

**MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* (VAR) UNTUK PERAMALAN
DATA JUMLAH UANG BEREDAR, BI RATE DAN INFLASI
DI INDONESIA**

(Skripsi)

Oleh

HILAL AULIA



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024**

ABSTRAK

MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* (VAR) UNTUK PERAMALAN DATA JUMLAH UANG BEREDAR, BI RATE DAN INFLASI DI INDONESIA

Oleh

HILAL AULIA

Model *Vector Autoregressive* (VAR) merupakan pengembangan dari model *Autoregressive* (AR) yang melibatkan beberapa variabel, dimana setiap variabel saling mempengaruhi dalam sebuah vektor. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan model VAR terbaik dan mendapatkan hasil peramalan pada data jumlah uang beredar, BI rate dan inflasi di Indonesia untuk periode yang akan datang. Hasil analisis menunjukkan bahwa model VAR(1) adalah model terbaik, yang diestimasi menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Pemilihan model VAR(1) didasarkan pada nilai AIC terkecil sebesar -0.4622664. Diperoleh nilai MAPE untuk variabel jumlah uang beredar (1.028%), BI rate (1.658%) dan inflasi (8.205%) yang menunjukkan bahwa model VAR(1) memiliki kemampuan prediksi yang sangat baik yang dapat digunakan untuk meramalkan nilai dimasa mendatang. Hasil peramalan menunjukkan variabel jumlah uang beredar mengalami peningkatan dalam setiap periodenya, sementara variabel BI rate cenderung mengalami penurunan, dan variabel inflasi hasil peramalannya stabil dalam setiap periode.

Kata Kunci: *Vector Autoregressive*, OLS, Peramalan

ABSTRACT

VECTOR AUTOREGRESSIVE (VAR) MODEL TO FORECASTING MONEY SUPPLY, BI RATE AND INFLATION IN INDONESIA

By

HILAL AULIA

The Vector Autoregressive model is a development of the Autoregressive model involving several variables, where each variable affects each other in a vector. This study aims to get the best VAR model and get forecasting results on money supply data, BI rate and inflation in Indonesia for the coming period. The analysis results show that the VAR(1) model is the best model, estimated using the Ordinary Least Square (OLS) method. The selection of the VAR(1) model is based on the smallest AIC value of -0.4622664. The obtained MAPE value for the variable money supply (1.028%), BI rate (1.658%) and inflation (8.205%) indicates that the VAR(1) model has excellent predictive ability that can be used to forecast future values. The forecasting results show that the money supply variable has increased in each period, while the BI rate variable tends to decrease, and the inflation variable is stable in each period.

Keywords: Vector Autoregressive, Ordinary Least Square, Forecasting

**MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* (VAR) UNTUK PERAMALAN
DATA JUMLAH UANG BEREDAR, BI RATE DAN INFLASI
DI INDONESIA**

Oleh

HILAL AULIA

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024**

Judul Skripsi

: **MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* (VAR)
UNTUK PERAMALAN DATA JUMLAH
UANG BEREDAR, BI RATE DAN INFLASI
DI INDONESIA**

Nama Mahasiswa

: **Hilal Aulia**

Nomor Pokok Mahasiswa

: **2017031009**

Jurusan

: **Matematika**

Fakultas

: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



1. **Komisi Pembimbing**

Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.
NIP. 19740726 200003 2 001

Dr. Si. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.
NIP. 19700831 199903 1 002

2. **Ketua Jurusan Matematika**

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua

: Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.



Sekretaris

: Dr. Si. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.



Penguji

Bukan Pembimbing

: Drs. Nusyirwan, M.Si.



**2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung**



Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.

NIP. 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 21 Mei 2024

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Hilal Aulia**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2017031009**

Jurusan : **Matematika**

Judul Skripsi : **MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* (VAR)
UNTUK PERAMALAN DATA JUMLAH
UANG BEREDAR, BI RATE DAN INFLASI
DI INDONESIA**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 21 Mei 2024
Penulis,



Hilal Aulia
NPM. 2017031009

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Hilal Aulia lahir di Bandar Lampung pada tanggal 20 Agustus 2002, sebagai anak kedua dari tiga bersaudara. Penulis merupakan anak dari pasangan Bapak Slamet Bowo, S.Pd. dan Ibu Saniyah. Penulis menempuh pendidikan formal di Taman Kanak-kanak (TK) Taman Siswa pada tahun 2007-2008, melanjutkan ke Sekolah Dasar (SD) Negeri 5 Talang pada tahun 2008-2014, kemudian Sekolah Menengah Pertama (SMP) Negeri 25 Bandar Lampung pada tahun 2014-2017, dan Sekolah Menengah Atas (SMA) Negeri 3 Bandar Lampung pada tahun 2017-2020.

Pada tahun 2020 penulis terdaftar sebagai mahasiswi Program Studi S1 Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN. Selama menjadi mahasiswi, penulis aktif di organisasi sebagai Anggota Biro Dana dan Usaha Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) periode 2021. Kemudian mengikuti organisasi Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) FMIPA Universitas Lampung sebagai Anggota Dinas Kominfo (Komunikasi dan Informasi) periode 2022.

Pada tahun 2023 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung sebagai bentuk penerapan ilmu yang telah penulis peroleh selama kuliah, kemudian sebagai bentuk pengabdian dan pelaksanaan Tri Dharma Perguruan Tinggi, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) yang dilaksanakan pada bulan Juni hingga Agustus 2023 di Kampung Sidoluhur, Kecamatan Bangun Rejo, Kabupaten Lampung Tengah.

KATA INSPIRASI

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.”
(QS. Al-Baqarah: 286)

“Belajarlah mengucapkan syukur dari hal-hal baik di hidupmu dan belajarlah menjadi pribadi yang kuat dengan hal-hal buruk dihidupmu.”
(B.J. Habibie)

“Selalu ada harga dalam sebuah proses. Nikmati saja lelah-lelah itu. Lebarkan lagi rasa sabar itu. Semua yang kau investasikan untuk menjadikan dirimu serupa yang kau impikan. Mungkin tidak akan selalu berjalan lancar. Tapi, gelombang-gelombang itu yang nanti bisa kau ceritakan.”
(Boy Chandra)

“Jangan menyerah apapun itu. Kamu masih harus lihat mentari terbit esok pagi dimata kedua orang tuamu.”
(Penulis)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah Rabbil'Alamin

Puji dan Syukur tiada hentinya terpanjatkan kepada Allah SWT atas ridhonya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Kupersembahkan karya kecil dan sederhana ini kepada:

Orang Tua Tercinta

Terima kasih Bapak dan Mamah atas kasih sayang, dukungan, motivasi, nasihat dan doa yang tidak berhenti sampai saat ini, karena doa dan didikan kalianlah yang membawaku bertahan dan kuat sampai sejauh ini.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan kritik dan saran serta ilmu yang berharga.

Sahabat-Sahabatku

Kepada sahabat-sahabatku yang selalu memberikan keceriaan, semangat dan doa serta kenangan canda tawa selama masa perkuliahan.

Almamater Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji Syukur kehadiran Allah SWT, atas segala rahmat dan karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Model *Vector Autoregressive* (VAR) untuk Peramalan Data Jumlah Uang Beredar, BI Rate dan Inflasi di Indonesia**”. Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis mendapat dukungan, bimbingan, motivasi, saran dan bantuan dari beberapa pihak sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing I yang selalu bersedia memberikan kesediaan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan dan dukungan yang sangat membangun sehingga penulis selalu dipermudah dalam proses penyelesaian skripsi ini.
2. Bapak Dr. Si. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing II yang telah memberikan waktunya untuk memberi bimbingan serta saran selama proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku dosen Pembahas yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat lebih baik lagi.
4. Ibu Dina Eka Nurvazly, M.Si., selaku dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan arahan dan bantuannya dalam masa perkuliahan sehingga penulis dapat menyelesaikan perkuliahan dengan baik.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Seluruh dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu, wawasan dan pengetahuan yang berharga bagi penulis selama proses perkuliahan berlangsung.
8. Teruntuk Panutanku dan Surgaku, Bapak Slamet Bowo, S.Pd., dan Mamah Saniyah, serta cinta kasih saudara kandung saya, Diajeng Inggit Proboningrum, S.Pd., dan Latifa Aziza yang tiada henti mengirimkan doa, semangat, nasihat, dan juga terimakasih sudah selalu ada disisi penulis mendampingi penulis sampai titik ini. Gelar ini kupersembahkan untuk kalian.
9. Teman Seperjuangan Sisil, Nispril, Asti, Fegy, Hanafi, Muhtarom, Yulian dan Winda manusia baik hati yang bersedia mendengar keluh kesah penulis, memberikan banyak tawa, selalu mengulurkan tangan ketika penulis kesulitan, serta memberikan banyak momen sekaligus pelajaran hidup selama perkuliahan.
10. Kepada Sahabat Fisabilillah Aisyah, Hasyika, Qurotul setiap langkah didalamnya dipenuhi dengan doa dan motivasi dari kalian. Semoga persahabatan kita terus menginspirasi dan menjadi sumber kebaikan bagi satu sama lain. Terimakasih atas segalanya.
11. Azzura, Agis, Citra, Maya, Nadia dan Nurul teman-teman seperbimbingan yang berjuang bersama, membantu, dan menyemangati satu sama lain.
12. *Last but not least*, terimakasih kepada Digital Printing Service “Rocket” terutama Kak Dan atas dedikasinya dalam proses penyusunan skripsi ini. Tanpa bantuan rocket skripsi ini tidak akan terwujud. Terimakasih atas segala bantuan dan kerja sama yang telah diberikan selama ini.

Bandar Lampung, 21 Mei 2024
Penulis

Hilal Aulia
NPM. 2017031009

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian.....	3
II. TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Teori Matriks	4
2.2 Analisis Deret Waktu dan Peramalan.....	6
2.3 Uji Stasioneritas Data	7
2.4 Penentuan <i>Lag</i> Optimal	8
2.5 Model <i>Autoregressive</i> (AR)	9
2.6 Model <i>Vector Autoregressive</i> (VAR)	9
2.7 Estimasi Parameter VAR dengan <i>Ordinary Least Square</i> (OLS)	11
2.8 Pengujian Signifikansi Parameter Model VAR.....	20
2.9 Uji Stabilitas Model VAR	21
2.10 Uji Kausalitas Granger	22
2.11 Uji Asumsi Residual <i>White Noise</i>	23
2.12 Analisis <i>Impulse Response Function</i> (IRF)	24
2.13 Analisis <i>Variance Decomposition</i> (VD)	25
2.14 <i>Mean Absolute Percentage Error</i> (MAPE).....	26

III. METODOLOGI PENELITIAN	27
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	27
3.2 Data Penelitian.....	27
3.3 Metode Penelitian	28
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	30
4.1 Analisis Statistika Deskriptif	30
4.2 Uji Stasioneritas Data	33
4.3 Penentuan Panjang <i>Lag</i> Optimal.....	35
4.4 Estimasi Parameter Model VAR	35
4.5 Uji Signifikansi Parameter Model VAR	40
4.6 Uji Stabilitas Model VAR	42
4.7 Uji Kausalitas Granger	44
4.8 Uji Asumsi <i>Residual White Noise</i>	45
4.9 Analisis <i>Impulse Response Function</i>	46
4.10 Analisis <i>Variance Decomposition</i>	54
4.11 Prediksi dan Evaluasi Model	56
4.12 Peramalan	62
V. KESIMPULAN	66
DAFTAR PUSTAKA	68
LAMPIRAN	72

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Kriteria MAPE	26
2. Analisis Statistika Deskriptif Data Jumlah Uang Beredar, BI Rate dan Inflasi	31
3. Hasil Uji Augmented Dickey Fuller	34
4. Hasil Uji Augmented Dickey Fuller Differencing Pertama	34
5. Hasil Uji Lag Optimal.....	35
6. Estimasi Parameter Model VAR(1)	39
7. Uji Signifikansi Parameter Model VAR(1).....	41
8. Hasil Uji Stabilitas Model VAR(1)	43
9. Hasil Uji Kausalitas Granger	44
10. Hasil Uji Portmanteau.....	45
11. Variance Decomposition Jumlah Uang Beredar	54
12. Variance Decomposition BI Rate.....	55
13. Variance Decomposition Inflasi.....	56
14. Prediksi dari Model VAR(1)	57
15. Prediksi dari Model VAR(1) Data Asli	58
16. Nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE)	60
17. Hasil Peramalan Model VAR(1)	63
18. Hasil Peramalan Model VAR(1) Data Asli	64
19. Data Jumlah Uang Beredar, BI Rate dan Inflasi di Indonesia	73

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Plot Data Jumlah Uang Beredar.....	32
2. Plot Data BI Rate	32
3. Plot Data Inflasi	33
4. Plot Uji Stabilitas Model VAR.....	43
5. Grafik IRF Response (a)JUB, (b)BI Rate dan (c)Inflasi terhadap Impulse JUB	48
6. Grafik IRF Response (a)JUB, (b)BI Rate dan (c)Inflasi terhadap Impulse BI Rate..	50
7. Grafik IRF Response (a)JUB, (b)BI Rate dan (c)Inflasi terhadap Impulse Inflasi....	53
8. Plot Data Aktual dan Data Prediksi Jumlah Uang Beredar.....	60
9. Plot Data Aktual dan Data Prediksi BI Rate	61
10. Plot Data Aktual dan Data Prediksi Inflasi	61
11. Plot Data Aktual, Prediksi dan Peramalan Jumlah Uang Beredar	64
12. Plot Data Aktual, Prediksi dan Peramalan BI Rate.....	65
13. Plot Data Aktual, Prediksi dan Peramalan Inflasi	65

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis deret waktu merupakan kumpulan observasi suatu variabel yang diperoleh secara periodik dan berurutan serta disusun berdasarkan periode waktu yang tetap pada interval tertentu seperti tahunan, triwulan, bulanan, harian dan lain sebagainya (Wei, 2006). Tujuan dari analisis deret waktu adalah untuk memodelkan data deret waktu dan untuk melakukan prediksi terhadap nilai-nilai dimasa depan berdasarkan data historis yang ada (Cryer & Chan, 2008). Data deret waktu dapat dibagi menjadi dua jenis berdasarkan variabel yang diamati, yaitu univariat dan multivariat. Pada data deret waktu univariat, hanya ada satu variabel yang diamati, sedangkan pada data deret waktu multivariat, terdapat lebih dari satu variabel. Variabel dalam deret waktu multivariat tidak hanya dipengaruhi oleh observasi sebelumnya, tetapi juga dipengaruhi oleh variabel lain pada periode observasi sebelumnya.

Salah satu metode data deret waktu univariat yaitu *Autoregressive* (AR). Jika lebih dari 1 variabel yang diamati menggunakan metode data deret waktu multivariat, salah satunya yaitu *Vector Autoregressive* (VAR). Salah satu keunggulan utama dari model VAR adalah tidak memerlukan pemisah antar variabel eksogen dan endogen, karena semua variabel dalam VAR dianggap sebagai endogen. Selain itu, estimasi parameter dalam model VAR dilakukan dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) (Gujarati, 2004).

Oleh karena itu salah satu hal yang menarik untuk di teliti berkaitan dengan data ekonomi dan keuangan dengan menggunakan model VAR yaitu data jumlah uang beredar, Bank Indonesia rate (BI rate) dan inflasi di Indonesia.

Bank sentral memiliki peran penting dalam mendukung pembangunan ekonomi, operasi perbankan dan stabilitas perbankan. Perannya tidak hanya memengaruhi sektor keuangan, tetapi juga pertumbuhan ekonomi, kesejahteraan masyarakat dan tingkat inflasi. Tugas bank sentral meliputi perumusan dan pelaksanaan kebijakan moneter, pengaturan dan pelaksanaan sistem pembayaran serta pengawasan perbankan (Bank Indonesia, 2004).

Menurut Alvyonita (2013), Bank Indonesia tidak hanya menetapkan suku bunga untuk bank-bank komersial, tetapi juga menetapkan BI rate sebagai suku bunga acuan. BI rate merupakan suku bunga standar di Indonesia yang digunakan dalam pengelolaan kebijakan moneter untuk mengendalikan inflasi. Saat jumlah uang beredar meningkat, Bank Indonesia dapat mengaturnya dengan kebijakan moneter melalui penyesuaian BI rate, dengan cara meningkatkan persentase BI rate. Kenaikan BI rate akan berdampak pada peningkatan suku bunga kredit dan deposito, sehingga mengurangi jumlah uang beredar karena masyarakat akan lebih memilih menyimpan uangnya di bank. Ini dapat mengurangi tekanan inflasi di Indonesia. Oleh karena itu, hubungan antara jumlah uang beredar, BI rate dan inflasi saling terkait (Lapong, dkk., 2016).

Beberapa studi sebelumnya yang relevan dengan penggunaan model VAR telah dilakukan oleh peneliti bernama Usman, dkk., (2022), yang membahas tentang analisis beberapa variabel energi perusahaan dengan menggunakan model $VAR(p)$ -GARCH(r,s): studi dari perusahaan energi Qatar tahun 2015-2022, hasil studi menunjukkan bahwa model $VAR(3)$ -GARCH(1,1) merupakan model terbaik untuk mengevaluasi hubungan antar variabel yang dipertimbangkan. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Kusumaningrum & Palupi (2022), yang menganalisis keterkaitan data inflasi antara provinsi DKI Jakarta dan Jawa Barat dari tahun 2014 hingga 2021 menggunakan metode VAR. Hasilnya menunjukkan bahwa model $VAR(2)$ mengungkapkan adanya hubungan satu arah, di mana nilai inflasi di

Provinsi DKI Jakarta dipengaruhi oleh nilai inflasi di Provinsi Jawa Barat pada bulan sebelumnya. Kemudian penelitian oleh Rahayu, dkk., (2023) mengenai implementation VAR on rice production and rice productivity data in Indonesia dan diperoleh hasil model VAR(1) dimana produksi padi dan produktivitas padi saling mempengaruhi satu sama lain. Selanjutnya, Yulianti (2023) melakukan penelitian tentang peramalan unsur cuaca dan iklim di Kabupaten Sumbawa menggunakan model VAR. Hasilnya menunjukkan bahwa model terbaik yang diperoleh adalah VAR(1), dengan tingkat keakuratan peramalan berdasarkan nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) untuk curah hujan sebesar 35%, untuk kelembaban udara sebesar 10% dan temperatur udara sebesar 11%.

Berdasarkan pembahasan diatas, dalam penelitian ini penulis ingin mengkaji tentang penerapan model VAR dalam melakukan peramalan jumlah uang beredar, BI rate dan inflasi di Indonesia untuk periode yang akan datang.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan model VAR terbaik dan mendapatkan hasil peramalan pada data jumlah uang beredar, BI rate dan inflasi di Indonesia untuk periode yang akan datang.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah diharapkan dapat memberikan informasi yang bermanfaat bagi pihak-pihak terkait, sehingga dapat digunakan dalam proses pengambilan keputusan ekonomi terkait jumlah uang beredar, BI rate dan inflasi di Indonesia serta dapat dijadikan sumber referensi bagi peneliti selanjutnya untuk jenis data yang lain dengan menggunakan metode *Vector Autoregressive* (VAR).

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Teori Matriks

Matriks merupakan susunan persegi atau persegi panjang yang terdiri dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut disebut sebagai entri matriks (Anton, 2004). Matriks juga dapat dikatakan sebagai kelompok bilangan-bilangan yang disusun secara khusus dalam bentuk baris dan kolom sehingga membentuk empat persegi panjang atau persegi yang ditulis di antara dua tanda kurung, yaitu () atau []. Matriks dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Matriks juga dapat dinyatakan sebagai $A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n}$

Terdapat beberapa jenis matriks yaitu:

1. Matriks Bujur Sangkar

Definisi: Sebuah matriks A disebut matriks bujursangkar apabila jumlah baris pada matriks sama dengan jumlah kolom.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 7 & 9 & 8 \\ 1 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

2. Matriks Diagonal

Definisi: Sebuah matriks persegi A disebut sebagai matriks diagonal jika semua entri yang berada diatas dan dibawah diagonal utama adalah nol.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Matriks Simetris

Definisi: Sebuah matriks persegi A disebut simetris jika matriks transpose-nya sama dengan matriks itu sendiri ($A^T = A$) dan setiap entri dalam matriks tersebut bersifat simetris terhadap diagonal utama, artinya $a_{ij} = a_{ji}$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 5 & 1 & 5 \\ 7 & 5 & 8 \end{bmatrix} \text{ maka } A^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 5 & 1 & 5 \\ 7 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

4. Matriks Identitas atau Matriks Satuan

Definisi: Matriks identitas adalah matriks diagonal yang semua entri diagonal utamanya sama dengan satu.

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Matriks Skalar

Definisi: Matriks skalar adalah suatu matriks persegi yang entri-entrinya bernilai sama pada diagonal utamanya, sedangkan entri lainnya bernilai nol.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

6. Matriks Nol

Definisi: Sebuah matriks yang seluruh entrinya adalah bilangan nol. Matriks ini dilambangkan dengan 0.

$$O_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Matriks Segitiga Atas

Definisi: Matriks segitiga atas adalah matriks bujursangkar yang semua entri dibawah diagonal utama bernilai nol.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 9 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8. Matriks Segitiga Bawah

Definisi: Matriks segitiga bawah adalah matriks bujursangkar yang semua entri diatas diagonal utama bernilai nol.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 7 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

2.2 Analisis Deret Waktu dan Peramalan

Pada tahun 1970, George E. P. Box dan Gwilym M. Jenkins memperkenalkan konsep analisis deret waktu dalam buku mereka yang berjudul “*Time Series Analysis: Forecasting and Control*”. Deret waktu merupakan data yang terdiri atas satu objek tetapi meliputi beberapa periode waktu seperti tahunan, bulanan, mingguan, harian dan lain-lain. Secara umum, terdapat empat jenis pola data deret waktu, yaitu pola horizontal, pola *trend*, pola musiman serta pola siklis. Pola horizontal terjadi ketika data berfluktuasi disekitar nilai rata-rata. Pola *trend* terjadi apabila terdapat kenaikan atau penurunan dalam jangka waktu panjang pada data. Pola musiman terjadi apabila data pengamatan dipengaruhi oleh faktor musiman dan mempunyai pola musim yang berulang dari periode ke periode berikutnya. Misalnya pola yang berulang setiap minggu tertentu, bulan tertentu, atau pada tahun tertentu. Pola siklis terjadi apabila data pengamatan berfluktuasi secara berkepanjangan (Hanke & Wichern, 2005).

Tujuan dari analisis deret waktu adalah untuk memodelkan data deret waktu dan untuk memprediksi nilai di masa yang akan datang dari suatu deret waktu berdasarkan nilai masa lalu (Cryer & Chan, 2008). Peramalan adalah salah satu teknik yang digunakan untuk memprediksi suatu nilai di masa mendatang dengan memperhatikan data masa lalu maupun data saat ini (Ferry, dkk., 2018). Berdasarkan pendapat Montgomery, dkk., (2015), metode peramalan dibagi menjadi dua kategori yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif.

2.3 Uji Stasioneritas Data

Dalam analisis deret waktu salah satu asumsi yang paling penting adalah kestasioneran data. Suatu data dikatakan stasioner jika variasinya tidak terlalu besar dan cenderung berfluktuasi di sekitar nilai rata-ratanya (Agustin, dkk., 2019). Untuk menguji kestasioneran data dalam analisis deret waktu dapat menggunakan uji *unit root*. Salah satu uji *unit root* yang dapat digunakan yaitu uji *unit root Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Persamaan untuk uji ADF dapat dirumuskan seperti berikut (Widarjono, 2007):

$$\Delta Y_t = \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

$$\Delta Y_t = a_0 + a_1 t + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

Hipotesis yang digunakan yaitu:

$H_0 : \gamma = 0$, data tidak stasioner

$H_1 : \gamma \neq 0$, data stasioner

Adapun statistik uji yang digunakan adalah:

$$ADF = \frac{\hat{\gamma} - 1}{SE(\hat{\gamma})} \quad (2.4)$$

dimana $\hat{\gamma}$ adalah nilai dugaan parameter *Autoregressive* (AR) dengan orde p sedangkan $SE(\hat{\gamma})$ merupakan *standard error*.

Dengan kriteria pengujian apabila uji terhadap γ menghasilkan $p - value < \alpha$ maka H_0 ditolak, yang menunjukkan bahwa data stasioner.

Jika pengujian menunjukkan bahwa data tidak stasioner terhadap rata-rata, langkah yang diperlukan adalah melakukan diferensi data. Diferensi melibatkan perhitungan perbedaan atau selisih antara nilai-nilai yang diamati. Proses diferensi dapat dilakukan beberapa kali, yang sering disebut sebagai diferensi orde ke- d .

Proses diferensi pada orde pertama merupakan selisih antara data ke- t dengan data ke $t-1$, dengan rumus sebagai berikut:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (2.5)$$

dengan:

ΔY_t = diferensi data

Y_t = data periode saat ini

Y_{t-1} = data periode sebelumnya

2.4 Penentuan *Lag* Optimal

Pemeriksaan *lag* digunakan untuk menentukan panjang *lag* optimal yang akan digunakan dalam menentukan estimasi parameter untuk model VAR. Penentuan panjang *lag* optimal dapat dilakukan menggunakan nilai kriteria informasi yang umum digunakan seperti *Akaike Information Criterion* (AIC). Panjang *lag* yang dianggap optimal adalah *lag* dengan nilai AIC terkecil, yang dapat membantu menentukan model terbaik diantara pilihan model yang ada (Febrianti, dkk., 2021). Proses perhitungan AIC adalah sebagai berikut:

$$AIC = \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) + \frac{2k}{n} \quad (2.6)$$

dengan:

n = jumlah pengamatan

RSS = jumlah kuadrat residual (*residual sum of square*)

k = banyaknya parameter yang diestimasi, termasuk *intercept*.

jumlah parameter yang diestimasi yaitu sebesar $m + pm^2$

m = jumlah variabel endogen

p = panjang *lag*

2.5 Model *Autoregressive* (AR)

Model *Autoregressive* (AR) digunakan untuk memodelkan suatu kondisi di mana nilai saat ini dari data deret waktu dipengaruhi oleh nilai-nilai pada periode sebelumnya (Rosyidah, dkk., 2017). Menurut Soejoeti (1987), secara umum model *Autoregressive* (AR) dengan orde p (AR(p)) memenuhi persamaan berikut:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

dengan:

Y_t = data pada waktu ke- t

ϕ_i = parameter *Autoregressive* ke- i dengan $i = 1, 2, \dots, p$

ε_t = nilai *error* pada waktu ke- t dengan $\varepsilon(t) \sim N(0, \sigma^2)$

p = orde AR

ϕ_0 = nilai konstanta

2.6 Model *Vector Autoregressive* (VAR)

Model *Vector Autoregressive* diperkenalkan di bidang ekonometrika oleh Sims pada tahun 1980. Model VAR merupakan pengembangan dari model AR yang melibatkan lebih dari satu variabel, yang membentuk sebuah vektor di mana variabel-variabel saling mempengaruhi satu sama lain. Model VAR digunakan untuk menjelaskan hubungan timbal balik antar variabel-variabel dan memodelkan beberapa variabel endogen secara simultan. Setiap variabel endogen dijelaskan oleh nilai-nilai masa lalu dan nilai-nilai masa lalu dari semua variabel endogen lainnya dalam model, dan biasanya tidak terdapat variabel eksogen dalam model VAR (Gujarati, 2004).

Gujarati (2004) menjelaskan bahwa model VAR memiliki beberapa keunggulan antara lain:

1. Tidak perlu adanya penentu antara variabel eksogen maupun variabel endogen.
2. Menggunakan metode *Ordinary Least Square* dalam mengestimasi parameter model VAR.
3. Dalam beberapa situasi, peramalan yang menggunakan metode VAR cenderung lebih akurat daripada peramalan yang dihasilkan dari persamaan simultan yang kompleks.

Secara umum, model VAR(p) dapat ditulis sebagai berikut (Lütkepohl, 2005):

$$\mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\alpha} + \phi_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \phi_2 \mathbf{Y}_{t-2} + \cdots + \phi_p \mathbf{Y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2.8)$$

dengan:

$\mathbf{Y}_t$ = vektor berukuran $n \times 1$ dengan n banyaknya variabel endogen pada waktu ke- t dan $t-i$, dimana $i = 1, 2, \dots, p$

$\boldsymbol{\alpha}$ = vektor konstanta berukuran $n \times 1$

ϕ_i = matriks parameter variabel endogen berukuran $n \times n$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, p$

$\boldsymbol{\varepsilon}_t$ = vektor galat berukuran $n \times 1$

p = panjang *lag*

Dalam penelitian ini, terdapat tiga variabel yaitu variabel Y_{1t} adalah jumlah uang beredar, Y_{2t} adalah BI rate dan Y_{3t} adalah inflasi. Sebagai ilustrasi model VAR(1) untuk tiga variabel dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Y_{1,t} &= \alpha_1 + \phi_{11}Y_{1,t-1} + \phi_{12}Y_{2,t-1} + \phi_{13}Y_{3,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\ Y_{2,t} &= \alpha_2 + \phi_{21}Y_{1,t-1} + \phi_{22}Y_{2,t-1} + \phi_{23}Y_{3,t-1} + \varepsilon_{2,t} \\ Y_{3,t} &= \alpha_3 + \phi_{31}Y_{1,t-1} + \phi_{32}Y_{2,t-1} + \phi_{33}Y_{3,t-1} + \varepsilon_{3,t} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Maka dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ Y_{3,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \\ Y_{3,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Sehingga didapatkan model VAR(1):

$$\mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\alpha} + \phi_1 \mathbf{Y}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2.11)$$

2.7 Estimasi Parameter VAR dengan *Ordinary Least Square* (OLS)

Ordinary least square merupakan teknik estimasi parameter yang meminimalkan jumlah kuadrat galat, yaitu selisih kuadrat antara nilai-nilai yang diamati dengan nilai-nilai yang diprediksi oleh model. Metode *least square* digunakan untuk mengestimasi parameter β pada model VAR. Montgomery (2015) menyatakan bahwa model VAR(1) pada persamaan (2.11) dapat ditulis dalam bentuk linier:

$$Y = \tilde{Y}\beta + \varepsilon \quad (2.12)$$

Berikut bentuk matriksnya:

$$\begin{bmatrix} Y_{1,1} \\ Y_{1,2} \\ \vdots \\ Y_{1,n} \\ Y_{2,1} \\ Y_{2,2} \\ \vdots \\ Y_{2,n} \\ Y_{3,1} \\ Y_{3,2} \\ \vdots \\ Y_{3,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \phi_{13} \\ \alpha_2 \\ \phi_{21} \\ \phi_{22} \\ \phi_{23} \\ \alpha_3 \\ \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} \\ \varepsilon_{1,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,n} \\ \varepsilon_{2,1} \\ \varepsilon_{2,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2,n} \\ \varepsilon_{3,1} \\ \varepsilon_{3,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{3,n} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

dengan,

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{1,1} \\ Y_{1,2} \\ \vdots \\ Y_{1,n} \\ Y_{2,1} \\ Y_{2,2} \\ \vdots \\ Y_{2,n} \\ Y_{3,1} \\ Y_{3,2} \\ \vdots \\ Y_{3,n} \end{bmatrix}_{3n \times 1} \quad \tilde{Y} = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & 0 \end{bmatrix}_{3n \times 12}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \phi_{13} \\ \alpha_2 \\ \phi_{21} \\ \phi_{22} \\ \phi_{23} \\ \alpha_3 \\ \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{bmatrix}_{12 \times 1} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} \\ \varepsilon_{1,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,n} \\ \varepsilon_{2,1} \\ \varepsilon_{2,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2,n} \\ \varepsilon_{3,1} \\ \varepsilon_{3,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{3,n} \end{bmatrix}_{3n \times 1}$$

Pendugaan galat dimisalkan menjadi:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (2.14)$$

Jumlah kuadrat galat diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} SSE &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} \\ SSE &= \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} \\ &= (\mathbf{Y} - \tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{Y} - \tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}} - (\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}})'\mathbf{Y} + (\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}})'\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - (\mathbf{Y}'\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}})' - \hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\mathbf{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Nilai SSE minimum diperoleh jika turunannya sama dengan 0. Oleh karena itu, turunan persamaan (2.15) terhadap penduga parameter dilakukan, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial SSE}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} &= 0 \\ 0 &= \frac{\partial SSE}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} \\ 0 &= \frac{\partial}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} (\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}'\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ 0 &= 0 - 2\tilde{\mathbf{Y}}'\mathbf{Y} + ((\tilde{\mathbf{Y}}')(\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}}) + (\hat{\boldsymbol{\beta}}'\tilde{\mathbf{Y}}')(\tilde{\mathbf{Y}})) \\ 0 &= 0 - 2\tilde{\mathbf{Y}}'\mathbf{Y} + 2\tilde{\mathbf{Y}}'\tilde{\mathbf{Y}}\hat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\tilde{Y}'\tilde{Y}\hat{\beta} &= 2\tilde{Y}'Y \\
\tilde{Y}'\tilde{Y}\hat{\beta} &= \tilde{Y}'Y \\
(\tilde{Y}'\tilde{Y})^{-1}(\tilde{Y}'\tilde{Y})\hat{\beta} &= (\tilde{Y}'\tilde{Y})^{-1}\tilde{Y}'Y \\
I\hat{\beta} &= (\tilde{Y}'\tilde{Y})^{-1}\tilde{Y}'Y \\
\hat{\beta} &= (\tilde{Y}'\tilde{Y})^{-1}\tilde{Y}'Y
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Jadi estimasi parameter $\hat{\beta}$ dengan OLS adalah $(\tilde{Y}'\tilde{Y})^{-1}\tilde{Y}'Y$.

Untuk memastikan bahwa fungsi jumlah kuadrat galat mencapai nilai minimum, turunan kedua dari fungsi tersebut harus positif. Oleh karena itu, persamaan diatas akan diturunkan parsial terhadap $\hat{\beta}$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 SSE}{\partial^2 \hat{\beta}} &= \frac{\partial}{\partial \hat{\beta}} \left(\frac{\partial (Y'Y - 2\hat{\beta}'\tilde{Y}'Y + \hat{\beta}'\tilde{Y}'\tilde{Y}\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right) \\
&= \frac{\partial \left(-2\tilde{Y}'Y + ((\tilde{Y}')(\tilde{Y}\hat{\beta}) + (\hat{\beta}'\tilde{Y}')(\tilde{Y})) \right)}{\partial \hat{\beta}} \\
&= \frac{\partial (-2\tilde{Y}'Y + 2\tilde{Y}'\tilde{Y}\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \\
&= 2\tilde{Y}'\tilde{Y}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Karena turunan kedua fungsi jumlah kuadrat galat terhadap parameter definit positif, maka turunan pertama menghasilkan estimasi parameter yang meminimalkan fungsi galat.

Ilustrasi:

Persamaan jumlah kuadrat galat untuk model VAR yaitu:

$$SSE = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (2.18)$$

Misal dituliskan persamaan VAR yang terdiri dari 3 variabel dan 1 lag yaitu

VAR(1):

$$Y_{1,t} = \alpha_1 + \phi_{11}Y_{1,t-1} + \phi_{12}Y_{2,t-1} + \phi_{13}Y_{3,t-1} + \epsilon_{1,t} \quad (2.19)$$

$$Y_{2,t} = \alpha_2 + \phi_{21}Y_{1,t-1} + \phi_{22}Y_{2,t-1} + \phi_{23}Y_{3,t-1} + \epsilon_{2,t} \quad (2.20)$$

$$Y_{3,t} = \alpha_3 + \phi_{31}Y_{1,t-1} + \phi_{32}Y_{2,t-1} + \phi_{33}Y_{3,t-1} + \epsilon_{3,t} \quad (2.21)$$

Persamaan diatas diestimasi dengan OLS yang berarti menggantikan Y_i dengan $Y_{1,t}$ dan ϵ_i dengan $\epsilon_{1,t}$ maka persamaan (2.18) menjadi:

$$SSE = \sum_{t=1}^n \epsilon_{1,t}^2 = \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \hat{Y}_{1,t})^2 \quad (2.22)$$

Kemudian substitusikan persamaan (2.19) kedalam persamaan (2.22) sehingga persamaan jumlah kuadrat galat menjadi:

$$\begin{aligned} SSE &= \sum_{t=1}^n \epsilon_{1,t}^2 \\ &= \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1})^2 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Jika meminimumkan jumlah kuadrat galat berarti mencari turunan terhadap nilai $\alpha_1, \phi_{11}, \phi_{12}$ dan ϕ_{13} dan turunannya bernilai nol. Apabila fungsi SSE diturunkan terhadap α_1 maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial SSE}{\partial \alpha_1} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1})^2}{\partial \alpha_1} \\ 0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1}) (-1) \\ 0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1}) \\ 0 &= \sum_{t=1}^n Y_{1,t} - n\alpha_1 - \phi_{11} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} - \phi_{12} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} - \phi_{13} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t} &= n\alpha_1 + \phi_{11} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} + \phi_{12} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} + \phi_{13} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \end{aligned} \quad (2.24)$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{11} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{11}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{11}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1}) (-Y_{1,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1}) (Y_{1,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{1,t-1} - \alpha_1 \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} - \phi_{11} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 - \phi_{12} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} - \\
&\quad \phi_{13} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\
\sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{1,t-1} &= \alpha_1 \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} + \phi_{11} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 + \phi_{12} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} + \\
&\quad \phi_{13} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{12} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{12}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{12}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1}) (-Y_{2,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1}) (Y_{2,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{2,t-1} - \alpha_1 \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} - \phi_{11} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} - \phi_{12} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 - \\
&\quad \phi_{13} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\
\sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{2,t-1} &= \alpha_1 \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} + \phi_{11} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} + \phi_{12} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 + \\
&\quad \phi_{13} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{13} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{13}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{13}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1}) (-Y_{3,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{1,t} - \alpha_1 - \phi_{11}Y_{1,t-1} - \phi_{12}Y_{2,t-1} - \phi_{13}Y_{3,t-1}) (Y_{3,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{3,t-1} - \alpha_1 \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} - \phi_{11} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} - \\
&\quad \phi_{12} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} - \phi_{13} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \\
\sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{3,t-1} &= \alpha_1 \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} + \phi_{11} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} + \phi_{12} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} + \\
&\quad \phi_{13} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Apabila ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n Y_{1,t} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{3,t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \phi_{13} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \phi_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n Y_{1,t} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t}Y_{3,t-1} \end{bmatrix}$$

Kemudian substitusikan persamaan (2.20) ke dalam persamaan (2.22) sehingga persamaan jumlah kuadrat galat menjadi:

$$\begin{aligned} SSE &= \sum_{t=1}^n \epsilon_{2,t}^2 \\ &= \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1})^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Jika meminimumkan jumlah kuadrat galat berarti mencari turunan terhadap nilai α_2 , ϕ_{21} , ϕ_{22} dan ϕ_{23} dan turunannya bernilai nol. Apabila fungsi SSE diturunkan terhadap α_2 maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial SSE}{\partial \alpha_2} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1})^2}{\partial \alpha_2} \\ 0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1}) (-1) \\ 0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1}) \\ 0 &= \sum_{t=1}^n Y_{2,t} - n\alpha_2 - \phi_{21} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} - \phi_{22} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} - \phi_{23} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t} &= n\alpha_2 + \phi_{21} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} + \phi_{22} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} + \phi_{23} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \end{aligned} \quad (2.29)$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{21} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{21}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{21}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1}) (-Y_{1,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1}) (Y_{1,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{1,t-1} - \alpha_2 \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} - \phi_{21} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 - \phi_{22} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} - \\
&\quad \phi_{23} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\
\sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{1,t-1} &= \alpha_2 \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} + \phi_{21} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 + \phi_{22} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} + \\
&\quad \phi_{23} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{22} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{22}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{22}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1}) (-Y_{2,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1}) (Y_{2,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{2,t-1} - \alpha_2 \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} - \phi_{21} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} - \phi_{22} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 - \\
&\quad \phi_{23} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\
\sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{2,t-1} &= \alpha_2 \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} + \phi_{21} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} + \phi_{22} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 + \\
&\quad \phi_{23} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{23} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{23}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{23}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1}) (-Y_{3,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{2,t} - \alpha_2 - \phi_{21}Y_{1,t-1} - \phi_{22}Y_{2,t-1} - \phi_{23}Y_{3,t-1}) (Y_{3,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{3,t-1} - \alpha_2 \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} - \phi_{21} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} - \\
&\quad \phi_{22} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} - \phi_{23} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \\
\sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{3,t-1} &= \alpha_2 \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} + \phi_{21} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} + \phi_{22} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} + \\
&\quad \phi_{23} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Apabila ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n Y_{2,t} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{3,t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \phi_{21} \\ \phi_{22} \\ \phi_{23} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \phi_{21} \\ \phi_{22} \\ \phi_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n Y_{2,t} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t}Y_{3,t-1} \end{bmatrix}$$

Kemudian substitusikan persamaan (2.21) ke dalam persamaan (2.22) sehingga persamaan jumlah kuadrat galat menjadi:

$$\begin{aligned} SSE &= \sum_{t=1}^n \epsilon_{3,t}^2 \\ &= \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1})^2 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Jika meminimumkan jumlah kuadrat galat berarti mencari turunan terhadap nilai α_3 , ϕ_{31} , ϕ_{32} dan ϕ_{33} dan turunannya bernilai nol. Apabila fungsi SSE diturunkan terhadap α_3 maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial SSE}{\partial \alpha_3} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1})^2}{\partial \alpha_3} \\ 0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1}) (-1) \\ 0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1}) \\ 0 &= \sum_{t=1}^n Y_{3,t} - n\alpha_3 - \phi_{31} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} - \phi_{32} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} - \phi_{33} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t} &= n\alpha_3 + \phi_{31} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} + \phi_{32} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} + \phi_{33} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \end{aligned} \quad (2.34)$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{31} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{31}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{31}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1}) (-Y_{1,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1}) (Y_{1,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{1,t-1} - \alpha_3 \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} - \phi_{31} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 - \phi_{32} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} - \\
&\quad \phi_{33} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\
\sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{1,t-1} &= \alpha_3 \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} + \phi_{31} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 + \phi_{32} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} + \\
&\quad \phi_{33} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1}
\end{aligned} \tag{2.35}$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{32} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{32}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{32}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1}) (-Y_{2,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1}) (Y_{2,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{2,t-1} - \alpha_3 \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} - \phi_{31} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} - \phi_{32} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 - \\
&\quad \phi_{33} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\
\sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{2,t-1} &= \alpha_3 \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} + \phi_{31} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} + \phi_{32} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 + \\
&\quad \phi_{33} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

dan apabila fungsi SSE diturunkan terhadap ϕ_{33} maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSE}{\partial \phi_{33}} &= \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1})^2}{\partial \phi_{33}} \\
0 &= 2 \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1}) (-Y_{3,t-1}) \\
0 &= -2 \sum_{t=1}^n (Y_{3,t} - \alpha_3 - \phi_{31}Y_{1,t-1} - \phi_{32}Y_{2,t-1} - \phi_{33}Y_{3,t-1}) (Y_{3,t-1}) \\
0 &= \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{3,t-1} - \alpha_3 \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} - \phi_{31} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} - \\
&\quad \phi_{32} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} - \phi_{33} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \\
\sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{3,t-1} &= \alpha_3 \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} + \phi_{31} \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} + \phi_{32} \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} + \\
&\quad \phi_{33} \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Apabila ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n Y_{3,t} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{3,t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{1,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{2,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}^2 & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{1,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{2,t-1}Y_{3,t-1} & \sum_{t=1}^n Y_{3,t-1}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n Y_{3,t} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{1,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{2,t-1} \\ \sum_{t=1}^n Y_{3,t}Y_{3,t-1} \end{bmatrix}$$

2.8 Pengujian Signifikansi Parameter Model VAR

Uji signifikansi parameter digunakan untuk mengetahui parameter mana saja yang berpengaruh signifikan terhadap model (Montgomery, *et.al.*, 2015). Uji t dapat digunakan untuk menguji signifikansi parameter pada model *Vector Autoregressive* (VAR) dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \hat{\phi}_{ij} = 0$, parameter tidak berpengaruh signifikan terhadap model

$H_1 : \hat{\phi}_{ij} \neq 0$, parameter berpengaruh signifikan terhadap model

Dimana uji t statistik memiliki rumus yaitu:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}_{ij}}{SE(\hat{\phi}_{ij})} \quad (2.38)$$

dengan:

$\hat{\phi}_{ij}$ = nilai taksiran parameter

$SE(\hat{\phi}_{ij})$ = *standard error* dari nilai taksiran parameter $\hat{\phi}$

n = jumlah data pengamatan

k = jumlah parameter yang diestimasi pada model

Dengan kriteria pengujian jika nilai $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2}, (n-k)}$ atau $p - value < \alpha$ maka tolak H_0 , yang berarti parameter tersebut memiliki pengaruh yang signifikan terhadap model VAR. Dimana n menunjukkan jumlah pengamatan serta k banyaknya parameter.

2.9 Uji Stabilitas Model VAR

Uji stabilitas VAR dilakukan dengan menghitung akar-akar dari fungsi polinomial karakteristik atau dikenal dengan *roots of characteristic polynomial*. Jika semua akar dari fungsi polinomial tersebut berada di dalam unit *circle* dan memiliki modulus kurang dari satu, maka model VAR dinyatakan stabil. Dalam analisis model VAR, akan ada banyak kp akar, dimana k adalah jumlah variabel endogen dan p adalah *lag* terpanjangnya. Lutkepohl (2005) mengatakan bahwa “semua nilai *eigen* dari matriks $\mathbf{A}$ berukuran $m \times m$ mempunyai modulus lebih kecil dari satu jika dan hanya jika $\det(\mathbf{I}_m - \mathbf{A}_z) \neq 0$ untuk $|z| \leq 1$, maka polinomial dari $\det(\mathbf{I}_m - \mathbf{A}_z)$ memiliki *roots* yang berada pada unit *circle*”.

Dengan demikian, persamaan (2.8) Y_t dikatakan stabil jika:

$$\det(\mathbf{I}_m - \mathbf{A}_z) \neq 0 \text{ untuk modulus } (z), |z| \leq 1 \quad (2.39)$$

Dengan $\mathbf{I}_m$ adalah matriks identitas berdimensi $(m \times m)$, $\mathbf{A}_z$ adalah matriks koefisien berdimensi $(m \times m)$ yang menyatakan nilai parameter z .

2.10 Uji Kausalitas Granger

Uji kausalitas dilakukan untuk melihat apakah terdapat hubungan sebab akibat antar variabel yang terlibat dalam model VAR. Salah satu uji kausalitas yang umum digunakan dalam penelitian adalah uji Kausalitas Granger. Uji ini menggunakan uji F untuk menentukan apakah perubahan dalam satu variabel disebabkan oleh perubahan pada variabel lainnya. Hasil pengujian kausalitas Granger dapat diinterpretasikan dalam tiga cara, yaitu sebagai berikut (Brooks, 2008):

1. Adanya kausalitas satu arah dari variabel X ke Y atau sebaliknya Y ke X.
2. Terdapat kausalitas dua arah dari X ke Y dan Y ke X.
3. Tidak saling ketergantungan antara X dan Y, artinya X dan Y bebas satu sama lain.

Hipotesis untuk uji Kausalitas Granger adalah sebagai berikut:

$H_0: \phi_i = 0$, untuk $i = 1, 2, \dots, p$ (Y_{2t} tidak “Granger Cause” Y_{1t})

H_1 : minimal terdapat satu $\phi_i \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, p$ (Y_{2t} “Granger Cause” Y_{1t})

Adapun statistik uji yang digunakan adalah:

$$F = \frac{(SSE_R - SSE_{UR})/p}{SSE_{UR}/(n-k)} \quad (2.40)$$

$$SSE_R = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.41)$$

$$SSE_{UR} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{iUR})^2 \quad (2.42)$$

dengan:

SSE_R = jumlah kuadrat residual dari model univariat AR

SSE_{UR} = jumlah kuadrat residual dari model VAR

p = jumlah *lag*

n = jumlah data pengamatan

k = jumlah parameter yang diestimasi pada model

Dengan kriteria pengujian jika nilai $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau $p - value < \alpha$ maka H_0 ditolak, yang artinya terdapat pengaruh yang signifikan secara statistik. Dan jika $F_{hitung} < F_{tabel}$ maka H_0 diterima, yang artinya tidak terdapat pengaruh yang signifikan secara statistik (Febrianti, dkk., 2021).

2.11 Uji Asumsi Residual *White Noise*

Untuk memastikan bahwa model VAR yang digunakan merupakan model yang baik, perlu dilakukan diagnostik model pada model VAR. Kriteria yang harus dipenuhi untuk memastikan bahwa model VAR yang terpilih merupakan model yang baik yaitu *residual* tidak berkorelasi atau tidak terjadi autokorelasi pada nilai *residual*. Uji yang biasa digunakan adalah uji *Portmanteau*. Uji *Portmanteau* merupakan generalisasi dari uji Ljung Box. Menurut Lutkepohl (2005), statistik uji *Portmanteau* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Q = n(n+2) \sum_{h=1}^h \frac{\hat{\rho}_h^2}{(n-h)} \quad (2.43)$$

dengan:

Q = uji statistik *Portmanteau*

$\hat{\rho}_h^2$ = autokorelasi antar residual

n = jumlah data pengamatan

h = jumlah *lag* yang diuji

m = jumlah variabel endogen

p = *lag* pada model

Hipotesis yang digunakan yaitu:

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_h = 0$ (tidak ada korelasi antar *residual*)

H_1 : minimal ada satu $\rho_h \neq 0, h = 1, 2, 3, \dots, h$ (ada korelasi antar *residual*)

Dengan kriteria pengujian jika $Q > X_{(m^2(h-p); \alpha)}^2$ atau $p - value < \alpha$, maka H_0 ditolak. Ini menunjukkan bahwa *residual* tidak memenuhi asumsi *white noise* atau terdapat korelasi antar *residual* model pada beberapa *lag* (Amry, dkk., 2018).

2.12 Analisis *Impulse Response Function* (IRF)

Menurut Pindyck dan Rubinfeld (1998) *Impulse Response Function* (IRF) merupakan suatu metode yang digunakan untuk melihat respon suatu variabel endogen terhadap *shock* yang diberikan oleh variabel lain. Melalui analisis IRF, kita dapat melihat seberapa lama efek atau pengaruh dari guncangan (*shock*) hingga hilang dan mencapai keseimbangan. Metode IRF ini diawali berdasarkan model VAR. Misal menggunakan tiga variabel $Y_{1,t}$, $Y_{2,t}$ dan $Y_{3,t}$ model VAR dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ Y_{3,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \\ Y_{3,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \\ e_{3,t} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Dimana $e_{1,t}$, $e_{2,t}$ dan $e_{3,t}$ adalah *error* atau *shock* pada masing-masing variabel. Menggunakan persamaan model VAR bentuk umum yang diasumsikan mencapai kondisi stabil dinyatakan sebagai: $Y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$ dimana:

$$Y_t = \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ Y_{3,t} \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \text{ dan } A_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ Y_{3,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1,t-i} \\ e_{2,t-i} \\ e_{3,t-i} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Secara umum, IRF dapat dihitung menggunakan koefisien dari model VAR dalam bentuk *Moving Average Representation* (MAR):

$$Y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i e_{t-i} \quad (2.47)$$

Dimana Φ_i adalah matriks koefisien yang menunjukkan pengaruh dari *shock* e_{t-i} pada waktu t . Untuk memperoleh Φ_i , kita gunakan rumus rekursif:

$$\Phi_i = \begin{cases} I, & \text{jika } i = 0 \\ A_1 \Phi_{i-1}, & \text{jika } i > 0 \end{cases} \quad (2.48)$$

2.13 Analisis *Variance Decomposition* (VD)

Analisis *Variance Decomposition* merupakan pendekatan yang berbeda dalam menggambarkan model VAR jika dibandingkan dengan analisis *Impulse Response Function*. Dalam analisis *Impulse Response Function*, fokus utamanya adalah melihat dampak *shock* dari satu variabel terhadap variabel lainnya dalam model VAR. Sementara itu, dalam analisis *Variance Decomposition* tujuannya adalah untuk memprediksi kontribusi persentase dari varian setiap variabel akibat perubahan pada variabel tertentu dalam model VAR tersebut (Widarjono, 2007). Menurut Enders (2005), *Variance Decomposition* yaitu mengukur proporsi dari varians total yang dapat dijelaskan oleh *shock* dari variabel y dan *shock* dari variabel z . *Shock* merupakan guncangan yang terjadi pada setiap periode yang disebabkan oleh pergerakan proporsi variabel lainnya (Sinay, 2014). Untuk menghitung proporsi varians yang dijelaskan oleh *shock* j terhadap variabel k pada periode h , menggunakan rumus berikut:

$$VD_{k,j}(h) = \frac{\sum_{i=0}^{h-1} (\Phi_i \Sigma_e \Phi_i')_{k,j}}{\sum_{i=0}^{h-1} (\Phi_i \Sigma_e \Phi_i')_{k,k}} \quad (2.49)$$

dengan:

$VD_{k,j}(h)$ = proporsi varians dari variabel k yang dijelaskan oleh *shock* j pada periode h .

Φ_i = matriks koefisien dari *Moving Average Representation*

Σ_e = matriks kovarians dari *error*

2.14 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Evaluasi peramalan dipilih berdasarkan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), yang digunakan sebagai indikator ketepatan dalam peramalan dengan mengukur kesalahan secara relatif. Evaluasi peramalan juga bertujuan untuk mengevaluasi apakah hasil peramalan pada model deret waktu memiliki kualitas yang sangat baik atau buruk. MAPE merupakan metode pengukuran kesalahan yang menghitung persentase penyimpangan antara data aktual dan data hasil prediksi. Nilai MAPE dapat dihitung dengan rumus berikut (Wei, 2006):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|X_t - F_t|}{X_t} \times 100\% \quad (2.50)$$

dengan:

X_t = nilai data aktual

F_t = nilai hasil prediksi

n = banyaknya data yang diamati

i = indeks waktu, $i = 1, 2, \dots, n$

Tabel 1. Kriteria MAPE

MAPE	Keterangan
<10%	Kemampuan peramalan sangat baik
10% - 20%	Kemampuan peramalan baik
20% - 50%	Kemampuan peramalan cukup
>50%	Kemampuan peramalan buruk

Sumber: Lewis, C.D. (1982, p.40)

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada Semester Ganjil tahun akademik 2023/2024, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh secara online melalui *website* www.bi.go.id dan www.bps.go.id. Data yang diambil untuk penelitian ini meliputi data jumlah uang beredar (Y_1), BI rate (Y_2) dan inflasi (Y_3) di Indonesia. Penelitian ini menggunakan data bulanan sejak Januari 2010 hingga Agustus 2023 sebanyak 164 data observasi pada setiap masing-masing variabel.

3.3 Metode Penelitian

Berikut langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini:

1. Melakukan eksplorasi data untuk melihat gambaran umum statistika deskriptif dari data jumlah uang beredar, BI rate dan inflasi.
2. Melakukan uji stasioneritas data. Stasioner atau tidaknya data yang diteliti dengan melihat hasil uji stasioneritas. Salah satu uji yang dapat digunakan yaitu uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Apabila data yang diuji tidak stasioner maka dilakukan *differencing*. Ciri data yang tidak stasioner adalah dengan melihat nilai uji ADF. Jika nilai ADF kurang dari nilai *test critical value* $\alpha = 5\%$ berarti data tidak stasioner, maka diperlukan *differencing* untuk menghasilkan data yang stasioner.
3. Memilih panjang *lag* yang optimal untuk digunakan dalam model VAR. *Lag* yang terpilih adalah model yang memiliki nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) terkecil.
4. Mengestimasi parameter dalam model VAR dengan menggunakan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Squares*).
5. Melakukan uji signifikansi parameter yang bertujuan untuk mengetahui parameter mana saja yang berpengaruh signifikan terhadap model.
6. Melakukan uji stabilitas model VAR melalui *Root of Characteristic Polynomial*. Jika nilai modulus < 1 maka model VAR digolongkan model stabil. Jika tidak stabil, maka model VAR tidak layak untuk dilanjutkan ke tahap selanjutnya.
7. Menerapkan uji kausalitas Granger dengan tujuan mengidentifikasi hubungan sebab-akibat antar variabel atau peubah dalam model VAR, baik dalam jangka waktu pendek maupun jangka waktu panjang.
8. Melakukan uji asumsi *residual white noise* menggunakan uji *Portmanteau*.
9. Melakukan analisis *Impulse Response Function* yang bertujuan untuk melihat respon satu variabel terhadap *shock* yang diberikan oleh variabel lain, serta untuk melihat seberapa lama efek atau pengaruh dari guncangan tersebut

berlangsung hingga mencapai keseimbangan. Analisis ini sering kali ditampilkan dalam bentuk grafik IRF.

10. Melakukan analisis *Variance Decomposition* (VD) yang bertujuan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh yang diberikan variabel lain ketika terjadi *shock* pada salah satu variabel. Analisis ini dapat dilakukan dengan melihat data tabel yang tersaji.
11. Melakukan prediksi dan mengevaluasi keakuratan peramalan dengan menggunakan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).
12. Melakukan peramalan jumlah uang beredar, BI rate dan inflasi untuk periode yang akan datang menggunakan model VAR terbaik yang diperoleh.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan terkait penerapan model *Vector Autoregressive* (VAR) untuk meramalkan data Jumlah Uang Beredar, BI Rate dan Inflasi di Indonesia, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model VAR terbaik yang dihasilkan untuk peramalan Jumlah Uang Beredar, BI Rate dan Inflasi adalah model VAR(1) dengan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}Y_{1,t} &= 51818,464110 - 0,337129Y_{1,t-1} + 2583990,152482Y_{2,t-1} \\&\quad + 910550,590232Y_{3,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\Y_{2,t} &= -0,000046 + 5,845E - 10Y_{1,t-1} + 0,448434Y_{2,t-1} \\&\quad + 0,049580Y_{3,t-1} + \varepsilon_{2,t} \\Y_{3,t} &= -7,958E - 06 - 2,516E - 10Y_{1,t-1} + 0,132548Y_{2,t-1} \\&\quad + 0,240001Y_{3,t-1} + \varepsilon_{3,t}\end{aligned}$$

Model ini menginterpretasikan bahwa variabel jumlah uang beredar ($Y_{1,t}$) pada waktu ke- t dipengaruhi oleh variabel jumlah uang beredar ($Y_{1,t}$) pada waktu ke- $t-1$ serta dipengaruhi oleh variabel BI Rate ($Y_{2,t}$) dan inflasi ($Y_{3,t}$) pada waktu ke- $t-1$. Sedangkan variabel BI Rate ($Y_{2,t}$) pada waktu ke- t dipengaruhi oleh variabel jumlah uang beredar ($Y_{1,t}$), BI Rate ($Y_{2,t}$) dan inflasi ($Y_{3,t}$) pada waktu ke- $t-1$. Serta variabel inflasi ($Y_{3,t}$) pada waktu ke- t dipengaruhi oleh variabel jumlah uang beredar ($Y_{1,t}$), BI Rate ($Y_{2,t}$) dan inflasi ($Y_{3,t}$) pada waktu ke- $t-1$.

2. Diperoleh hasil peramalan data Jumlah Uang Beredar, BI Rate dan Inflasi di Indonesia untuk 12 bulan kedepan sejak September 2023 hingga Agustus 2024 pada Tabel 18. Hasil peramalan yang dihasilkan dikategorikan baik karena diperoleh nilai MAPE untuk data jumlah uang beredar sebesar 1,208%, untuk data BI Rate sebesar 1,658% dan untuk data inflasi sebesar 8,205% yang dimana dapat dikatakan peramalan baik karena memiliki nilai MAPE dibawah 10%.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustin, N., Iknas, R., & Nursalam. 2019. Implementasi Metode Vector Autoregressive (VAR) dalam Meramalkan Jumlah Penduduk. *Jurnal Matematika dan Statistika serta Aplikasinya*. 7(2): 55-60.
- Alvyonita, M., & Hidayat, P. 2013. Analisis Kausalitas antara BI Rate dengan Jumlah Uang Beredar di Indonesia. *Jurnal Ekonomi dan Keuangan*. 2(10): 623-633.
- Amry, F., Kusnandar, D., & Debataraja, N. N. 2018. Model Vector Autoregressive (VAR) dalam Meramal Produksi Kelapa Sawit PTPN XIII. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*. 7(2): 77-84.
- Anton, H., and Rorres, C. 2004. *Elementary Linear Algebra, Applications Version 8th Ed* (Aljabar Linear Elementer, Versi Aplikasi Edisi Kedelapan Jilid 1). Terjemahan Refina Indriasari dan Irzam Harmein. Erlangga, Jakarta.
- Badan Pusat Statistika (BPS), "Data Jumlah Uang Beredar", <https://www.bps.go.id/id>. Diakses pada 12 September 2023.
- Bank Indonesia, "Data BI Rate", <https://www.bi.go.id/id/statistik/indikator/BI-Rate.aspx>. Diakses pada 12 September 2023.
- Bank Indonesia, "Data Inflasi", <https://www.bi.go.id/id/statistik/indikator/data-inflasi.aspx>. Diakses pada 12 September 2023.
- Brooks, C. 2008. *Introductory: Econometrics for Finance*. Ed. ke-2. Cambridge University Press, New York.

- Cahyani, E., & Wachidah, L. 2020. Pemodelan Vector Autoregressive X (VARX) untuk Meramalkan Impor Ekspor Migas dan Non Migas di Indonesia, hlm. 41-48. Prosiding Statistika Seminar Penelitian Sivitas Akademika Unisba, Bandung.
- Cryer, J. D., & Chan, K. S. 2008. *Time Series Analysis with Applications in R*. 2nd Edition. Springer, New York.
- Enders, W. 2015. *Applied Econometric Time Series*. John Wiley and : Interscience Publication, New York.
- Febrianti, D. R., Tiro, M. A., & Sudarmin. 2021. Metode Vector Autoregressive (VAR) dalam Menganalisis Pengaruh Kurs Mata Uang Terhadap Ekspor dan Impor Di Indonesia. *VARIANSI: Journal of Statistics and Its application on Teaching and Research*. 3(1): 23-30.
- Ferry, C. R., Irwan, & Nurfadilah. 2018. Peramalan Tingkat Suku Bunga Pasar Uang Antar Bank (PUAB) dengan Vector Autoregressive Exogenous (VARX). *Jurnal MSA*. 6(1): 51-60.
- Gujarati, D. N. 2004. *Basic Econometrics*. 4th Edition. McGraw-Hill, New York.
- Hanke, J.E., & Wichern, D. W. 2005. *Business Forecasting*. Edition-8. Pearson Prentice Hall, New Jersey.
- Hardani, P. R., Hoyyi, A., & Sudarno. 2016. Peramalan Laju Inflasi, Suku Bunga Indonesia dan Indeks Harga Saham Gabungan menggunakan Metode Vector Autoregressive (VAR). *Jurnal Gaussian*. 6(1): 101-110.
- Kusumaningrum, D. A., & Palupi, S. P. 2022. Analisis Keterkaitan Data Inflasi antara Provinsi DKI Jakarta dan Jawa Barat Tahun 2014-2021 Menggunakan Metode Vector Autoregressive (VAR). *Government and Statistics*. 1(1): 1-12.
- Lapong, P. R., Rotinsulu, T. O., & Maramis, M. T. 2016. Analisis Kausalitas Jumlah Uang Beredar dan Suku Bunga Acuan Bank Indonesia (BI Rate) di Indonesia Periode 2009.1–2015.4. *Jurnal Berkala Ilmiah Efisiensi*. 16(2): 278-287.

- Lewis, C. D. 1982. *Industrial and business forecasting methods: A practical guide to exponential smoothing and curve fitting*. Butterworth Heinemann.
- Lütkepohl, H. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer, Berlin.
- Montgomery, D. C., Jennings, C. L., & Kulahci, M. 2015. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. 2nd edition. John Wiley dan Sons, Jersey.
- Pindyck, R. S. & Rubinfeld, D. L. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*. 4th edition. New York: McGraw-Hill, Inc.
- Rahayu, P. I., Hidayatullah, M., & Hijrah, M. 2023. Implementation Vector Autoregressive (Var) On Rice Production and Rice Productivity Data in Indonesia. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*. **19**(3): 580-592.
- Rosyidah, H., Rahmawati, R., & Prahutama, A. 2017. Pemodelan Vector Autoregressive X (VARX) untuk Meramalkan Jumlah Uang Beredar di Indonesia. *Jurnal Gaussian*. **6**(3): 333-343.
- Sinay, L. J. 2014. Pendekatan Vector Error Correction Model untuk Analisis Hubungan Inflasi, BI Rate, dan Kurs Rupiah. *Jurnal Barekeng*. **8**(2): 9-18.
- Soejoeti, Z. 1987. *Analisis Runtun Waktu*. Jakarta: Karunika Jakarta Universitas Terbuka.
- Usman, M., Komarudin, M., Sarida, M., Wamiliana, Russel, E., Kufepaksi, M., Ali Alam, I., & A.M. Elfaki, F. 2022. Analysis of Some Variable Energy Companies by Using VAR(p)-GARCH(r,s) Model: Study from Energy Companies of Qatar over the Years 2015–2022. *International Journal of Energy Economics and Policy*. **12**(5): 178–191.
- Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. 2nd Edition. Pearson Addison-Wesley, New York.
- Widarjono A. 2007. *Ekonometrika Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis*. Edisi kedua. Yogyakarta: Ekonisia.

Yulianti, I. 2023. Peramalan Unsur Cuaca dan Iklim di Kabupaten Sumbawa Menggunakan Model Vector Autoregressive (Disertasi). Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mataram, Nusa Tenggara Barat.