

**ALGORITMA DAN PEMROGRAMAN METODE BROYDEN UNTUK  
MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN NONLINIER  
DUAL FULLY FUZZY**

**(Skripsi)**

**Oleh**

**NADABUNDA HUSNUL KHOTIMAH**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2024**

## **ABSTRACT**

By

Nadabunda Husnul Khotimah

Modern mathematical concepts are often encountered in the form of fuzzy systems of equations. Generally, numerical methods used to solve the system of equations with firm variables can be modified for the system of equations with fuzzy variables. The research in this thesis aims to solve nonlinear fully fuzzy equation systems in general and dual fully fuzzy in particular using Broyden's method. This method was chosen because it has been proven effective for fully fuzzy systems of equations in research in 2023. Unlike the journal, this thesis describes the steps of algorithm development for nonlinear dual fully fuzzy equation system using Broyden method. The implementation of the algorithm is made in Mathematica programme. The results obtained from the algorithm implementation and programming show that solving the system of nonlinear dual fully fuzzy equations for triangular fuzzy numbers provides a solution that is efficient and accurate in computation to the expected solution.

Keywords : Nonlinear Dual Fully Fuzzy System, Broyden's Method, Algorithm and Computer Programming, Mathematica.

## **ABSTRAK**

Oleh

Nadabunda Husnul Khotimah

Konsep matematika modern sering dijumpai dalam bentuk sistem persamaan berpeubah *fuzzy*. Umumnya metode-metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan berpeubah tegas dapat dimodifikasi untuk sistem persamaan berpeubah fuzzy. Penelitian dalam skripsi ini bertujuan menyelesaikan sistem persamaan nonlinear fully fuzzy umumnya dan dual fully fuzzy khususnya menggunakan metode Broyden. Metode ini dipilih karena telah terbukti efektif untuk sistem persamaan fully fuzzy dalam penelitian tahun 2023. Berbeda dengan jurnal yang dimaksud, skripsi ini mendeskripsikan langkah-langkah penyusunan algoritma untuk sistem persamaan nonlinear dual fully fuzzy dengan metode Broyden. Implementasi algoritma yang dimaksud dibuat dalam program *Mathematica*. Hasil yang diperoleh dari implementasi algoritma dan pemrograman menunjukkan bahwa penyelesaian sistem persamaan nonlinear dual fully fuzzy untuk bilangan fuzzy segitiga memberikan solusi yang efisien dan akurat dalam komputasi terhadap solusi yang diharapkan.

Kata kunci: Sistem Persamaan Nonlinear Dual Fully Fuzzy, Metode Broyden, Algoritma dan Pemrograman Komputer, Mathematica,

**ALGORITMA DAN PEMROGRAMAN METODE BROYDEN UNTUK  
MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN NONLINIER  
DUAL FULLY FUZZY**

Oleh

**Nadabunda Husnul Khotimah**

**2017031080**

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar  
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2024**

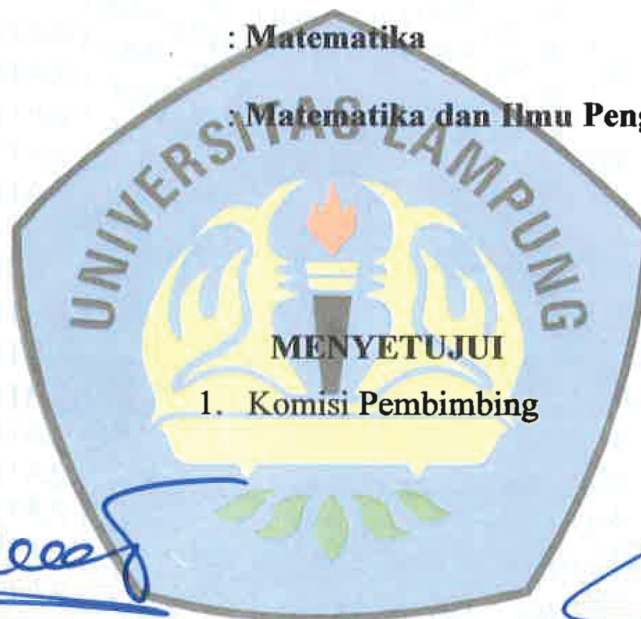
Judul Skripsi : **ALGORITMA DAN PEMROGRAMAN  
METODE BROYDEN UNTUK  
MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN  
NONLINEAR DUAL FULLY FUZZY**

Nama Mahasiswa : **Nadabunda Husnul Khotimah**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2017031080**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**Prof. La Zakaria, S.Si.,M.Sc.**  
NIP. 19690213 199402 1 001

**Dr. Agus Sustrisno, S.Si.,M,Si.**  
NIP. 19700831 199903 1 002

2. Ketua Jurusan Matematika

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Aang Nuryaman", is written over a light blue background.

**Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**  
NIP. 19740316 200501 1 001

**MENGESAHKAN**

1. Tim Penguji

Ketua

: Prof. La Zakaria, S.Si., M.Sc.

.....



Sekretaris

: Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si

.....



Penguji

Bukan Pembimbing

: Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si.

.....



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Lampung

**Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.**

NIP. 19711001 200501 1 002

  
The official stamp is circular and blue. It contains the text "KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN" at the top, "UNIVERSITAS LAMPUNG" in the center, and "FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM" at the bottom.

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 22 Mei 2024

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Nadabunda Husnul Khotimah**  
Nomor Pokok Mahasiswa : **2017031080**  
Judul : **Algoritma dan Pemrograman Metode Broyden  
Untuk Menyelesaikan Sistem Persamaan  
Nonlinear Dual Fully Fuzzy**  
Jurusan : **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidan karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 30 Mei 2024  
Penulis,



**Nadabunda Husnul Khotimah**  
NPM. 2017031080

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis dilahirkan di Jakarta Timur, pada tanggal 27 Agustus 2001. Sebagai anak kedua dari Bapak Hidayat dan Ibu Dessy Sumiarti.

Penulis telah menyelesaikan pendidikan di SD Negeri Palmeriam 03 Pagi Jakarta pada tahun 2008, di SMP Negeri 97 Jakarta pada tahun 2014 dan di SMA Negeri 31 Jakarta pada tahun 2017. Pada tahun 2020 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Unila melalui jalur SBMPTN (Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri).

Pada tahun 2023 penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Tulang Bawang Barat, Provinsi Lampung. Pada tahun 2023 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Pekondoh, Kecamatan Way Lima, Kabupaten Pesawaran, Provinsi Lampung.

Penulis juga aktif organisasi Unit Kegiatan Mahasiswa (UKM ) Taekwondo Universitas Lampung. Sudah menjalankan organisasi tiga periode. Periode pertama sebagai Anggota Bidang Internal pada tahun 2021, periode kedua Anggota Bidang Eksternal pada tahun 2022, dan periode ketiga Ketua Umum UKM Taekwondo pada tahun 2023.

Pengalaman dan penghargaan yang pernah diterima penulis adalah Juara 1 pada kejuaraan Oh Innam Taekwondo Open Championship Tingkat Internasional pada tahun 2019 dan Juara 1 pada kejuaraan taekwondo ATF Universitas Indonesia Championship pada tahun 2023.



## **KATA INSPIRASI**

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya”.  
(Q.S. Al-Baqarah ayat 286)

“Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai dari suatu urusan tetaplah bekerja keras untuk urusan yang lain”.  
(Q.S. Asy-Syarah ayat 5-7)

“Sesungguhnya rahmat Allah itu dekat kepada orang-orang yang berbuat baik”.  
(Q.S. Al-Araf ayat 56)

“Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan, sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan”  
(Q.S. Al-Insyirah ayat 5-6)

“Barang siapa memudahkan urusan orang lain, pasti Allah akan memudahkan urusannya di dunia dan akhirat”.  
(HR. Muslim)

“Semua butuh waktu, menghargai sebuah proses adalah hal terbaik yang bisa kita lakukan”

“Ketidaksempurnaan itu bukan sesuatu yang memalukan”

## **PERSEMBAHAN**

*Alhamdulillahilalamin*

*Dengan menyebut nama Allah Yang Maha Kuasa dan Maha pengasih lagi Maha Penyayang*

*Segala Puji dan Syukur kepada Allah SWT*

*Kupersembahkan Karya Sederhanaku ini Teruntuk:*

*Kedua Orang Tua ku, Ayahanda tercinta Hidayat dan Ibu tercinta Dessy Sumiarti yang tak henti untuk memberikan kasih sayang, doa dan dukungan juga motivasi dalam segala hal. Dan terima kasih atas kepercayaan yang telah ayahanda dan ibunda berikan selama ini. Serta Yahya Agung Nadabunda dan adikku Amaldia Mulia Nadabunda yang selalu memberikan semangat dan kasih sayang.*

*Guru-guru yang selalu membagi ilmunya untukku*

*Seluruh keluargaku,*

*Teman dan sahabatku,*

*Almamater Unila*

## SANWACANA

Puji syukur atas kehadiran Allah SWT atas segala limpahan rahmat, karunia serta nikmat hidayah yang telah diberikan-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan kerja praktik dengan judul **“ALGORITMA DAN PEMROGRAMAN METODE BROYDEN UNTUK MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN NONLINEAR DUAL FULLY FUZZY ”**. Shalawat serta salam kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW, serta kepada keluarga-Nya, sahabat-Nya, dan para pengikut-Nya.

Penulis mengucapkan rasa hormat dan terimakasih kepada :

1. Bapak Profesor Dr. Lazakaria, S.Si.,Msc selaku Dosen Pembimbing I, yang telah memberikan arahan dan masukan dalam proses pembuatan dan penyelesaian penyusunan skripsi.
2. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si selaku Dosen Pembimbing II sekaligus Dosen Pembimbing Akademik, yang memberikan arahan dan masukan dalam proses pembuatan dan penyelesaian penyusunan skripsi juga membimbing penulis selama mengikuti perkuliahan. .
3. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembahas atas ketersediaannya untuk membahas serta memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Bapak dan Ibu Dosen serta staff Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Abak, Amak, Abang, Adik yang selalu memberikan nasihat, membimbing, mendukung, dan memotivasi dalam penyelesaian dan pembuatan skripsi.
8. UKM Taekwondo Unila yang telah memberikan dukungan, motivasi, dan tempat hiburan selama menyelesaikan skripsi.
9. Teman-teman Ambis dan Seperjuangan Jihad dan Abdi yang siap membantu dan memberikan saran kepada penulis.
10. Teman-teman seperbimbingan Regina, Demi yang siap membantu dan memotivasi dalam penyelesaian dan memberikan saran kepada penulis.
11. Seluruh pihak terkait yang telah banyak membantu dalam memotivasi untuk menyelesaikan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, akan tetapi penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi yang membacanya. Oleh sebab itu, saran dan kritikan yang membangun senantiasa penulis harapkan demi menyempurnakan skripsi ini.

Bandar Lampung, 30 Mei 2024  
Penulis,

**Nadabunda Husnul Khotimah**  
NPM. 2017031080

## DAFTAR ISI

<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>iii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>iv</b>
<b>I. PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Tujuan Penelitian .....	2
1.3. Manfaat Penelitian .....	2
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>3</b>
2.1. Sistem Persamaan Non-Linear.....	3
2.2. Matriks .....	4
2.3. Galat.....	5
2.4. Himpunan Fuzzy ( <i>Fuzzy set</i> ) .....	5
2.4.1. Definisi 1 .....	5
2.4.2. Definisi 2.....	6
2.4.3. Definisi 3.....	7
2.4.4. Definisi 4.....	7
2.4.5. Definisi 5.....	7
2.5. Persamaan Matiks <i>Triangular Fully Fuzzy Nonlinear</i> .....	8
2.6. Aritmatika Pada Bilangan <i>Triangular Fully Fuzzy</i> .....	8
2.7. Metode Broyden .....	9
2.8. Persamaan Matriks Dual Fully Fuzzy.....	12

2.9. Software Wolfram Mathematica.....	13
<b>III. METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>15</b>
3.1. Waktu dan Tempat Penelitian.....	15
3.2. Metode Penelitian .....	15
<b>IV. HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>16</b>
4.1. Wolfram Mathematica pada Algoritma Broyden .....	16
4.1.1. Pseudocode Algoritma Broyden .....	16
4.1.2. Program Wolfram Mathematica pada Algoritma Broyden..	17
4.2. Penyelesaian Sistem Persamaan Nonlinier Dual Fully Fuzzy .....	18
<b>V. KESIMPULAN.....</b>	<b>31</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>32</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>34</b>

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 2.7.1.</b> Hasil Perhitungan dengan Metode Broyden .....	12
<b>Tabel 4.2.1.</b> Solusi Pada persamaan (17) untuk $\tilde{x}$ .....	20
<b>Tabel 4.2.2.</b> Solusi Pada persamaan (17) untuk $\tilde{y}$ .....	21
<b>Tabel 4.2.3.</b> Fungsi Keanggotaan $0 \leq \mu \leq 1$ untuk Nilai $x(\mu)$ .....	21
<b>Tabel 4.2.4.</b> Fungsi Keanggotaan $0 \leq \mu \leq 1$ untuk Nilai $y(\mu)$ .....	22
<b>Tabel 4.2.5.</b> Solusi Pada Persamaan (21) untuk $\tilde{x}$ .....	24
<b>Tabel 4.2.6.</b> Solusi Pada Persamaan (21) untuk $\tilde{y}$ .....	24
<b>Tabel 4.2.7.</b> Fungsi Keanggotaan $0 \leq \mu \leq 1$ untuk Nilai $x(\mu)$ .....	25
<b>Tabel 4.2.8.</b> Fungsi Keanggotaan $0 \leq \mu \leq 1$ untuk Nilai $y(\mu)$ .....	26
<b>Tabel 4.2.9.</b> Solusi dari Persamaan (25) untuk $\tilde{x}$ .....	28
<b>Tabel 4.2.10.</b> Solusi dari Persamaan (25) untuk $\tilde{y}$ .....	28
<b>Tabel 4.2.11.</b> Fungsi Keanggotaan $0 \leq \mu \leq 1$ untuk Nilai $x(\mu)$ .....	29
<b>Tabel 4.2.12.</b> Fungsi Keanggotaan $0 \leq \mu \leq 1$ untuk Nilai $y(\mu)$ .....	29

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1.</b> Bilangan segitiga fuzzy $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$ (Megarani, 2022). .....	7
<b>Gambar 2.2.</b> Software Wolfram Mathematica .....	14
<b>Gambar 4 1.</b> Representasi dari bilangan fuzzy segitiga untuk nilai $\tilde{x}$ .....	22
<b>Gambar 4.2.</b> Representasi dari bilangan fuzzy segitiga untuk nilai $\tilde{y}$ .....	22
<b>Gambar 4.3.</b> Representasi dari bilangan fuzzy segitiga untuk nilai $\tilde{x}$ .....	25
<b>Gambar 4.4.</b> Representasi dari bilangan fuzzy segitiga untuk nilai $\tilde{y}$ .....	26
<b>Gambar 4.5.</b> Representasi dari bilangan fuzzy segitiga untuk nilai $\tilde{x}$ .....	29
<b>Gambar 4.6.</b> Representasi dari bilangan fuzzy segitiga untuk nilai $\tilde{y}$ .....	30



## I. PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Pemodelan-pemodelan matematika, misalnya digunakan untuk menyelesaikan masalah nyata dalam kehidupan manusia. *Fuzzy* adalah sebuah konsep dalam matematika dan ilmu komputer yang digunakan untuk menggambarkan ketidakpastian, ketidakjelasan, atau sejauh mana suatu konsep atau nilai dapat digambarkan dengan kata-kata daripada angka eksak. Konsep bilangan *fuzzy* dan operasi aritmatika *fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh Zadeh, Dubois dan Prade (Otadi & Mosleh, 2012).

Selanjutnya, mengikuti perkembangan dalam matematika, elemen dalam matriks sekarang dapat berupa bilangan *fuzzy*, yang dapat digunakan untuk mengatasi ketidakpastian. Metode numerik digunakan ketika solusi analitik sulit diperoleh. Solusi yang dihasilkan menggunakan metode numerik mendekati hasil analitik dan memiliki kesalahan yang minimal (Zakaria et al., 2023).

Sejak awal abad ke-21, banyak ahli telah berbicara tentang masalah persamaan *fuzzy* dan mencoba berbagai cara untuk menyelesaikannya. Di antaranya, (Daud et al., 2018) membahas *Solving arbitrary fully fuzzy Sylvester matrix equations and its theoretical foundation*, (Abdelaziz et al., 2021) membahas *Two-stage algorithm for solving arbitrary trapezoidal fully fuzzy Sylvester matrix equations*, (Guo & Shang, 2013) membahas *Fuzzy approximate solution of positive fully fuzzy linear matrix equations*, (He et al., 2018) membahas *The solution of fuzzy Sylvester matrix*

*equation*, (Malkawi et al., 2015) membahas *Solving the fully fuzzy sylvester matrix equation with triangular fuzzy number*, (Mamat et al., 2010) membahas *Broyden's method for solving fuzzy nonlinear equations*, dan (Jafarian & Jafari, 2019) membahas *A new computational method for solving fully fuzzy nonlinear matrix equations* (Zakaria et al., 2023). Pada tahun 2019 Devitriani et al., juga melakukan penelitian mengenai penyelesaian sistem persamaan non linear dengan menggunakan metode Newton Raphson Ganda. Pada penelitian ini didapat hasil bahwa metode ini dapat menyelesaikan sistem persamaan non linear (La et al., 2023). Penelitian selanjutnya dilakukan oleh La Zakaria et al., menggunakan metode Broyden untuk menyelesaikan persamaan matriks *nonlinier dual fully fuzzy* dengan mengimplementasikan ke pemrograman Matlab. Maka dari itu peneliti tertarik untuk membuat algoritma dan pemrograman metode Broyden di Wolfram Mathematica untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinear *dual fully fuzzy*.

## **1.2. Tujuan Penelitian**

Tujuan penelitian ini adalah membuat algoritma dan pemrograman metode Broyden di Wolfram Mathematica untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinear *dual fully fuzzy*.

## **1.3. Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah tersedianya paket program yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinear *dual fully fuzzy*.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. Sistem Persamaan Non-Linear

Dalam persamaan matematika terdapat sistem persamaan nonlinear. Sistem persamaan nonlinear merupakan kumpulan dari beberapa persamaan nonlinear dengan fungsi tujuannya saja atau bersama dengan fungsi kendala berbentuk nonlinier, yaitu pangkat dari variabelnya lebih dari satu (Utami et al., 2013). Bentuk umum dari sistem persamaan nonlinear :

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = 0 \\ f_2(x) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Contoh sistem persamaan nonlinear yaitu :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - y + 1 = 0 \\ x - y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

Penyelesaian sistem persamaan nonlinear mengacu pada menemukan nilai-nilai variabel atau peubah yang memenuhi semua persamaan dalam sistem tersebut secara bersamaan.

## 2.2. Matriks

Matriks adalah susunan-susunan bilangan kompleks atau elemen-elemen yang disusun dalam baris dan kolom. Matriks bersifat komutatif, asosiatif, mempunyai invers, dan terdapat matriks identitas. Ordo matriks adalah banyaknya elemen baris dan banyaknya elemen kolom dari suatu matriks. Nama matriks ditulis dengan huruf kapital, dan ordo menunjukkan ukurannya. Matriks memiliki bentuk umum yaitu :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \cdots & \mathbf{a}_{1m} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \cdots & \mathbf{a}_{2m} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{a}_{n1} & \mathbf{a}_{n2} & \cdots & \mathbf{a}_{nm} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Dan dapat ditulis dengan matriks  $A_{n \times m}$ . Dengan keterangan :

$A$  = nama suatu matriks

$n$  = banyaknya baris suatu matriks

$m$  = banyaknya kolom suatu matriks

$n \times m$  = ordo suatu matriks

Adapun operasi pada matriks yaitu :

- 1) Penjumlahan matriks
- 2) Pengurangan matriks
- 3) Perkalian skalar dengan matriks
- 4) Perkalian matriks dengan matriks
- 5) Transpose matriks

### 2.3. Galat

Galat adalah selisih antara nilai eksak dan nilai hampiran. Jika  $\hat{x}$  adalah suatu hampiran untuk nilai eksak  $x$ , maka  $e_{\hat{x}} = x - \hat{x}$ . Galat mutlak adalah nilai mutlak suatu galat, sedangkan galat relatif adalah perbandingan antara galat (mutlak) dan nilai eksak ( $r_{\hat{x}} = \frac{e_{\hat{x}}}{x}$ ). Pada penelitian ini menggunakan galat mutlak, galat mutlak ini dipergunakan sebagai metode berhentinya suatu iterasi jika nilai galat yang diperoleh kurang dari toleransi maksimum yaitu  $10^{-10}$ . Berikut definisinya :

$$|\varepsilon| = |x| - |\hat{x}| \quad (3)$$

### 2.4. Himpunan Fuzzy (*Fuzzy set*)

#### 2.4.1. Definisi 1

Suatu himpunan terdefinisi secara tegas yang berarti bahwa suatu objek selalu dapat ditentukan secara tegas apakah suatu objek tersebut merupakan anggota himpunan itu atau tidak. Dengan kata lain, untuk setiap himpunan terdapat batas yang tegas antara objek-objek yang merupakan anggota dan objek-objek yang tidak merupakan anggota dari himpunan tersebut (La et al., 2023).

Pada himpunan *fuzzy*, fungsi karakteristik tersebut diperluas sehingga nilai yang dipasangkan untuk unsur-unsur dalam semesta tidak hanya 0 dan 1 saja, akan tetapi keseluruhan nilai dalam  $[0,1]$  yang menyatakan derajat keanggotaan suatu unsur pada himpunan yang dibicarakan. Fungsi karakteristik ini disebut fungsi keanggotaan sedangkan himpunan yang didefinisikan dengan fungsi keanggotaan disebut himpunan *fuzzy* (La et al., 2023).

Misalkan semesta  $X$  memiliki elemen generiknya diwakili dengan  $x$ . Dalam himpunan *fuzzy*  $\tilde{a}$  dalam  $X$  adalah fungsi  $\tilde{a} : X \rightarrow [0,1]$ . Kita sering menggunakan  $\mu_{\tilde{a}}$  untuk fungsi  $A$  dan mengatakan bahwa himpunan *fuzzy*  $\tilde{a}$  dikarakterisasikan oleh fungsi keanggotaannya  $\mu_{\tilde{a}} : X \rightarrow [0,1]$ .

Sebuah himpunan bagian tegas atau biasa  $\tilde{a}$  dari  $X$  juga dapat dipandang sebagai sebuah himpunan *fuzzy* dalam  $X$  dengan fungsi keanggotaan sebagai fungsi karakteristiknya, yaitu :

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \tilde{a} \\ 1, & x \in \tilde{a} \end{cases} \quad (4)$$

Terkadang sebuah himpunan *fuzzy*  $\tilde{a}$  dalam  $X$  dilambangkan dengan daftar pasangan terurut  $(x, \mu_{\tilde{a}}(x))$ , di mana elemen-elemen dengan derajat nol biasanya tidak dicantumkan.

Dengan demikian, sebuah himpunan *fuzzy*  $\tilde{a}$  dalam  $X$  juga dapat direpresentasikan sebagai  $\tilde{a} = (x, \mu_{\tilde{a}}(x))$  di mana  $x \in X$  dan  $\mu_{\tilde{a}} : X \rightarrow [0,1]$ .

#### 2.4.2. Definisi 2

Bilangan *fuzzy* adalah himpunan *fuzzy* dimana  $\tilde{a} = X \rightarrow [0,1]$  yang memenuhi :

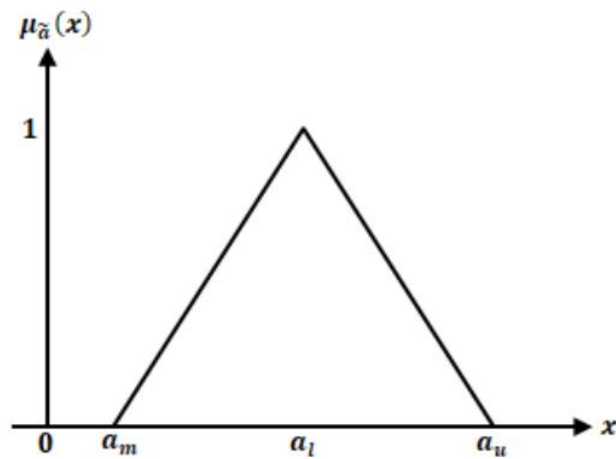
- a.  $X$  semikontinu atas
- b.  $\tilde{a}(x) = 0$  diluar interval  $[0,1]$
- c. Ada bilangan real  $b$  pada  $[a, c]$  di mana :
  - (i)  $\tilde{a}(x)$  monoton naik pada  $[a, b]$
  - (ii)  $\tilde{a}(x)$  monoton turun pada  $[b, c]$
  - (iii)  $\tilde{a}(x) = 1$  untuk  $x = b$

### 2.4.3. Definisi 3

Sembarang bilangan *fuzzy* dalam bentuk  $\tilde{a} = (m - \alpha, m, m + \beta) = (a_m, a_l, a_u)$  dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut :

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{m-x}{\alpha}, & m - \alpha \leq x \leq m, \alpha > 0 \\ 1 - \frac{x-m}{\beta}, & m \leq x \leq m + \beta, \beta > 0 \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (5)$$

Disebut bilangan segitiga *fuzzy* dan grafiknya sebagai berikut :



**Gambar 2.1.** Bilangan segitiga fuzzy  $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$  (Megarani, 2022).

### 2.4.4. Definisi 4

Bilangan segitiga *fuzzy*  $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$  sama dengan  $\tilde{b} = (b_m, b_l, b_u)$  jika dan hanya jika  $a_m = b_m$ ,  $a_l = b_l$ , dan  $a_u = b_u$  (Zakaria et al., 2023)

### 2.4.5. Definisi 5

Sebuah matriks  $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$  disebut matriks *fuzzy* jika setiap elemen  $\tilde{A}$  adalah bilangan *fuzzy*. Matriks *fuzzy*  $\tilde{A}$  bernilai positif (negatif), yaitu  $\tilde{A} > 0$  ( $\tilde{A} < 0$ ), jika semua elemen pada  $\tilde{A}$  adalah bernilai positif (negatif) (Zakaria et al., 2023).

## 2.5. Persamaan Matiks *Triangular Fully Fuzzy Nonlinear*

Berikut ini adalah bentuk umum dari persamaan matriks nonlinier *fully fuzzy* (Jafarian & Jafari, 2019) :

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \dots & \tilde{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \dots & \tilde{a}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} \\ \tilde{x}_{21} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{n1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11} & \tilde{c}_{12} & \dots & \tilde{c}_{1n} \\ \tilde{c}_{21} & \tilde{c}_{22} & \dots & \tilde{c}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{c}_{n1} & \tilde{c}_{n2} & \dots & \tilde{c}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11}^2 \\ \tilde{x}_{21}^2 \\ \vdots \\ \tilde{x}_{n1}^2 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \tilde{e}_{11} & \tilde{e}_{12} & \dots & \tilde{e}_{1n} \\ \tilde{e}_{21} & \tilde{e}_{22} & \dots & \tilde{e}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{e}_{n1} & \tilde{e}_{n2} & \dots & \tilde{e}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11}^n \\ \tilde{x}_{21}^n \\ \vdots \\ \tilde{x}_{n1}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{11} \\ \tilde{b}_{21} \\ \vdots \\ \tilde{b}_{n1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

dengan  $\tilde{a}_{ij}$ ,  $\tilde{c}_{ij}$  dan  $\tilde{e}_{ij}$  untuk  $1 \leq i, j \leq n$  bilangan *triangular fuzzy* sembarang. Dalam persamaan (6)  $\tilde{b}_{i1}$  (matriks sebelah kanan) dan elemen yang tidak diketahui  $\tilde{x}_{i1}$  adalah bilangan *fuzzy* non-negatif. Dengan menggunakan notasi matriks :

$$\tilde{A} \hat{*} \tilde{X} + \tilde{C} \hat{*} \tilde{X}^2 + \dots + \tilde{E} \hat{*} \tilde{X}^n = \tilde{B} \quad (7)$$

Jika persamaan (7) persamaan matriks *fully fuzzy*, masing-masing elemen dari  $\tilde{A}, \tilde{C}, \dots, \tilde{E}, \tilde{X}, \tilde{X}^2, \dots, \tilde{X}^n$  dan  $\tilde{B}$  adalah bilangan *fuzzy* non-negatif, maka persamaan (7) disebut sebagai persamaan matriks *fully fuzzy* non-negatif (Jafarian & Jafari, 2019).

## 2.6. Aritmatika Pada Bilangan *Triangular Fully Fuzzy*

Operasi aritmatika untuk dua bilangan *triangular fuzzy*  $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$  dan  $\tilde{b} = (b_m, b_l, b_u)$  adalah sebagai berikut (Jafarian & Jafari, 2019) :

- (i)  $\tilde{a} \oplus \tilde{b} = (a_m + b_m, a_l + b_l, a_u + b_u)$
- (ii)  $-\tilde{a} = (-a_u, -a_l, -a_m)$



- (iii)  $\tilde{a} \ominus \tilde{b} = (a_m - b_u, a_l - b_l, a_u - b_m)$
- (iv) Perkalian dari dua bilangan *triangular fuzzy*  $\tilde{a} = (a_m, a_l, a_u)$  dan  $\tilde{b} = (b_m, b_l, b_u)$  dinotasikan dengan  $\hat{*}$  dan berdasarkan pada prinsip penjumlahan tetapi berbeda dari *fuzzy* biasa, dimana  $\tilde{a} \hat{*} \tilde{b} = (c_m, c_l, c_u)$  dengan  $c_l = a_l \cdot b_l$ ,  $c_m = \min(a_m \cdot b_m, a_m \cdot b_u, a_u \cdot b_m, a_u \cdot b_u)$ , dan  $c_u = \max(a_m \cdot b_m, a_m \cdot b_u, a_u \cdot b_m, a_u \cdot b_u)$ . Jika  $\tilde{a}$  adalah sebuah bilangan *fuzzy* sembarang dan  $\tilde{b}$  adalah non-negatif, maka

$$\tilde{a} \hat{*} \tilde{b} = \begin{cases} (a_m \cdot b_m, a_l \cdot b_l, a_u \cdot b_u), & a_m \geq 0 \\ (a_m \cdot b_u, a_l \cdot b_l, a_u \cdot b_u), & a_m < 0, a_u \geq 0 \\ (a_m \cdot b_m, a_l \cdot b_l, a_u \cdot b_m), & a_m < 0, a_u < 0 \end{cases} \quad (8)$$

## 2.7. Metode Broyden

Metode Broyden sering digunakan dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk matematika terapan, ilmu komputer, dan rekayasa untuk menyelesaikan masalah numerik yang melibatkan sistem persamaan nonlinier.

Metode Broyden adalah salah satu teknik iteratif yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinear, terutama dalam konteks permasalahan numerik dan optimisasi.

Metode Broyden adalah metode yang digunakan untuk menemukan solusi numerik dari sistem persamaan nonlinier dengan mendekati turunan parsial dari sistem tersebut. Pada setiap iterasi, metode ini memperbarui perkiraan solusi dan turunan parsialnya berdasarkan perkiraan sebelumnya.

Matriks Jacobian adalah matriks yang menggambarkan turunan parsial dari suatu vektor fungsi multivariabel. Dalam hal ini, vektor fungsi adalah vektor yang elemennya adalah fungsi-fungsi yang bergantung pada lebih dari satu variabel.

Matriks Jacobian memiliki dimensi  $m \times n$ , di mana  $m$  adalah jumlah fungsi dalam vektor  $f$  dan  $n$  adalah jumlah variabel dalam vektor  $x$ .

Metode ini pertama-tama menentukan nilai awal  $(x)$ , kemudian selanjutnya di aproksimasi  $(x_1)$  seperti pada metode Newton yang menggunakan matriks Jacobian (Zakaria et al., 2023)

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Metode Broyden ini merupakan pengembangan metode *Secant*. Metode ini mendekati  $f'(x)$  dengan

$$f'(x_n) = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}} \quad (10)$$

Metode broyden memberikan bentuk umum sistem persamaan  $F(x) = 0$ , dan turunan dari  $F(x)$  diganti menggunakan matriks Jacobian  $J(X_1)$  (Wulandari, 2016).

$$A_1(x_1 - x_0) = F(x_1) - F(x_0) \quad (11)$$

Dimana,  $(x_1 - x_0)$  adalah vektor. Setiap vektor bukan nol dalam  $\mathfrak{R}^n$  dapat ditulis sebagai penjumlahan perkalian pada  $(x_1 - x_0)$ . Sehingga matriks Jacobian tersebut dapat dipergunakan untuk dimensi yang lebih dari satu. Broyden menyarankan bahwa untuk mendapatkan matriks Jacobian ini dapat dipergunakan estimasi dari  $A_1$  dan untuk mengambil solusinya dengan menggunakan persamaan garis potong yang merupakan modifikasi pada  $A_1$  (Wibowo, 2012).

$$A_1 = J(x_0) + \frac{(F(x_1) - F(x_0)) - J(x_0)(x_1 - x_0)}{\|s_1\|^2} \quad (12)$$

Untuk mencari  $x_2$ ,  $J(x_1)$  diganti dengan  $A_1$  sebagai berikut :

$$x_2 = x_1 - A_1^{-1}F(x_1) \quad (13)$$

sehingga rumus-rumus berikut ini mendefinisikan aproksimasi baru :

$$\begin{cases} A_i = A_{i-1} + \frac{y_i - A_{i-1}S_i}{\|S_i\|^2} \\ x_{i+1} = x_i - A_i^{-1}F(x_i) \end{cases} \quad (14)$$

Di mana,  $y = F(x_i) - F(x_{i-1})$  dan  $s_i = x_i - x_{i-1}$ .

Contoh 2.7 :

Pandang suatu persamaan nonlinear berikut :

$$F(x, y) = \begin{bmatrix} x^2 - y - 1 \\ x - y^2 + 1 \end{bmatrix}, X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Dari persamaan (15) matriks Jacobian hasil persamaan (9) menjadi :

$$J(x) = \begin{bmatrix} 2x & -1 \\ 1 & -2y \end{bmatrix} \quad (16)$$

Pandang persamaan (15) dan (16) serta formula Broyden (12). Substitusi nilai awal

$X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  ke dalam persamaan (15) dan (16) diperoleh :

Iterasi 1 :

$$F(X_0) = F\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} (1)^2 - 2 - 1 \\ 1 - (2)^2 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$J_0 = J(X_0) = \begin{bmatrix} 2(1) & -1 \\ 1 & -2(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Invers  $J(X_0)$  persamaan (18) adalah

$$\frac{1}{(2)(-4) - (-1)(1)} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{7} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & -\frac{2}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.57143 & -0.142857 \\ 0.142857 & -0.2857 \end{bmatrix}$$

Menggunakan persamaan (13) :

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.57143 & -0.142857 \\ 0.142857 & -0.2857 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.857143 \\ 0.2857143 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1.8571 \\ 1.7143 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya mencari iterasi 2 :

$$F(X_1) = F \left( \begin{bmatrix} 1.857143 \\ 1.7143 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} (1.857143)^2 - 1.7143 - 1 \\ 1.857143 - (1.7143)^2 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.735 \\ -0.082 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = \begin{bmatrix} 1.857143 \\ 1.7143 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.857143 \\ -0.285714 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} 0.735 \\ -0.082 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.735 \\ 1.918 \end{bmatrix}$$

$$J(X_1) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} - \frac{\begin{bmatrix} 2.735 \\ 1.918 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.857143 \\ -0.285714 \end{bmatrix}}{\left\| \begin{bmatrix} 0.857143 \\ -0.285714 \end{bmatrix} \right\|^2} \begin{bmatrix} 0.857143 & -0.285714 \end{bmatrix}$$

$$J(X_1) = \begin{bmatrix} 2.7719 & -1.2573 \\ 0.914 & -3.9713 \end{bmatrix}$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 1.55057 \\ 1.6231 \end{bmatrix}$$

Dengan prosedur serupa, hasil komputasi dapat dilihat dalam tabel 2.7.1.

**Tabel 2.7.1.** Hasil Perhitungan dengan Metode Broyden

Iterasi	$x$	$y$
0	1	2
1	1.8571	1.7143
2	1.55057	1.6231
3	1.6136	1.6204
⋮	⋮	⋮
7	1.618	1.618

## 2.8. Persamaan Matriks Dual Fully Fuzzy

Pendekatan Broyden untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinear *dual fully fuzzy* juga dijelaskan.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \tilde{a}_{111} & \tilde{a}_{112} & \dots & \tilde{a}_{11n} \\ \tilde{a}_{121} & \tilde{a}_{122} & \dots & \tilde{a}_{12n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{1n1} & \tilde{a}_{1n2} & \dots & \tilde{a}_{1nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{a}_{211} & \tilde{a}_{212} & \dots & \tilde{a}_{21n} \\ \tilde{a}_{221} & \tilde{a}_{222} & \dots & \tilde{a}_{22n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{2n1} & \tilde{a}_{2n2} & \dots & \tilde{a}_{2nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1^2 \\ \tilde{x}_2^2 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n^2 \end{bmatrix} + \dots + \\
& \begin{bmatrix} \tilde{a}_{n11} & \tilde{a}_{n12} & \dots & \tilde{a}_{n1n} \\ \tilde{a}_{n21} & \tilde{a}_{n22} & \dots & \tilde{a}_{n2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{nn1} & \tilde{a}_{nn2} & \dots & \tilde{a}_{n nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1^n \\ \tilde{x}_2^n \\ \vdots \\ \tilde{x}_n^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{n+111} & \tilde{a}_{n+112} & \dots & \tilde{a}_{n+11n} \\ \tilde{a}_{n+121} & \tilde{a}_{n+122} & \dots & \tilde{a}_{n+12n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{n+1n1} & \tilde{a}_{n+1n2} & \dots & \tilde{a}_{n+1nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} \tilde{a}_{2n11} & \tilde{a}_{2n12} & \dots & \tilde{a}_{2n1n} \\ \tilde{a}_{2n21} & \tilde{a}_{2n22} & \dots & \tilde{a}_{2n2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{2nn1} & \tilde{a}_{2nn2} & \dots & \tilde{a}_{2n nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1^n \\ \tilde{x}_2^n \\ \vdots \\ \tilde{x}_n^n \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \tilde{b}_{11} \\ \tilde{b}_{21} \\ \vdots \\ \tilde{b}_{n1} \end{bmatrix} \tag{19}
\end{aligned}$$

Dimana bisa dituliskan pada notasi matriks (Zakaria et al., 2023) sebagai berikut

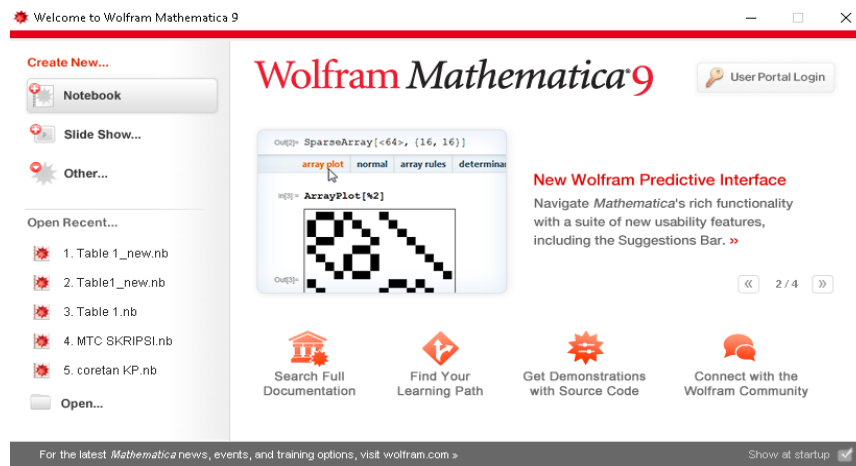
$$\begin{aligned}
& \tilde{A}_1 * \tilde{x} \oplus \tilde{A}_2 * \tilde{x}^2 \oplus \dots \tilde{A}_n * \tilde{x}^n = \tilde{A}_{n+1} * \tilde{x} \oplus \tilde{A}_{n+2} * \tilde{x}^2 \oplus \dots \\
& \dots \oplus \tilde{A}_{2n} * \tilde{x}^n \oplus \tilde{b} \tag{20}
\end{aligned}$$

Di mana,  $\tilde{A}_i (1 \leq i \leq 2n)$  adalah matriks bilangan *triangular fuzzy*,  $\tilde{b}$  adalah variabel yang tidak diketahui, dan  $\tilde{x}$  adalah vektor kolom dari bilangan *triangular fuzzy*. Dikasuk ini,  $\tilde{x}$  adalah solusi pada sistem persamaan nonlinear *dual fully fuzzy* yang harus ditemukan (Zakaria et al., 2023).

## 2.9. Software Wolfram Mathematica

Didirikan oleh Stephen Wolfram pada tahun 1987, Wolfram Research merupakan salah satu perusahaan perangkat lunak komputer, web, dan cloud yang paling disegani di dunia-sekaligus pembangkit tenaga listrik untuk inovasi ilmiah dan teknis. Edisi pertama Mathematica diterbitkan pada tahun 1988. Ini adalah salah satu produk tertua dan merupakan landasan komunitas sains dan pendidikan di seluruh dunia, dengan ribuan pengguna. Tujuan dibuatnya Wolfram Mathematica yaitu menyediakan kerangka kerja yang akan memungkinkan komputasi mencapai

potensi penuhnya dalam beberapa dekade mendatang: memungkinkan komputasi apa pun yang dapat dikomputasi kapan pun dan di mana pun dibutuhkan, serta membuka batas-batas semesta komputasi. Pemrograman fungsional adalah fitur inti yang sangat berkembang dan sangat terintegrasi dari Bahasa Wolfram, yang dibuat secara dramatis lebih kaya dan lebih nyaman melalui sifat simbolis dari bahasa tersebut.



**Gambar 2.2.** Software Wolfram Mathematica

### III. METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun akademik 2023/2024 dan bertempat di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

#### 3.2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Studi literatur buku, jurnal, dan artikel ilmiah yang berhubungan dengan penelitian ini.
2. Mempelajari metode-metode penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh peneliti lain dalam bidang ini.
3. Membuat algoritma dan pemrograman metode Broyden di Wolfram Mathematica untuk menyelesaikan sistem persamaan non linear *dual fully fuzzy*.
4. Mengerjakan contoh soal sistem persamaan non linear *dual fully fuzzy*.
5. Membuat kesimpulan.

## V. KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa pada Algoritma Broyden yang diimplementasikan dalam bahasa program Wolfram Mathematica dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinear *dual fully fuzzy*. Hasil tersebut menunjukkan bahwa metode ini efektif dalam menangani permasalahan tersebut. Dengan demikian, penelitian ini memberikan kontribusi penting dalam pengembangan teknik dan tersedianya program dalam penyelesaian sistem persamaan nonlinear *dual fully fuzzy* menggunakan alat komputasi matematika yaitu Wolfram Mathematica.



## DAFTAR PUSTAKA

- Abdelaziz, A., Sayed, E., Ahmad, N., Abdel, A., Elsayed, A., Saassouh, B., & Malkawi, G. (2021). *Two-stage Algorithm for solving Arbitrary Trapezoidal Fully Fuzzy Sylvester Matrix Equations*.  
<https://doi.org/10.20944/preprints202112.0147.v1>
- Daud, W. S. W., Ahmad, N., & Malkawi, G. (2018). Solving arbitrary fully fuzzy Sylvester matrix equations and its theoretical foundation. *AIP Conference Proceedings, 2013*. <https://doi.org/10.1063/1.5054225>
- Guo, X., & Shang, D. (2013). Fuzzy approximate solution of positive fully fuzzy linear matrix equations. *Journal of Applied Mathematics, 2013*.  
<https://doi.org/10.1155/2013/178209>
- He, Q., Hou, L., & Zhou, J. (2018). The solution of fuzzy Sylvester matrix equation. *Soft Computing, 22*(19), 6515–6523.  
<https://doi.org/10.1007/s00500-017-2702-8>
- Irma. (2011, November 4). kuliah-umum-wolfram-mathematica. Dipetik 2023, dari <https://stei.itb.ac.id/blog/>: <https://stei.itb.ac.id/blog/2011/11/04/kuliah-umum-wolfram-mathematica/>
- Jafari, R., & Yu, W. (2015). Fuzzy control for uncertainty nonlinear systems with dual fuzzy equations. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 29*(3), 1229–1240. <https://doi.org/10.3233/IFS-151731>
- Jafarian, A., & Jafari, R. (2019). A new computational method for solving fully fuzzy nonlinear matrix equations. *International Journal of Fuzzy Computation and Modelling, 2*(4), 275.  
<https://doi.org/10.1504/ijfcm.2019.100317>
- La, Z., Eka, A., & Aziz, D. (2023). Penyelesaian Sistem Persamaan Fully Fuzzy Non Linear Menggunakan Metode Newton Raphson Ganda. *Journal of Mathematics: Theory and Applications, 5*(2), 67–73.  
<https://doi.org/10.31605/jomta.v5i2.2876>
- Malkawi, G., Ahmad, N., & Ibrahim, H. (2015). Solving the fully fuzzy sylvester matrix equation with triangular fuzzy number. *Far East Journal of Mathematical Sciences, 98*(1), 37–55.  
[https://doi.org/10.17654/FJMSSep2015\\_037\\_055](https://doi.org/10.17654/FJMSSep2015_037_055)

- Mamat, M., Ramli, A., & Abdullah, M. L. (2010). Broyden's method for solving fuzzy nonlinear equations. *Advances in Fuzzy Systems*.  
<https://doi.org/10.1155/2010/763270>
- Otadi, M., & Mosleh, M. (2012). Solving fully fuzzy matrix equations. *Applied Mathematical Modelling*, 36(12), 6114–6121.  
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.02.005>
- Sets, F. (2005). *Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games. Studies in Fuzziness and Soft Computing (Vol. 169)*. Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/3-540-32371-6\_2
- Wulandari, R. (2016). *Solusi Sistem Persamaan Nonlinier Dengan Menggunakan Metode Broyden*. Malang: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Zakaria, L., Megarani, W., Faisol, A., Nuryaman, A., & Muharramah, U. (2023). Computational Mathematics: Solving Dual Fully Fuzzy Nonlinear Matrix Equations Numerically using Broyden's Method. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, 8(1), 60–77.  
<https://doi.org/10.33889/IJMEMS.2023.8.1.004>
- Zakaria, L., & Rohman, S. (n.d.). *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization Algorithm and Programming: The Solution of Dual Fully Fuzzy Equation System with Trapeziodal Fuzzy Number Using Broyden's Method*-Manuscript Draft-Manuscript Number: Full Title: *Algorithm and Programming: The Solution of Dual Fully Fuzzy Equation System with Trapeziodal Fuzzy Number Using Broyden's Method Powered by Editorial Manager® and ProduXion Manager® from Aries Systems Corporation.*