HOMOMORFISMA GRUP *SOFT*

(Skripsi)

Oleh

Rafif Syadid Baktiananda

2017031094

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2025

ABSTRAK

HOMOMORFISMA GRUP *SOFT*

Oleh

RAFIF SYADID BAKTIANANDA

Himpunan *soft* pertama kali diperkenalkan oleh Molodtsov (1999) sebagai metode untuk menangani ketidakpastian dalam pengambilan keputusan dan analisis data. Konsep ini diperluas dalam struktur aljabar dengan diperkenalkannya grup *soft*, yang merupakan penggabungan teori grup dengan himpunan *soft*. Fokus penelitian ini adalah mengonstruksi himpunan *soft*, grup *soft*, dan mendefinisikan homomorfisma dalam konteks grup *soft*. Studi ini menggunakan metode literatur, dengan meninjau definisi, teorema, serta sifat-sifat yang relevan dari himpunan *soft* dan grup *soft*. Dalam penelitian ini, akan dibuktikan bahwa jika terdapat dua grup *soft* G dan G', dengan fungsi homomorfisma *soft* yang memenuhi persyaratan tertentu, maka grup *soft* G homomorfik *soft* ke grup *soft* G'.

Kata Kunci: homomorfisma, grup *soft*, himpunan *soft*, teori himpunan, struktur aljabar.

ABSTRACT

HOMOMORPHISMS OF SOFT GROUPS

By

RAFIF SYADID BAKTIANANDA

Soft sets were first introduced by Molodtsov (1999) as a way of dealing with uncertainty in decision making and data analysis. This concept has been extended to algebraic structures with the introduction of soft groups, which is a fusion of group theory with soft sets. The focus of this study is the construction of soft sets, soft groups and the definition of homomorphisms in the context of soft groups. This study uses the literature method by reviewing relevant definitions, theorems and properties of soft sets and soft groups. This study will prove that if there are two soft groups G and G' with soft homomorphism functions that satisfy certain conditions, then the soft group G is soft homomorphic to the soft group G'.

Keywords: homomorphism, soft group, soft set, set theory, algebraic structure.

HOMOMORFISMA GRUP *SOFT*

Oleh

Rafif Syadid Baktiananda

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk untuk Memperoleh Gelar SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2025

Judul Skripsi	**: HOMOMORFISMA GRUP *SOFT***
Nama Mahasiswa	**: Rafif Syadid Baktiananda**
Nomor Pokok Mahasiswa	**: 2017031094**
Program Studi	**: Matematika**
Fakultas	**: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. **Komisi Pembimbing**

Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc.
NIP. 198002062003121003

Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.
NIP. 198406272006042001

2. **Ketua Jurusan Matematika**

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. **Tim Penguji**

Ketua	**: Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc.** ....
Sekretaris	**: Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.** ....
Penguji Bukan Pembimbing	**: Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.** ....

2. **Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **Maret 2025**

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"HOMOMORFISMA GRUP *SOFT*"** merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan hasil karya orang lain. Semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung.

Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung,   April 2025
Penulis

METERAI TEMPEL
10000
24B33AMX230941305

Rafif Syadid Baktiananda
NPM 2017031094

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Rafif Syadid Baktiananda yang lahir di Desa Sri Basuki pada hari Jumat tanggal 9 Agustus 2002. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara, dari pasangan Bapak Boimin dan Ibu Sri Haryanti.

Penulis menempuh pendidikan pertamanya di TK Bratasena Adiwarna pada tahun 2006 saat usia penulis menginjak 4 tahun. Kemudian, penulis melanjutkan pendidikan tingkat dasar di SD Negeri 1 Pasiran Jaya pada tahun 2008. Selanjutnya, penulis melanjutkan pendidikan tingkat menengah di SMP Negeri 1 Dente Teladas pada tahun 2014. Penulis lalu melanjutkan pendidikan tingkat atas di MA Negeri 1 Metro pada tahun 2017.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada tahun 2020 melalui jalur SBMPTN.

Pada bulan Januari tahun 2023, penulis melaksanakan kerja praktik di Dinas Perhubungan Kota Bandar Lampung. Penulis juga melakukan kegiatan Kuliah Kerja Nyata di Desa Waya Krui Kecamatan Kalirejo Kabupaten Lampung Tengah pada bulan Juni hingga bulan Agustus tahun 2023.

KATA INSPIRASI

“Allah tidak membebani seseorang melainkan dengan kesanggupannya”.

(Al-Baqarah: 286)

“Jika engkau menginginkan dunia, maka carilah ilmu. Jika engkau menginginkan akhirat, maka carilah ilmu. Jika engkau menginginkan keduanya, maka carilah ilmu”.

(Ali bin Abi Thalib)

“Dalam hidup ini, tidak ada pilihan yang sempurna. Kau hanya perlu memilih jalan yang menurutmu paling benar, lalu berjuang untuk itu tanpa ragu. Kesalahan mungkin akan terjadi, tetapi yang penting adalah bagaimana kau bertanggung jawab atas pilihan yang telah kau buat“.

(Levi Ackerman)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirobil'alamin, puji syukur kehadirat Allah SWT atas semua nikmat, taufik dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat, doa serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Kupersembahkan karya ini untuk keluargaku tercinta. Ibunda Sri Haryanti dan Ayahanda Boimin, yang selalu mendukung dan menyemangatiku dalam menyelesaikan karya ini, juga untuk adikku Resava Estiningtyas yang selalu menjadi motivasi tambahan dalam mengerjakan karya ini.

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang bersedia meluangkan waktu untuk membantu, memberikan masukan, saran, dan arahan dalam menyelesaikan karya ini.

Teruntuk semua guru, dosen, serta teman-teman angkatan 2020 yang selalu mendukung dan membantuku ketika menimba ilmu di Universitas Lampung. Semoga kita selalu mendapakan rahmat Allah SWT dan dapat berkumpul lagi di surga-Nya kelak.

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas setiap limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Homomorfisma Grup *Soft*" dengan baik dan lancar serta dapat diselesaikan dengan tepat waktu. Shalawat, doa serta salam semoga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, tauladan terbaik sepanjang masa.

Pada proses penyusunan skripsi ini terdapat banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, arahan, dukungan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Lampung.
2. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam serta selaku Penguji atas saran, masukan dan evaluasi dalam penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Ahmad Faisol, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing 1 yang bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, arahan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.

4. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing 2 atas waktu, bimbingan, bimbingan, dan koreksi serta masukan yang telah diberikan.
5. Bapak Prof. Dr. La Zakaria S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing akademik.
6. Kedua orang tua serta adik penulis yang selalu memberikan doa serta dukungan untuk menyelesaikan skripsi ini.
7. Aprianto, Ridho Waluyo, dan Sandi Saputra yang telah banyak membantu penulis dalam penyusunan skripsi ini.
8. Prisko Elmar Pasaribu, Aji Alfalianto, Ilham Vanka, Andika Ferdiansyah, M. Imron Rosadi, M Farrel Marifza, Yeriska Alfanita dan Dian Aulia Wati yang selalu memberikan semangat dan dukungan serta bersedia untuk mendengarkan berbagai keluh kesah dan curhatan penulis.
9. Teman-teman penulis angkatan 2020 yang selalu memberikan bantuan dan dukungan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih belum sempurna dan terdapat banyak kekurangan, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun agar skripsi ini menjadi lebih baik lagi.

Bandar Lampung, April 2025
Penulis

Rafif Syadid Baktiananda

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

BAB I

PEDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori himpunan *soft* pertama kali diperkenalkan oleh Molodtsov pada tahun 1999. Himpunan *soft* didefinisikan sebagai pasangan terurut (F, A) atas U dengan A adalah himpunan parameter dan F adalah suatu fungsi yang memetakan beberapa elemen dari A tepat satu ke himpunan kuasa U (Molodtsov, 1999). Konsep ini menawarkan suatu cara untuk memodelkan ketidakpastian dalam masalah-masalah pengambilan keputusan dan analisis data.

Sejak diperkenalkannya teori himpunan *soft*, banyak peneliti yang telah mengembangkan konsep ini dan menerapkannya dalam berbagai bidang. Salah satu pengembangan yang penting adalah konsep grup *soft* (Aktas dan Cagman, 2007). Grup *soft* didefinisikan sebagai pasangan terurut (F, A) atas grup U dengan syarat $F(t)$ subgrup U, untuk setiap t elemen A. Konsep ini memungkinkan untuk membangun struktur aljabar baru yang dapat digunakan untuk memperluas aplikasi teori grup *soft*. Aygünoğlu dan Aygün (2009) memperkenalkan konsep grup *soft fuzzy* dan menyelidiki homomorfisma *soft fuzzy*, serta sifat operasionalnya dalam konteks grup.

Sezgin dan Atagün (2011) memperkenalkan grup *soft* normalistik dan homomorfisma grup *soft* normalistik. Aslam dan Qurashi (2012) membahas definisi dan sifat dasar dari grup *soft*, termasuk grup *soft* normal, grup *soft* abelian, dan operasi grup *soft* seperti produk dan identitas. Ray dan Goldar (2017) mengusulkan definisi baru grup *soft* menggunakan elemen *soft* dimana himpunan elemen *soft* yang dilengkapi dengan operasi biner dari suatu grup, di mana himpunan tersebut dapat membentuk sebuah grup, dan himpunan *soft* yang menjadi dasar pembentuknya disebut sebagai grup *soft*.

Dalam skripsi ini, akan dibahas secara rinci mengenai konsep dasar himpunan *soft*, operasi-operasi pada himpunan *soft*, serta konstruksi grup *soft*. Beberapa sifat dasar dari grup *soft* yang dapat dianalisis diantaranya subgrup dan homomorfisma. Berdasarkan latar belakang yang diuraikan sebelumnya, pada penelitian ini akan dikaji tentang homomorfisma pada grup *soft*.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan kegiatan penelitian ini adalah

1. mengonstruksi contoh himpunan *soft*;
2. mengonstruksi contoh grup *soft*;
3. mendefinisikan dan memberi contoh homomorfisma pada grup s*oft*.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah memberi referensi penelitian mengenai sifat-sifat yang terbentuk dari sebuah grup *soft* yang dibangun dari himpunan parameter yang berbeda, dan sebagai bahan pembelajaran mengenai homomorfisma grup *soft*.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan membahas mengenai definisi himpunan, grup, himpunan *soft*, grup *soft*.

2.1 Himpunan

Pada abad ke-19, matematikawan seperti Georg Cantor memperkenalkan pendekatan formal terhadap himpunan dan memperluas konsep ini menjadi apa yang sekarang kita kenal sebagai teori himpunan modern. Cantor memperkenalkan gagasan himpunan tak terhingga dan konsep kardinalitas himpunan (ukuran himpunan). Kontribusi Cantor menjadi landasan bagi pengembangan lebih lanjut dalam teori himpunan.

Definisi 2.1.1 Himpunan (*set*) adalah koleksi atau kumpulan objek-objek yang berbeda. Objek-objek yang terdapat dalam himpunan disebut elemen, unsur, atau anggota (Munir, 2012).

Contoh 2.1.1 Himpunan bilangan genap adalah kumpulan bilangan yang habis dibagi 2. Contoh $E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, ...\}$.

Definisi 2.1.2 Bagian dari sebuah himpunan A dinamakan anggota dari A. Jika x adalah anggota dari himpunan A, maka ditulis $x \in A$ dan jika x bukan anggota dari himpunan A, maka ditulis $x \notin A$ (Pinontoan dan Titaley, 2019).

Contoh 2.1.2 Diberikan himpunan E adalah himpunan bilangan genap. Jadi $E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, ...\}$, 8 adalah anggota dari himpunan E maka $8 \in E$ dan 7 bukan anggota dari himpunan E maka $7 \notin E$.

Definisi 2.1.3 Banyaknya elemen dalam himpunan A disebut kardinalitas dari himpunan A. Kardinalitas dari himpunan A dinotasikan dengan $n(A)$ atau $|A|$ (Wibisono, 2008).

Contoh 2.1.3 Berikut ini contoh kardinalitas dari suatu himpunan. Himpunan $A =$ {Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu, Minggu}, diperoleh $n(A) = 7$.

Setelah mengetahui definisi dan contoh kardinalitas dari suatu himpunan, selanjutnya akan diberikan definisi mengenai himpunan kosong.

Definisi 2.1.4 Himpunan kosong merupakan himpunan dengan kardinalitas 0. Himpunan kosong dinotasikan dengan $\emptyset$ atau $\{ \quad \}$ (Wibisono, 2008).

Contoh 2.1.4 Jika himpunan A adalah himpunan bilangan bulat positif kurang dari 1, maka himpunan kosong dari himpunan A adalah himpunan kosong, yang ditulis sebagai $\emptyset$ atau $\{\}$. Karena tidak ada bilangan bulat positif yang kurang dari 1.

Setelah mengetahui definisi dan contoh himpunan kosong, selanjutnya akan diberikan definisi mengenai himpunan semesta.

Definisi 2.1.5 Himpunan semesta merupakan himpunan dari semua objek yang berbeda. Himpunan semesta dinotasikan dengan U (Wibisono, 2008).

Contoh 2.1.5 Diberikan U merupakan himpunan bilangan bulat positif. Jadi $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, \dots\}$.

Selanjutnya akan diberikan definisi dan contoh mengenai himpunan bagian.

Definisi 2.1.6 Himpunan A dikatakan himpunan bagian B jika dan hanya jika semua anggota-anggota di A adalah anggota himpunan di B. Himpunan bagian A dari himpunan B dinotasikan dengan $A \subseteq B$ (Wibisono, 2008).

Contoh 2.1.6 Diberikan himpunan $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$. Dari Contoh 2.1.5, dapat disimpulkan himpunan A merupakan himpunan bagian dari U atau $A \subseteq U$.

Setelah mengetahui definisi dan contoh himpunan bagian, selanjutnya akan diberikan definisi himpunan kuasa.

Definisi 2.1.7 Himpunan kuasa dari himpunan A adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A itu sendiri. Himpunan kuasa dari suatu himpunan A dinotasikan sebagai $P(A)$. Apabila himpunan A terdiri dari n anggota, maka banyaknya anggota dari himpunan kuasa dari himpunan A adalah 2^n (Munir, 2005).

Contoh 2.1.7 Diberikan himpunan $A = \{a, b, c\}$, didapat $n(A) = 3$, maka $P(A) = 2^n = 2^3 = 8$. Himpunan kuasa dari A adalah:

$$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}.$$

2.2 Grup

Grup terbentuk dari operasi biner yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Oleh karena itu, sebelum membahas definisi grup diberikan definisi operasi biner.

Definisi 2.2.1 Operasi biner $*$ pada himpunan S adalah fungsi dari $S \times S$ ke S. Untuk setiap $(a, b) \in S \times S$, $*\,(a, b)$ di S dinotasikan dengan $a * b$ (Fitriani dan Faisol, 2022).

Contoh 2.2.1 Diberikan himpunan $M_3(\mathbb{R})$.

$$M_3(\mathbb{R}) = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} | a, b, c, d, e, f, g, h, i \in \mathbb{R} \right\}$$

Untuk setiap matriks $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, maka berlaku :

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} aj + bm + cp & ak + bn + cq & al + bo + cr \\ dj + em + fp & dk + en + fq & dl + eo + fr \\ gj + hm + ip & gk + hn + iq & gl + ho + ir \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

Jadi, operasi perkalian matriks merupakan operasi biner pada $M_3(\mathbb{R})$.

Definisi 2.2.2 Sistem matematika $\langle G, * \rangle$ dikatakan grup jika memenuhi:

a. untuk setiap $a, b, c \in G$ berlaku $(a * b) * c = a * (b * c)$, (berlaku sifat asosiatif terhadap operasi $*$ di G);

b. terdapat elemen e di G yang memenuhi $a * e = e * a = a$ untuk setiap $a \in G$,(e merupakan elemen identitas di G);

c. untuk setiap $a \in G$, terdapat elemen $a^{-1} \in G$ yang memenuhi $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$, ($a^{-1}$ elemen invers dari a di G) (Arifin, 2000).

Selanjutnya agar lebih memahami Definisi 2.2.2 diberikan contoh sebagai berikut.

Contoh 2.2.2 Diberikan himpunan $A = \{x \in \mathbb{Q} | x > 0\}$ dengan $a * b = ab$.

a. Akan ditunjukkan $*$ merupakan operasi biner pada A.

   Diberikan sebarang $a, b \in A$ karena $a, b \in \mathbb{Q}$ maka $ab \in \mathbb{Q}$, diperoleh

$$a * b = ab \in A$$

   Oleh karena itu $*$ merupakan operasi biner pada A.

b. Akan diselidiki apakah operasi $*$ bersifat asosiatif.

Diberikan $a, b, c \in A$, berlaku:

$$(a * b) * c = (ab) * c = abc = a(bc) = a * (bc) = a * (b * c)$$

Karena $(a * b) * c = a * (b * c)$, maka terbukti operasi $*$ pada A bersifat asosiatif.

c. Diberikan sebarang $a \in A$.

Karena

$$a * 1 = 1 * a = 1,$$

elemen identitas di A terhadap operasi $*$ adalah 1.

d. Diberikan sebarang $a \in A$,

Karena

$$a * \frac{1}{a} = \frac{1}{a} * a = 1,$$

invers dari a terhadap operasi $*$ di A adalah $\frac{1}{a}$.

Berdasarkan a-d terbukti bahwa $\langle A,* \rangle$ merupakan grup.

Definisi 2.2.3 Grup G dikatakan komutatif jika untuk setiap elemen a dan b di G berlaku $a * b = b * a$ (Arifin, 2000).

Selanjutnya akan diberikan contoh mengenai grup komutatif.

Contoh 2.2.3 Diberikan $a^2 = e$ untuk setiap $a \in G$, maka G grup komutatif. Akan dibuktikan G grup komutatif. Misalkan G grup. Diberikan sebarang $a, b \in G$. Berlaku:

$$(ab)^2 = e$$

$$abab = e$$

$$a(abab)b = aeb$$

$$a^2(ba)b^2 = ab$$

$$e(ba)e = ab$$

$$ba = ab$$

Dengan demikian, terbukti bahwa G grup komutatif.

Definisi 2.2.4 Diberikan himpunan bagian H dari grup G yang tertutup terhadap oprasi biner pada G. Himpunan H dikatakan subgrup G jika terhadap operasi biner yang sama pada G, H merupakan grup. Selanjutnya, H subgrup G dinotasikan dengan $H \leq G$ atau $H < G$ yang berarti H subgrup G, tetapi $H \neq G$ (Fitriani dan Faisol, 2022).

Berikut diberikan teorema subgrup.

Teorema 2.2.4 Himpunan bagian H dari grup G subgrup jika dan hanya jika :

1. $H \neq \emptyset$,
2. Untuk setiap $x, y \in H, xy^{-1} \in H$.

Selanjutnya, jika H berhingga, maka H subgrup G jika dan hanya jika H merupakan himpunan yang tak kosong dan tertutup terhadap oprasi biner di G.

Untuk lebih memahami Teorema 2.2.4, berikut diberikan contoh subgrup.

Contoh 2.2.4 Diberikan $Z(G) = \{b \in G | ab = ba$, untuk setiap $a \in G\}$, maka $Z(G)$ adalah subgrup dari G.

Akan dibuktikan $Z(G)$ adalah subgrup dari G. Diberikan sebarang $x, y \in Z(G)$ dan $a \in G$. Berlaku:

$$\begin{aligned} a(xy) &= (ax)y \\ &= (xa)y \\ &= x(ay) \\ &= (xy)a. \end{aligned}$$

Karena $a(xy) = (xy)a$, maka $xy \in Z(G)$, maka terbukti $Z(G)$ adalah subgrup G.

Definisi 2.2.6 Diberikan grup G dan G'. Pemetaan $\phi = G \to G'$ dinamakan homomorfisma jika $\phi(ab) = \phi(a)\phi(b)$, untuk setiap $a, b \in G$ (Fitriani dan Faisol, 2022).

Contoh 2.2.6 Dimisalkan grup $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$, dengan $\mathbb{Z}$ adalah grup bilangan bulat dengan operasi penjumlahan. Definisikan fungsi $\phi: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, dengan $\phi(n) = 2n$. Akan ditunjukkan bahwa ϕ adalah homomorfisma.

Perhatikan bahwa untuk setiap $a, b \in \phi$, berlaku:

$$\begin{aligned} \phi(a + b) &= 2(a + b) \\ &= 2a + 2b \\ &= \phi(a) + \phi(b). \end{aligned}$$

Jadi, fungsi $\phi: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ adalah homomorfisma grup.

2.3 Himpunan *Soft*

Sebelum membahas definisi grup *soft*, terlebih dahulu diberikan definisi himpunan *soft* sebagai dasar pemahaman.

Definisi 2.3.1 Misalkan U adalah himpunan semesta dan E adalah himpunan parameter. Pasangan (F, A) disebut himpunan *soft* atas U, dengan $A \subseteq E$ jika F adalah pemetaan $F : A \rightarrow P(U)$ (Molodtsov, 1999)

Selanjutnya akan dikonstruksi himpunan *soft* atas grup $\mathbb{Z}_{10}$.

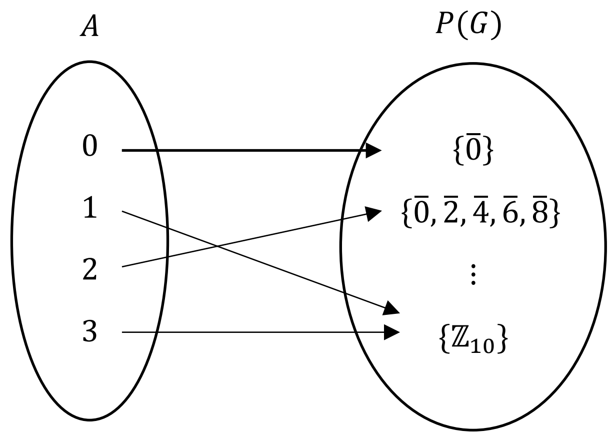
Contoh 2.3.1 Diberikan grup G dengan himpunan parameter $A \subseteq E = \{0,1,2,3\}, E = \{0,1,2,3,4\}$. Selanjutnya didefinisikan $F : A \rightarrow P(G)$ sebagai berikut:

$F(0) = \{\bar{0}\}$

$F(1) = \{\mathbb{Z}_{10}\}$

$F(2) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\}$

$F(3) = \{\mathbb{Z}_{10}\}$



Gambar 2. 1 Pemetaan dari A ke $P(G)$

Jadi, berdasarkan Gambar 2.1 pasangan (F, A) merupakan himpunan *soft* atas G.

2.4 Grup *Soft*

Setelah memahami definisi beserta contoh dari grup dan himpunan *soft* selanjutnya akan dibahas mengenai definisi grup *soft*.

Definisi 2.4.1 Diberikan G adalah grup. Himpunan *soft* (F, A) disebut grup *soft* jika $F(t) < G$ untuk setiap $t \in A$ (Aktas dan Cagman, 2007).

Contoh 2.4.1 Diberikan grup $\mathbb{Z}_{10}$ dan himpunan *soft* F sebagaimana Contoh 2.3.1. Diberikan himpunan *soft* $F: A \rightarrow P(G)$:

$$F(t) = \begin{cases} F(0) = \{\bar{0}\}, & t = 0; \\ F(1) = \{\mathbb{Z}_{10}\}, & t = 1; \\ F(2) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\}, & t = 2; \\ F(3) = \{\mathbb{Z}_{10}\}, & t = 3. \end{cases}$$

Karena $F(t) < G$ untuk setiap $t \in A$, diperoleh (F, A) merupakan grup *soft.*

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun akademik 2023/2024 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Studi literatur buku, jurnal dan artikel ilmiah yang berhubungan dengan penelitian ini.
2. Mempelajari definisi dan teorema yang relevan dengan kasus permasalahan yang berhubungan dengan penelitian ini.

Secara umum langkah-langkah dalam penelitian ini dinyatakan sebagai berikut.

1. Menentukan grup G dan G'.
2. Menetukan semua subgrup G dan G'.
3. Menentukan himpunan parameter A dan B.
4. Mengonstruksi himpunan *soft* (F, A) dan (H, B) dimana $F : A \to P(G)$ dan $H: B \to P(G')$.
5. Menyelidiki apakah (F, A) dan (H, B) merupakan grup *soft*, dengan meyelidiki apabila berlaku $F(t) < G$ untuk setiap $t \in A$ dan $H(t) < G'$ untuk setiap $t \in B$.
6. Mendefinisikan homomorfisma soft dari grup *soft* (F, A) ke (H, B).
7. Memberi contoh-contoh homomorfisma *soft* dari grup *soft*.

BAB V

KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan diketahui bahwa jika (F, A) dan (H, B) adalah dua grup *soft* atas G dan G', dan terdapat dua fungsi $f: G \to G'$ dan $g: A \to B$ dimana f merupakan homomorfisma dari G onto G' dan g adalah pemetaan dari A onto B maka pasangan (f, g) disebut sebagai homomorfisma *soft*. Selain itu, agar (F, A) homomorfik *soft* ke (H, B) jika dan hanya jika $f\big(F(x)\big) = H\big(g(x)\big)$ untuk setiap $x \in A$. Dengan kata lain, f dan g yang memastikan bahwa grup *soft* (F, A) dapat dipetakan ke grup *soft* (H, B).

5.2 Saran

Untuk memperdalam pemahaman konsep homomorfisma *soft*, penting untuk mengeksplorasi berbagai contoh konkret dan aplikasi praktis lainnya, terutama dalam konteks sistem informasi. Selain itu, analisis terhadap sifat-sifat tambahan, seperti injektifitas atau surjektifitas dari fungsi f dan g, dapat memberikan wawasan lebih lanjut tentang bagaimana struktur grup *soft* ini saling berhubungan secara matematis. Penelitian lanjutan dapat diarahkan pada pengembangan aplikasi praktis dari konsep homomorfisma grup *soft* dalam analisis data nyata, terutama yang melibatkan ketidakpastian dalam pengambilan keputusan. Selain itu, perlu dilakukan pengembangan lebih lanjut terhadap konsep ini dengan memperluas cakupan ke struktur yang lebih kompleks, seperti homomorfisma pada *soft fuzzy groups*. Penelitian ke depan juga disarankan untuk menggunakan pendekatan komputasi guna memvalidasi hasil-hasil teoretis yang diperoleh, sehingga konsep ini dapat lebih mudah diterapkan di berbagai bidang seperti teknologi informasi dan sistem berbasis kecerdasan buatan.

DAFTAR PUSTAKA

Aktaş, H., & Çağman, N. (2007). *Soft sets and soft groups*. *Information sciences*, *177*(13), 2726-2735.

Arifin, A. (2000). Aljabar. Bandung: ITB Bandung.

Aslam, M., & Qurashi, S. M. (2012). *Some contributions to soft groups. Annals of Fuzzy Mathematics and Information*, 4(1), 177-195

Aygünoğlu, A., & Aygün, H. (2009). *Introduction to fuzzy soft groups. Computers & Mathematics with Applications*, 58(7), 1279-1286.

Fitriani., dan Faisol, A. (2022). Grup. Yogyakarta: Matematika.

Herstein, I. N. (1975). *Topics in Algebra. New York*: John Wiley & Sons.

Molodtsov, D. (1999). *Soft set theory—first results*. *Computers & mathematics with applications*, *37*(4-5), 19-31.

Munir, Rinaldi. (2005). Matematika Diskrit. Bandung: Penerbit Informatika.

Murthy, N. V. E. S., & Gouthami, E. (2014). *Generalized soft group homomorphisms*. *The international Journal of Engineering and Science (IJES)*, *8*(12), 1–17.

Pinontoan, B., dan Titaley, J. (2019). Matematika Diskrit I. Patra Media Grafindo.

Ray, S., & Goldar, S. (2017). *Soft set and soft group from classical view point*. *Journal of the Indian Math. Soc. ISSN (Online)*, *2455*, 6475.

Sezgin, A., & Atagün, A. O. (2011). *Soft groups and normalistic soft groups. Computers & Mathematics with Applications*, 62(2), 686-693.

Wibisono, Samuel. (2008). Matematika Diskrit (Edisi Kedua). Yogyakarta: Graha Ilmu.