SOLUSI SISTEM PERSAMAAN FUZZY PENUH DENGAN BILANGAN FUZZY TRAPESIUM MENGGUNAKAN METODE BROYDEN

TESIS

Oleh

SAIFUL ROHMAN

PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024

ABSTRACT

THE SOLUTION OF FULLY FUZZY EQUATION SYSTEM WITH TRAPEZIODAL FUZZY NUMBER USING BROYDEN’S METHOD

By

Saiful Rohman

Fuzzy number sets are sets whose members have membership degrees in the range $[0,1]$ of real numbers. The concept of fuzzy number sets has been widely applied, including in fully fuzzy linear equation systems in the form $\tilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b}$ and fully fuzzy nonlinear equation systems in the form $\tilde{A} \otimes \tilde{x} \oplus \tilde{A} \otimes \tilde{x}^2 \oplus \ldots \oplus \tilde{A} \otimes \tilde{x}^n = \tilde{b}$, where $\tilde{A}$ is an $n \times n$ fuzzy matrix and $\tilde{x},\ \tilde{b}$ are $n \times 1$ fuzzy vectors. In this research, the solutions fully fuzzy linear and nonlinear equation systems with trapezoidal fuzzy numbers as their elements have been discussed using the Broyden method. To demonstrate that the Broyden's method used in such cases works effectively, a case study example in its resolution has been presented. Based on experimental results, the method provides solutions with small errors in a relatively short time.

Keywords: Fully Fuzzy Equation Systems, Trapezoidal Fuzzy Numbers, Broyden's Method.

ABSTRAK

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN FUZZY PENUH DENGAN BILANGAN FUZZY TRAPESIUM MENGGUNAKAN METODE BROYDEN

Oleh

Saiful Rohman

Himpunan bilangan fuzzy merupakan himpunan yang anggotanya memiliki derajat keanggotaan bilangan real pada selang $[0,1]$. Penerapan konsep himpunan bilangan fuzzy telah banyak digunakan diantaranya pada sistem persamaan fuzzy penuh linear yang berbentuk $\widetilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b}$ dan pada sistem persamaan fuzzy penuh nonlinear berbentuk $\widetilde{A} \otimes \tilde{x} \oplus \widetilde{A} \otimes \tilde{x}^2 \oplus \ldots \oplus \widetilde{A} \otimes \tilde{x}^n = \tilde{b}$, dengan $\widetilde{A}$ adalah matriks fuzzy berukuran $n \times n$ dan $\tilde{x}$, $\tilde{b}$ adalah vektor fuzzy berukuran $n \times 1$. Pada penelitian ini telah didiskusikan pencarian solusi pada sistem persaman linear dan nonlinear fuzzy penuh dengan unsur – unsurnya merupakan bilangan fuzzy trapesium menggunakan metode broyden. Untuk menunjukkan bahwa metode broyden digunakan dalam kasus tersebut bekerja secara efektif, contoh studi kasus dalam penyelesaiannya telah disajikan. Berdasarkan hasil percobaan, metode tersebut memeberikan solusi dengan kesalahan yang kecil dalam waktu yang relatif singkat.

Kata kunci: Sistem Persamaan Fuzzy Penuh, Bilangan Fuzzy Trapesium, Metode Broyden.

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN FUZZY PENUH DENGAN BILANGAN FUZZY TRAPESIUM MENGGUNAKAN METODE BROYDEN

Oleh

Saiful Rohman

TESIS

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar
MAGISTER MATEMATIKA

Pada
Program Studi Magister Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024

Judul Tesis	: **SOLUSI SISTEM PERSAMAAN FUZZY PENUH DENGAN BILANGAN FUZZY TRAPESIUM MENGGUNAKAN METODE BROYDEN**
Nama Mahasiswa	: Saiful Rohman
Nomor Pokok Mahasiswa	: **2127031010**
Program Studi	: **Matematika**
Fakultas	: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.
NIP 196902131994021001

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 197403162005011001

2. Ketua Program Studi Magister Matematika

Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP 197604112000122001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**	....
Sekretaris	: **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: a. **Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.**	....
	b. **Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

3. Direktur Program Pasca Sarjana

Prof. Dr. Ir. Murhadi, M.Si.
NIP. 196403261989021001

Tanggal Lulus Ujian : **27 Februari 2024**

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa : Saiful Rohman

Nomor Pokok Mahasiswa : 2127031010

Program Studi : Magister Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa tesis saya yang berjudul **"SOLUSI SISTEM PERSAMAAN FUZZY PENUH DENGAN BILANGAN FUZZY TRAPESIUM MENGGUNAKAN METODE BROYDEN"** adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa tesis ini merupakan hasil salinan atau telah dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 27 Februari 2024

Penulis,

Saiful Rohman
NPM 2127031010

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Saiful Rohman, dilahirkan di Desa Pesawaran, Kecamatan Kedondong, Kabupaten Pesawaran pada tanggal 04 Juni 1997, sebagai anak ke delapan dari delapan bersaudara pasangan Bapak Sareh Samin dan Ibu Suparmi Daslam. Penulis menyelesaikan pendidikan dasar di SD N 1 Pesawaran pada tahun 2005 – 2009. Pendidikan menengah pertama di MTs MA Tempel Rejo pada tahun 2009 – 2012. Pendidikan menengah atas di MAN 1 Pesawaran pada tahun 2012 – 2015. Kemudian pada tahun 2015 penulis terdaftar sebagai mahasiswa di Universitas Lampung melalui jalur seleksi bersama masuk perguruan tinggi negeri (SBMPTN) tertulis pada jurusan Matematika FMIPA.

Selama menempuh pendidikan penulis aktif pada kegiatan ROIS FMIPA sebagai Anggota Bidang Kaderisasi periode 2016 – 2017, aktif di kepengrusan HIMATIKA periode 2016 – 2017 sebagai Anggota Bidang Keilmuan. Pada bulan Agustus 2018 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) selama 40 hari di Dinas PUPR. Pada bulan maret 2018 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Talang Padang, Tanggamus. Penulis menyelesaikan Pendidikan S1 Matematika pada bulan Juni tahun 2020 dan pada tahun 2021 penulis melanjutkan pendidikan S2 di Universitas Lampung pada Program Studi Magister Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

KATA INSPIRASI

"Ista'inuu Bisshobri Wassholaah, Innallaha Ma'ashoobiriin"

"Ya Allah, Aku berlindung kepada-Mu dari ilmu yang tidak bermanfaat, hati yang tidak khusyu', jiwa yang tidak pernah puas, dan doa yang tidak dikabulkan"

"Hendaklah kamu bergerak terus menerus dengan tali ikatan lahir dan tali ikatan bathin, teruslah bergerak walau jalannya penuh ranjau dan duri – duri"

PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahiim

Bismillahi Tawakkaltu ‘Alallah La Haula Walaa Quwwata Illabilllah

Puji syukur kehadirat Allah SWT. yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya dalam menjalani kehidupan, dan shalawat serta salam selalu tercurah kepada Nabi Muhammad SAW.

Ku persembahkan tesis ini untuk:

Keluarga

Kedua orang tua tercinta Abah Sareh Samin dan Mamak Suparmi Daslam

Kang Lis, Kak Omi, Kak Azis, Teh Fida, Kak Mahfudz, Kak Fahad, Teh Turoh

dan para ashabul qohwah yang tidak bisa disebutkan namanya satu persatu

(Terima kasih atas do’a dan pengorbanan yang tiada henti)

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Dosen Pembimbing dan pembahas yang sangat berjasa dalam memberikan pelajaran, pengarahan dan masukan selama masa studi sampai penulisan tesis.

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat diberikan kemudahan untuk menyelesaikan tesis ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada revolusioner agung yang tiada duanya yaitu Nabi Muhammad SAW yang kita nantikan syafaatnya di yaumil akhir nanti.

Tesis dengan judul "Solusi Sistem Persamaan Fuzzy Penuh dengan Bilangan Fuzzy Trapesium Menggunakan Metode Broyden" disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Magister Matematika (M.Mat.) di Universitas Lampung.

Dengan ketulusan hati penulis ingin mengucapkan terima kasih banyak kepada:

1. Bapak Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing I, terima kasih untuk bimbingan dan kesediaan waktunya selama penyusunan tesis ini.
2. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing II, terima kasih untuk bantuan dan masukannya selama penyusunan tesis ini.
3. Ibu Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji I, terima kasih atas kesediaannya untuk menguji, memberikan saran dan kritik yang membangun dalam penyelesaian tesis ini.
4. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pengjuji II yang telah memberikan arahan, masukan, dan kritik serta saran selama penulisan tesis.

5. Ibu Prof. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., selaku ketua Program Studi Magister Matematika FMIPA Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Bapak Prof. Dr. Ir. Murhadi, M.Si., selaku Direktur Pasca Sarjana.
8. Seluruh Dosen serta Karyawan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
9. Orang tua tercinta Abah Sareh Samin dan Mamak Suparmi Daslam yang tak pernah berhenti mendoakan dan memberikan memotivasi untuk selalu istiqomah dan berani menjalani hidup.
10. Almamaater tercinta Universitas Lampung

Bandar Lampung, 27 Februari 2024
Penulis

Saiful Rohman

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika sebagai *queen and servant of science* telah berkembang dengan pesat diantaranya dibidang matematika terapan salah satunya yaitu penerapan model matematika dengan bentuk sistem persamaan linear maupun nonlinier yang telah banyak digunakan dalam bidang teknik, statistik, fisika, matematika, ilmu komputer, kedokteran, ilmu sosial dan robotika (Umar et al., 2019). Bentuk umum model matematika sistem persamaan linear terdiri dari p persamaan dan q variabel yang dikontruksi dari *real problem* sehingga dibutuhkan proses penyelesaiannya. Adapun metode penyelesaian sistem persamaan linear maupun nonlinier bisa dilakukan dengan metode analitik dan metode numerik.

Seiring perkembangan dalam pemodelan matematika, sistem persamaan linear dan nonlinear yang digunakan saat ini tidak hanya berupa bilangan riil, tetapi kini variabel dan konstanta dalam sistem persamaan linear dan nonlinear dapat berupa bilangan fuzzy. Bilangan fuzzy pertama kali dikenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965. Fuzzy dapat diartikan sebagai kabur atau samar. Bentuk sistem persamaan linear dan nonlinear fuzzy sama seperti persamaan linear dan nonlinear biasa, perbedaanya terletak pada unsur konstantanya. Unsur konstantanya dalam sistem persamaan linear dan nonlinear fuzzy merupakan bentuk parameter yang berbeda pada interval tertentu. Bentuk sistem persamaan linear dan nonlinear fuzzy dapat dikembangkan menjadi sistem persamaan linear yang berbentuk $\tilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b}$ dan sistem persamaan nonlienar fully fuzzy yang berbentuk $\tilde{A} \otimes \tilde{x} \oplus \tilde{A} \otimes \tilde{x}^2 \oplus \ldots \oplus \tilde{A} \otimes \tilde{x}^n = \tilde{b}$ dengan $\tilde{A}$ adalah matriks fuzzy berukuran $n \times n$ dan $\tilde{x}, \tilde{b}$ adalah vektor fuzzy berukuran $n \times 1$ (Marzuki & Herawati, 2015).

Beberapa peneliti sebelumnya telah melakukan penelitian tentang teori himpunan fuzzy diantaranya Zakaria et al., (2023) telah melakukan studi tentang matematika komputasi untuk penyelesaian persamaan matriks nonlinear ganda fuzzy penuh secara numerik dengan metode Broyden. Kemudian Ziqan et al., (2022) meneliti tentang sistem linear fuzzy penuh dengan bilangan fuzzy trapesium dan hexagonal. Setelah itu Jafari et al., pada tahun 2020 telah melakukan kajian dan mengusulkan sebuah metode pendekatan untuk menentukan perkiraan solusi dari sistem fuzzy penuh nonlinear. Pada tahun 2019 Safitri & Mashadi telah mendiskusikan aljabar fuzzy alternatif untuk menyelesaikan sistem fuzzy penuh ganda linear dengan Metode Dekomposisi ST., masih di tahun yang sama Deswita & Mashadi memperkenalkan konsep baru aritmatika pada bilangan fuzzy dengan fungsi keanggotaan segitiga sehingga didapat bentuk perkalian bilangan fuzzy dalam beberapa kasus. Adapun Karthik & Chandrasekaran pada tahun 2013 melakukan penelitian tentang bagaimana mencari solusi sistem linear fuzzy penuh dengan bentuk bilangan fuzzy trapesium menggunakan *Partitioning the Block Matrices*.

Selanjutnya dilakukan beberapa penelitian guna mendapatkan solusi dari persamaan maupun sistem persamaan fuzzy baik linear maupun nonlinear, seperti Kumar & Kaur pada tahun 2011 mengusulkan sebuah metode baru untuk memecahkan Program linear fuzzy dengan bilangan fuzzy trapesium, adapun Ramli et al., pada tahun 2010 memperkenalkan Algoritma Broyden untuk menyelesaikan persamaan fuzzy nonlinear. Abbasbandy et al., (2005) mengusulkan metode *conjugate gradient*, untuk memecahkan sistem persamaan linear fuzzy simetris definit positif. Kemudian Allahviranloo (2004) mengusulkan solusi sistem linier fuzzy dengan menggunakan metode iteratif (Metode Jacobi dan Gauss Seidel), kemudian penulis yang sama mengusulkan solusi tersebut menggunakan metode iteratif SOR (successive over relavation). Ma et al., (2000) menyelidiki sistem linear fuzzy ganda dengan rata-rata teori matriks nonnegatif. Model umum untuk menyelesaikan sistem linier fuzzy dengan koefisien matriks tegas dan kolom sisi kanan berupa vektor fuzzy pertama diusulkan oleh Friedman et al., (1998). Zhao & Govind (1991) melakukan studi persamaan aljabar yang melibatkan bilangan fuzzy yang diperumum (yang meliputi bilangan fuzzy, interval fuzzy, bilangan tegas dan bilangan interval) dengan fungsi keanggotaan yang kontinu.

Dari literatur jurnal tersebut diatas ada beberapa penelitian yang telah dilakukan masih memfokuskan penelitannya pada sistem persamaan linear maupun nonlinear dengan bilangan fuzzy segitiga. Maka, Berdasarkan hasil pada jurnal tersebut dan penelitian yang dilakukan telah dilakukan oleh Ramli et al. (2010), Kumar & Neetu (2010), Karthik & Chandrasekaran (2014), dan Ziqan et al. (2022) dalam penelitian ini penulis tertarik untuk melakukan penelitian guna menyelesaikan sistem persamaan linear dan nonlinear fuzzy penuh dengan unsur unsurnya merupakan bilangan fuzzy trapesium. Adapun bentuk terbarukan dalam penelitian ini dibandingkan dengan penelitian yang telah dilakukan sebelumnya adalah berkaitan dengan penyelesaian masalah sistem persamaan linear maupun nonlinear fuzzy penuh dengan unsur unsurnya menggunakan bilangan fuzzy trapesium yang akan diusulkan menggunakan metode numerik, yaitu Metode Broyden dan akan diimplementasikan dengan pemrograman Matlab.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mencari solusi sistem persamaan fuzzy penuh linear dan sistem persamaan fuzzy penuh nonlinear dengan bilangan fuzzy trapesium menggunakan Metode Broyden yang diimplementasikan menggunakan Matlab.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. memberikan informasi tentang pencarian solusi sistem persamaan fuzzy penuh linear dan sistem persamaan fuzzy penuh nonlinear dengan bilangan fuzzy trapesium menggunakan Metode Broyden
2. memberikan wawasan dalam penerapan Metode Broyden menggunakan Matlab sebagai peranti penyelesaian sistem persamaan fuzzy penuh linear dan sistem persamaan fuzzy penuh nonlinear dengan bilangan fuzzy trapesium

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Teori Himpunan Fuzzy

Definisi 2.1.1 Bilangan fuzzy menurut Jafari et al. (2018) adalah sebuah atribut dalam himpunan fuzzy di mana $\tilde{a}\colon \mathbb{R} \to [0,1]$ yang memenuhi:

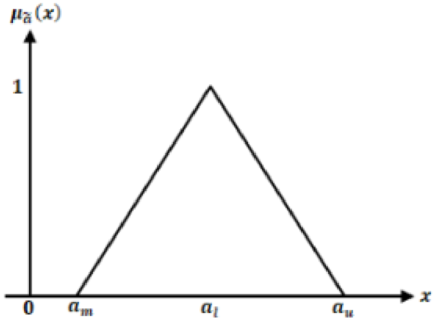
1. $\tilde{a}$ semikontinu atas
2. $\tilde{a}(x) = 0$ di luar interval $[0,1]$
3. ada bilangan real a, b pada $[c, d]$ di mana
   (i) $\tilde{a}(x)$ monoton naik pada $[c, a]$,
   (ii) $\tilde{a}(x)$ monoton turun pada $[b, d]$,
   (iii) $\tilde{a}(x) = 1$, untuk $a \leq x \leq b$.

Definisi 2.1.2 Himpunan bagian fuzzy $\tilde{A}$ pada $\mathbb{R}$ ditentukan oleh fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}} : \mathbb{R} \to [0,1]$, yang menempatkan suatu bilangan real $\mu_{\tilde{A}}$ dalam interval $[0,1]$, untuk setiap $x \in \mathbb{R}$, dimana nilai $\mu_{\tilde{A}}$ pada x menunjukkan derajat keanggotaan dari x pada $\tilde{A}$ (Senthilkumar & Rajendran, 2011).

Definisi 2.1.3 Sembarang bilangan fuzzy dalam bentuk $\tilde{a} = (m - \alpha, m, m + \beta) = (a_m, a_l, a_u)$ dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut

$$\mu_{\tilde{a}} = \begin{cases} 1 - \frac{m-x}{\alpha}, m - \alpha \leq x \leq m, \alpha > 0 \\ 1 - \frac{x-m}{\beta}, m \leq x \leq m + \beta, \beta > 0 \\ 0,\ selainnya \end{cases} \tag{2.3}$$

disebut bilangan fuzzy segitiga dan grafiknya dapat ditampilkan sebagai berikut



Gambar 1. Bilangan fuzzy Segitiga $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$

dua bilangan fuzzy $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$ dan $\tilde{b} = (b_m, b_l, b_u)$ dikatakan sama, jika dan hanya jika $a_m = b_m, a_l = b_l$, dan $a_u = b_u$ (Jafarian & Jafari, 2019).

Matriks $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ disebut matriks fuzzy jika setiap anggota $\tilde{A}$ adalah bilangan fuzzy. Matriks fuzzy $\tilde{A}$ akan bernilai positif (negatif) dan dilambangkan dengan $\tilde{A} > 0$ $(\tilde{A} < 0)$, jika setiap anggota $\tilde{A}$ positif (negatif). $\tilde{A}$ akan menjadi non-positif (non-negatif) dan dilambangkan dengan $\tilde{A} \leq 0(\tilde{A} \geq 0)$ jika setiap anggota $\tilde{A}$ adalah non-postif (non-negatif). Matriks fuzzy persegi $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ akan menjadi matriks fuzzy segitiga atas jika $\tilde{a}_{ij} = \tilde{0} = (0,0,0), \forall i > j$, dan matriks fuzzy persegi $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ akan menjadi matriks fuzzy segitiga bawah jika $\tilde{a}_{ij} = \tilde{0} = (0,0,0)$, $\forall i < j$ (Jafarian & Jafari, 2019).

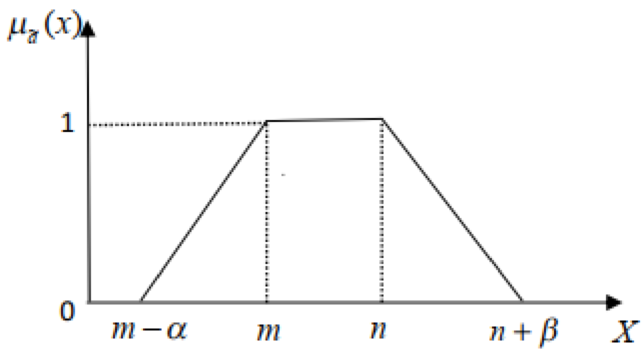
Definisi 2.1.4 Jafari et al. (2018) mengatakan bahwa untuk dua bilangan fuzzy segitiga $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$ dan $\tilde{b} = (b_m, b_l, b_u)$, maka operasi perhitungannya adalah sebagai berikut:

a. $\tilde{a} \oplus \tilde{b} = (a_m, a_l, a_u) \oplus\ (b_m, b_l, b_u) = (a_m + b_m, a_l + b_l, a_u + b_u)$
b. $-\tilde{a} = (-a_u, -a_l, -a_m)$
c. $\tilde{a} \ominus \tilde{b} = (a_m, a_l, a_u) \ominus (b_m, b_l, b_u) = (a_m - b_u, a_l - b_l, a_u - b_m)$
d. Jika $\tilde{a} > 0, \tilde{b} > 0$ maka Perkalian pada bilangan fuzzy diperoleh $\tilde{a} \otimes \tilde{b} = (a_m, a_l, a_u) \otimes (b_m, b_l, b_u) = (a_m, a_l, a_u) \otimes (b_m, b_l, b_u) = (a_m b_m, b_m a_l + a_m b_l, b_m a_u + a_m b_u)$

Definisi 2.1.5 Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ =$(m$,n,α,$\beta)$ dikatakan bilangan fuzzy trapesium dengan interval toleransi $[m, n]$, lebar sebelah kiri α dan kanan β jika memiliki fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}} = \begin{cases} 1 - \frac{m-x}{\alpha}, & m - \alpha \le x < m, \alpha > 0 \\ 1, & m \le x \le n \\ 1 - \frac{x-n}{\beta}, & n \le x \le n + \beta, \beta > 0 \\ 0, & \text{untuk lainnya.} \end{cases} \qquad (2.4)$$

Adapun bilangan fuzzy trapesium $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$ digambarkan seperti tampak pada Gambar 2 berikut ini



Gambar 2. Bilangan Fuzzy Trapesium $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$

Berikut ini beberapa definisi menurut Kumar et al. (2010) yang terkait dengan bilangan fuzzy trapesium

Definisi 2.1.6 Bilangan fuzzy trapesium $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$ dengan $\tilde{a} > 0$ dikatakan bilangan fuzzy trapesium positif jika dan hanya jika $m - \alpha > 0$.

Definisi 2.1.7 Bilangan fuzzy trapesium $\tilde{a} = (m, n, \alpha, \beta)$ dengan $\tilde{a} < 0$ dikatakan bilangan fuzzy trapesium negatif jika dan hanya jika $m - \alpha < 0$.

Khusus untuk bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dikatakan bilangan fuzzy nol jika $\tilde{a} = (0,0,0,0)$. Dua buah bilangan fuzzy trapesium $\tilde{a}_1 = (m, n, \alpha, \beta)$ dan $\tilde{a}_2 = (p, q, \gamma, \delta)$ dikatakan sama jika dan hanya jika $m = p, n = q, \alpha = \gamma, \beta = \delta$.

Berikut diberikan operasi aljabar bilangan fuzzy trapesium menurut Kumar et al. (2010) misalkan terdapat bilangan fuzzy trapesium $\tilde{a}_1 = (m, n, \alpha, \beta)$ dan $\tilde{a}_2 = (p, q, \gamma, \delta)$ maka akan berlaku rumus sebagai berikut:

1. Penjumlahan (*addition*)

   $\tilde{a}_1 \oplus \tilde{a}_2 = (m+p, n+q, \alpha+\gamma, \beta+\delta)$
2. Lawan untuk bilangan fuzzy

   $-\tilde{a}_1 = -(m, n, \alpha, \beta) = (-n, -m, \beta, \alpha)$
3. Perkalian (*multiplication*)

   Jika $\tilde{a}_1 \geq 0$ dan $\tilde{a}_2 \geq 0$ maka $\tilde{a}_1 \otimes \tilde{a}_2 = (mp, nq, m\gamma + p\alpha, n\delta + q\beta)$.

Matriks $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ dikatakan matriks fuzzy, jika setiap unsur dari $\tilde{A}$ merupakan bilangan fuzzy. Matriks $\tilde{A}$ bernilai positif dinotasikan dengan $\tilde{A} > 0$ dimana elemen elemen $\tilde{A}$ bernilai positif dan sebaliknya. Untuk $n \times n$ matriks fuzzy $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{nn}$ maka $(a_{ij}) = (a_{ij}, b_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij})$ dengan notasi baru $\tilde{A} = (A, B, M, N)$ dimana $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}), M = (\alpha_{ij}), N = (\beta_{ij})$.

Definisi 2.2.8 Misalkan $\tilde{A} = (\alpha_{ij})$ dan $\tilde{B} = (\beta_{ij})$ adalah matriks fuzzy yang berukuran $m \times n$ dan $n \times p$. Didefinisikan $\tilde{A} \otimes \tilde{B} = \tilde{C} = (c_{ij})$ adalah matriks $m \times p$ dengan

$$c_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ik} \otimes \tilde{b}_{kj} \qquad (2.5)$$

Matriks fuzzy $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij}) = (A, B, M, N)$ yaitu matriks fuzzy yang seluruh unsurnya merupakan bilangan fuzzy trapesium dapat diuraikan menjadi 4 komponen matriks. Karena matriks fuzzy $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij}) = (A, B, M, N)$ seluruh unsurnya merupakan bilangan fuzzy maka untuk menyelesaikan sistem persamaan ini digunakan sistem persamaan linear fuzzy penuh (Kumar et al., 2010).

2.2 Sistem Persamaan Fuzzy Penuh Linear

Menurut Beaula & Mohan (2017), sistem persamaan linear fuzzy penuh memiliki bentuk umum sebagai berikut:

$$\begin{cases} (\tilde{a}_{11} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{12} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots (\tilde{a}_{1n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_1 \\ (\tilde{a}_{21} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{22} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots (\tilde{a}_{2n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_2 \\ (\tilde{a}_{31} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{32} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots (\tilde{a}_{3n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_2 \\ \vdots \\ (\tilde{a}_{n1} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{n2} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots (\tilde{a}_{nn} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_n \end{cases} \tag{2.6}$$

Bentuk matriks persamaan diatas adalah $\tilde{A} \otimes \tilde{x} = \tilde{b}$, dimana koefisien matriks $\tilde{A} = (a_{ij})$, untuk $1 \leq i, j \leq n$ adalah fuzzy matriks $n \times n$ dan $\tilde{x}$, $\tilde{b}$ bilangan fuzzy trapesium.

2.3 Sistem Persamaan Fuzzy Penuh Nonlinear

Sistem persamaan fuzzy penuh nonlinear menurut Jafarian & Jafari (2019), memiliki bentuk umum sebagai berikut:

$$\begin{cases} (\tilde{a}_{11} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{12} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots (\tilde{a}_{1n} \otimes \tilde{x}_n) \oplus (\tilde{c}_{11} \otimes \tilde{x}_1^2) \oplus (\tilde{c}_{12} \otimes \tilde{x}_2^2) \oplus \dots \\ \quad \oplus (\tilde{c}_{1n} \otimes \tilde{x}_n^2) \oplus \dots \oplus (\tilde{e}_{11} \otimes \tilde{x}_1^n) \oplus (\tilde{e}_{12} \otimes \tilde{x}_2^n) \oplus \dots \oplus (\tilde{e}_{1n} \otimes \tilde{x}_n^n) = \tilde{b}_n \\ \vdots \\ (\tilde{a}_{n1} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{n2} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots (\tilde{a}_{nn} \otimes \tilde{x}_n) \oplus (\tilde{c}_{n1} \otimes \tilde{x}_1^2) \oplus (\tilde{c}_{n2} \otimes \tilde{x}_2^2) \oplus \dots \\ \quad \oplus (\tilde{c}_{nn} \otimes \tilde{x}_n^2) \oplus \dots \oplus (\tilde{e}_{n1} \otimes \tilde{x}_1^n) \oplus (\tilde{e}_{n2} \otimes \tilde{x}_2^n) \oplus \dots \oplus (\tilde{e}_{nn} \otimes \tilde{x}_n^n) = \tilde{b}_n \end{cases} \tag{2.7}$$

di mana $\tilde{a}_{ij}$, $\tilde{c}_{ij}$, dan $\tilde{e}_{ij}$ untuk $1 \leq i, j \leq n$ adalah sembarang bilangan fuzzy trapesium, sedangkan $\tilde{b}_{ij}$ pada ruas kanan dan elemen tidak diektahui $\tilde{x}_{ij}$ adalah bilangan fizzy tak negatif

2.4 Metode Broyden

Menurut Ramli et al., (2010), Metode Broyden adalah salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinear yang dirancang untuk mengembangkan metode newton. Metode ini merupakan generalisasi dari metode secant untuk persamaan dimensi banyak. Dengan menentukan nilai awal (x_0) terlebih dahulu, kemudian hampiran selanjutnya (x_1) dihitung dengan cara yang sama seperti pada metode newton yaitu menggunakan matriks Jacobian

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Untuk menentukan x_2, metode secant menggunakan pendekatan beda hingga

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} \tag{2.9}$$

Sebagai pengganti untuk $f'(x_i)$ pada metode newton dengan mempertimbangkan $(x_1 - x_0)$ sebagai sebuah vektor, dan hasil pembagian yang tidak terdefinisi. Pada metode Broyden, matriks Jacobian $J(x_1)$ diubah menjadi matriks A_1 sebagai berikut:

$$A_1(x_1 - x_0) = F(x_1) - F(x_0) \tag{2.10}$$

Setiap vektor tak nol pada $\mathbb{R}^n$ dapat ditulis sebagai jumlah dari perkalian $x_1 - x_0$. Pada komplemen ortogonal dari $(x_1 - x_0)$ disepesifikasi terlebih dahulu untuk mendefinisikan matriks A_1 sebagai berikut:

$$A_1 z = J(x_0)z \qquad \text{dimana } (x_1 - x_0)^T z = 0. \tag{2.11}$$

Jadi, setiap vektor ortogonal untuk $(x_1 - x_0)$ tidak dipengaruhi oleh bentuk pembaruan $J(x_0)$ yang digunakan untuk menghitung x_1. A_1 didefnisikan oleh (2.10) dan (2.11) sebagai berikut:

$$A_1 = J(x_0) + \frac{[F(x_1) - F(x_0) - J(x_0)(x_1 - x_0)](x_1 - x_0)^T}{(x_1 - x_0)^T(x_1 - x_0)} \tag{2.12}$$

.

Untuk menentukan x_2 matriks $J(x_1)$ diganti dengan A_1 sebagai berikut

$$x_2 = x_1 - A_1^{-1}F(x_1) \tag{2.13}$$

Seteleah x_1 ditentukan, maka hampiran baru x_{i+1} dapat ditentukan dengan menjalankan formula berikut

$$A_i = A_{i-1} + \frac{y_1 - A_{i-1}s_i}{s_i^T s_i} s_i^T, \tag{2.14}$$

$$x_{i+1} = x_i - A_i^{-1}F(x_i)$$

Di mana $y_i = F(x_i) - F(x_{i-1})$ dan $s_i = x_i - x_{i-1}$.

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat

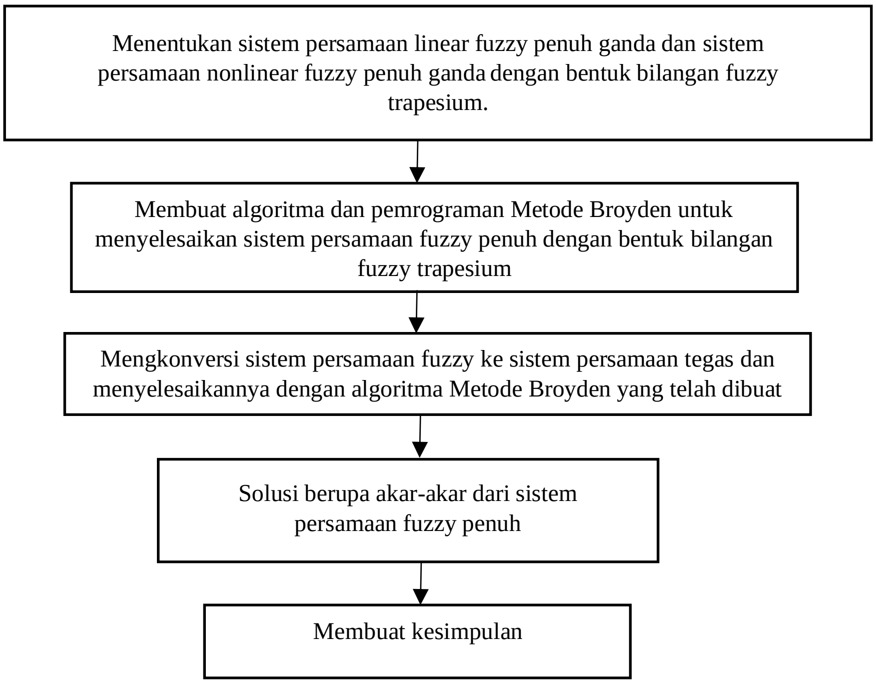
Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2023/2024, bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini termasuk jenis penelitian studi literatur dengan mencari referensi teori yang relevan dengan kasus atau permasalahan yang ditemukan. Langkah – langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan sistem persamaan fuzzy penuh linear dan sistem persamaan fuzzy penuh nonlinear dengan bentuk bilangan fuzzy trapesium.
2. Mengkonstruksi algoritma Metode Broyden untuk menyelesaikan sistem persamaan fuzzy penuh linear dan sistem persamaan fuzzy penuh nonlinear dengan bentuk bilangan fuzzy trapesium dan mengimplementasikannya menggunakan pemrograman Matlab.
3. Mendapatkan solusi peneyelesaian dari sistem persamaan fuzzy penuh linear dan sistem persamaan fuzzy penuh nonlinear dengan bentuk bilangan fuzzy trapesium menggunakan algoritma Metode Broyden yang telah dibuat.
4. Menentukan kesimpulan.

berikut disajikan diagram alir penelitian yang dilakukan oleh penulis



Gambar 3. Diagram Alir Penelitian Implementasi Algoritma Broyden untuk Menyelesaikan Sistem Persamaan Fuzzy Penuh dengan Bentuk Bilangan Fuzzy Trapesium

IV. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Sistem persamaan fuzzy penuh dengan bentuk bilangan fuzzy trapesium dapat diselesaikan menggunakan Metode Broyden. Algoritma Metode broyden yang telah dikonstruksi dapat diimplementasikan menggunakan pemrograman Matlab diperoleh solusi sistem persamaan linear dan nonlinear fuzzy penuh bilangan fuzzy trapesium dengan kesalahan berikisar diantara 0 sampai $5{,}1100\ \times 10^{-6}$ dan dalam waktu kurang dari 6 detik.

5.2 Saran

Metode Broyden yang diteliti dapat dikembangkan untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan himpunan fuzzy hexagonal dengan bentuk sistem linear dan nonlinear.

DAFTAR PUSTAKA

Abbasbandy, S., Jafarian, A., & Ezzati, R. (2005). Conjugate gradient method for fuzzy symmetric positive definite system of linear equations. *Applied Mathematics and Computation*, *171*(2), 1184–1191.

Allahviranloo, T. (2004). Numerical methods for fuzzy system of linear equations. *Applied Mathematics and Computation*, *155*(2), 493–502.

Bartlett, M. S. (1951). An Inverse Matrix Adjustment Arising in Discriminant Analysis. *The Annals of Mathematical Statistics*, *22*(1), 107–111.

Beaula, T., & Mohan, L. (2017). Cholesky Decomposition Method for Solving Fully Fuzzy Linear System of Equations with Trapezoidal Fuzzy Number. *International Journal of Fuzzy Mathematical Archive*, *14*(02), 261–265.

Deswita, Z., & Mashadi. (2019). Alternative Multiplying Triangular Fuzzy Number and Applied in Fully Fuzzy Linear System. *Asrjets*, *56*(2006), 113–123.

Friedman, M., Ming, M., & Kandel, A. (1998). Fuzzy linear systems. *Fuzzy Sets and Systems*, *96*(2), 201–209.

Jafari, R., Razvarz, S., & Gegov, A. (2020). A Novel Technique for Solving Fully Fuzzy Nonlinear Systems Based on Neural Networks. *Vietnam Journal of Computer Science*, *7*(1), 93–107.

Jafarian, A., & Jafari, R. (2019). A New Computational Method for Solving Fully Fuzzy Nonlinear Matrix Equations. *International Journal of Fuzzy Computation and Modelling*, *2*(4), 275–285.

Karthik, N. J., & Chandrasekaran, E. (2013). Solving Fully Fuzzy Linear Systems with Trapezoidal Fuzzy Number Matrices by Partitioning. *International Journal of Computer Applications*, *64*(9), 35–38.

Kumar, A., & Kaur, J. (2011). A New Method for Solving Fuzzy Linear Programs with Trapezoidal Fuzzy Numbers. *Journal of Fuzzy Set Valued Analysis*, *2011*, 1–12.

Kumar, A., Neetu, & Bansal, A. (2010). A new method to solve fully fuzzy linear system with trapezoidal fuzzy numbers. *Canadian Journal on Science and Engineering Mathematics*, *1*(3), 45–56.

Ma, M., Friedman, M., & Kandel, A. (2000). Duality in fuzzy linear systems. *Fuzzy Sets and Systems*, *109*(1), 55–58.

Marzuki, C. C., & Herawati. (2015). Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fully Fuzzy Menggunakan Metode Iterasi Jacobi. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, *1*(1), 2460 - 4542.

Ramli, A., Abdullah, M. L., & Mamat, M. (2010). Broyden's method for solving fuzzy nonlinear equations. *Advances in Fuzzy Systems*, *2010*, 1–6.

Safitri, Y., & Mashadi. (2019). Alternative fuzzy algebra to solve dual fully fuzzy linear system using st decomposition method. *The Internasional Organization of Scientific Research-Journal of Mathematics*, *15*(2), 32–38.

Senthilkumar, P., & Rajendran, G. (2011). New approach to solve symmetric fully fuzzy linear systems. *Sadhana - Academy Proceedings in Engineering Sciences*, *36*(6), 933–940.

Umar, A. O., Mamat, M., & Waziri, M. . (2019). Solving Dual Fuzzy Nonlinear Equations Via Modified Stirling's Method. *Journal of Information System and Technology Management*, *4*(14), 84–91.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, *8*(3), 338–353.

Zakaria, L., Megarani, W., Faisol, A., Nuryaman, A., & Muharramah, U. (2023). Computational Mathematics: Solving Dual Fully Fuzzy Nonlinear Matrix Equations Numerically using Broyden's Method. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, *8*(1), 60–77.

Zhao, R., & Govind, R. (1991). Solutions of Algebraic Equations Involving Generalized Fuzzy Numbers. *Information Sciences*, *56*(1–3), 199–243.

Ziqan, A., Ibrahim, S., Marabeh, M., & Qarariyah, A. (2022). Fully fuzzy linear systems with trapezoidal and hexagonal fuzzy numbers. *Granular Computing*, *7*(2), 229–238.