SOLUSI SISTEM PERSAMAAN *FULLY FUZZY* DAN DUAL *FULLY FUZZY* NON LINEAR MENGGUNAKAN ALGORITMA GENETIKA

(Skripsi)

Oleh

FATIMATUZZAHRA

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024

ABSTRACT

SOLUTION OF FULLY FUZZY AND DUAL FULLY FUZZY NON LINEAR EQUATION SYSTEMS USING GENETIC ALGORITHM

By

Fatimatuzzahra

A system of non linear equations is a collection of several interrelated non-linear equations. Currently, non-linear equation systems are not only used on real numbers, but also fuzzy numbers. A fuzzy number is an ordered pair function that has a degree of membership [0,1]. Meanwhile, a fully fuzzy system of equations is a system of equations that applies fuzzy number arithmetic operations. The solution of non-linear equation systems is usually difficult to solve analytically, so numerical methods are used as an alternative to solve these problems. In this research, the steps to find the solution of non-linear fully fuzzy and dual fully fuzzy equation systems using genetic algorithms are studied, which in the solution process is based on the theory of evolution and natural selection. The solution steps taken are first converting the fully fuzzy system of equations into a system of strict equations, next constructing the system of strict equations as a multi-objective optimization problem, and lastly solving the optimization problem using a genetic algorithm which includes initialization, evaluation, selection, crossover, and mutation. As an illustration, several cases of non-linear fully fuzzy and dual fully fuzzy systems of equations on triangular fuzzy numbers and trapezoidal fuzzy numbers are given. The approximate solutions obtained using genetic algorithms produce solutions that are close to their analytic solutions.

Keywords : Non linear fully fuzzy and dual fully fuzzy systems of equations, genetic algorithm, triangular fuzzy numbers, trapezoidal fuzzy numbers.

ABSTRAK

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN *FULLY FUZZY* DAN DUAL *FULLY FUZZY* NON LINEAR MENGGUNAKAN ALGORITMA GENETIKA

Oleh

Fatimatuzzahra

Sistem persamaan non linear adalah kumpulan dari beberapa persamaan non linear yang saling berkaitan. Saat ini sistem persamaan non linear tidak hanya digunakan pada bilangan *real* saja, tetapi juga bilangan *fuzzy*. Bilangan *fuzzy* adalah suatu fungsi pasangan terurut yang memiliki derajat keanggotaan [0,1]. Sedangkan sistem persamaan *fully fuzzy* adalah sistem persamaan yang menerapkan operasi aritmatika bilangan *fuzzy*. Solusi sistem persamaan non linear biasanya sulit diselesaikan secara analitik, maka dari itu metode numerik digunakan sebagai alternatif untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Pada penelitian ini dikaji langkah-langkah pencarian solusi sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear menggunakan algoritma genetika yang mana dalam proses penyelesaiannya didasarkan pada teori evolusi dan seleksi alam. Langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan yaitu pertama mengubah sistem persamaan *fully fuzzy* menjadi sistem persamaan tegas, selanjutnya kontruksi sistem persamaan tegas sebagai masalah optimasi multi-objektif, dan terakhir selesaikan masalah optimasi tersebut menggunakan algoritma genitika yang meliputi inisialisasi, evalusai, seleksi, *crossover*, dan mutasi. Sebagai ilustrasi, diberikan beberapa contoh kasus sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear pada bilangan *fuzzy* segitiga maupun bilangan *fuzzy* trapesium. Solusi hampiran yang diperoleh menggunakan algoritma genetika menghasilkan solusi yang mendekati solusi analitiknya.

Kata kunci : Sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear, algoritma genetika, bilangan *fuzzy* segitiga, bilangan *fuzzy* trapesium.

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN *FULLY FUZZY* DAN DUAL *FULLY FUZZY* NON LINEAR MENGGUNAKAN ALGORITMA GENETIKA

Oleh

Fatimatuzzahra

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024

Judul Skripsi : **SOLUSI SISTEM PERSAMAAN *FULLY FUZZY* DAN DUAL *FULLY FUZZY* NON LINEAR MENGGUNAKAN ALGORITMA GENETIKA**

Nama Mahasiswa : **Fatimatuzzahra**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2017031008**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.	**Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**
NIP 19740316 200501 1 001	NIP 19690213 199402 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	:	**Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**	....
Sekretaris	:	**Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	:	**Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**	....

2. **Dekan Fakultas** Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 29 April 2024

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	:	**Fatimatuzzahra**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2017031008**
Jurusan	:	**Matematika**
Judul	:	**Solusi Sistem Persamaan *Fully Fuzzy* dan Dual *Fully Fuzzy* Non Linear Menggunakan Algoritma Genetika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau telah dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 29 April 2024
Penulis,

Fatimatuzzahra
NPM 2017031008

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Fatimatuzzahra yang dilahirkan di Kota Bandar Lampung pada tanggal 12 Juni 2002. Penulis merupakan anak ketiga dari tiga bersaudara pasangan suami istri Bapak Zainal Arifin dan Ibu Umi Kulsum.

Penulis menempuh awal pendidikan Taman Kanak-kanak di Raudhatul Athfal Aulia pada tahun 2007-2008, pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 1 Natar pada tahun 2008-2014, pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 1 Natar pada tahun 2014-2017, dan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Natar pada tahun 2017-2020.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswi S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam melalui jalur penerimaan SNMPTN pada tahun 2020. Selama menjadi mahasiswi, penulis bergabung di beberapa organisasi kampus yaitu menjadi anggota Biro Kesekretariatan HIMATIKA FMIPA UNILA periode 2021 dan anggota ROIS FMIPA UNILA periode 2021 dan periode 2022.

Penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di PT PLN Unit Pelaksana dan Pengatur Distribusi (UP2D) Lampung pada tanggal 4 Januari sampai 12 Februari tahun 2023, dan pada tanggal 26 Juni sampai 4 Agustus tahun 2023 penulis melaksanakan kegiatan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Poncowarno, Kecamatan Kalirejo, Kabupaten Lampung Tengah.

KATA INSPIRASI

"Sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan."
(QS. Al-Insyirah : 5)

"Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya."
(QS. Al-Baqarah : 286)

"Apapun yang menjadi takdirmu, akan mencari jalannya menemukanmu."
(Ali bin Abi Thalib)

"Orang yang dicintai Allah adalah orang yang paling bermanfaat bagi orang lain …"
"HR. Thabrani"

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirobbil'alamin

Puji dan syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan nikmat serta hidayahnya, sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya.

Oleh karena itu, dengan penuh syukur saya persembahkan skripsi ini kepada :

Keluarga Tercinta

Terima kasih kepada seluruh keluarga besar yang senantiasa memberikan dukungan, semangat, nasihat, kasih sayang, serta doa yang tak pernah putus dalam setiap langkah yang saya tempuh.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat berjasa dalam membantu, memberikan kritik, saran, masukan, arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabatku

Terima kasih kepada semua teman serta sahabat atas dukungan, do'a, semangat, serta canda tawa selama masa perkuliahan ini.

Almamater Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala limpahan karunia serta Rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Solusi Sistem Persamaan *Fully Fuzzy* dan Dual *Fully Fuzzy* Non Linear Menggunakan Algoritma Genetika". Penulisan skripsi ini tidak dapat terselesaikan tanpa adanya bimbingan, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak.

Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama sekaligus Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung, terima kasih atas kesediaan waktunya dalam memberikan bimbingan, arahan, saran, serta motivasi kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing Kedua yang telah memberikan bimbingan, arahan, serta dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembahas yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi yang membangun kepada penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Ibu Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah membimbing penulis selama proses perkuliahan.
5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Umi, Abah, Mba Ira, Mba Lulu serta seluruh keluarga besar yang tidak pernah lelah memberikan dukungan, doa, motivasi, pengorbanan dan kasih sayang kepada penulis.
8. Sahabat-sahabat penulis selama perkuliahan yakni Novita, Abil, dan Ela terima kasih atas semua motivasi, dukungan, semangat, kebersamaan serta kenangan yang indah yang telah diberikan.
9. Sahabat SMA yakni Hana, Nanda, Fina, Dinda, dan Putri yang senantiasa memberikan dukungan dan semangat kepada penulis.
10. Teman-teman Jurusan Matematika Angkatan 2020 yang telah banyak membantu selama masa perkuliahan.
11. Semua pihak yang membantu dalam proses penyusunan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 29 April 2024
Penulis,

Fatimatuzzahra
NPM 2017031008

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Saat ini, ilmu matematika sangat berperan penting dalam kehidupan manusia baik digunakan pada kehidupan sehari-hari dan juga digunakan pada bidang-bidang ilmu lain seperti dalam ilmu fisika, kimia, biologi, teknologi, dan bidang ilmu lainnya. Salah satu cabang ilmu matematika yang sering digunakan yaitu aljabar linear. Sistem persamaan non linear merupakan salah satu bagian dari aljabar linear yang biasanya digunakan untuk menyelesaikan permasalahan nyata sehingga diperlukan proses penyelesaian. Penyelesaian sistem persamaan non linear adalah dengan mencari nilai akar x sampai $f(x) = 0$ (Marlindawati, 2012). Nilai akar ini dapat dicari dengan menggunakan metode analitik, namun pada kenyataannya penyelesaian sistem ini biasanya sulit untuk diselesaikan secara analitik, maka dari itu digunakan metode numerik untuk mencari solusi dari permasalahan tersebut. Metode numerik merupakan perhitungan dengan pengulangan langkah-langkah secara berulang-ulang dan terus-menerus hingga diperoleh solusi yang mendekati solusi penyelesaian analitiknya (Hutagalung, 2017).

Seiring berkembangnya ilmu matematika, saat ini sistem persamaan non linear tidak hanya digunakan untuk bilangan *real* saja, tetapi juga dapat digunakan pada bilangan *fuzzy* (Marzuki & Herawati, 2015). *Fuzzy* merujuk pada sesuatu yang kurang jelas atau tidak terdefinisi dengan tegas, sementara bilangan *fuzzy* adalah konsep yang meluaskan bilangan tegas dan merupakan suatu fungsi pasangan terurut yang memiliki derajat keanggotaan yang berada pada interval [0,1] (Permata & Arnellis, 2018). Secara umum, bilangan *fuzzy* yang sering digunakan berdasarkan representasi fungsi keanggotaannya dibagi menjadi dua yaitu bilangan *fuzzy* segitiga dan bilangan *fuzzy* trapesium. Selain itu, pada *fuzzy* juga dikenal sistem persamaan *fully fuzzy* non linear. Sistem persamaan *fully fuzzy* non linear merupakan sistem persamaan yang menerapkan operasi aritmatika bilangan *fuzzy* yang berbeda dengan operasi aritmatika pada bilangan *real*.

Penyelesaian sistem persamaan *fully fuzzy* non linear ini dapat diselesaikan dengan metode numerik seperti metode newton, metode gradien, *steepest descent,* dan lainnya. Namun pada kenyataannya, metode-metode tersebut menuntut sifat diferensiabilitas dari fungsi objektif. Algoritma Genetika (GA) dapat digunakan untuk mengatasi masalah ini, karena tidak diperlukan sifat diferensiabilitas dalam penyelesaiannya. GA adalah salah satu metode numerik yang termasuk dalam kelompok algoritma evolusioner yang merupakan pendekatan untuk menyelesaikan masalah-masalah kompleks dengan meniru proses evolusi dalam kehidupan. GA telah berkembang seiring dengan kemajuan teknologi informasi yang cepat. Algoritma ini sering digunakan di berbagai bidang seperti fisika, biologi, ekonomi, sosiologi, dan lain-lain, terutama ketika menghadapi masalah optimasi yang melibatkan model matematika yang rumit atau sulit dikonstruksi (Widodo & Mahmudy, 2010).

Penelitian terkait persamaan *fuzzy* dan algoritma genetika telah banyak dilakukan. Mashinchi et al, 2007 melakukan pendekatan algoritma genetika untuk menyelesaikan persamaan *fuzzy* linear dan kuadratik pada bilangan *fuzzy* segitiga. Penyelesaian sistem persamaan *fully fuzzy* linear pada bilangan *fuzzy* trapesium dilakukan oleh Kumar et al, 2010. Marzuki dan Herawati, 2015 melakukan penelitian menggunakan metode iterasi Jacobi pada bilangan *fuzzy* segitiga untuk menyelesaikan sistem persamaan linear *fully fuzzy*. Hamamoto et al, 2018 melakukan penelitian terkait sistem *Network Anomaly Detection* dengan menggunakan algoritma genetika dan logika *fuzzy*. Ghodousian et al, 2018 memecahkan masalah optimasi non linier yang diterapkan pada persamaan relasional *fuzzy* segitiga yang didefinisikan oleh keluarga *Dubois-Prade* dari t-norma menggunakan algoritma genetika. Penyelesaian sistem persamaan non linear dengan menerapkan algoritma genetika telah dilakukan oleh Mangla et al, 2019. Anisa dkk, 2023 menyelesaikan sistem persamaan *fully fuzzy* non linear pada bilangan *fuzzy* segitiga menggunakan metode Newton Raphson ganda dan implementasinya dengan program matlab. Zakaria et al, 2023 menyelesaika *Dual Fully Fuzzy Non Linear Matrix Equations* (DFFNME) yaitu salah satu bentuk lain dari sistem persamaan *fully fuzzy* pada bilangan *fuzzy* segitiga dengan menggunakan metode *Broyden* serta implementasinya pada program matlab.

Oleh karena itu, pada skripsi ini penulis tertarik untuk mencari solusi sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear pada bilangan *fuzzy* segitiga maupun bilangan *fuzzy* trapesium menggunakan salah satu metode numerik yaitu algoritma genetika agar dapat mempermudah pencarian solusi dengan cepat menggunakan program komputer.

1.2 Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear pada bilangan *fuzzy* segitiga maupun bilangan *fuzzy* trapesium dan implementasinya menggunakan algoritma genetika.

1.3 Manfaat

Adapun manfaat penelitian ini sebagai berikut.

1. Memberikan informasi bagi pembaca mengenai penerapan algoritma genetika dalam menyelesaikan sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear.
2. Penelitian ini dapat digunakan sebagai referensi untuk pengembangan metode numerik dalam penyelesaian masalah sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Non Linear

Persamaan non linear merujuk pada persamaan matematika yang tidak menghasilkan grafik berupa garis lurus (Marlindawati, 2012). Salah satu contoh bentuk persamaan non linear adalah sebagai berikut.

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \tag{2.1}$$

Persamaan non linear dapat diselesaikan dengan cara mencari solusi-solusi dari persamaannya, di mana solusi tersebut merupakan nilai-nilai x yang membuat fungsi $f(x)$ sama dengan nol. Sedangkan sistem persamaan non linear merupakan kumpulan dari beberapa persamaan non linear yang saling berkaitan. Bentuk umum dari sistem persamaan non linear adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Untuk setiap fungsi f_i dimana $i = 1,2, \ldots, n$ dapat digambarkan dengan sebuah vektor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^t$ dimensi ke-n pada ruang $\mathbb{R}^n$ pada garis *real* $\mathbb{R}$ (Rahayu dkk, 2020).

2.2 Logika *Fuzzy*

Logika *fuzzy* muncul karena logika tegas tidak mampu sepenuhnya merepresentasikan pemikiran manusia. Perbedaan antara logika *fuzzy* dan logika tegas terletak pada nilai keanggotaan elemen pada suatu himpunan. Himpunan tegas memiliki nilai atau derajat keanggotaan 0 dan 1, dimana bernilai 1 jika merupakan anggota dan 0 jika bukan anggota. Sedangkan dalam logika *fuzzy*, derajat keanggotaan himpunan diwakili oleh bilangan *real* dalam rentang [0, 1]. Sebuah himpunan *fuzzy* A dalam himpunan S dapat direpresentasikan sebagai pasangan nilai x beserta derajat keanggotaannya $\mu_A(x)$. Domain himpunan *fuzzy* merupakan seluruh nilai dalam semesta pembicaraan dan dapat dioperasikan secara *fuzzy*. Notasi himpunan *fuzzy* dapat dituliskan dalam rumus seperti berikut (Rifa'i, 2020).

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \epsilon S\}. \tag{2.3}$$

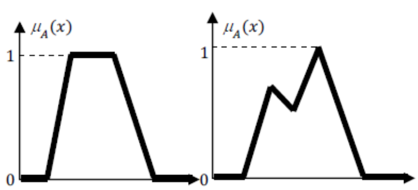
2.3 Bilangan *Fuzzy*

Misalkan A adalah himpunan *fuzzy* pada $\mathbb{R}$. A merupakan bilangan *fuzzy* jika memenuhi syarat-syarat berikut (Sari & Alisah, 2012).

1. A merupakan himpunan *fuzzy* normal.

   Suatu bilangan *fuzzy* bersifat normal jika mempunyai nilai fungsi keanggotaannya sama dengan 1.
2. A_α merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in (0,1]$.
3. $S(A)$ atau A_{0+}, merupakan himpunan terbatas.
4. Konvek

   Himpunan *fuzzy* A dikatakan himpunan *fuzzy* konvek apabila fungsi keanggotaannya monoton naik, atau monoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik. Himpunan *fuzzy* A di katakan himpunan *fuzzy* tak konvek apabila fungsi keanggotaannya tidak monoton naik, atau tidak monoton turun, atau tidak monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik.



Gambar 1. Himpunan *fuzzy* konvek dan tak konvek.

Bilangan *fuzzy* adalah himpunan *fuzzy* dimana $\tilde{u} : \mathbb{R}^1 \rightarrow I = [0,1]$ yang memenuhi syarat sebagai berikut (Mashinchi et al, 2007).

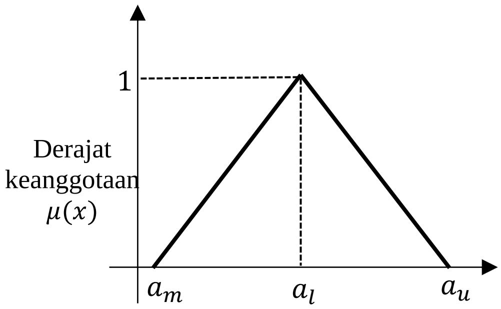
1. $\tilde{u}$ semikontinu atas,
2. terdapat bilangan *real* $a, b, c,$ dan d, sedemikian sehingga $a \leq b \leq c \leq d$ dan
   (i) $\tilde{u}(x) = 0$ berada di luar interval $[a, d]$,
   (ii) $\tilde{u}\,(x)$ monoton naik pada $[a, b]$,
   (iii) $\tilde{u}\,(x)$ monoton turun pada $[c, d]$,
   (iv) $\tilde{u}\,(x)$ = 1, untuk $b \leq x \leq c$.

2.3.1 Bilangan *Fuzzy* Segitiga

Sembarang bilangan *fuzzy* dalam bentuk $\tilde{a} = (m - \alpha, m, m + \beta) = (a_m, a_l, a_u)$ dengan fungsi keanggotaan yaitu :

$$u_{\tilde{a}} = \begin{cases} 1 - \frac{m-x}{\alpha}, m - \alpha \leq x \leq m \\ 1 - \frac{x-m}{\beta}, m \leq x \leq m + \beta, \\ 0, \qquad\qquad selainnya \end{cases} \tag{2.4}$$

disebut bilangan *fuzzy* segitiga. Representasi grafik fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* segitiga adalah sebagai berikut (Zakaria et al, 2023).



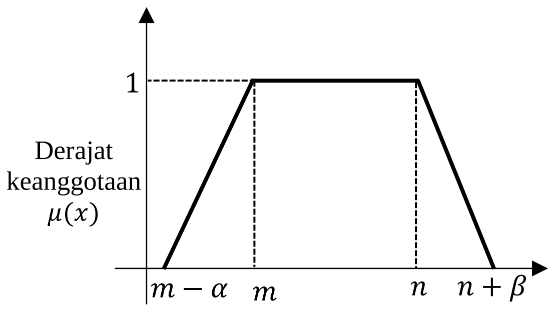
Gambar 2. Representasi grafik bilangan *fuzzy* segitiga.

2.3.2 Bilangan *Fuzzy* Trapesium

Bilangan *fuzzy* $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$ disebut bilangan *fuzzy* trapesium jika fungsi keanggotaanya didefinisikan dengan (Kumar et al, 2010) :

$$u_{\tilde{a}} = \begin{cases} 1 - \frac{m-x}{\alpha}, & m - \alpha \leq x \leq m, \alpha > 0 \\ 1, & m \leq x \leq n \\ 1 - \frac{x-n}{\beta}, & n \leq x \leq n + \beta, \beta > 0 \\ 0, & selainnya \end{cases}. \quad (2.5)$$

Representasi grafik bilangan *fuzzy* trapesium dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 3. Representasi grafik bilangan *fuzzy* trapesium.

Bilangan *fuzzy* trapesium $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$ dikatakan bilangan *fuzzy* trapesium non negatif $\tilde{a} \geq 0$ jika dan hanya jika $m - \alpha \geq 0$, dan dikatakan bilangan *fuzzy* trapesium nol jika dan hanya jika $m = 0, n = 0, \alpha = 0$, dan $\beta = 0$. Dua Bilangan *fuzzy* $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$ dan $\tilde{b} = (p, q, \gamma, \delta)$ dikatakan sama jika dan hanya jika $m = p, n = q, \alpha = \gamma$, dan $\beta = \delta$ (Kumar et al, 2010).

2.3.3 Operasi Aritmatika Bilangan *Fuzzy*

Operasi aritmatika bilangan *fuzzy* berbeda dengan operasi aritmatika pada bilangan *real*. Berikut adalah operasi aritmatika pada bilangan *fuzzy* segitiga dan bilangan *fuzzy* trapesium.

2.3.3.1 Operasi Aritmatika pada Bilangan *Fuzzy* Segitiga

Misal diberikan dua bilangan *fuzzy* segitiga $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$ dan $\tilde{b} = (b_m, b_l, b_u)$ maka operasi perhitungannya sebagai berikut (Anisa dkk, 2023).

1. $\tilde{a} \oplus \tilde{b} = (a_m + b_m, a_l + b_l, a_u + b_u)$,
2. $-\tilde{a} = (-a_m, -a_l, -a_u)$,
3. $\tilde{a} \ominus \tilde{b} = (a_m - b_u, a_l - b_l, a_u - b_m)$
4. Perkalian pada bilangan *fuzzy* dilambangkan oleh $\hat{*}$ dan didasarkan pada prinsip tambahan akan tetapi sedikit berbeda dari perkalian *fuzzy* klasik.

$$\tilde{a} \,\hat{*}\, \tilde{b} = (c_m, c_l, c_u)$$

dimana

$c_l = a_l \,.\, b_l$

$c_m = \min(a_m \,.\, b_m, a_m \,.\, b_u, a_u \,.\, b_m, a_u \,.\, b_u)$

$c_u = \max(a_m \,.\, b_m, a_m \,.\, b_u, a_u \,.\, b_m, a_u \,.\, b_u)$.

Jika $\tilde{a}$ adalah sembarang bilangan *fuzzy* segitiga dan $\tilde{b}$ non negatif, maka:

$$\tilde{a} \,\hat{*}\, \tilde{b} = \begin{cases} (a_m \,.\, b_m, a_l \,.\, b_l, a_u \,.\, b_u), & a_m \geq 0 \\ (a_m \,.\, b_u, a_l \,.\, b_l, a_u \,.\, b_u), & a_m < 0, a_u \geq 0 \\ (a_m \,.\, b_m, a_l \,.\, b_l, a_u \,.\, b_m), & a_m < 0, a_u < 0 \end{cases}.$$

2.3.3.2 Operasi Aritmatika pada Bilangan *Fuzzy* Trapesium

Misal diberikan dua bilangan *fuzzy* trapesium $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$ dan $\tilde{b} = (p, q, \gamma, \delta)$, maka operasi perhitungannya sebagai berikut (Gemawati et al, 2018).

1. $\tilde{a} \oplus \tilde{b} = (m + p, n + p, \alpha + \gamma, \beta + \delta)$.
2. $\tilde{a} \ominus \tilde{b} = (m - p, n - q, \alpha + \delta, \beta + \gamma)$.

   Untuk setiap bilangan *fuzzy* trapesium $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$, terdapat bilangan *fuzzy* trapesium $\tilde{b} = (m, n, -\beta, -\alpha)$ sedemikian rupa sehingga $\tilde{a} \ominus \tilde{b} = (0,0,0,0)$
3. $\lambda \,\hat{*}\, \tilde{a} = \lambda \,\hat{*}\, (m, n, \alpha, \beta) = \begin{cases} (\lambda m, \lambda n, \lambda\alpha, \lambda\beta) & \lambda \geq 0 \\ (\lambda m, \lambda n, -\lambda\beta, -\lambda\alpha,) & \lambda < 0 \end{cases}.$
4. Perkalian $\tilde{a} \,\hat{*}\, \tilde{b}$

$$\tilde{a} \circledast \tilde{b} = \begin{cases} (mp, nq, m\gamma + p\alpha, n\delta + q\beta), & \tilde{a} > 0 \text{ dan } \tilde{b} > 0 \\ (mp, nq, \alpha p - m\delta, \beta q - n\gamma), & \tilde{a} < 0 \text{ dan } \tilde{b} > 0 \\ (mp, nq, -m\gamma - \alpha p, -n\delta - \beta q), & \tilde{a} < 0 \text{ dan } \tilde{b} < 0 \end{cases}$$

2.4 Sistem Persamaan *Fully Fuzzy* dan Dual *Fully Fuzzy* Non Linear

Bentuk umum sistem persamaan *fully fuzzy* non linear adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} (\tilde{a}_{11} \circledast \mathbf{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{12} \circledast \mathbf{x}_2) \oplus \dots \oplus (\tilde{a}_{1n} \circledast \mathbf{x}_n) \oplus (\tilde{c}_{11} \circledast \mathbf{x}_1^2) \oplus \\ (\tilde{c}_{12} \circledast \mathbf{x}_2^2) \oplus \dots \oplus (\tilde{c}_{1n} \circledast \mathbf{x}_n^2) \oplus \dots \oplus (\tilde{e}_{11} \circledast \mathbf{x}_1^n) \oplus (\tilde{e}_{12} \circledast \mathbf{x}_2^n) \oplus \\ \dots \oplus (\tilde{e}_{1n} \circledast \mathbf{x}_n^n) = \tilde{b}_1 \\ \vdots \\ (\tilde{a}_{n1} \circledast \mathbf{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{n2} \circledast \mathbf{x}_2) \oplus \dots \oplus (\tilde{a}_{nn} \circledast \mathbf{x}_n) \oplus (\tilde{c}_{n1} \circledast \mathbf{x}_1^2) \oplus \\ (\tilde{c}_{n2} \circledast \mathbf{x}_2^2) \oplus \dots \oplus (\tilde{c}_{nn} \circledast \mathbf{x}_n^2) \oplus \dots \oplus (\tilde{e}_{n1} \circledast \mathbf{x}_1^n) \oplus (\tilde{e}_{n2} \circledast \mathbf{x}_2^n) \oplus \\ \dots \oplus (\tilde{e}_{nn} \circledast \mathbf{x}_n^n) = \tilde{b}_n \end{cases} \tag{2.8}$$

Sistem persamaan (2.8) dapat juga ditulis dalam bentuk persamaan matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \cdots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \cdots & \tilde{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \cdots & \tilde{a}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{11} \\ \mathbf{x}_{21} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{n1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11} & \tilde{c}_{12} & \cdots & \tilde{c}_{1n} \\ \tilde{c}_{21} & \tilde{c}_{22} & \cdots & \tilde{c}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{c}_{n1} & \tilde{c}_{n2} & \cdots & \tilde{c}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{11}^2 \\ \mathbf{x}_{21}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{n1}^2 \end{bmatrix} + \cdots \tag{2.9}$$

$$+ \begin{bmatrix} \tilde{e}_{11} & \tilde{e}_{12} & \cdots & \tilde{e}_{1n} \\ \tilde{e}_{21} & \tilde{e}_{22} & \cdots & \tilde{e}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{e}_{n1} & \tilde{e}_{n2} & \cdots & \tilde{e}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{11}^n \\ \mathbf{x}_{21}^n \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{n1}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{11} \\ \tilde{b}_{21} \\ \vdots \\ \tilde{b}_{n1} \end{bmatrix}$$

dimana $\tilde{a}_{ij}, \tilde{c}_{ij}$, dan $\tilde{e}_{ij}$ untuk $1 \leq i, j \leq n$ adalah sembarang bilangan *fuzzy*, sedangkan $\tilde{b}_{ij}$ pada ruas kanan dan elemen tidak diketahui, $\mathbf{x}_j$ adalah bilangan *fuzzy* non negatif (Jafarian & Jafari, 2019).

Sedangkan, bentuk umum dari *Dual Fully Fuzzy Matrix Equation* (DFFNMEs) adalah (Zakaria et al, 2023) :

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{1_{11}} & \tilde{a}_{1_{12}} & \cdots & \tilde{a}_{1_{1n}} \\ \tilde{a}_{1_{21}} & \tilde{a}_{1_{22}} & \cdots & \tilde{a}_{1_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{1_{n1}} & \tilde{a}_{1_{n2}} & \cdots & \tilde{a}_{1_{nn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{a}_{2_{11}} & \tilde{a}_{2_{12}} & \cdots & \tilde{a}_{2_{1n}} \\ \tilde{a}_{2_{21}} & \tilde{a}_{2_{22}} & \cdots & \tilde{a}_{2_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{2_{n1}} & \tilde{a}_{2_{n2}} & \cdots & \tilde{a}_{2_{nn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^2 \\ \mathbf{x}_2^2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^2 \end{bmatrix} + \cdots + \tag{2.10}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{n_{11}} & \tilde{a}_{n_{12}} & \cdots & \tilde{a}_{n_{1n}} \\ \tilde{a}_{n_{21}} & \tilde{a}_{n_{22}} & \cdots & \tilde{a}_{n_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{n_{n1}} & \tilde{a}_{n_{n2}} & \cdots & \tilde{a}_{n_{nn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^n \\ \mathbf{x}_2^n \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{n+1_{11}} & \tilde{a}_{n+1_{12}} & \cdots & \tilde{a}_{n+1_{1n}} \\ \tilde{a}_{n+1_{21}} & \tilde{a}_{n+1_{22}} & \cdots & \tilde{a}_{n+1_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{n+1_{n1}} & \tilde{a}_{n+1_{n2}} & \cdots & \tilde{a}_{n+1_{nn}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} \tilde{a}_{2n_{11}} & \tilde{a}_{2n_{12}} & \cdots & \tilde{a}_{2n_{1n}} \\ \tilde{a}_{2n_{21}} & \tilde{a}_{2n_{22}} & \cdots & \tilde{a}_{2n_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{2n_{n1}} & \tilde{a}_{2n_{n2}} & \cdots & \tilde{a}_{2n_{nn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^n \\ \mathbf{x}_2^n \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \end{bmatrix}.$$

Persamaan DFFNMEs (2.10) juga dapat dituliskan dalam notasi matriks sebagai berikut.

$$\tilde{A}_1 \circledast \mathbf{x} \oplus \tilde{A}_2 \circledast \mathbf{x}^2 \oplus \dots \tilde{A}_n \circledast \mathbf{x}^n = \tilde{A}_{n+1} \circledast \mathbf{x} \oplus \tilde{A}_{n+2} \circledast \mathbf{x}^2 \oplus \dots \oplus \tilde{A}_{2n} \circledast \mathbf{x}^n \oplus \tilde{b}, \tag{2.11}$$

dimana, $\tilde{A}_i$(untuk $1 \leq i \leq 2n$) adalah matriks bilangan *fuzzy*, $\tilde{b}$ adalah elemen tidak diketahui, dan $\mathbf{x}$ adalah vektor kolom dari bilangan *fuzzy*.

2.5 Metode Numerik

Metode numerik (ada juga yang menyebutnya dengan metode heuristik) merupakan pendekatan atau metode yang melibatkan penggunaan data berupa bilangan atau angka tertentu dalam penyelesaian masalahnya. Metode numerik menjadi satu-satunya alternatif selain metode analitik dalam menangani persoalan matematika. Penggunaan metode numerik sering kali memerlukan pengembangan algoritma untuk memastikan penyelesaian masalah dilakukan secara terstruktur dan logis, menghasilkan solusi numerik yang efisien dan efektif untuk berbagai jenis persoalan. Ada dua alasan utama mengapa metode numerik sering dipilih. Pertama, metode ini memberikan efisiensi dan efektivitas dalam menyelesaikan persoalan matematika, terutama karena kemajuan dalam teknologi perangkat keras dan perangkat lunak komputer. Alasan kedua adalah kemampuan metode numerik untuk mengeksplorasi parameter dalam persoalan yang memiliki kompleksitas sembarang. Alasan terakhir ini lebih bermakna keterbatasan metode analitik dalam menyelesaikan persoalan matematika yang kompleks, terutama dalam aplikasi dunia nyata (Zakaria & Muharramah, 2023).

2.6 Algoritma Genetika

Algoritma genetika, sebagai bagian dari algoritma evolusi merupakan metode adaptif yang sering digunakan untuk menemukan nilai optimal dalam masalah optimasi. Metode ini didasarkan dari proses genetik yang terjadi dalam makhluk hidup, di mana generasi dalam populasi berkembang secara alami dengan prinsip seleksi alam, di mana individu yang lebih mampu bertahan hidup cenderung lebih mungkin berkembang. Dengan menerapkan prinsip evolusi ini, algoritma genetika mampu menemukan solusi untuk berbagai masalah dunia nyata (Lestari & Subanar, 2011).

2.6.1 Komponen-komponen Algoritma Genetika

Beberapa komponen utama yang harus dilakukan untuk mengimplementasikan algoritma genetika adalah sebagai berikut.

1. Pengkodean (*encoding*)

   Pengkodean suatu solusi masalah ke dalam kromosom adalah elemen kunci dalam algoritma genetika. Para ahli mengklasifikasikan pengkodean ini menjadi tiga jenis utama: pengkodean biner, pengkodean *real*, dan pengkodean integer (bulat) (Lestari & Subanar, 2011).
2. Inisialisasi Populasi

   Inisialisasi adalah proses pembangkitan kromosom (sesuai ukuran populasi) untuk dijadikan anggota populasi awal. Populasi itu sendiri terdiri dari sejumlah kromosom yang merepresentasikan solusi yang diinginkan. Setiap kromosom berisi sejumlah gen. Inisialisasi populasi dilakukan secara random, namun demikian harus tetap memperhatikan domain solusi dan kendala permasalahan yang ada (Lestari & Subanar, 2011).

3. Nilai *Fitness*

Evaluasi suatu individu dalam algoritma genetika dilakukan berdasarkan pada suatu fungsi tertentu yang menjadi ukuran kualitasnya. Fungsi ini disebut sebagai fungsi *fitness*, yang menghasilkan nilai kebugaran atau kualitas individu (Lestari & Subanar, 2011). Jika mencari nilai maksimum maka fungsi *fitness* yang digunakan yaitu:

$$eval(v_k) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2.10}$$

dan jika mencari nilai minimum, maka fungsi *fitness* yang digunakan yaitu:

$$eval(v_k) = \frac{1}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \tag{2.11}$$

dimana $k = 1,2,3, \dots, m$POP (Adri, 2021).

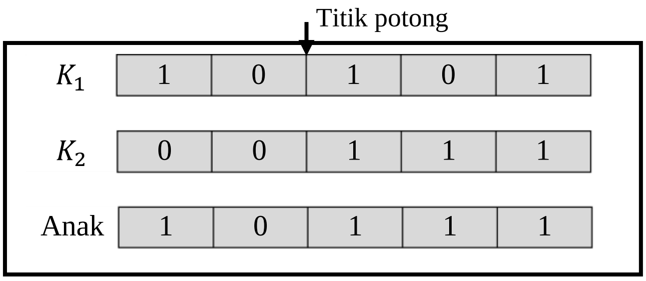
4. Seleksi

Seleksi dalam konteks algoritma genetika adalah proses dimana individu-individu yang akan menjadi orang tua (*parent*) dipilih untuk melakukan reproduksi. Tujuan dari seleksi ini adalah memberikan kesempatan reproduksi yang lebih besar bagi individu-individu dalam populasi yang memiliki nilai *fitness* atau kualitas yang lebih baik (Lestari & Subanar, 2011). Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah *roulette-wheel selection* (roda *roulette*). Seperti permainan roda *roulette*, kromosom ditempatkan pada masing-masing potongan lingkaran secara proporsional sesuai dengan nilai *fitness*-nya. Kromosom yang memiliki nilai *fitness* yang lebih besar memiliki peluang yang lebih besar untuk terpilih sebagai *parent* (Adri, 2021).

5. *Crossover*

Crossover atau yang dikenal sebagai persilangan, adalah proses yang menciptakan kromosom atau individu baru dengan menggabungkan informasi dari dua kromosom induk. Proses ini menghasilkan kromosom baru yang disebut sebagai anak (*offspring*). Tujuan dari *crossover* adalah untuk meningkatkan keragaman string dalam suatu populasi dengan melakukan penyilangan antara string yang berasal dari reproduksi sebelumnya. Pada *crossover* terdapat satu parameter yang sangat penting, yaitu peluang *crossover*

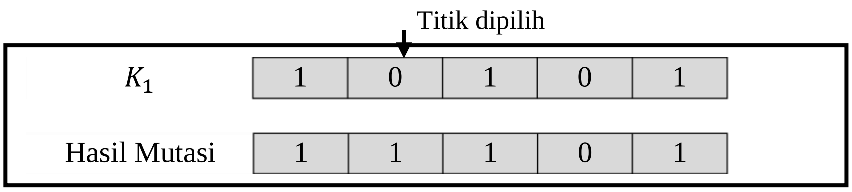
(p_c) yang menunjukkan rasio dari anak yang dihasilkan dalam setiap generasi dengan ukuran populasi. Metode *crossover* yang digunakan adalah metode *one-cut-point*, yang secara acak memilih satu titik potong dan menukarkan bagian kanan dari tiap induk untuk menghasilkan *offspring* (Mahmudy, 2008). Ilustrasi metode ini digambarkan pada gambar berikut.



Gambar 4. Ilustrasi *Crossover*

6. Mutasi

   Mutasi adalah proses yang mengubah nilai gen pada kromosom untuk memperkenalkan variasi dalam populasi. Metode mutasi yang umum digunakan adalah dengan memilih secara acak satu titik dalam kromosom, lalu mengubah nilai gen pada titik tersebut. Ini bertujuan untuk memperkenalkan variasi gen yang baru dalam populasi (Mahmudy, 2008). Ilustrasi metode ini digambarkan pada gambar berikut.



Gambar 5. Ilustrasi Mutasi

2.6.2 Syarat Berhenti

Proses optimasi yang dilakukan dengan algoritma genetika akan berhenti setelah suatu syarat berhenti dipenuhi. Beberapa syarat berhenti yang biasa digunakan adalah batas fungsi fitness, batas nilai fungsi objektif, batas waktu komputasi dan terjadinya konvergensi.

Pemilihan syarat berhenti yang paling tepat bergantung pada tingkat kerumitan masalah dan perangkat keras yang digunakan. Sebuah kasus mungkin syarat berhenti yang paling cocok adalah batas nilai fungsi *fitness*, tapi belum tentu syarat berhenti ini bisa digunakan untuk kasus lainnya. Syarat berhenti yang biasa dipakai adalah banyak generasi. Namun demikian, tidak kemungkinan untuk dipilih kombinasi beberapa syarat berhenti (Zukhri, 2014).

2.6.3 Penentuan Parameter Algoritma Genetika

Menentukan parameter dalam algoritma genetika merupakan salah satu aspek penting namun tidak selalu mudah ditentukan dengan pasti. Tidak ada pedoman baku untuk menetapkan nilai-nilai seperti probabilitas *crossover* (p_c), probabilitas mutasi (p_m), atau ukuran populasi. Hal ini disebabkan oleh sifat algoritma genetika yang sangat bergantung pada penggunaan bilangan random pada setiap langkahnya, mulai dari pembentukan populasi awal hingga proses *crossover* dan mutasi. Variasi bilangan acak yang berbeda dapat menghasilkan solusi yang berbeda pula (Zukhri, 2014).

Parameter algoritma genetika yang disarankan atau yang biasa digunakan yaitu sebagai berikut.

a. Probabilitas *crossover* cukup besar (berkisar antara 60% sampai 90%).
b. Probabilitas mutasi cukup kecil (berkisar antara 1% sampai 10%).
c. Ukuran populasi berkisar antara 10 sampai 500 kromosom.

2.7 Optimasi Multi-objektif

Sebuah permasalahan optimisasi yang dimodelkan secara matematis biasanya terdiri dari fungsi-fungsi tujuan dan kendala-kendala. Fungsi tujuan mewakili tujuan yang ingin dioptimalkan, sementara kendala menetapkan batasan pada solusi yang dapat diterima. Optimasi multi-objektif dapat dirumuskan dalam bentuk persamaan sebagai berikut.

$$\text{Min } F(\bar{X}) = \begin{bmatrix} f_1(\bar{X}) \\ f_2(\bar{X}) \\ \vdots \\ f_n(\bar{X}) \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

$$(\bar{X}) \in C$$

$$n \geq 2 \text{ dan } C = \{\bar{X} : h(\bar{X}) = 0, g(\bar{X}) \leq 0, a_i \leq x_i \leq b_i\}.$$

Dimana $h(\bar{X})$ dan $g(\bar{X})$ merupakan fungsi kendala, $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ merupakan vektor dari variabel keputusan, a_i merupakan batas bawah dan b_i merupakan batas atas (Mahmudy & Rahman, 2011).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

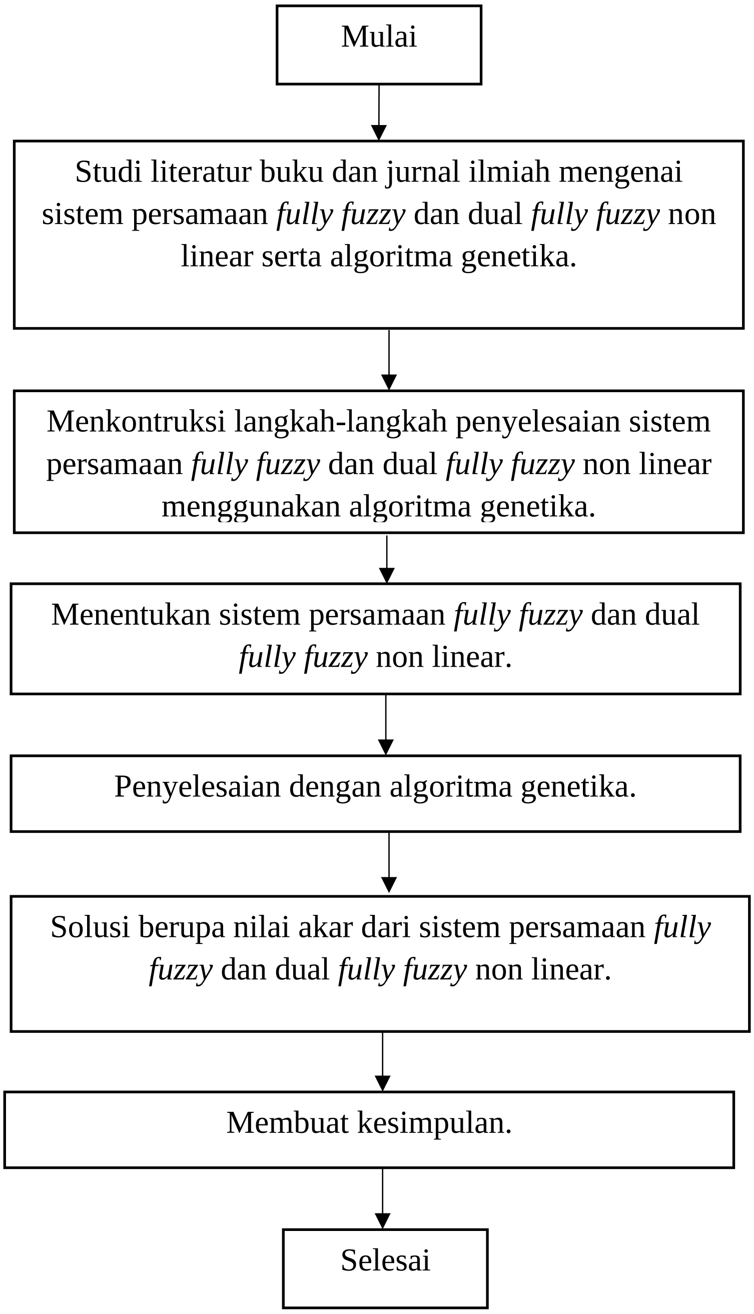
Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2023/2024 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan pendekatan studi literatur yakni dengan cara melakukan observasi terhadap referensi-referensi terkait tentang topik yang dibahas. Langkah-langkah yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menkonstruksi langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear menggunakan algoritma genetika serta implementasinya pada program *python*.
2. Menentukan sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear .
3. Menyelesaikan sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear menggunakan algoritma genetika yang telah dikonstruksi.
4. Memperoleh solusi penyelesaian dari sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear menggunakan algoritma genetika.
5. Membuat kesimpulan.

Metode penelitian juga dapat digambarkan dalam bentuk *flowchart* yang disajikan pada Gambar 6 berikut.



Gambar 6. Diagram langkah-langkah penelitian.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 KESIMPULAN

Sistem persamaan *fully fuzzy* dan dual *fully fuzzy* non linear baik pada bilangan *fuzzy* segitiga maupun bilangan *fuzzy* trapesium dapat dicari solusinya menggunakan algoritma genetika dengan melibatkan operasi aritmatika pada bilangan *fuzzy* untuk mengubah sistem persamaan *fully fuzzy* menjadi sistem persamaan tegas non linear. Selanjutnya sistem persamaan tegas ini dianggap sebagai masalah optimasi multi-objektif dan diselesaikan menggunakan algoritma genetika dengan langkah-langkah yang dilakukan yaitu inisialisasi, evaluasi, seleksi, *crossover*, dan mutasi. Algoritma genetika yang telah dikonstruksi juga dapat diimplementasikan menggunakan pemrograman *python* untuk mempermudah proses perhitungan.

Solusi yang diperoleh menggunakan algoritma genetika sangat bergantung pada proses inisialisasi, dimana jika solusi analitik pada semua variabel dari sistem persamaan berupa bilangan bulat, maka populasi awal dengan bilangan bulat menghasilkan solusi yang lebih baik dibandingkan dengan populasi awal menggunakan bilangan *real*. Sedangkan jika solusi analitik dari sistem persamaan secara umum adalah bilangan *real*, maka populasi awal dengan bilangan bulat kurang tepat untuk dilakukan, populasi awal dengan bilangan *real* akan memberikan solusi yang lebih baik yang mendekati solusi analitiknya.

Solusi yang diperoleh dari contoh kasus pada sistem persamaan *fully fuzzy* non linear masing-masing berupa dua bilangan *fuzzy* non negatif yaitu :
$\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,4,6 \\ 2,4,7 \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,5,1,3 \\ 3,6,2,3 \end{pmatrix}$.

Sedangkan, solusi contoh kasus pada sistem persamaan dual *fully fuzzy* non linear yaitu :

$\binom{\mathbf{x}}{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} 1.6698159, 1.97083485, 2.37259483 \\ 1.541002, 1.82374883, 1.95970166 \end{pmatrix}$ dan

$\binom{\mathbf{x}}{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} 1.00064027\ ; 1.41288626\ ;\ 1.7318755\ ; 2.00064945 \\ 2.00081825\ ;\ 2.23668575\ ;\ \ 2.44929004\ ;\ 2.64588332 \end{pmatrix}$,

dimana pada contoh pertama dihasilkan dua bilangan *fuzzy* segitiga non negatif dan pada contoh kedua dihasilkan dua bilangan *fuzzy* trapesium negatif.

5.2 SARAN

Penelitian yang telah dilakukan dapat ditindaklanjuti dengan beberapa upaya, misalnya penyelesaian menggunakan metode heuristik lainnya. Salah satu metode heuristik yang dapat digunakan adalah *Particle Swarm Optimization* (PSO) yang dapat dilihat pada artikel Sadiqbatcha et al, 2018 yang membahas tentang penyelesaian persamaan *fuzzy* linear menggunakan metode PSO.

DAFTAR PUSTAKA

Adri, D. (2021). Optimasi Fungsi Nonlinear Tiga Variable menggunakan Algoritma Genetika. *MAp (Mathematics and Applications) Journal*, *3*(1), 28–34. https://doi.org/10.15548/map.v3i1.2298

Anisa, E., Zakaria, L., & Aziz, D. (2023). Penyelesaian Sistem Persamaan F*ully Fuzzy* Non Linear Menggunakan Metode Newton Raphson Ganda. *Journal of Mathematics: Theory and Applications*, *5*(2), 67–73. https://doi.org/10.31605/jomta.v5i2.2876

Gemawati, S., Nasfianti, I., Mashadi, & Hadi, A. (2018). A New Method for Dual Fully Fuzzy Linear System with Trapezoidal Fuzzy Numbers by QR Decomposition. *Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1116, No. 2, p. 022011). IOP Publishing.*, *1116*(2). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1116/2/022011

Ghodousian, A., Naeeimi, M., & Babalhavaeji, A. (2018). Nonlinear Optimization Problem Subjected to Fuzzy Relational Equations Defined by Dubois-Prade Family of T-Norms. *Computers and Industrial Engineering*, *119*(August 2017), 167–180. https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.03.038

Hamamoto, A. H., Carvalho, L. F., Sampaio, L. D. H., Abrão, T., & Proença, M. L. (2018). Network Anomaly Detection System using Genetic Algorithm and Fuzzy Logic. *Expert Systems with Applications*, *92*, 390–402. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.09.013

Hutagalung, S. N. (2017). Pemahaman Metode Numerik (Studi Kasus Metode New-Rhapson) menggunakan Pemprogrman Matlab. *Jurnal Teknologi Informasi*, *1*(1), 95–100. https://doi.org/10.36294/jurti.v1i1.109

Jafarian, A., & Jafari, R. (2019). A New Computational Method for Solving Fully Fuzzy Nonlinear Matrix Equation. *International Journal of Fuzzy Computation and Modelling*, *2*(4), 275–285. https://doi.org/10.1007/978-3-319-98443-8_46

Kumar, A., Neetu, & Bansal, A. (2010). A New Method to Solve Fully Fuzzy Linear System with Trapezoidal Fuzzy Numbers. *Canadian Journal on Science and Engineering Mathematics*, *1*(3), 45–56.

Lestari, S. D., & Subanar. (2011). Pendekatan Algoritma Genetika dalam Menyelesaikan Permasalahan *Fuzzy* Linear Programming. *IJCCS (Indonesian Journal of Computing and Cybernetics Systems)*, *5*(3), 36–44. https://doi.org/10.22146/ijccs.5211

Mahmudy, W. F. (2008). Optimasi Fungsi Tanpa Kendala menggunakan Algoritma Genetika dengan Kromosom Biner dan Perbaikan Kromosom Hill-Climbing. *Jurnal Ilmiah Kursor*, *4*(1), 23–29.

Mahmudy, W. F., & Rahman, M. A. (2011). Optimasi Fungsi Multi-Obyektif Berkendala Menggunakan Algoritma Genetika Adaptif dengan Pengkodean Real. *Jurnal Ilmiah Kursor*, *6*(1), 19–26.

Mangla, C., Ahmad, M., & Uddin, M. (2019). Solving System of Nonlinear Equations using Genetic Algorithm. *Journal of Computer and Mathematical Sciences*, *10*(4), 877–886. https://doi.org/10.29055/jcms/1072

Marlindawati. (2012). Peningkatan Kualitas Pembelajaran dengan Pemanfaatan Perangkat Lunak Ajar Penyelesaian Persamaan Non Linier dengan Metode Newton Rhapson. *Seminar Nasional Informatika 2012*, 67–74.

Marzuki, C. C., & Herawati. (2015). Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fully Fuzzy menggunakan Metode Iterasi Jacobi. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, *1*(1), 1–7.

Mashinchi, M. H., Mashinchi, M. R., & Shamsuddin, S. M. H. J. (2007). A Genetic Algorithm Approach for Solving Fuzzy Linear and Quadratic Equations. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, *4*(4), 185–189.

Mayyani, H., Nurbaiti, M., Supriyo, P. T., Aman, A., & Silalahi, B. P. (2023). Penerapan Algoritma Genetika dengan Metode *Roulette Wheel* dan Replacement pada Optimasi Omzet. *MILANG Journal of Mathematics and Its Applications*, *19*(2), 153–172. https://doi.org/10.29244/milang.19.2.153-172

Permata, A. R., & Arnellis. (2018). Penyelesaian Sistem Persamaan Linear *Fuzzy* menggunakan Metode Dekomposisi Crout. *Journal of Mathematics UNP*, *3*(2), 20–27.

Rahayu, Y., Noviani, E., & Yudhi. (2020). Modifikasi Metode Newton dengan Konvergensi Orde Tiga untuk Menyelesaikan Sistem Persamaan Nonlinear. *Bimaster : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, *9*(4), 533–540. https://doi.org/10.26418/bbimst.v9i4.43316

Rifa'i, A. (2020). Optimasi *Fuzzy Artificial Neural Network* dengan Algoritma Genetika untuk Prediksi Harga Crude Palm Oil. *Jurnal Teknik Informatika dan Sistem Informasi*, *6*(2), 234–241. https://doi.org/10.28932/jutisi.v6i2.2617

Sari, E. R., & Alisah, E. (2012). Studi Tentang Persamaan *Fuzzy*. *Jurnal CAUCHY : Matematika Murni dan Aplikasi*, *2*(2), 55–65. https://doi.org/10.18860/ca.v2i2.2228

Widodo, A. W., & Mahmudy, W. F. (2010). Penerapan Algoritma Genetika pada Sistem Rekomendasi Wisata Kuliner. *Jurnal Ilmiah Kursor*, *5*(4), 205–211.

Zakaria, L., Megarani, W., Faisol, A., Nuryaman, A., & Muharramah, U. (2023). Computational Mathematics: Solving Dual Fully Fuzzy Nonlinear Matrix Equations Numerically using Broyden's Method. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, *8*(1), 60–77. https://doi.org/10.33889/IJMEMS.2023.8.1.004

Zakaria, L., & Muharramah, U. (2023). *Pengantar Metode Numerik (Solusi Masalah dengan Matematika)*.

Zukri, Z. (2015). *Algoritma Genetika Metode Komputasi Evolusioner untuk Menyelesaikan Masalah Optimasi*. Andi : Yogyaka