PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED RIDGE REGRESSION* PADA DATA INDIKATOR KEMISKINAN TAHUN 2023 PROVINSI KALIMANTAN BARAT DAN KALIMANTAN TENGAH

(Skripsi)

Oleh

SYARLI DITA ANJANI

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2025

ABSTRACT

GEOGRAPHICALLY WEIGHTED RIDGE REGRESSION MODELING ON 2023 POVERTY INDICATOR DATA IN THE PROVINCES OF WEST KALIMANTAN AND CENTRAL KALIMANTAN

By

Syarli Dita Anjani

Regression analysis is a method to explain the relations between independent variables and a dependent variable. Linear regression analysis relies on certain assumptions, one of the assumption is homogeneity. However, there is a situation when the variance at each observation differs or called spatial heterogeneity, which leads to a violation of the assumptions in linear regression. This issue can be solved using Geographically Weighted Regression (GWR), a statistical method that can be fixed spatial heterogeneity by adding a local weighted matrix, the result in GWR model is a local model for each observation point. However, GWR has a limitation, it cannot handle multicollinearity. Ridge regression is a method used to solved multicollinearity by adding a bias constant (λ). A GWR model that contains multicollinearity and fixed using ridge regression is known as Geographically Weighted Ridge Regression (GWRR). This study will apply a GWRR modeling on poverty indicator data in the provinces of West Kalimantan and Central Kalimantan in 2023. Based on the results of the study, GWRR model can solved spatial heterogeneity and multicollinearity. Furthermore, the Poverty Depth Index (X_1) have a significant effect on the model for all District/City and the Poverty Severity Index (X_2) is significant for 13 District/City.

Keywords: Geographically Weighted Ridge Regression (GWRR), Spatial Heterogeneity, Multicollinearity.

ABSTRAK

PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED RIDGE REGRESSION* PADA DATA INDIKATOR KEMISKINAN TAHUN 2023 PROVINSI KALIMANTAN BARAT DAN KALIMANTAN TENGAH

Oleh

Syarli Dita Anjani

Analisis regresi merupakan metode untuk menjelaskan hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat. Analisis regresi linear memiliki asumsi-asumsi yang harus terpenuhi, salah satunya adalah homogenitas. Namun terdapat kondisi dimana varians pada setiap lokasi pengamatan berbeda atau terjadi heterogenitas spasial yang mengakibatkan asumsi pada regresi linear tidak terpenuhi. Permasalahan tersebut dapat diatasi melalui pemodelan *Geographically Weighted Regression* (GWR), yaitu model statistik yang mengatasi heterogenitas spasial melalui penambahan matriks pembobot dan menghasilkan model yang bersifat lokal di setiap titik pengamatan. GWR memiliki kekurangan, yaitu tidak dapat mengatasi kasus multikolinearitas. Regresi *ridge* adalah metode untuk mengatasi kasus multikolinearitas melalui penambahan tetapan bias (λ). Pemodelan GWR yang mengandung kasus multikolinearitas dan diatasi dengan regresi *ridge* disebut *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR). Penelitian ini melakukan pemodelan *Geographically Weighted Ridge Regression* pada data indikator kemiskinan di Provinsi Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah tahun 2023. Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, model GWRR mampu mengatasi heterogenitas spasial dan multikolinearitas, serta diperoleh bahwa variabel Indeks Kedalaman Penduduk (x_1) berpengaruh signifikan pada model di seluruh lokasi dan variabel Indeks Keparahan Kemiskinan (x_2) berpengaruh signifikan pada 13 lokasi pengamatan.

Kata Kunci: *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR), Heterogenitas Spasial, Multikolinearitas.

PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED RIDGE REGRESSION* PADA DATA INDIKATOR KEMISKINAN TAHUN 2023 PROVINSI KALIMANTAN BARAT DAN KALIMANTAN TENGAH

Oleh

SYARLI DITA ANJANI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2025

Judul Skripsi : **PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED RIDGE REGRESSION* PADA DATA INDIKATOR KEMISKINAN TAHUN 2023 PROVINSI KALIMANTAN BARAT DAN KALIMANTAN TENGAH**

Nama Mahasiswa : **Syarli Dita Anjani**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031043**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Widiarti, S.Si., M.Si.	**Dr. Bernadhita Herindri S. U., M.Sc.**
NIP. 198005022005012003	NIP. 199206302023212034

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Widiarti, S.Si., M.Si.** ....

Sekretaris : **Dr. Bernaditha Herindri S.U., M.Sc.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **24 April 2025**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa	:	**Syarli Dita Anjani**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2117031043**
Program Studi	:	**Matematika**
Judul Skripsi	:	**PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED RIDGE REGRESSION* PADA DATA INDIKATOR KEMISKINAN TAHUN 2023 PROVINSI KALIMANTAN BARAT DAN KALIMANTAN TENGAH**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 24 April 2025

Syarli Dita Anjani
NPM. 2117031043

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Syarli Dita Anjani, lahir di Bandar Lampung pada tanggal 5 Mei 2003 sebagai anak kedua dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Suaidi dan Ibu Sutantini Prabawati.

Penulis menyelesaikan pendidikan taman kanak-kanak di TK Ratulangi pada tahun 2009, pendidikan dasar di SDN 1 Segala Mider pada tahun 2015, pendidikan menengah pertama di SMPN 1 Bandar Lampung pada tahun 2018, dan pendidikan menengah atas di SMAN 9 Bandar Lampung pada tahun 2021.

Pada tahun 2021, penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN. Sebagai bentuk pengaplikasian bidang ilmu di dunia kerja, penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Dinas Ketahanan Pangan, Tanaman Pangan, dan Hortikultura Provinsi Lampung dalam Bidang Ketersediaan dan Distribusi Pangan pada bulan Desember – Februari 2024. Di tahun yang sama, penulis juga melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada periode Juni – Agustus 2024 sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat di Desa Sumber Jaya, Kecamatan Waway Karya, Kabupaten Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya….” (QS. Al Baqarah: 286)

“Maka Sesungguhnya Bersama kesulitan ada kemudahan, Sesungguhnya Bersama Kesulitan ada Kemudahan.” (QS. Al Insyirah: 5-6)

“Life can be heavy, especially if you try to carry it all at once, part of growing up and moving into new chapters of your life is about catch or release. What I mean by that is, knowing what things to keep and what things to release. You can’t carry all things, all grudged, decide what is yours to hold and let the rest go.” (Tylor Swift)

"But you know, there’s some things in the world that break beautifully." (Mark Lee)

“Rasakan setiap proses yang kamu tempuh dalam hidupmu dan nikmatilah hingga kamu menyadari betapa hebatnya dirimu dalam perjalanan panjang ini.”

“Pada akhirnya, ini semua hanya permulaan.” (Nadin Amizah)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan Alhamdulillah, puji, dan syukur kepada Allah SWT yang telah senantiasa memberikan kemudahan dan keberkahan sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat waktu. Oleh karena itu, dengan segenap cinta dan kasih, penulis persembahkan rasa terimakasih kepada:

Ayah, Ibu dan Kakak

Terima kasih telah menjadi sumber semangat, mengupayakan yang terbaik tanpa batas dan selalu menguatkan saya dalam setiap langkah perjalanan ini. Terima kasih selalu memberikan cinta, kasih, doa yang tidak pernah terputus, serta dukungan dan pengorbanan yang tidak terhitung.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada ibu dan bapak dosen pembimbing serta pembahas yang dengan penuh kesabaran dan ketulusan telah membimbing dan memotivasi saya dalam menyelesaikan skripsi ini. Setiap arahan, ilmu, dan dukungan yang diberikan menjadi pijakan berharga dalam perjalanan akademik saya.

Sahabat-sahabatku

Terima kasih selalu membersamai dalam suka dan duka. Terima kasih atas kebersamaan, kepedulian, dan tawa yang menemani saya melewati proses ini.

Almamater Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji syukur ke hadirat Allah SWT. yang telah melimpahkan berkah dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pemodelan *Geographically Weighted Ridge Regression* Pada Data Indikator Kemiskinan Tahun 2023 Provinsi Kalimantan Barat Dan Kalimantan Tengah". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Terselesaikannya skripsi ini tidak lepas dari dukungan, bimbingan, saran, serta do'a dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan rasa hormat dan terima kasih kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing I atas kesediannya untuk membimbing, memberikan kritik, saran, serta arahan selama proses penyelesaian skripsi ini.
2. Ibu Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, M.Sc. selaku Dosen Pembimbing II atas kesediaannya untuk membimbing serta memotivasi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D. selaku Dosen Pembahas yang telah memberikan arahan serta kritik dan saran yang membantu dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Ibu Dra. Dorrah Azis, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik atas kesediaannya memberikan arahan serta dukungan selama penyelesaian studi ini.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen dan staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Ayah, Ibu, dan Kak Ian yang sangat penulis cintai yang senantiasa memberikan dukungan, doa, kasih sayang tanpa batas dan selalu menjadi penguat penulis. Semoga Allah SWT selalu memberi kesehatan untuk dapat membersamai penulis dalam perjalanan hidup kedepannya.
9. Sahabat-sahabat terbaik penulis, Silvana, Dian, Anin, Aulia, Fadilah, Finna, Mutia, Putri, Salsa, Rani, Rohana, Irma, dan Amanda yang senantiasa hadir dan mendukung dalam setiap proses yang penulis lalui.
10. Windi Lestari dan Andi Wahyudiansyah yang telah menjadi rekan terbaik penulis dalam segala proses penyelesaian skripsi ini.
11. Seluruh pihak terkait yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa masih banyak terdapat kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari semua pihak.

Bandar Lampung, 24 April 2025
Penulis,

Syarli Dita Anjani
NPM. 2117031043

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi linear merupakan metode untuk menjelaskan hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat. Model regresi linear yang baik harus memenuhi asumsi homogenitas atau varians sama untuk setiap lokasi pengamatan. Namun, terdapat permasalahan saat karakteristik di setiap lokasi pengamatan berbeda yang mengakibatkan terjadinya heterogenitas spasial. Dengan adanya heterogenitas spasial artinya asumsi regresi linear tidak tepenuhi yang mengakibatkan pendugaan model kurang baik.

Metode statistika yang dapat digunakan untuk analisis regresi pada data yang mengandung heterogenitas spasial adalah *Geographically Weighted Regression* (GWR). GWR adalah metode statistik spasial yang berkembang dari model global ke model lokal. Model GWR bertujuan untuk menganalisis keragaman spasial data melalui pembentukan model regresi yang mempertimbangkan aspek lokal pada setiap lokasi pengamatan. Metode ini cukup efektif dalam menduga parameter pada data yang mengandung heterogenitas spasial (Fotheringham dkk., 2002).

Salah satu permasalahan dalam penerapan model GWR adalah terdapat korelasi antar beberapa variabel bebas. Menurut Arthayanti dkk. (2017) adanya korelasi antar variabel bebas atau multikolinearitas dapat menyebabkan pendugaan parameter pada model tidak stabil, sehingga menyebabkan kesalahan dalam menginterpretasikan parameter.

Salah satu metode untuk mengatasi permasalahan multikolinearitas pada data adalah regresi *ridge*. Regresi *ridge* merupakan metode untuk mengatasi multikolinearitas dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat dengan menambahkan tetapan bias (Hastie dkk., 2009). Kasus GWR yang mengandung multikolinearitas dan diatasi dengan regresi *ridge* disebut *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR).

Kemiskinan merupakan kondisi dimana suatu individu atau kelompok mengalami kekurangan dalam aspek ekonomi yang mengakibatkan kebutuhan hidupnya tidak terpenuhi. Menurut Badan Pusat Statistik, kemiskinan ditandai dengan beberapa indikator, seperti jumlah penduduk miskin, Indeks Kedalaman Kemiskinan, dan Indeks Keparahan Kemiskinan. Indeks Kedalaman Kemiskinan dan Indeks Keparahan Kemiskinan diperoleh berdasarkan indikator kemiskinan lain seperti jumlah penduduk miskin. Hal ini mengindikasikan adanya kondisi multikolinearitas antar indikator kemiskinan.

Menurut data BPS pada tahun 2023, Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah adalah provinsi dengan tingkat kemiskinan tinggi di Kalimantan. Berdasarkan letaknya, Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah merupakan provinsi yang berbatasan satu sama lain. Namun keduanya memiliki ciri geografis yang berbeda yang mengindikasikan adanya kondisi heterogenitas spasial. Berdasarkan permasalahan tersebut menunjukkan bahwa data indikator kemiskinan Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah cocok untuk digunakan dalam penelitian ini.

Penelitian menggunakan *Geographically Weighted Ridge Regression* pernah dilakukan oleh (Veronica dkk., 2016) untuk memodelkan pendapatan asli daerah di Jawa Tengah. (Arthayanti dkk., 2017) juga menggunakan GWRR untuk menangani multikolinearitas pada Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Timur. Penelitian GWRR juga dilakukan oleh (Qur’ani dkk., 2023) dalam data pengukuran *stunting* di Indonesia. Pada penelitian-penelitian tersebut dihasilkan bahwa *Geographically Weighted Ridge Regression* dapat mengatasi kasus multikolinearitas pada data spasial.

Berdasarkan latar belakang tersebut maka dalam penelitian ini penulis akan menerapkan pemodelan *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR) pada data indikator kemiskinan tahun 2023 di Provinsi Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk melakukan pemodelan *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR) pada data indikator kemiskinan Provinsi Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah serta menyelidiki indikator apa saja yang berpengaruh pada tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah tahun 2023.

1.3 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat menambah pengetahuan mengenai pemodelan *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR) dalam mengatasi kasus multikolinearitas pada data spasial.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan teknik untuk menganalisis hubungan antar variabel dan memprediksi suatu variabel. Dalam analisis regresi terdapat dua jenis variabel, yaitu variabel yang dipengaruhi variabel lain atau variabel terikat (Y) dan variabel yang tidak dipengaruhi variabel lain atau variabel bebas (X) (Kutner dkk., 2004).

Persamaan umum pada analisis regresi linear dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i. \tag{2.1}$$

Keterangan:

y_i	=	nilai variabel terikat pengamatan ke-i
x_k	=	nilai variabel bebas ke-k
β_0	=	*intercept*
$\beta_k x_{ik}$	=	parameter regresi ke-k pada pengamatan ke-i
ε_i	=	galat pengamatan ke-i
n	=	jumlah pengamatan.

2.2 Heterogenitas Spasial

Heterogenitas spasial dalam model regresi adalah kondisi dimana terdapat perbedaan karakteristik antar titik lokasi pengamatan berdasarkan geografis maupun ciri sosial-budaya. Heterogenitas spasial mengakibatkan adanya heteroskedastisitas, yaitu ragam galat tidak bernilai konstan (Anselin, 1988). Heterogenitas spasial dapat dideteksi melalui uj *Breusch-Pagan* dengan tahapan uji sebagai berikut:

a. Hipotesis

   $H_0 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (tidak terdapat heterogenitas spasial)

   $H_1 =$ paling sedikit terdapat satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (terdapat heterogenitas spasial)

b. Taraf signifikansi: α = 0.05

c. Statistik uji

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right)\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{f} \quad (2.2)$$

   Keterangan:

   f = vektor berukuran $n \times 1$ dengan $f = (\frac{\varepsilon_i^2}{\sigma^2} - 1)$ dan $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$.

   Z = matriks *full rank* (variabel bebas dan *intercept*) berukuran $n \times (p+1)$

d. Kriteria Uji

   Tolak H_0 jika nilai statistik uji $BP > \chi^2_{(\alpha,p)}$ atau *p-value* < α.

2.3 Multikolinearitas

Multikolinearitas adalah kondisi dimana terdapat satu atau lebih variabel bebas yang memiliki hubungan linear dengan variabel bebas lainnya dalam suatu model regresi (Draper & Smith,1998). Salah satu indikator yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinearitas adalah VIF (*Variance Inflation Factor*). Jika nilai VIF > 10 menunjukkan bahwa terdapat multikolinearitas antar variabel bebas (Hocking,1996). Multikolinearitas dapat dideteksi melalui nilai VIF (*Variance Inflation Factor*) dengan tahapan sebagai berikut:

a. Hipotesis

$H_0 =$ tidak ada multikolinearitas

$H_1 =$ ada multikolinearitas

b. Statistik uji

$$VIF_k = \frac{1}{1-R_k^2} \quad (2.3)$$

Keterangan:

k = $1,2,\dots,p$ dengan p merupakan jumlah variabel bebas

R_k^2 = koefisien determinasi variabel bebas lainnya

c. Kriteria Uji

Tolak H_0 jika nilai $VIF > 10$.

2.4 *Geographically Weighted Regression*

Geographically Weighted Regression adalah metode statistik untuk mengatasi kasus heterogenitas spasial. Model GWR menghasilkan estimasi model regresi yang mempertimbangkan aspek lokal pada setiap lokasi pengamatan. Model yang dihasilkan hanya akan mengestimasi parameter di lokasi pengamatan dan tidak dapat mengestimasi parameter di lokasi lain (Fotheringham dkk., 2002). Model umum GWR menurut Fotheringham dkk. (2002) adalah sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_k \beta_k(u_i, v_i)x_{ik} + \varepsilon_i. \quad (2.4)$$

Keterangan:

y_i = nilai variabel terikat pada lokasi pengamatan ke-i

x_{ik} = nilai variabel bebas ke-k pada lokasi pengamatan ke-i

$\beta_0(u_i, v_i)$ = nilai *intercept* pada lokasi pengamatan ke-i

$\beta_k(u_i, v_i)$ = parameter regresi pada lokasi pengamatan ke-i

ε_i = galat atau error pengamatan ke-i

(u_i, v_i) = titik koordinat lokasi ke-i (*longitude, latitude)*.

2.5 Pembobot Model *Geographically Weighted Regression*

Fungsi pembobot pada *Geographically Weighted Regression* adalah untuk memberikan estimasi parameter yang bersifat lokal. Penaksiran parameter di lokasi pengamatan ke-i dipengaruhi oleh titik-titik yang berada disekitar lokasi tersebut (Leung dkk., 2000). Menurut Fotheringham dkk. (2002) pembobot sangat memengaruhi pendugaan parameter pada lokasi ke-i. Pembobot yang digunakan dalam penelitian ini adalah pembobot dengan kernel *exponential* dengan dengan rumus sebagai berikut:

$$w_j(u_i, v_i) = exp\left[-\frac{d_{ij}}{h}\right], \tag{2.5}$$

dengan d_{ij} adalah jarak antar lokasi yang diperoleh dari jarak *euclidean* sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - v_i)^2 + \left(u_j - v_j\right)^2}. \tag{2.6}$$

Keterangan:

(u_i, v_i) = titik koordinat lokasi ke-i (*longitude, latitude)*

Bandwidth (h) adalah lingkaran yang berpusat di titik pusat lokasi dengan radius sebesar h dan digunakan sebagai dasar penentuan pembobot pada setiap lokasi. Pengamatan yang terletak di dekat lokasi i lebih berpengaruh dalam penentuan parameter model lokasi i. Menurut Fotheringham dkk. (2002) salah satu metode untuk menentukan nilai *bandwidth* optimum adalah metode *Cross Validation* (CV) dengan rumus sebagai berikut:

$$CV(h) = \sum_{i=1}^{n}[y_i - \hat{y}_{\neq i}(h)]^2. \tag{2.7}$$

$\hat{y}_{\neq i}$ adalah nilai dugaan y_i dengan menghilangkan pengamatan pada titik lokasi i dalam proses prediksi kemudian *bandwidth* optimum diperoleh dari proses iterasi hingga CV bernilai minimum (Fotheringham dkk., 2002).

2.6 Pendugaan Parameter Geographically Weighted Regression

Pendugaan parameter yang besifat lokal pada model *Geographically Weighted Regression* dilakukan dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan pemberian pembobot yang berbeda untuk setiap titik lokasi (Leung dkk., 2000). Pendugaan parameter GWR dimulai dengan membentuk matriks diagonal yang menunjukkan pembobot berada pada setiap titik lokasi ke-i sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} w_1(u_i,v_i) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2(u_i,v_i) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n(u_i,v_i) \end{bmatrix}$$

Misalkan pembobot setiap lokasi ke-i adalah $w_j(u_i,v_i)$ dengan $j = 1,2,\dots,n$, maka parameter di setiap titik lokasi diestimasi dengan menambahkan unsur pembobot kemudian meminimumkan jumlah kuadrat galat seperti berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\ \varepsilon_j^2 = \sum_{i=1}^{n} w_j(u_i,v_i)\ (y_j - \beta_0(u_i,v_i) - \beta_1(u_i,v_i)x_{j1} - \cdots - \beta_k(u_i,v_i)x_{jk})^2. \tag{2.8}$$

Misalkan:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{j1} & x_{j2} & \cdots & x_{jk} \end{bmatrix}, \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_j \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta}(u_i,v_i) = \begin{bmatrix} \beta_0(u_i,v_i) \\ \beta_1(u_i,v_i) \\ \vdots \\ \beta_j(u_i,v_i) \end{bmatrix}$$

Persamaan *Geographically Weighted Regression* dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut:

$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta}$

$\boldsymbol{W}(u_i, v_i) = diag[w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i)]$

$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$

Penyelesaian Persamaan (2.8) dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon^T W}(u_i, v_i)\boldsymbol{\varepsilon} &= [\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i)]^T\ \boldsymbol{W}(u_i, v_i)[\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i)] \\ &= \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i) \\ &\quad -\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i).\end{aligned}$$

Karena $\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i) = \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y}$ persamaan menjadi:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon^T W}(u_i, v_i)\boldsymbol{\varepsilon} = {} & \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y} - 2\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y} + \\ & \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i). \end{aligned} \tag{2.9}$$

Kemudian Persamaan (2.9) akan didiferensiasikan terhadap $\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)$ dan disamakan hasilnya dengan nol maka diperoleh:

$$-2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y} + \mathbf{2}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i) = 0$$
$$-2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y} = -\mathbf{2}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i)$$
$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i) = \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y}$$
$$(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X\beta}(u_i, v_i) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y}$$
$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y}$$

Diperoleh rumus penduga parameter lokal model GWR adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y}. \tag{2.10}$$

Keterangan:

$\boldsymbol{Y}$	=	variabel terikat
$\boldsymbol{X}$	=	variabel bebas bersifat *full rank* (matriks non singular)
$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$	=	koefisien lokal pada lokasi pengamatan ke-i
$\boldsymbol{W}(u_i, v_i)$	=	matriks pembobot lokal ($n \times n$) lokasi ke-i.

2.7 Pengujian Parameter *Geographically Weighted Regression*

Pengujian parameter model GWR dilakukan secara parsial untuk setiap lokasi pengamatan dengan tujuan mengetahui signifikansi parameter pada masing-masing lokasi. Uji parsial atau uji t merupakan suatu prosedur yang mana hasil sampel dapat digunakan untuk menerima atau menolak hipotesis untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap model (Widarjono, 2007). Tahapan uji parsial adalah sebagai berikut:

a. Hipotesis

   $H_0 = \hat{\beta}_k(u_i, v_i) = 0$ (tidak signifikan)

   $H_1 =$ paling sedikit terdapat satu $\hat{\beta}_k(u_i, v_i) \neq 0 \quad k = 1, 2, \dots, p$ (signifikan)

b. Taraf signifikansi: α = 0.05

c. Statistik uji

$$t_{hit}(u_i, v_i) = \frac{\hat{\beta}_k(u_i,v_i)}{S\{\hat{\beta}_k(u_i,v_i)\}}\,. \tag{2.11}$$

   Keterangan:

   $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ = koefisien lokal ke-k pada lokasi pengamatan ke-i

   $S\{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\}$ = standar *error* koefisien lokal

d. Kriteria Uji

   Tolak H_0 jika nilai $t_{hit}(u_i, v_i) > t_{tabel}$ atau p-$value$ < α.

2.8 Regresi *Ridge*

Regresi *ridge* adalah metode untuk mengatasi adanya korelasi yang tinggi antara peubah bebas (multikolinearitas) dalam model regresi yang mengakibatkan hasil pendugaan parameter regresi tidak stabil (Kutner dkk., 2004). Regresi *ridge* mengatasi multikolinearitas dengan meminimumkan jumlah kuadrat sisaan regresi dengan menambah tetapan bias (λ) sehingga koefisien menyusut mendekati nol (Hastie dkk.,2009). Rumus umum penduga koefisien regresi *ridge* sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_R = arg\ min\{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 - \sum_{k=1}^{p} X_{ij}\beta_k)^2 + \lambda \sum_{k=1}^{p} \beta_k^2\}. \qquad (2.12)$$

Dengan kendala $\sum_{k=1}^{p} \beta_k^2 \leq \rho$, Dimana ρ adalah ukuran yang mengendalikan besar penyusutan dengan nilai $\rho \geq 0$. Pendugaan koefisien *ridge* diperoleh melalui proses meminimumkan jumlah kuadrat galat sebagai berikut:

$$\boldsymbol{RSS_R} = (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}_R)^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}_R) + \lambda\boldsymbol{\beta}_R^T\boldsymbol{\beta}_R.$$

Dengan syarat pembatas $\sum_{k=1}^{p} \beta_k^2 \leq \rho$, dugaan parameter regresi *ridge* diperoleh dengan menurunkan jumlah kuadrat galat terhadap $\hat{\beta}$ sebagai berikut:

$$(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}_R)^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}_R) + \lambda\boldsymbol{\beta}_R^T\boldsymbol{\beta}_R = 0$$

$$\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{X\beta}_R - \boldsymbol{\beta}_R^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}_R^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{\beta}_R + \lambda\boldsymbol{\beta}_R^T\boldsymbol{\beta}_R = 0.$$

Karena $\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{X\beta}_R = \boldsymbol{\beta}_R^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$ persamaan menjadi:

$$\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{2\beta}_R^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}_R^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{\beta}_R + \lambda\boldsymbol{\beta}_R^T\boldsymbol{\beta}_R = 0. \qquad (2.13)$$

Kemudian Persamaan (2.13) akan didiferensiasikan terhadap $\boldsymbol{\beta}_R^T$ maka diperoleh:

$$-2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{2X}^T\boldsymbol{X\beta}_R + \boldsymbol{2}\,\lambda\boldsymbol{\beta}_R = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{-X}^T\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X\beta}_R + \lambda\boldsymbol{\beta}_R = \boldsymbol{0}$$

$$(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} + \lambda\boldsymbol{I})\boldsymbol{B}_R = \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_R = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} + \lambda\boldsymbol{I})^{-1}\,\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}.$$

Diperoleh rumus penduga parameter regresi *ridge* adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_R = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} + \lambda\boldsymbol{I})^{-1}\,\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}. \qquad (2.14)$$

Menurut Montgomery & Peck, (1992), pemilihan tetapan bias optimum dapat diperoleh melalui *Generelized Cross Validation* (GCV). Pemilihan nilai λ untuk menghasilkan koefisien yang optimal diperoleh ketika GCV bernilai mini*Generelized Cross Validation* dirumuskan sebagai berikut:

$$GCV = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_{i,\lambda}^2}{\{n-[1+tr(\boldsymbol{H}_\lambda)]\}^2}\,. \tag{2.15}$$

Keterangan:

$e_{i,\lambda}^2$	=	sisaan kuadrat ke-i untuk nilai λ tertentu
$\boldsymbol{H}_\lambda$	=	matriks hat.

2.9 *Geographically Weighted Ridge Regression*

Menurut Wheeler (2007), *Geographically Weighted Ridge Regression* adalah salah satu metode untuk mengatasi kondisi multikolinearitas pada data spasial. GWRR adalah pengembangan dari metode regresi *ridge* dengan menambahkan unsur pembobot lokal pada model. Berikut adalah model umum *Geographically Weighted Ridge Regression.*

$$y_i = \beta_0^R(u_i, v_i) + \sum_k \beta_k^R(u_i, v_i)x_{ik} + \varepsilon_i. \tag{2.16}$$

Keterangan:

y_i	=	nilai variabel terikat pada lokasi pengamatan ke-i
x_{ik}	=	nilai variabel bebas ke-k pada lokasi pengamatan ke-i
$\beta_0^R(u_i, v_i)$	=	nilai *intercept ridge* pada lokasi pengamatan ke-i
$\beta_k^R(u_i, v_i)$	=	parameter *ridge* pada lokasi pengamatan ke-i
ε_i	=	galat atau error pengamatan ke-i
(u_i, v_i)	=	titik koordinat lokasi ke-i (*longitude, latitude)*.

Rumus umum parameter model GWRR adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_R(u_i,v_i) = arg\min\{\textstyle\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \beta_0(u_i,v_i) - \sum_{k=1}^{p} X_{ij}\beta_k(u_i,v_i)\right)^2 + \lambda\sum_{k=1}^{p}\beta_k^2(u_i,v_i). \tag{2.17}$$

Penduga parameter GWRR didapat dengan menambahkan unsur $\mathbf{W}(u_i,v_i)$ pada Persamaan (2.14) sehingga diperoleh:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_R(u_i,v_i) = (\boldsymbol{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\,\boldsymbol{X} + \lambda\boldsymbol{I})^{-1}\,\boldsymbol{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\,\boldsymbol{Y}. \tag{2.18}$$

Keterangan:

$\boldsymbol{Y}$	=	variabel terikat
$\boldsymbol{X}$	=	variabel bebas bersifat *full rank* (matriks non singular)
$\boldsymbol{W}(u_i,v_i)$	=	matriks pembobot lokal ($n \times n$) lokasi ke-i
λ	=	nilai tetapan bias
$\boldsymbol{I}$	=	matriks identitas.

2.10 Ukuran Kebaikan Model

Ukuran kebaikan model digunakan untuk mengevaluasi seberapa baik model dapat menjelaskan data. *Akaike Information Criterion* (AIC) merupakan kriteria yang dapat digunakan untuk mengetahui ukuran kebaikan model regresi (Grasa,1989). Menurut (Widarjono, 2007), model regresi terbaik adalah model dengan nilai AIC paling Minimum. Perhitungan nilai AIC dapat dilakukan dengan rumus sebagai berikut:

$$AIC = -2\log(\hat{L}) + 2k \tag{2.19}$$

Keterangan:

k	=	jumlah parameter termasuk *intercept*
$\hat{L}$	=	*log-likelihood*

2.11 Indikator Kemiskinan

Kemiskinan merupakan kondisi dimana suatu individu atau kelompok mengalami kekurangan dalam aspek ekonomi yang mengakibatkan kebutuhan hidupnya tidak terpenuhi. Menurut Badan Pusat Statistik , kemiskinan ditandai dengan beberapa indikator, seperti jumlah penduduk miskin (dalam ribuan jiwa), Indeks Kedalaman Kemiskinan (persen), dan Indeks Keparahan Kemiskinan (persen).

Indeks Kedalaman Kemiskinan (P_1) adalah suatu rata-rata kesenjangan pengeluaran penduduk miskin terhadap garis kemiskinan. Perhitungan nilai Indeks Kedalaman Kemiskinan dapat dilakukan dengan rumus sebagai berikut:

$$P_1 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{q}\frac{(z-y_i)}{z} \tag{2.20}$$

Keterangan:

N	=	jumlah penduduk
q	=	jumlah penduduk miskin
y_i	=	rata-rata pengeluaran perkapita sebulan penduduk miskin
z	=	garis kemiskinan.

Indeks Keparahan Kemiskinan (P_2) adalah ukuran yang menggambarkan penyebaran pengeluaran diantara penduduk miskin. Perhitungan nilai Indeks Keparahan Kemiskinan dapat dilakukan dengan rumus sebagai berikut:

$$P_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{q} \left(\frac{z - y_i}{z} \right)^2 \tag{2.21}$$

Keterangan:

N	=	jumlah penduduk
q	=	jumlah penduduk miskin
y_i	=	rata-rata pengeluaran perkapita sebulan penduduk miskin
z	=	garis kemiskinan

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada tahun ajaran 2024/2025, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

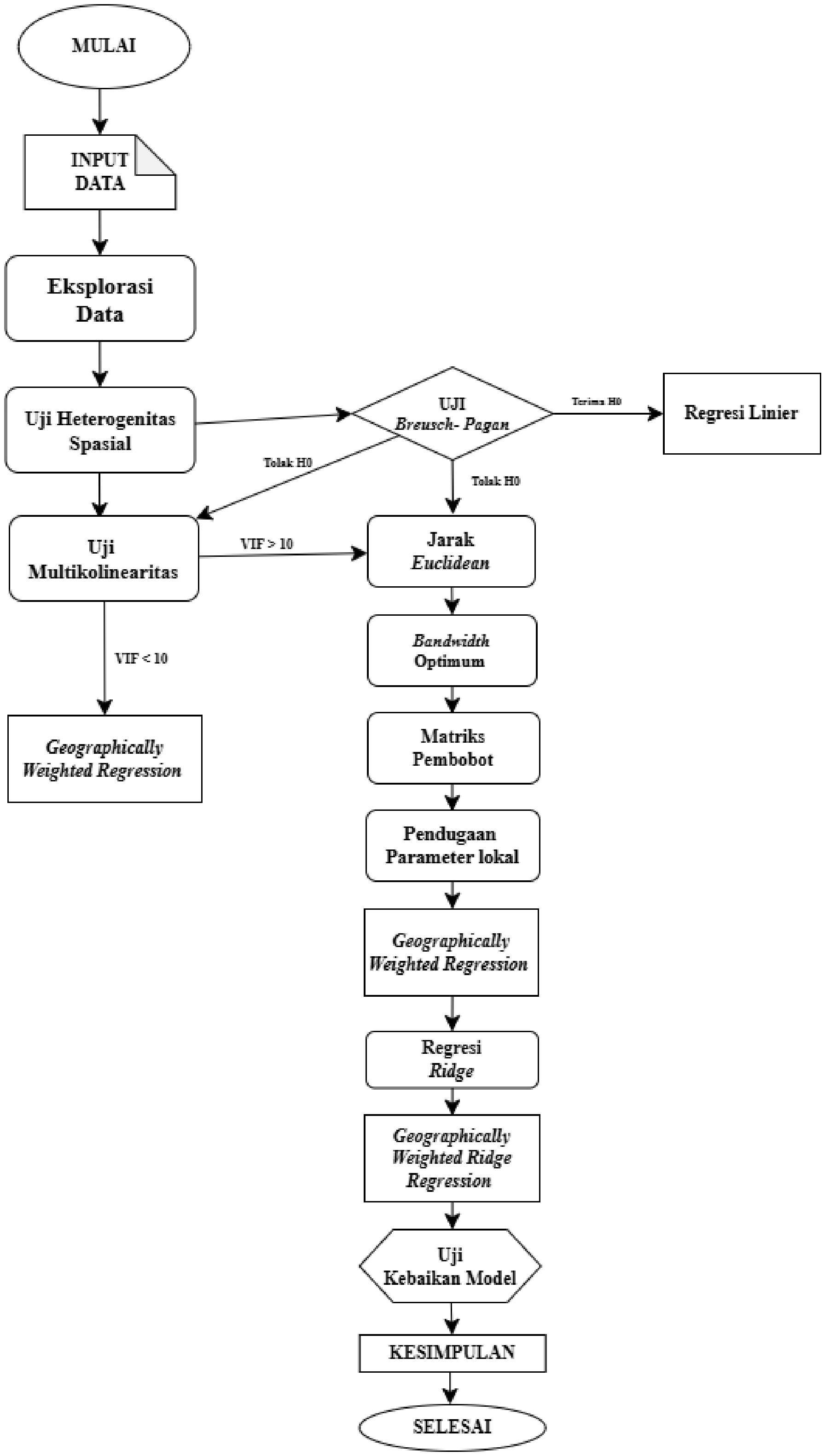
Penelitian ini menggunakan data indikator kemiskinan Provinsi Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah tahun 2023 yang diperoleh dari situs resmi Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Kalimantan Barat (https://kalbar.bps.go.id/) dan Kalimantan Tengah (https://kalteng.bps.go.id/). Data yang digunakan mencakup 12 Kabupaten dan 2 Kota di Kalimantan Barat serta 13 kabupaten dan 1 Kota di Kalimantan Tengah dengan variabel yang digunakan meliputi, jumlah penduduk miskin (Y), indeks kedalaman kemiskinan (X_1), dan indeks keparahan kemiskinan (X_2).

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan pemodelan *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR) pada data indikator kemiskinan Provinsi Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah serta menyelidiki indikator apa saja yang berpengaruh pada tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah tahun 2023. Penelitian ini dilakukan dengan bantuan *software RStudio*. Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Eksplorasi data
   Menampilkan analisis data melalui analisis deskriptif dan visualisasi data.
2. Uji asumsi heterogenitas spasial
   Melakukan pengujian heterogenitas spasial, yaitu terdapat perbedaan nilai varians pada setiap Lokasi pengamatan menggunakan Uji *Breusch-Pagan*.
3. Uji multikolinearitas
   Menguji multikolinearitas atau korelasi antar variabel bebas melalui kriteria *Variance Inflation Factor (VIF).*
4. Menghitung jarak *euclidean*
   Jarak *euclidean* dihitung berdasarkan titik lokasi berdasarkan nilai longitude dan latitude. Penghitungan jarak *Euclidean* digunakan untuk menghitung nilai *bandwidth*.
5. Menghitung *bandwidth* optimum
   Penentuan nilai *bandwidth* optimum bertujuan untuk menghitung pembobot melalui metode iterasi *Cross Validation* (CV).
6. Menghitung pembobot model *Geographically Weighted Regression* (GWR)
   Pembobot dihitung menggunakan fungsi *gaussian kernel* yang akan menghasilkan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan.
7. Menduga parameter model *Geographically Weighted Regression* (GWR)
8. Pengujian parameter model *Geographically Weighted Regression* (GWR)
9. Melakukan pemodelan *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR)
10. Uji kebaikan model dengan AIC

Berikut ini merupakan diagram alur penelitian ini:



Gambar 1.Diagram Alur Pemodelan GWRR

V. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, diperoleh hasil bahwa model *Geographically Weighted Ridge Regression* dapat mengatasi heterogenitas spasial dan multikolinearitas pada data indikator kemiskinan di Provinsi Kalimantan Barat dan Kalimantan Tengah tahun 2023, sehingga disimpulkan bahwa penerapan regresi *ridge* pada model GWR dapat efektif dalam mengatasi kasus multikolinearitas pada data spasial. Pada model yang dihasilkan, variabel Indeks Kedalaman Penduduk (x_1) berpengaruh signifikan pada model di seluruh lokasi pengamatan dan variabel Indeks Keparahan Kemiskinan (x_2) berpengaruh signifikan pada 13 lokasi pengamatan.

DAFTAR PUSTAKA

Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models.* Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Arthayanti, Y., Srinadi, I. G., & Gaandhiadi, G. (2017). Geographically Weighted Ridge Regression dalam Kasus Multikolinearitas pada Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur. *Jurnal Matematika*, **7**(2):124-131.

Draper, N. R., & Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis: Third Edition.* New York: John Wiley & Sons.

Fotheringham, A., Brunsdon, C., & Charlton, M. (2002). *Geographically Weighted Regression the Analysis of Spatially Varying Relationships.* England: Wiley and Sons, Ltd.

Grasa, A. A. (1989). *Econometric Model Selection: A New Approach.* Netherlands: Kluwer Academic.

Hastie, T., Tibshirani, R., & Friendman, J. (2009). *The Elements od Statistical Learning Data Mining, Inference, and Prediction.* New York: Springer.

Hocking, R. R. (1996). *Method and Applications of Linier Models.* New York: John Wiley and Sons, Inc.

Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., John, N., & Li, W. (2004). *Applied Linear Statistical Models.* New York: McGraw-Hill/Irwin.

Leung, Y., Mei, C.-L., & Zhang, W. (2000). Statistical Test for Spatial Nonstationarity based on the geographically weighted regression model . *Environment and Planning A*, **32**:9-32.

Montgomery, D. C., & Peck, E. A. (1992). *Introduction to Linier Regression Analysis. Ed ke-2* . New York: John Wiley & Sons.

Qur'ani, A. y., Octavanny, M. A., & Widiastuti, R. S. (2023). Estimasi Parameter Model Geographically Weighted Ridge Regression pada Indikator Pengukuran Penanganan Stunting di Indonesia. *OKTAL: Jurnal Ilmu Komputer dan Science*, **8**(2):2245-2253.

Veronica, D., Yasin, H., & Widiharih, T. (2016). Pemodelan Pendapatan Asli Daerah (PAD) di Kabupaten dan Kota di Jawa Tengah Menggunakan Geographically Weighted Ridge Regression. *Jurnal Gaussian*, **5**(3):383-393.

Wheeler, D. C. (2007). Diagnostic tools and a remedial method for collinearity in geographically weighted regression. *Environment and Planning A*, **39**: 2464-2481.

Widarjono, A. (2007). *Ekonometrika Pengantar dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis*. Yogyakarta: Ekonesia.