kabupaten Lampung Tengah, Provinsi Lampung.

## KATA INSPIRASI

*“Hidup bukan tentang menunggu badai berlalu, tetapi belajar menari di tengah hujan”*

*“manusia seringkali salah memilih jalan, tapi Tuhan tidak pernah salah menitipkan ujian.*

*Kalau mau langkahnya lebih tentram, bangun fondasinya dulu.”*

(Fardi Yandi)

*“Menjadi kuat bukan berarti kamu tidak pernah lelah dan tak pernah mengeluh. Itu hanya berarti kamu memiliki kekuatan untuk bangkit kembali setelah kegagalan”*

(Wolipop)

*“Jangan terlalu bergantung pada siapapun di dunia ini, karena bayanganmu saja meninggalkanmu disaat gelap.”*

(Ibnu Taymiyyah)

*“Ada tiga hal yang menjadi kunci dalam kehidupan, yaitu: jalani, nikmati, lalu syukuri.”*

( Sarah Ketaren)

*“Kamu tidak bisa Kembali dan mengubah awal saat kamu memulainya, tapi kamu bisa memulainya lagi dari mana kamu berada sekarang dan ubah akhirnya”*

(C.S Lewis)

## **PERSEMBAHAN**

*Alhamdulillahirobbil'alamin,*

Tibalah saat pekerjaan ini selesai, sebuah pekerjaan yang menyita waktu, tenaga, fikiran dan materi. Tak tahu berapakah emosi yang sudah terluapkan demi menyelesaikan karya kecil ini sebagai syarat kelulusan. Puji syukur kehadiran Allah SWT, sebuah karya yang penuh perjuangan telah terselesaikan.

Ku persembahkan karya ini untuk:

### **Kedua orang tua tercinta:**

Bapak dan emak yang selalu memberikan do'a, semangat, dorongan, nasihat serta dukungan moril maupun materi. Kasih sayang serta pengorbanan yang tak tergantikan sehingga aku selalu kuat dalam menjalankan segala halangan dan rintangan.

Bapak...Emak...terimalah karya ini sebagai salah satu kado kecil untuk membalas semua pengorbanan kalian yang tanpa lelah berjuang mempertaruhkan nyawa hingga segalanya demi hidupku

### **Kepada kakak dan adik yang ku sayangi:**

Terimakasih kepada saudara-saudaraku yaitu Khoiril deriyansyah (aden bas), kiki windarti (uti kiki), Muhammad Zakaria (Udo Zaka), Aldo Febriansyah, dan Marsel yang selalu memberikan semangat, dukungan dan nasihat.

### **Bapak Ibu Dosen Pembimbing dan Pembahas.**

*Untuk ribuan tujuan yang harus dicapai, untuk jutaan impian yang akan dikejar, untuk sebuah harapan tiada lain dan tiada bukan kalian adalah semangat terbesar dalam hidupku.*

*Terimakasih untuk segalanya.*

## SANWACANA

Alhamdulillah rabbil'alamin puji syukur atas kehadiran Allah Swt. berkat rahmat, nikmat, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Aplikasi Metode Transformasi Diferensial Pada Persamaan Diferensial Riccati Orde Dua”.

Terselesaikannya skripsi ini tidak lepas adanya dari arahan, bantuan, bimbingan serta kritik dan saran dari berbagai pihak, baik langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing I yang telah meluangkan waktu serta sabar membimbing, memotivasi, dan memberikan arahan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan tepat waktu.
2. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan dukungan, arahan, masukan, dan waktunya untuk membimbing dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. selaku Pembahas atas kesediannya untuk menguji dan dengan sabar memberikan masukan, kritik, dan saran.
4. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang senantiasa memberikan motivasi, bimbingan dan arahan selama menjalani perkuliahan dari awal hingga akhir.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Kedua orang tuaku yang kucintai, Bapak Erwan Syah Ilyas dan Emak Siti Rohayah terimakasih atas do'a, motivasi, semangat, dorongan dan nasihat serta dukungan moril maupun materi yang dibeikan.
9. Aden Bas, Udo Zaka, Uti Kiki, Adek Aldo dan Adek Marsel terima kasih atas motivasi, semangat, ajaran, dukungan, doa, serta kasih dan sayang yang senantiasa diberikan.

10. Sahabat tersayangku, Selfia Firza Brilianka dan Mutiyara Amanda yang telah menemani dan kebersamai hari-hari suka dan duka pada masa perkuliahan, yang senantiasa memberikan semangat dan motivasi, yang senantiasa jadi pendengar keluh kesah penulis.
11. Teman seperbimbingan anak-anak Pak Agus selaku yang telah bersedia untuk sama-sama berjuang, saling memotivasi dan saling menyemangati satu sama lain.
12. Teman-teman Jurusan Matematika Angkatan 2020 yang saling memberi motivasi dan semangat.
13. Almamater tercinta Universitas Lampung.
14. Seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu atas peran dan dukungannya dalam penyusunan skripsi ini

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna dan masih terdapat kekurangan baik dalam penyajian maupun penulisan. Oleh sebab itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi menyempurnakan skripsi ini.

Bandar Lampung, April 2024  
Penulis,

**Abdul Kholiq**  
**NPM. 2017031033**

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>I. PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	3
1.3 Manfaat Penelitian .....	4
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Persamaan Diferensial.....	5
2.2 Orde (Tingkat) dan Degree (Derajat).....	5
2.3 Persamaan Diferensial Biasa.....	6
2.4 Persamaan Diferensial Linear .....	7
2.5 Persamaan Diferensial Tak Linear .....	8
2.6 Persamaan Diferensial Riccati .....	9
2.7 Transformasi Diferensial.....	9
2.8 Deret Taylor .....	10
<b>III. METODOLOGI PENELITIAN</b>	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian .....	12
3.2 Metode Penelitian.....	12
<b>IV. HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
4.1 Metode Transformasi Diferensial .....	14
4.2 Sifat-sifat Transformasi Diferensial .....	15

4.3 Penyelesaian Persamaan Diferensial Riccati Orde Dua.....	21
--	----

**V. KESIMPULAN**

5.1 Kesimpulan .....	32
5.2 Saran.....	33

**DAFTAR PUSTAKA**

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Persamaan diferensial merupakan salah satu konsep dasar dalam matematika dan digunakan untuk menggambarkan hubungan antara fungsi dan turunannya. Persamaan diferensial juga dapat diartikan sebagai persamaan yang mengandung turunan dari satu atau lebih fungsi yang belum diketahui. Meskipun persamaan seperti itu seharusnya disebut “persamaan turunan”, tetapi istilah “persamaan diferensial” (*aequation differentialis*) sudah umum digunakan. Persamaan ini diperkenalkan oleh Leibniz dan digunakan secara umum pada tahun 1676 (Finizo dan Ladas, 1988). Persamaan diferensial juga sering muncul dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan seperti fisika, matematika, teknik, dll. Secara umum persamaan diferensial dapat dibagi menjadi dua kategori besar, yaitu Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan Persamaan Diferensial Parsial (PDP). (Setiawa, 2006)

Sedangkan sistem persamaan diferensial adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan diferensial yang saling berkaitan dan harus diselesaikan secara

bersamaan. Sama halnya dengan persamaan diferensial sistem persamaan diferensial dibedakan menjadi sistem persamaan diferensial biasa dan parsial. Sistem persamaan diferensial biasa melibatkan turunan suatu fungsi terhadap satu variabel bebas, sedangkan sistem persamaan diferensial parsial melibatkan turunan suatu fungsi terhadap dua atau lebih variabel bebas. Metode penyelesaian dari persamaan diferensial meliputi metode analitik dan numerik. Metode analitik melibatkan penyelesaian sistem persamaan diferensial secara eksplisit, sedangkan metode numerik melibatkan penggunaan komputer untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial secara numerik.

Selain adanya berbagai jenis persamaan diferensial, cara atau metode penyelesaiannya pun bermacam-macam. Ada beberapa metode umum penyelesaian persamaan diferensial biasa (PDB) seperti metode Euler, pemisahan variabel, deret pangkat, reduksi, deret pangkat, dan masih banyak lagi yang dapat disesuaikan dengan bentuk dan jenisnya.

Pada tahun 1986, Zhou mengenalkan metode yang dapat menyelesaikan persamaan diferensial linier dan nonlinier secara bersamaan, yaitu Metode Transformasi Diferensial (E. Katizah, 2015). Metode tersebut telah banyak digunakan dalam menyelesaikan berbagai permasalahan dan persamaan, antara lain persamaan diferensial Riccati, permasalahan Goursat, permasalahan batuan planar satu dimensi, permasalahan difusi reaksi Cauchy, dan persamaan gelombang panjang dispersif..

Pada umumnya persamaan diferensial biasa nonlinear dilinierkan terlebih dahulu kemudian diselesaikan dengan metode persamaan diferensial. Akan tetapi tidak seluruh persamaan diferensial biasa nonlinier dapat dilinierkan secara langsung. Dengan menggunakan metode transformasi diferensial, dapat menyelesaikan persamaan diferensial biasa nonlinier tanpa linierisasi. Metode ini adalah langkah iteratif dalam memperoleh solusi analitik deret Taylor. Metode ini juga merupakan metode penyelesaian persamaan nonlinier dengan menggunakan metode numerik, dan hasil yang diperoleh merupakan perkiraan.

Oleh sebab itu, penelitian ini akan mengeksplorasi bagaimana penerapan metode transformasi diferensial dalam menyelesaikan persamaan diferensial Riccati orde kedua.

## **1.2 Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menyelesaikan masalah persamaan diferensial biasa yaitu persamaan Diferensial Riccati orde dua, dengan menggunakan Metode Transformasi Diferensial.

### **1.3 Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Dapat mengaplikasikan metode Transformasi Diferensial dalam menyelesaikan persamaan diferensial Riccati orde dua.
2. Mengetahui sifat- sifat serta langkah–langkah pada metode transformasi diferensial.
3. Sebagai bahan referensi mengenai Persamaan Diferensial biasa tak linear

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat variabel bebas, variabel terikat, dan turunan variabel terikat terhadap variabel bebas. Misalkan  $f(x)$  mendefinisikan sebuah fungsi dari  $x$  pada suatu interval  $I: a \leq x \leq b$ . persamaan diferensial merupakan persamaan yang memuat derivative dari  $f(x)$ . Orde persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi pada persamaan yang telah diturunkan ( Darmawijoyo, 2011 ).

Contoh :

$$\frac{dy}{dx} + y = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y + x^2 + 5 = 0 \quad (2.2)$$

### 2.2 Orde (Tingkatan) dan Degree (Derajat)

Persamaan diferensial biasa berorde  $n$  yaitu persamaan yang bentuknya:  $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$  yang menyatakan hubungan antara variabel  $x$ ,

variabel terikat  $y(x)$  dan turunannya yaitu  $y, y', y'', \dots, y^{(n)}$ . Oleh karena itu, suatu persamaan diferensial dikatakan mempunyai orde  $n$ . Jika suatu turunan yang paling tinggi pada suatu persamaan diferensial, maka turunan tersebut merupakan turunan orde  $n$ . Jika turunan tertinggi suatu persamaan diferensial berderajat  $k$ , maka persamaan diferensial tersebut dikatakan mempunyai degree (derajat)  $k$ . (Kartono, 1994)

Contoh :

$$1. \quad x \frac{dy}{dx} + 5y = 6 ; \text{ orde 1, derajat 1} \quad (2.3)$$

$$2. \quad \left( x \frac{d^3y}{dx^3} \right) + (x)^2 = 2 ; \text{ orde 3, derajat 1} \quad (2.4)$$

### 2.3 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa adalah suatu bentuk persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel terikat terhadap suatu variabel bebas suatu fungsi. Penentuan orde suatu persamaan diferensial bergantung pada kandungan turunan fungsi dalam persamaan diferensial tersebut. Orde atau deret suatu persamaan diferensial merupakan orde tertinggi dari turunan persamaan diferensial tersebut.. (Dame, 2020)

Contoh :

$$1. \quad y' - \sin x - \cos x = 0 \quad (2.5)$$

$$2. \quad y'' + 2y = 0 \quad (2.6)$$

## 2.4 Persamaan Diferensial Linear

Secara umum, persamaan diferensial linear orde  $n$  adalah persamaan yang berbentuk:  $a_n(x)y^n + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x)$

Misalkan koefisien-koefisiennya  $a_n(x), a_{n-1}(x), a_1(x), \dots, a_0(x)$  dan fungsi  $f(x)$  merupakan fungsi-fungsi yang kontinu pada suatu selang  $I$  dan bahwa koefisien pertama  $a_n(x) \neq 0$  untuk setiap  $x \in I$ . Selang  $I$  disebut *selang definisi* (selang asal) dari persamaan diferensial itu. Jika fungsi  $f$  identik dengan nol, maka persamaan di atas *homogen*. Jika  $f(x)$  tak identik nol, maka persamaan tersebut *takhomogen*.

Bila koefisien  $a_n(x), a_{n-1}(x), a_1(x), \dots, a_0(x)$  yaitu tetap, persamaan di atas dikatakan persamaan diferensial linear dengan *koefisien konstanta*, dilain pihak merupakan persamaan-persamaan dengan *koefisien-koefisien peubah*.

Berikut merupakan contoh-contoh persamaan diferensial linear :

$$xy' - 2y = x^3 ; x \neq 0 \quad (2.7)$$

$$y'' + 2y' + 3y = \cos x \quad (2.8)$$

Persamaan (2.7) persamaan diferensial linear tak homogen orde 1 dengan koefisien konstanta. Persamaan (2.8) diferensial linear tak homogen orde 2 dengan koefisien konstanta. Istilah linier berkaitan dengan tiap suku dipersamaan diferensial itu, peubah - peubah  $y, y', \dots, y^n$  berderajat satu atau nol. ( Finizo, N & Ladas, G. 1988 )

## 2.5 Persamaan Diferensial Tak Linear

$$a_0(t)y^n + a_1(t)y^{(n-1)} + \dots + a_n(t)y = g(t) \quad (2.9)$$

Persamaan Diferensial tak linear adalah persamaan yang tidak dapat ditulis dalam bentuk linear, yaitu persamaan yang mengandung suku-suku yang tidak dapat diwakili oleh kombinasi linear dari fungsi-fungsi yang diberikan. Berarti persamaan yang tidak dalam bentuk (2.9) merupakan persamaan tak linear. Contoh persamaan tak linear yaitu :  $\frac{d^2y}{dx^2} + \sin y = 0$  persamaan tersebut tak linear (Waluyo, 2006).

## 2.6 Persamaan Diferensial Riccati

Tipe khusus lain dari persamaan diferensial orde satu adalah Persamaan Riccati. Persamaan Riccati dikenalkan oleh matematikawan asal Italy yang bernama Vincenzo Riccati (1701-1775). Bentuk standar dari persamaan Riccati adalah

$$\frac{dy}{dx} = P(x)y^2 + Q(x)y + R(x), \quad P(x) \neq 0$$

Solusi persamaan diferensial Riccati bergantung pada fungsi  $P(x)$ ,  $Q(x)$  dan  $R(x)$ . Apabila  $R(x) = 0$  maka persamaan diferensial Riccati akan berbentuk Persamaan Diferensial Bernoulli sedangkan apabila  $Q(x) = 0$  maka menjadi Persamaan Diferensial orde-1. (Shepley L. Ross, 1996).

## 2.7 Transformasi Diferensial

Transformasi diferensial adalah salah satu metode matematika yang digunakan untuk mengubah persamaan diferensial menjadi bentuk yang lebih mudah untuk dipecahkan. Transformasi diferensial melibatkan penggunaan fungsi transformasi, seperti transformasi Laplace, transformasi Fourier, dan transformasi Z. yang kemudian dapat diselesaikan dengan lebih mudah menggunakan teknik aljabar. Transformasi diferensial juga dapat digunakan

untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Transformasi diferensial adalah teknik yang sangat berguna dalam matematika dan berbagai bidang ilmu pengetahuan, seperti fisika, teknik, dan ekonomi. (Rahayu,2012).

## 2.8 Deret Taylor

Deret Taylor adalah representasi fungsi matematika sebagai jumlah tak terhingga dari suku-suku turunan fungsi tersebut di satu titik tertentu. Deret ini diberi nama sesuai dengan matematikawan Inggris, Brook Taylor, yang mengembangkan konsep ini pada abad ke-18.

Secara umum, deret Taylor dari fungsi  $f(x)$  di sekitar titik  $a$  dapat ditulis sebagai:

$$f(a) + \frac{F'(a)}{1!}(x - a) + \frac{F''(a)}{2!}(x - a)^2 + \frac{F^{(3)}(a)}{3!}(x - a)^3 + \dots$$

Dimana  $f'(a), f''(a), f'''(a)$ , dan seterusnya adalah turunan fungsi  $f(x)$  di titik  $a$ . Suku-suku deret ini digunakan untuk mendekati fungsi asli dalam interval tertentu di sekitar titik  $a$ . Secara ringkas bentuk umum deret Taylor dapat ditulis

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n$$

Dengan  $n!$  melambangkan factorial  $n$  dan  $f^{(n)}(a)$  melambangkan nilai dari turunan ke- $n$  dari  $f$  pada titik  $a$ . Deret ini disebut juga sebagai Deret Maclaurin, yang dinamakan berasal dari nama matematikawan Skotlandia yaitu Colin Maclaurin ( Thomas, Finney dan L.Ross,1996 ).

### **III. METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2023/2024 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

#### **3.2 Metode Penelitian**

Metode penelitian yang digunakan pada penulisan ini adalah dengan meninjau literatur terkait Persamaan Diferensial Riccati di Internet, jurnal, buku pendukung matematika, dll.

Tahapan penelitian yang dilakukan adalah:

1. Mempelajari literatur berupa buku dan jurnal yang berkaitan dengan persamaan diferensial.
2. Memahami, mempelajari dan mendefinisikan persamaan diferensial nonlinier yaitu Persamaan Diferensial Riccati

3. Memahami dan mempelajari Metode Transformasi Diferensial
4. Menyelesaikan Persamaan Diferensial Riccati menggunakan metode transformasi diferensial.

## V. KESIMPULAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dan hasil yang sudah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Persamaan Diferensial Riccati dapat diselesaikan tanpa melakukan linearisasi dengan menggunakan metode transformasi diferensial.
2. Hasil persamaan Riccati  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = 4y^2(t) + t$  dengan nilai awal  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 0$  yaitu :

$$Y(2) = 2, Y(3) = \frac{1}{6}, Y(4) = \frac{4}{3}, Y(5) = \frac{1}{15}, Y(6) = \frac{16}{15}, \dots$$

Sehingga diperoleh :

$$y(x) = 1 + 2x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{4}{3}x^4 + \frac{1}{15}x^5 + \frac{15}{16}x^6 + \dots$$

3. Hasil persamaan Riccati  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = y^2(t) + 4t + 2$  dengan nilai awal  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 1$  yaitu :

$$Y(2) = \frac{3}{2}, Y(3) = 1, Y(4) = \frac{1}{3}, Y(5) = \frac{13}{40}, Y(6) = \frac{53}{240}, \dots$$

Sehingga diperoleh :

$$y(x) = 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + x^3 + \frac{1}{3}x^4 + \frac{13}{40}x^5 + \frac{53}{240}x^6 + \dots$$

## **5. 2 Saran**

Penelitian ini hanya membahas penyelesaian Persamaan Diferensial Riccati orde kedua, sehingga apabila pembaca ingin melanjutkan penelitian ini, peneliti menyarankan untuk menyelesaikan persamaan diferensial Riccati orde ketiga atau lebih tinggi.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdy,M. dkk. 2019. Persamaan Riccati dengan Metode Adams- Bashforth-Moulton. Jurnal, Vol. 1, No. 2, 2019.
- Boyce, W.E and Dil Prima, R.C. 1997. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. Sixth Edition. John Wiley and Sons, New York.
- Darma,W. 2011. *Persamaan Diferensial Biasa*. Erlangga. Palembang
- Finizio, N. dan G. Ladas. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa Dengan Penerapan Modern*. Ed. Ke-2. Erlangga, Jakarta.
- Kartono. 1994. *Penuntun Belajar Persamaan Diferensial*. Andi Offset, Yogyakarta.
- Rahayu, Sugianto dan Prihandono, B. *Penyelesaian Persamaan Diferensial Tak Linear dengan Metode Transformasi Diferensial*. Jurnal, Vol. 01, No. 1, 2012.
- Shepley L. Ross. 1996. *Introduction To Ordinary Differential Equation, Third Edition*. New York.
- Waluyo,S.B. 2006. *Persamaan Diferensial*. Graha Ilmu, Yogyakarta
- Wardiman.1981. *Persamaan Diferensial*. Citra Offset, Yogyakarta.
- Wartono. Muhajir, M. 2013. *Penyelesaian Persamaan Riccati Dengan Menggunakan Metode Dekomposisi Adomian Laplace*. Jurnal, Vol. 10, No. 2, 2013.