PERBANDINGAN MODEL *SELF-EXCITING THRESHOLD AUTOREGRESSIVE* (SETAR) DAN *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* (MSAR) DALAM MEMODELKAN DATA INFLASI DI INDONESIA

(Skripsi)

Oleh

EDWAN DIO PRAYUDA

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG

2024

ABSTRACT

COMPARISON OF SELF-EXCITING THRESHOLD AUTOREGRESSIVE (SETAR) AND MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE (MSAR) MODELS IN MODELING INFLATION DATA IN INDONESIA

By

EDWAN DIO PRAYUDA

This study aims to compare the performance of Self-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR) and Markov Switching Autoregressive (MSAR) models in modeling and predicting inflation data in Indonesia. Inflation is one of the important economic indicators that requires accurate forecasting methods to make the right policy decisions. In this study, both models are applied to monthly inflation data in Indonesia. The SETAR model is a nonlinear autoregressive model that takes into account regime changes in the inflation rate based on a certain threshold value. Meanwhile, the MSAR model assumes that inflation data can move between regimes with a certain probability governed by a Markov process. Both models are evaluated based on the Akaike Information Criterion (AIC) and Mean Absolute Percentage Error (MAPE) values, with the aim of finding the model that provides the best forecasting results. The results show that the SETAR model has a lower AIC value of -1658 with a MAPE of 18.19% compared to the MSAR model of -832.6177 and MAPE of 25.46%, which indicates that SETAR is superior in modeling and predicting inflation data in Indonesia. This finding makes a significant contribution in choosing a more accurate forecasting method for inflation data and can help in planning better economic policies.

Keywords: Inflation, Forecasting, Nonlinear, SETAR, MSAR

ABSTRAK

PERBANDINGAN MODEL *SELF-EXCITING THRESHOLD AUTOREGRESSIVE* (SETAR) DAN *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* (MSAR) DALAM MEMODELKAN DATA INFLASI DI INDONESIA

Oleh

EDWAN DIO PRAYUDA

Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan kinerja model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) dalam memodelkan dan memprediksi data inflasi di Indonesia. Inflasi merupakan salah satu indikator ekonomi penting yang membutuhkan metode peramalan yang akurat untuk mengambil keputusan kebijakan yang tepat. Pada penelitian ini, kedua model tersebut diaplikasikan pada data inflasi bulanan di Indonesia. Model SETAR merupakan model *autoregressive* nonlinier yang memperhitungkan perubahan rezim pada tingkat inflasi berdasarkan nilai ambang batas tertentu. Sementara itu, model MSAR mengasumsikan bahwa data inflasi dapat berpindah antar rezim dengan probabilitas tertentu yang diatur oleh proses *Markov*. Kedua model tersebut dievaluasi berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), dengan tujuan untuk menemukan model yang memberikan hasil peramalan terbaik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model SETAR memiliki nilai AIC yang lebih rendah yaitu sebesar -1658 dengan MAPE sebesar 18,19% dibandingkan dengan model MSAR sebesar -832,6177 dan MAPE sebesar 25,46%, yang mengindikasikan bahwa SETAR lebih unggul dalam memodelkan dan meramalkan data inflasi di Indonesia. Temuan ini memberikan kontribusi yang signifikan dalam memilih metode peramalan yang lebih akurat untuk data inflasi dan dapat membantu dalam perencanaan kebijakan ekonomi yang lebih baik.

Kata Kunci: Inflasi, Peramalan, Nonlinier, SETAR, MSAR

PERBANDINGAN MODEL *SELF-EXCITING THRESHOLD AUTOREGRESSIVE* (SETAR) DAN *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* (MSAR) DALAM MEMODELKAN DATA INFLASI DI INDONESIA

Oleh

EDWAN DIO PRAYUDA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2024

Judul Skripsi	:	**PERBANDINGAN MODEL *SELF-EXCITING THRESHOLD AUTOREGRESSIVE* (SETAR) DAN *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* (MSAR) DALAM MEMODELKAN DATA INFLASI DI INDONESIA**
Nama Mahasiswa	:	**Edwan Dio Prayuda**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2057031010**
Jurusan	:	**Matematika**
Fakultas	:	**Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.
NIP. 196501251990032001

Dra. Dorrah Aziz, M.Si.
NIP. 196101281988112001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 19740316 2005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.** .....

Sekretaris : **Dra. Dorrah Aziz, M.Si.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** .....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **1 Agustus 2024**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa	: **Edwan Dio Prayuda**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **2057031010**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **PERBANDINGAN MODEL *SELF-EXCITING THRESHOLD AUTOREGRESSIVE* (SETAR) DAN *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* (MSAR) DALAM MEMODELKAN DATA INFLASI DI INDONESIA**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Bandar Lampung, 14 Agustus 2024
Penulis,

Edwan Dio Prayuda
NPM. 2057031010

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Edwan Dio Prayuda lahir di Bandar Lampung pada 03 Desember 2001. Penulis merupakan anak pertama dari 2 bersaudara pasangan Bapak Muchtar Hery Saputra dan Ibu Rosdiana.

Penulis mengawali pendidikan di Taman Kanak-Kanak (TK) Islam Terpadu Bustanul Ulum Terbanggi Besar pada tahun 2007-2008 dan menempuh pendidikan Sekolah Dasar di SD Islam Terpadu Bustanul Ulum Terbanggi Besar pada tahun 2008-2014. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Islam Terpadu Bustanul Ulum pada tahun 2014-2017 dan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Terbanggi Besar pada tahun 2017-2020. Setelah itu penulis diterima sebagai mahasiswa Program Studi S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui Jalur Seleksi Mandiri Masuk Perguruan Tinggi Negeri Konsorsium BKS PTN-Barat (SMMPTN-Barat).

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif di beberapa kegiatan di antaranya aktif dalam kepengurusan organisasi UKMF Rois FMIPA Unila sebagai Kepala Biro Kesekretariatan dan Rumah Tangga pada tahun 2021 dan menjabat sebagai Ketua Umum UKMF Rois FMIPA Unila pada tahun 2022. Pada Tahun 2021 penulis menjadi bagian dari anggota UKMU Birohmah sebagai Koordinator Keluarga Muda Fakultas MIPA dan menjadi Ketua Pelaksana Bedah Buku Tingkat Nasional yang berjudul Asa, Eropa, dan Kita. Selain aktif di organisasi penulis juga pernah

menjadi asisten dosen pada mata kuliah Analisis Regresi dan mata kuliah Metodologi Penelitian dan Telaah Pustaka pada tahun 2024.

Kemudian pada bulan Januari-Februari 2023 penulis melaksanakan Praktik Kerja Lapangan (PKL) di PT. Great Giant Pineapple yang berlokasi di Kecamatan Terbanggi Besar, Kabupaten Lampung Tengah, Provinsi Lampung dan menulis laporan yang berjudul "Perbandingan Metode *Least Square* dan Metode *Single Moving Average* (SMA) dalam Memprediksi Bibit Bisa Tanam di PT. Great Giant Pineapple Pada Tahun 2023". Selanjutnya pada bulan Juni-Agustus 2023, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Gedung Dalom, Kecamatan Way Lima, Kabupaten Pesawaran, Provinsi Lampung. Kemudian sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu di dunia kerja, penulis telah menyelesaikan Skripsi yang berjudul "Perbandingan Model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) dalam Memodelkan Data Inflasi di Indonesia".

MOTTO

"*Cukuplah Allah menjadi penolong kami dan Allah adalah sebaik-baik pelindung*"
(QS. Al-Imron: 173)

"*Tuhanmu tidak meninggalkan engkau (Muhammad) dan tidak (pula) membencimu*"
(QS. Ad-Dhuha: 3)

"*Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya"*
(Al-Baqarah: 286)

"*Hatiku tenang karena mengetahui bahwa apa yang melewatkanku tidak akan pernah menjadi takdirku, dan apa yang di takdirkan untukku tidak akan pernah melewatkanku"*
(Umar bin Khattab)

"*Kunci dari segala kesuksesan adalah dengan melibatkan Allah di setiap urusanmu, di sertai dengan doa kedua orang tua, serta ikhtiar yang maksimal dengan sebaik-baiknya"*
(Edwan Dio Prayuda)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'alamiin, puji syukur kepada Allah SWT, atas nikmat serta hidayah-Nya kepada penulis untuk dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Rasa syukur dan bahagia saya persembahkan skripsi ini kepada:

Kedua Orang Tua

Terima kasih kepada Papi Muchtar Hery Saputra dan Bunda Rosdiana yang tiada henti dengan tulus mendoakan, memberikan ridho, semangat, motivasi, serta dukungan finansial kepada anaknya ini. *Alhamdulillah,* anak sulung papi dan bunda akhirnya menjadi sarjana. *Jazakumullah khairan katsiiran*

Adik Tersayang

Terima kasih kepada adikku tersayang Septa Nova Oktaria yang selalu menyemangati, mendukung, dan selalu ada ketika ginda membutuhkan kehadiranmu. *Alhamdulillah,* kakakmu tercinta akhirnya menjadi sarjana.

Dosen

Terima kasih kepada bapak dan ibu dosen yang telah memberikan ilmunya selama penulis berkuliah di Jurusan Matematika FMIPA Unila, khususnya kepada Ibu Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D., Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si., dan kepada bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. yang telah mendukung penulis dalam penyelesaian skripsi.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Dengan mengucapkan puji syukur kepada Allah SWT, yang telah memberikan kekuatan, ketabahan, serta petunjuk dan tuntunan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam senantiasa kita haturkan kepada junjungan dan suri tauladan seluruh umat manusia, Nabi Muhammad SAW. Semoga kita menjadi umatnya yang mendapat pertolongannya di hari akhir kelak.

Skripsi dengan judul **"PERBANDINGAN MODEL *SELF-EXCITING THRESHOLD AUTOREGRESSIVE* (SETAR) DAN *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* (MSAR) DALAM MEMODELKAN DATA INFLASI DI INDONESIA"** dibuat sebagai salah satu syarat untuk meraih gelar sarjana matematika (S.Mat) di jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung. Penulis menyadari masih terdapat banyak kekurangan dan kesalahan dalam penyusunan skripsi ini. Dengan terselesaikannya skripsi ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tuaku, Bapak Muchtar Hery Saputra dan Ibu Rosdiana, serta adik perempuanku Septa Nova Oktaria, yang telah bekerja keras untuk mengasuh, membesarkan, dan memberikan kasih sayang yang tulus kepadaku. Memberikan dukungan dan selalu menyelipkan namaku dalam setiap untuaian doanya agar anaknya sukses.
2. Ibu Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D., selaku Pembimbing 1 yang telah sabar dan ikhlas dalam memberikan ilmu, bimbingan, motivasi, kritik/saran, dan bantuan selama perkuliahan maupun dalam penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si., selaku Pembimbing II yang telah sabar dan ikhlas dalam memberikan ilmu, bimbingan, dukungan, motivasi, kritik/saran, dan bantuan selama perkuliahan maupun dalam penyusunan skripsi ini.

4. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku Pembahas yang telah sabar dan senantiasa memberikan masukan dan arahan dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Bapak Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang senantiasa memberikan motivasi dan membimbing selama menjalani perkulliahan.
6. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
7. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam, Universitas Lampung.
8. Ibu Prof. Dr. Ir. Lusmeilia Afriani, DEA, IPM., selaku Rektor Universitas Lampung.
9. Seluruh Dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
10. Sahabatku Hendro Prasetyo Subakti, Aprianto, dan Irfan Saputra yang telah memberikan dukungan, bimbingan, motivasi, bantuan, nasehat, dan selalu menjadi tempat untuk bercerita dan menuangkan pikiran. Terima kasih telah membersamai penulis dan membantu penulis dalam menuntaskan karya ilmiah.
11. Kepada para adikku Misbakhul Anam, Erwin Kesuma, Harry Firmanda, Ariz Fadilah Tanjung, Ghulam Daris Fauzan, dll yang selalu memberikan semangat, dukungan, dan doanya kepada penulis.
12. Kepada para kawanku Fauzi Rakhman Dwi Wiyana, Yazid Zinedine H'Diana, M. Calvin Adithya, Andi Hari Yanto, Aji Alfalianto, Akmal Gilang Rosadi, Rendy Lutfi Prabowo, Alifan Renaldi, Ahmad Al-Farizi, M. Mufid Sadzili, Evita Wulandari, Menti Manda Utama, Nufus Aulia, Intan Putri Hutami, Chyntia Taurinna Krisanti, dll yang selalu memberikan bantuan, dukungan dan doanya kepada penulis selama perkuliahan maupun dalam pengerjaan karya ilmiah.
13. Kepada keluarga besar Rois FMIPA Unila, yang telah membantu menjaga akidah dan akhlakku serta memberikan motivasi dan dukungannya selama perkuliahan dan pengerjaan karya ilmiah ini. Semoga kalian diberikan kekuatan agar tetap istiqomah kedepannya dan sukses terus di dunia maupun di akhirat.

14. Kepada keluarga besar Birohmah Unila, yang telah menjaga akidah dan akhlakku selama perkuliahan serta meneguhkan hati ini untuk selalu beruaha berdakwah ammar ma'ruf nahi munkar.
15. Anak-anak Bu Netti selaku teman seperbimbingan yang telah bersedia untuk sama-sama berjuang dan saling menyemangati satu sama lain.
16. Teman-teman seperjuangan Matematika 2020, terima kasih atas kebersamaan, pengalaman, bantuan, dukungan, dan kisah yang telah kalian berikan selama di Jurusan Matematika. Semoga kita semua bisa sukses sesuai cita-cita masing-masing dan bermanfaat bagi lingkungan sekitar.
17. Kepada adikku angkatan 2021, 2022, dan 2023 semangat untuk kegiatan kulliah, organisasi, dan semangat untuk menyusun masa depan yang indah. Doa abang selalu bersama kalian.

Semoga Allah SWT memberikan keberkahan dan membalas kebaikan kepada semua pihak yang telah membantu penulis baik secara langsung maupun tidak langsung. Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan. Semoga skripsi ini dapat berguna dan bermanfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, 14 Agustus 2024
Penulis,

Edwan Dio Prayuda

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR ISI x

DAFTAR TABEL xii

DAFTAR GAMBAR xiii

I. PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang dan Masalah 1
1.2 Tujuan Penelitian 3
1.3 Manfaat Penelitian 3

II. TINJAUAN PUSTAKA 4

2.1 Analisis Data Deret Waktu 4
2.2 Stasioneritas 4
2.3 Transformasi *Box-Cox* 5
2.4 Uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) 6
2.5 Pembeda (*Differencing*) 7
2.6 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial 8
2.6.1 Fungsi Autokorelasi (ACF) 8
2.6.2 Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF) 9
2.7 Uji Nonlinieritas 9
2.8 *Akaike's Information Criterion* (AIC) 10
2.9 Model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) 11
2.9.1 Identifikasi dan Estimasi Parameter SETAR 12
2.10 Model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) 18
2.10.1 Estimasi Parameter Model MSAR 19
2.10.2 *Filtering Probabilities* 20
2.10.3 *Smoothing Probabilities* 24
2.11 Uji Signifikansi Parameter 31
2.12 Pemeriksaan Diagnostik 32
2.13 *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) 33
2.14 Inflasi 34

III. METODOLOGI PENELITIAN 35

3.1 Waktu dan Tempat 35
3.2 Data Penelitian 35
3.3 Metode Penelitian 35

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN 38

4.1 Analisis Deskriptif 38
4.2 Identifikasi Plot Data Pengamatan 39
4.3 Pemeriksaan Kestasioneran Data 40
4.4 Uji Nonlinieritas 42
4.5 Pemodelan SETAR 43
4.5.1 Identifikasi Model 43
4.5.2 Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter 46
4.6 Pemodelan MSAR 47
4.6.1 Identifikasi Model 47
4.6.2 Estimasi dan Uji Signifikansi Parameter 48
4.7 Perbandingan Model 50
4.8 Uji Diagnostik 50
4.8.1 Uji Normalitas 51
4.8.2 Uji *White Noise* 52
4.9 Peramalan 53

V. KESIMPULAN 55

DAFTAR PUSTAKA 56

LAMPIRAN 59

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Nilai λ dan transformasinya 5
2. Kriteria nilai MAPE 34
3. Deskriptif data Inflasi di Indonesia 38
4. Uji Stasioneritas *Augmented Dickey Fuller* (ADF) 41
5. Uji Nonlinieritas Terasvirta 42
6. Nilai *embedding dimension* dan jarak waktu 44
7. Hasil dari uji nonlinieritas vs *threshold* 44
8. Nilai AIC pada model 2-*regime* SETAR($d, p1, p2$) 45
9. Hasil estimasi dan uji signifikansi parameter model 2-*regime* 46
10. Estimasi parameter model MS(2)-AR(1) 48
11. Perbandingan berdasarkan nilai AIC dan MAPE terkecil 50
12. Hasil uji Kolmogorov-Smirnov 51
13. Hasil uji Ljung-Box 52
14. Peramalan model SETAR pada data Inflasi di Indonesia 53

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. Diagram Alir Pemodelan SETAR dan MSAR 37
2. Plot Data Inflasi di Indonesia 39
3. Plot *Box-Cox* data Inflasi di Indonesia 40
4. Plot *Box-Cox* Data Transformasi $\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$ 41
5. Plot Data Transformasi 41
6. Plot ACF 47
7. Plot PACF 47
8. Peramalan model SETAR pada data Inflasi di Indonesia 54

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Kondisi makro ekonomi dapat menjadi tolak ukur dalam menilai pertumbuhan suatu negara, salah satu kondisi makro ekonomi suatu negara adalah inflasi. Perlu adanya perhatian khusus oleh pemerintah dikarenakan perkembangan ekonomi dan kesejahteraan masyarakat sangat dipengaruhi oleh ekonomi makro pada suatu negara (Aprianti & Edriani, 2023). Dalam konteks inflasi di Indonesia, model-model tradisional linier sering kali gagal menjelaskan karakteristik kompleks dan fluktuatif dari data inflasi. Oleh karena itu, model nonlinier seperti *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) menawarkan alternatif yang lebih baik untuk memodelkan dan meramalkan data inflasi.

Model SETAR merupakan model *time series* yang dapat di aplikasikan pada data yang bersifat nonlinier. Model SETAR merupakan bagian dari keluarga model *Threshold Autoregressive* (TAR). *Threshold* model SETAR merupakan suatu nilai lag dari deretnya sendiri atau variabel endogen (Katabba & Estefani, 2023).

Model MSAR yang pertama kali diperkenalkan oleh Hamilton (1989), merupakan generalisasi dari model *Hidden Markov Model* (HMM) yang menggabungkan berbagai model AR untuk menggambarkan evolusi proses pada berbagai periode waktu. Model ini memiliki kemampuan untuk mengatasi data yang mengalami fluktuasi. Pada model *Markov Switching*, perubahan struktur atau fluktuasi pada

suatu data dapat dikontrol dengan suatu peubah *state* yang tidak teramati yang memenuhi orde pertama pada rantai *Markov* (Khoerunnisa, *et al*., 2022).

Meskipun model linier masih banyak digunakan dalam penelitian terapan dan akademis, mereka sering kali gagal menjelaskan karakteristik nonlinier dari data keuangan dan ekonomi (Ani, *et al*., 2020). Misalnya, tingkat inflasi yang dipengaruhi oleh berbagai kebijakan ekonomi dan perubahan pasar mungkin menunjukkan pola yang tidak linier, yang memerlukan pendekatan yang lebih fleksibel seperti SETAR dan MSAR. Fluktuasi dalam data inflasi sering kali menunjukkan ketidakstabilan struktural dan lonjakan yang tidak dapat ditangkap oleh model linier. Model nonlinier seperti *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan Markov *Switching Autoregressive* (MSAR) mampu menangkap dinamika ini dengan lebih akurat, sehingga memberikan hasil yang lebih dapat diandalkan dalam peramalan inflasi. Misalnya, model SETAR mampu menangkap perubahan rezim secara endogen, sementara model MSAR dapat mengontrol suatu data yang mengalami perubahan struktur atau inflasi dengan suatu *state* yang tak teramati yang memenuhi orde pertama pada rantai *Markov*.

Berdasarkan penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Riyansyah, *et al*., (2020) dalam menerapkan model SETAR untuk memodelkan data ekspor agrikultur di Indonesia dengan menggunakan metode *Ordinaly Least Square* (OLS) diperoleh model SETAR(2,1,1) dengan nilai *Mean Absolute Percentence Error* (MAPE) sebesar 25% yang berarti hasil peramalan cukup baik. Kemudian penelitian terhadap model MSAR pernah di terapkan oleh Khoerunnisa, *et al*., (2022) dalam peramalan indeks saham syariah Indonesia dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood estimation* (MLE) diperoleh model MS(2)AR(2) dengan nilai *Mean Absolute Percentence Error* (MAPE) sebesar 23% yang berarti hasil peramalan juga cukup baik.

Berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik untuk membandingkan Model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) dalam memodelkan data inflasi di Indonesia dengan

kriteria pembanding yang digunakan pada kedua metode yaitu *Akaike Information Criterion* (AIC). Sehingga penulis tertarik mengangkat penelitian ini dengan judul yaitu "*Perbandingan Model Self-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR) dan Markov Switching Autoregressive (MSAR) dalam Memodelkan Data Inflasi di Indonesia"*.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Membentuk model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) yang sesuai untuk mengatasi data inflasi di Indonesia.
2. Menentukan model terbaik antara *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) dalam mengatasi data inflasi di Indonesia.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Dapat mengaplikasikan model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) pada data inflasi di Indonesia.
2. Mengetahui model terbaik antara *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) dan *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) dalam memodelkan data inflasi di Indonesia.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Data Deret Waktu

Data deret waktu atau dapat disebut juga sebagai data *time series* merupakan susunan pengamatan yang diambil secara berurutan dalam barisan waktu. Ciri khusus pada deret waktu umumnya akan memiliki hubungan jika pengamatan yang diambil memiliki rentang waktu yang dekat. Analisis data deret waktu atau bisa juga disebut sebagai *time series analysis* memiliki kaitan dengan mekanisme dalam menjabarkan hubungan antar pengamatan dan dapat digunakan untuk meramalkan nilai masa depan (Box, *et al*., 2015).

2.2 Stasioneritas

Menurut Wei (2006), jika suatu data tidak mengalami perubahan yang sangat ekstrem atau mencolok yaitu ketika rata-rata pada data stabil setiap periode pada ragamnya maka dapat disebut sebagai stasioner. Stasioneritas sendiri terbagi menjadi 2 jenis, antara lain sebagai berikut.

1. Stasioner dalam rata-rata terjadi jika fluktuasi data termuat di sekitar nilai yang memiliki rata-rata yang stabil, tidak memiliki ketergantungan dari periode waktu dan variansi fluktuasi tersebut. Kestasioneran dalam rata-rata mampu di analisa menggunakan uji *Augmented Dicky Fuller* (ADF).
2. Stasioneritas dalam varians mengacu pada kondisi di mana struktur suatu data runtun waktu menunjukkan struktur data yang stabil, sehingga varians tidak

berubah dari waktu ke waktu. Kestasioneran dalam varians mampu di analisa dengan Transformasi *Box-Cox*.

2.3 Transformasi *Box-Cox*

Transformasi *Box-Cox* adalah teknik statistik yang digunakan untuk menstabilkan varians dalam kumpulan data selama pemrosesan. Transformasi *Box-Cox*, juga dikenal sebagai transformasi pangkat, terdiri dari beberapa jenis yang berbeda, termasuk transformasi dengan log dan kuadrat. Berikut ini adalah definisi Transformasi *Box-Cox*:

$$Z_t = \frac{Z_t^{\lambda}}{\lambda} \tag{2.1}$$

dengan:

Z_t = suatu data pada waktu ke-*t*

λ = indikator Transformasi *Box-Cox*

Rumus transformasi yang digunakan berbeda-beda sesuai dengan nilai λ. Transformasi ini dilakukan ketika nilai λ yang diperoleh tidak mendekati 1. Data dianggap telah mencapai kondisi stasioner dalam varian ketika nilai λ telah mendekati 1. Nilai dari lamda (λ) dan transformasinya dapat ditulis sebagai berikut (Aswi & Sukarna, 2017).

Tabel 1. Nilai λ dan transformasinya

λ	Transformasi
-1	$1/Z_t$
-0,5	$1/\sqrt{Z_t}$
0	$ln/\sqrt{Z_t}$
0,5	$\sqrt{Z_t}$

2.4 Uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF)

Menurut Gujarati & Porter (2009), ketika ingin mengetahui suatu data telah stasioner atau tidak, maka perlu dilakukan analisa menggunakan uji ADF (*Augmented Dickey Fuller*). Berikut merupakan persamaan dari uji ADF.

$$\Delta Y_t = \phi Y_{t-1} \sum_{j=1}^{\rho-1} a_j^* \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_t \tag{2.2}$$

dengan:

ΔY_t = hasil *difference* data pada periode ke-t

ϕ = koefisien *autoregressive*

a_j^* = konstanta

ρ = panjang lag

ε_t = residual waktu ke-*t*

Setelah didapatkan nilai ϕ yang diketahui dengan melihat pada statisik uji *t* selanjutnya dapat dilakukan uji statistik pada ADF. Dengan hipotesis yang digunakan dalam uji ini adalah sebagai berikut.

Hipotesis:

$H_0 : \phi = 0$ (data tidak stasioner)

$H_1 : \phi < 0$ (data stasioner)

Kriteria Penolakan:

Jika nilai dari $p - value < \alpha$ maka kesimpulannya adalah tolak H_0 atau bisa dikatakan data telah stasioner. Sebaliknya jika $p - value > \alpha$ dapat dikatakan bahwa data tidak stasioner.

2.5 Pembeda (*Differencing*)

Menurut Pankratz (1991), Jika nilai rata-rata dari kumpulan data tidak konstan, maka dapat dilakukan penyesuaian dengan menghasilkan data baru dengan nilai rata-rata yang konstan. Salah satu metodologi yang sering digunakan untuk mencapai tujuan ini adalah melalui proses *differencing* data. Langkah awal dalam proses ini adalah perumusan *differencing* pertama, atau $d = 1$. Hal ini dicapai dengan menghitung perubahan atau pertumbuhan dari titik waktu ke titik berikutnya dalam data deret waktu. Proses ini memungkinkan untuk menghilangkan atau mengurangi tren atau pola yang ada dalam data, sehingga membuatnya lebih stasioner. Hal ini memungkinkan untuk dilakukan analisis lanjutan seperti pemodelan ARIMA atau identifikasi pola lainnya. *Differencing* pertama atau $d = 1$ dirumuskan.

$$W_t = X_t - X_{t-1} \tag{2.3}$$

dengan:

W_t = merupakan nilai *time series* hasil dari *differencing* pertama pada waktu *t*

X_t = merupakan nilai *time series* pada waktu *t*

X_{t-1} = merupakan nilai *time series* pada waktu sebelumnya, yaitu $t - 1$.

Untuk *differencing* kedua ($d = 2$) bisa didapatkan dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{aligned} W_t &= W_t^* - W_{t-1}^* \\ &= (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) \end{aligned} \tag{2.4}$$

2.6 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

Menentukan model suatu data deret waktu dapat di tentukan menggunakan fungsi autokorelasi atau A*utocorrelation Function* (ACF) dan funsi autokorelasi parsial atau *Partial Autocorrelation Funcion* (PACF).

2.6.1 Fungsi Autokorelasi (ACF)

Fungsi autokorelasi, juga dikenal sebagai *autocorrelation function* (ACF) yakni alat statistik yang dapat digunakan untuk menilai ketergantungan nilai dalam rangkaian data deret waktu pada periode waktu yang berbeda dan fungsi ini digunakan dalam perhitungan koefisien korelasi. Tahapan dalam stasioneritas pada data *time series* (X_t), didapatkan $E(X_t) = \mu$ dan varians $Var(X_t) = E(X_t - \mu)^2 = \sigma_t^2$ yang stabil dan kovarian; $Cov(X_t, X_{t+k})$ berfungsi ketika perbedaan pada waktu $|t - (t + k)|$. Oleh karena itu, kovarian dari X_t dan X_{t+k} dapat ditulis sebagai berikut.

$$\gamma_k = Cov(X_{t+1}, X_{t+2}) = E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]$$
$$\gamma_0 = \sqrt{Var(X_t)Var(X_{t+k})} = \sqrt{E(X_t - \mu)^2}\sqrt{E(X_{t+k} - \mu)^2}$$

dan fungsi autokorelasi antara X_t dan X_{t+k} adalah:

$$\rho_k = \frac{Cov(X_{t+1}, X_{t+2})}{\sqrt{Var(X_t)Var(X_{t+k})}}$$
$$= \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E(X_t - \mu)^2}\sqrt{E(X_{t+k} - \mu)^2}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad (2.5)$$

dimana, $Var(X_t) = Var(X_{t+k}) = \gamma_0$ merupakan fungsi dari k, γ_k adalah fungsi autokovarian dan ρ_k sebagai fungsi autokorelasi (ACF) (Wei, 2006).

2.6.2 Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

Fungsi autokorelasi parsial adalah alat statistik yang digunakan untuk mengidentifikasi contoh korelasi parsial antara pengamatan yang dilakukan pada waktu ke *t* (Z_t) dan pengamatan yang dilakukan pada titik-titik waktu sebelumnya $(Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k})$. Dapat dikatakan bahwa PACF digunakan untuk mengetahui keeratan hubungan antara X_t dan X_{t+k} setelah menghilangkan pengaruh ketergantungan linier terhadap variabel $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$. Maka dari itu, menurut Wei (2006), fungsi dari PACF dapat dituliskan pada persamaan (2.6) sebagai berikut.

$$\rho_k = \frac{Cov[(Z_t - \hat{Z}_t), (Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+K})]}{\sqrt{Var((Z_t - \hat{Z}_t))Var(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+K})}} \tag{2.6}$$

2.7 Uji Nonlinieritas

Dalam mengaplikasikan model nonlinier, uji nonlinieritas pada awalnya digunakan pada data deret waktu untuk memastikan kesesuaian metode yang dipilih untuk kumpulan data yang diberikan. Uji Terasvirta digunakan untuk mengetahui hubungan nonlinier dari setiap variabel (Teräsvirta, 1994). Dalam Uji Terasvirta, hipotesis yang digunakan sebagai berikut.

Hipotesis:

$H_0 : f(x)$ merupakan model linier

$H_1 : f(x)$ merupakan model nonlinier

Statistik uji:

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR)/m}{SSR/(N - p - 1 - m)} \tag{2.7}$$

dengan:

SSR_0 = jumlah kuadrat regresi di bawah hipotesis nol

SSR = jumlah kuadrat regresi

p = jumlah variabel prediktor awal

m = jumlah variabel prediktor kuadratik dan kubik

N = jumlah data

Daerah Penolakan:

Kriteria keputusan yaitu $F_{hitung} < F_{(m,(N-p-1-m))}$ atau $p - value < \alpha$ maka tolak H_0 yang berarti $f(x)$ merupakan fungsi nonlinier x.

2.8 *Akaike's Information Criterion* (AIC)

Model terbaik dapat dipilih berdasarkan nilai *Akaike information Criterion* (AIC), dapat dituliskan sebagai berikut (Widarjono, 2007).

$$AIC(M) = n \ln \hat{\sigma}_{\alpha}^2 + 2M \tag{2.8}$$

dengan:

M = jumlah parameter pada model

$\hat{\sigma}_{\alpha}^2$ = estimasi *maximum likelihood* bagi σ_{α}^2

n = jumlah observasi

Kriteria AIC untuk memilih model yang terbaik, jika nilai $AIC(M)$ minimum.

$$AIC = log\left(\sum \frac{\varepsilon_t^2}{n}\right) + \frac{2k}{n} \tag{2.9}$$

dengan:

$\sum \frac{\varepsilon_t^2}{n}$ = jumlah residual kuadrat

n = ukuran sampel

k = banyaknya variabel

2.9 Model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR)

Model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR) merupakan contoh spesifik dari model *Threshold Autoregressive* (TAR). Perubahan suatu *regime* dikendalikan oleh ambang batas atau *threshold* sama halnya seperti model TAR. Namun, model SETAR berbeda karena *threshold* pada model SETAR merupakan miliknya sendiri. Hal ini mengimplikasikan bahwa, model SETAR berbeda dengan model TAR, di mana variabel *threshold* dinamakan juga sebagai variabel eksogen, ambang batas pada model SETAR yaitu nilai lag dari deretnya sendiri, yaitu variabel endogen (Järås & Gishani, 2010).

Menurut Nuryana (2009), dalam menentukan model SETAR diperlukan jumlah *regime* (*j*), order *autoregressive* (*p*), parameter penundaan (*delay*), dan variabel ambang batas (*threshold*). Model SETAR dengan *j regime* dapat dituliskan sebagai SETAR$(d, p_1, p_2, \dots, p_j)$, dimana *regime* pertama mengikuti AR(p_1), *regime* kedua mengikuti AR(p_2), dan seterusnya hingga *regime* ke-*j* mengikuti AR(p_j). Persamaan matematis dari model SETAR didefinisikan sebagai berikut:

$$y_t = \phi_{0,j} + \sum_{i=1}^{p_j} \phi_{i,j} y_{t-i} + a_{t,j}, \qquad \text{jika } y_{t-d} \in R_j \tag{2.10}$$

dengan:

y_t = deret-deret waktu $(t = 1,2, \dots T)$

$\phi_{0,j}$ = konstanta pada *regime* ke-*j* $(j = 1,2, \dots, m)$

$\phi_{i,j}$ = koefisien parameter AR ke-*i* pada *regime* ke-*j*

p_j = order *autoregressive* pada *regime* ke-*j*

$a_{t,j}$ = residual pada *regime* ke-*j* $(a_t \sim N(0, \sigma_a^2))$

d = parameter *delay* (integer positif)

R_j = nilai *threshold* pada *regime* ke-*j*

Model *j-regime* SETAR $(d, p_1, p_2, \dots, p_j)$ mempunyai persamaan sebagai berikut.

$$y_t = \begin{cases} \phi_{0,1} + \sum_{i=1}^{p_1} \phi_{i,1} y_{t-i} + a_t, & \text{jika } y_{t-d} \le r_1 \\ \phi_{0,2} + \sum_{i=1}^{p_2} \phi_{i,2} y_{t-i} + a_t, & \text{jika } r_1 < y_{t-d} \le r_2 \\ \vdots & \\ \phi_{0,j} + \sum_{i=1}^{p_j} \phi_{i,j} y_{t-i} + a_t, & \text{jika } r_{j-1} < y_{t-d} \end{cases} \quad (2.11)$$

Nilai ambang batas atau *threshold* memenuhi batas $-\infty = r_1 < \cdots < r_{j-1} < r_j = \infty$. Untuk setiap *regime* ke-*j*, variabel a_t diasumsikan mengikuti distribusi normal dengan mean 0 dan varians σ_a^2. Dalam setiap *regime*, diasumsikan bahwa sifat statis pada deret waktu menyertai mekanisme *autoregressive* linier (Chan, *et al*., 2004).

Model 2-*regime* SETAR (d, p_1, p_2) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$y_t = \begin{cases} \phi_{0,1} + \sum_{i=1}^{p_1} \phi_{i,1} y_{t-i} + a_t, & \text{jika } y_{t-d} \le r \\ \phi_{0,2} + \sum_{i=1}^{p_2} \phi_{i,2} y_{t-i} + a_t, & \text{jika } y_{t-d} > r \end{cases} \quad (2.12)$$

Deret a_t pada persamaan (2.12) memenuhi asumsi *white noise* yang berarti memiliki rata-rata 0 dan ragam σ_a^2 (Franses & Van Dijk, 2000).

2.9.1 Identifikasi dan Estimasi Parameter SETAR

Dalam uji nonlinieritas yang diusulkan oleh Tsay (2005), jika model SETAR pada persamaan (2.11) memiliki nilai $p_1 = \cdots = p_j$ dan merupakan model *autoregressive* linier, maka nilai *p* dapat ditentukan berdasarkan sampel *Partial Autocorrelation* (PACF) dari Y_t dan berdasarkan hasil statistik uji *t* yang paling signifikan dapat digunakan untuk menentukan nilai *d*. Pada kesimpulannya,

Akaike Information Criterion (AIC) dimanfaatkan untuk mengidentifikasi orde ($p_j \leq p$) dari *AR* pada setiap *regime* (Chan, *et al*., 2004).

Menurut Nuhad (2014), saat data deret waktu tersedia tetapi tidak tersedia informasi atau model, *Permutation Entropy* (PE) bisa dimanfaatkan untuk menganalisis berbagai tipe data deret waktu. Metode PE memfasilitasi karakterisasi distribusi probabilitas yang terkait dengan kemungkinan keadaan potensial dari deret waktu. Metode PE diaplikasikan guna mengukur kompleksitas data temporal yang diberikan, dengan proses yang bergantung pada komparasi antar nilai-nilai disekitarnya. Rangkaian waktu tersebut kemudian diterjemahkan ke dalam rangkaian simbolis yang menggambarkan relasi antar nilai saat ini dan beberapa nilai dalam rentang tertentu. Pemetaan dilaksanakan melalui transformasi deret waktu $y_{(t)}, t = 1,2, \ldots$ ke dalam ruang berdimensi m, sehingga menjadi:

$$y_{(t)} = [y_{(t)}, y_{(t-\tau}, \cdots, y_{(t+m\tau)}]$$

Dalam konteks ini, *m* mewakili *embedding dimension*, yang didefinisikan sebagai jumlah sampel yang disisipkan kedalam setiap motif. Disisi lain τ menunjukkan jarak waktu, yang didefinisikan sebagai jumlah sampel yang direntangkan oleh tiap komponen pola. Pada setiap dimensi, ada $m!$ kemungkinan permutasi, memiliki hubungan dengan pola. Bila masing-masing permutasi di ibaratkan sebagai sebuah simbol, $Y_{(t)}$ bisa direpresentasikan oleh sebuah rangkaian simbol z, dan setiap rangkaian simbol mempunyai distribusi probabilitas g_z.

Brandmaier (2011), menggunakan pendekatan *clustering* disribusi permutasi untuk mengidentifikasi nilai *embedding dimension* yang optimal, berkisar dari 3 dan 7, untuk meminimalkan *average entropy* (*Minimum Entropy Heuristic* (MinE)), persamaan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$e_H(m) = \sum_{G \in H} e_G(m) \tag{2.13}$$

$$e_G(m) = -\frac{1}{\ln(m!)}\sum_{z=1}^{z} g_z \ln(g_z) \quad (2.14)$$

dengan:

$e_H(m)$ = *average entropy* dari himpunan disribusi *H* pada skala *m*

$e_G(m)$ = *entropy* dari disribusi *G* pada skala *m*

g_z = frekuensi atau probabilitas dari elemen *z*

Penggunaan MinE memunculkan pilihan heuristik *embedding dimension* yang unik. Heuristik ini dilandasi oleh pemilihan *embedding dimension* dengan mengoptimalkan nilai yang diperoleh dari *permutation distribution*. Dalam menentukan panjang *delay* sebuah *threshold* (*d*) dari orde AR untuk setiap *regime j* (p_j) pada model SETAR akan lebih mudah ditentukan jika nilai *embedding dimension* (m) dan jarak waktu tertentu (τ) telah diketahui.

Sebuah penelitian telah dilakukan dalam menentukan jumlah *regime* pada model SETAR, alah satunya adalah melakukan uji nonlinieritas pada *threshold* yang telah dirancang oleh Hansen (1999). Uji nonlinieritas pada *threshold* menggunakan *likelihood ratio,* statistik uji dapat ditulis sebagai berikut.

$$F_{01} = n\left(\frac{SSR_0 - SSR_1}{SSR_1}\right) \quad (2.15)$$

dengan:

n = jumlah data

SSR_0 = jumlah kuadrat regresi pada hipotesis nol

SSR_1 = jumlah kuadrat regresi pada hipotesis alternatif

Pada persamaan (2.15) statistik uji F_{01} yang digunakan terdapat 3 hipotesis sebagai berikut.

Hipotesis:

1. H_0 : model AR (1 *regime*)

   H_1 : model SETAR dengan 1 *threshold* (2 *regime*)

2. H_0: model AR (1 *regime*)
   H_1: model SETAR dengan 2 *threshold* (3 *regime*)
3. H_0: model SETAR dengan 1 *threshold* (2 *regime*)
   H_1: model SETAR dengan 2 *threshold* (3 *regime*)

Pengujian dua hipotesis awal bisa dianggap seperti uji linieritas, sedangkan pengujian hipotesis ketiga dapat dianggap sebagai pengujian spesifikasi model. Dalam sebagian besar konteks pengujian, statistik uji F_{0l} diestimasi dengan menggunakan metode *bootstrap*. Distribusi *bootstrap* berdasarkan pengambilan sampel ulang dari residual dibawah hipotesis nol (Untuk hipotesis pertama dan kedua, ini adalah model AR dan untuk hipotesis ketiga adalah model 2-*regime* SETAR). Selanjutnya, memperkirakan keputusan tolak H_0 berdasarkan *p-value bootstrap* dari statistik uji F_{0l}. Keputusan tolak H_0 jika *p-value bootstrap* dari statistik uji F_{0l} lebih kecil dari $\alpha = 5\%$ (Larsen, 2012).

Menurut Franses & Van Dijk (2000), model 2-*regime* SETAR pada persamaan (2.12) memiliki parameter $\phi_{i,j}$, dimana $i = 0, \dots, p$, dan $j = 1,2, r$ dimana metode *Conditional Least Square* digunakan untuk menduga parameter σ_a^2. Dengan mengasumsikan bahwa a_t berdistribusi normal, maka estimasi yang dihasilkan akan identik dengan estimasi *maximum likelihood*.

Untuk mengetahui bahwa metode *least square* merupakan metode yang paling tepat, model pada persamaan (2.12) bisa nyatakan sebagai berikut.

$$Y_t = \left(\phi_{0,1} + \sum_{i=1}^{p_1} \phi_{i,1} Y_{t-i} \right) 1[Y_{t-d} \leq r] + (\phi_{0,2} + \sum_{i=1}^{p_2} \phi_{i,2} Y_{t-i}) 1[Y_{t-d} > r] + a_t \tag{2.16}$$

atau lebih lengkap ditulis sebagai berikut.

$$Y_t = \phi_1' X_t 1[Y_{t-d} \leq r] + \phi_2' X_t 1[Y_{t-d} > r] + a_t \tag{2.17}$$

dengan:

$\phi_j' = \left(\phi_{0,j}, \phi_{1,j}, \ldots, \phi_{p,j}\right)'$, j = 1,2

$X_t = (1, Y_{t-1}, \ldots, Y_{t-p})'$

Setelah nilai ambang batas atau *threshold* (*r*) ditetapkan, model akan menjadi linier pada parameter yang tersisa. Penduga $\phi = (\phi_1', \phi_2')'$ dapat diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) sebagai berikut.

$$\hat{\phi}(r) = \left(\sum_{t=1}^{n} X_t(r) X_t(r)'\right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^{n} X_t(r) Y_t\right) \tag{2.18}$$

dengan $X_t(r) = (X_t' I[Y_{t-d} \leq r], X_t' I[Y_{t-d} > r])'$ dan notasi $\hat{\phi}(r)$ dipakai untuk membuktikan suatu penduga ϕ terkondisi pada *r*. Hal yang sama berlaku untuk yang lainnya yang dilambangkan sebagai $\hat{a}_t(r) = Y_t - \hat{\phi}(r)' X_t(r)$ dengan ragam $\hat{\sigma}_a^2(r) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \hat{a}_t(r)^2$.

Penduga kuadrat terkecil dari *r* diperoleh dengan meminimalkan varians residual sebagai berikut.

$$\hat{r} = \arg\min \hat{\sigma}_a^2(r), r \in R \tag{2.19}$$

Dalam konteks ini, R mewakili serangkaian nilai ambang batas atau *threshold* yang diizinkan. Penduga terakhir untuk parameter *autoregressive* (AR) diberikan oleh $\hat{\phi} = \hat{\phi}(\hat{r})$ dan ragam dengan $\hat{\sigma}_a^2 = \hat{\sigma}_a^2(\hat{r})$.

Serangkaian nilai *threshold* pada persamaan (2.19) diperlukan sedemikian rupa sehingga setiap *regime* jumlah observasi yang cukup untuk penduga yang telah ditentukan sebelumnya untuk menghasilkan penduga parameter AR yang dapat diandalkan. Metode yang sering digunakan untuk memilih *R* adalah dengan memastikan bahwa setiap *regime* mengandung setidaknya π_0 dari total observasi. Hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$R = \left\{r | Y_{([\pi_0(n-1)])} \leq r \leq Y_{([(1-\pi_0)(n-1)])}\right\} \tag{2.20}$$

dengan $Y_{(0)}, \dots, Y_{(n-1)}$ menunjukkan urutan data dari variabel ambang batas atau *threshold* Y_{t-d} dan $Y_{(0)} \leq \cdots \leq Y_{(n-1)}$. Biasanya π_0 dipilih sebesar 0.15.

Masalah meminimalkan yang disajikan pada persamaan (2.19) dapat atasi melalui metode pencarian langsung. Dengan cara mencari $\hat{\sigma}_a^2(\hat{r})$ dari nilai ambang batas yang memiliki persamaan pada nilai *threshold* dari runtunan data Y_{t-d}. Oleh karena itu, untuk setiap *i* sehingga $Y_{(i)} \in R$, terdapat $r = Y_i$. Nilai $\hat{\sigma}_a^2(\hat{r})$ ditemukan tetap konstan ketika *r* berubah antara dua urutan statistik, atau ketika tidak ditemukannya pengamatan yang bergeser dari 1 *regime* ke *regime* yang lain.

Untuk mendapatkan variabel ambang batas, pencarian yang sebelumnya telah diuraikan pada persamaan (2.19) dapat dilakukan dengan menambahkan pencarian terhadap *d*. Hal ini mengakibatkan masalah minimalisasi dinyatakan sebagai berikut.

$$\left(\hat{r}, \hat{d}\right) = \arg\min \hat{\sigma}_a^2(r, d),\ r \in R, d \in D \tag{2.21}$$

Dalam konteks ini, $D = \{1, \dots, d\}$ dan notasi $\hat{\sigma}_a^2(r, d)$ digunakan untuk mengindikasikan bahwa varians dari residual sekarang merupakan fungsi dari *d* dan juga *r*.

Menentukan orde AR dari setiap *regime* dengan cara melalui penerapan *Akaike information Criterion* (AIC). Untuk mengetahui AIC dari model 2-*regime* SETAR (d, p_1, p_2), perlu dilakukan penjumlahan AIC pada model AR dari 2 *regime*. Persamaan AIC dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$AIC(p_1, p_2) = n_1 \ln \hat{\sigma}_2^2 + \ln \hat{\sigma}_2^2 + 2(p_1 + 1) + 2(p_2 + 1) \tag{2.22}$$

dengan:

n_j = banyaknya observasi dalam *regime* ke-*j*

$\hat{\sigma}_{aj}^2$ = varians dari residual pada *regime* ke-*j*

j = 1,2

2.10 Model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR)

Menurut Hamilton (2020), model MSAR didasarkan pada prinsip-prinsip rantai *Markov*. Rantai *Markov* adalah teknik analisis statistika yang dapat dipakai untuk memprediksi perubahan pada waktu mendatang dengan menggunakan data historis. Misalkan s_t mewakili suatu keadaan, yang merupakan sebuah variabel acak yang diasumsikan sebagai bilangan bulat antara 1 dan *N*. Katakanlah bahwa probabilitas s_t dengan diasumsikan bahwa nilai tertentu *j* hanya bergantung pada nilai sebelumnya s_{t-1}. Oleh karena itu, rantai *Markov* kemudian dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$P\{s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} = P\{s_t = j | s_{t-1} = i\} = p_{ij} \tag{2.23}$$

dimana p_{ij} dikatakan sebagai probabilitas transisi yang memenuhi:

$$p_{i1} + p_{i2} + \cdots + p_{iN} = 1 \tag{2.24}$$

Probabilitas transisi p_{ij} mengindikasikan probabilitas dari *state j* setelah *state i*.

Prasyanti (2017), menyatakan bahwa model MSAR mengatur transformasi struktural dengan keadaan tidak teramati yang mengikuti prinsip-prinsip rantai Markov orde pertama. Sifat *Markov* mengatur suatu nilai *state* keadaan yang bergantung pada nilai sebelumnya. Model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) adalah gabungan langsung dari *Markov Switching* dengan model deret waktu (*Autoregressive*). Model MSAR dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$(y_i - \mu_{st}) = \sum_{i=1}^{p} \phi_i (y_{t-i} - \mu_{st-i}) + \varepsilon_t \tag{2.25}$$

atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$(y_i - \mu_{st}) = \phi_1 (y_{t-i} - \mu_{st-i}) + \cdots + \phi_p \left(y_{t-p} - \mu_{st-p}\right) + \varepsilon_t \tag{2.26}$$

dimana $\varepsilon_t \sim idd\ N\ (0, \sigma_{st}^2)$.

dengan:

$y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$ = data pengamatan

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ = koefisien *Autoregressive*

$\mu_{st}, \mu_{st-1}, \dots, \mu_{st-p}$ = rataan pada saat *t* yang dipengaruhi perubahan *state*

σ_{st}^2 = varian pada saat *t* yang dipengaruhi perubahan *state*

ε_t = residual pada saat *t*

2.10.1 Estimasi Parameter Model MSAR

Menurut Hamilton (2020), metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) jika digunakan bersama dengan *filtering probabilities* dan *smoothing probabilities* dapat diterapkan untuk mengestimasi model MSAR. Fungsi densitas model MSAR dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$f(y_t|s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta) = \frac{1}{\sigma_{st}\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_{st}) - \phi(y_t - \mu_{st-1})]^2}{2\sigma_{st}^2}\right) \quad (2.27)$$

dengan:

Ω_{t-1} = populasi data pengamatan

θ = parameter model MSAR

Fungsi densitas atau kepadatan y_t dipengaruhi oleh nilai s_t dan s_{t-1}, sementara keduanya adalah suatu variabel yang nilainya belum diketahui. Langkah-langkah yang diperlukan untuk membangun fungsi densitas atau kepadatan dari y_t, s_t dan s_{t-1} adalah sebagai berikut:

1. Menghitung fungsi kepadatan dari s_t , s_{t-1}, dan y_t dapat ditentukan dengan menggunakan data historis Ω_{t-1}. Probabilitas transisi mempengaruhi densitas fungsi, yang diperoleh sebagai berikut.

$$f(y_t, s_t, s_{t-1}|\Omega_{t-1};\ \theta) = f(y_t|s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta)P(s_t, s_{t-1}|\Omega_{t-1}; \theta) \quad (2.28)$$

2. Kemudian melalui penjumlahan fungsi kepadatan bersama akan ditentukan fungsi densitas y_t.

$$f(y_t, s_t, s_{t-1}; \theta) = \sum_{st=1}^{2} \sum_{st-1=1}^{2} f(y_t|s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta) P(s_t, s_{t-1}|\Omega_{t-1}; \theta) \quad (2.29)$$

Setelah itu, nilai peluang dari $P(s_t, s_{t-1}|\Omega_{t-1}; \theta)$ dihitung dengan *filtered probabilities* dan *smoothed probabilities*.

2.10.2 *Filtering Probabilities*

Menurut Prasyanti (2017), *filtering* merupakan sebuah metode yang dipakai untuk memperoleh nilai probabilitas suatu *state* pada waktu *t* berdasarkan data observasi. Adapun hasil dari metode *filtering* merupakan nilai *filtered state probability*.

Langkah-langkah berikut menjelaskan proses *filtering*:

$$P[S_0 = s_0, S_{-1} = s_{-1}, \dots, S_{-p+1} = s_{-p+1}|\Omega_{t-1}] \quad (2.30)$$

dengan:

$$P[S_0 = 1|\Omega_0] = \frac{1-p_{22}}{2-p_{22}-p_{11}}$$

$$P[S_0 = 2|\Omega_0] = \frac{1-p_{11}}{2-p_{22}-p_{11}}$$

Selanjutnya, menghitung :

$$P[S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i|\Omega_t]$$

$$= \frac{f(S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i|\Omega_{t-1})}{f(y_t|\Omega_{t-1})}$$

$$= \frac{f(y_t|S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}, \Omega_{t-1})}{\sum_{S_{t-1=0}}^{1} \sum_{S_{t-1=0}}^{1} \dots \sum_{S_{t-p=0}}^{1} f(y_t, S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_{t-1})}$$

$$\times \frac{P[y_t|S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}, \Omega_{t-1}]}{\sum_{S_{t-1=0}}^{1} \sum_{S_{t-1=0}}^{1} \dots \sum_{S_{t-p=0}}^{1} f(y_t, S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_{t-1})}$$

dan hasil dari proses *filtering*:

$$P\left[S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i \middle| \Omega_t\right] = \sum_{s_{t-p=0}}^{1} P\left[S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p} | \Omega_t\right] \tag{2.31}$$

Menurut Munawwaroh (2020), tahap awal dalam menetapkan nilai *filtered probabilities* adalah dengan cara menetapkan fungsi densitas y_t bagi setiap kemungkinan *state* saat $t = 1$.

$$f(y_t | s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1, \Omega_0; \theta) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[(y_t - \mu_{s_t=1}^*) - \phi(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}=1}^*)\right]^2}{2\sigma_1^2}\right) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_1) - \phi(y_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \tag{2.32}$$

$$f(y_t | s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 2, \Omega_0; \theta) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[(y_t - \mu_{s_t=1}^*) - \phi(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}=2}^*)\right]^2}{2\sigma_1^2}\right) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_1) - \phi(y_{t-1} - \mu_2)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \tag{2.33}$$

$$f(y_t | s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 1, \Omega_0; \theta) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[(y_t - \mu_{s_t=2}^*) - \phi(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}=1}^*)\right]^2}{2\sigma_2^2}\right) = \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_2) - \phi(y_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_2^2}\right) \tag{2.34}$$

$$f(y_t | s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2, \Omega_0; \theta) = \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[(y_t - \mu_{s_t=2}^*) - \phi(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}=2}^*)\right]^2}{2\sigma_1^2}\right) = \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_2) - \phi(y_{t-1} - \mu_2)]^2}{2\sigma_2^2}\right) \tag{2.35}$$

Sehingga nilai peluang suatu *state* bisa dihitung dengan cara berikut.

$$P(s_1^* = 1, s_0^* = 1|\Omega_0;\theta) = p_{11} \times P(s_0^* = 1|\Omega_0;\theta) = p_{11} \times \pi_1,$$
$$P(s_1^* = 1, s_0^* = 2|\Omega_0;\theta) = p_{21} \times P(s_0^* = 2|\Omega_0;\theta) = p_{21} \times \pi_2,$$
$$P(s_1^* = 2, s_0^* = 1|\Omega_0;\theta) = p_{12} \times P(s_0^* = 1|\Omega_0;\theta) = p_{12} \times \pi_1,$$
$$P(s_1^* = 2, s_0^* = 2|\Omega_0;\theta) = p_{22} \times P(s_0^* = 2|\Omega_0;\theta) = p_{22} \times \pi_2,$$

Fungsi densitas y_t bersyarat Ω_{t-1} dihitung sebagai jumlah perkalian fungsi densitas y_t bersyarat s_t^*, s_{t-1}^*, dan Ω_{t-1} dengan probabilitas *state* untuk semua kemungkinan s_t^* dan s_{t-1}^*. Probabilitas y_1 diperoleh untuk semua kemungkinan s_t^* dan s_{t-1}^* sebagai berikut.

$$P(s_1^* = 1, s_0^* = 1|\Omega_1, y_1;\theta)$$
$$= \frac{f(y_1|s_1^* = 1, s_0^* = 1, \Omega_0;\theta) \times P(s_1^* = 1, s_0^* = 1|\Omega_0;\theta)}{\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} f(y_1|s_1^* = j, s_0^* = i, \Omega_0;\theta) \times P(s_1^* = j, s_0^* = i|\Omega_0;\theta)}$$
$$= \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_1) - \phi(y_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \times (p_{11} \times \pi_1)}{f(y_1|\Omega_0;\theta)} \quad (2.36)$$

$$P(s_1^* = 1, s_0^* = 2|\Omega_1, y_1;\theta)$$
$$= \frac{f(y_1|s_1^* = 1, s_0^* = 2, \Omega_0;\theta) \times P(s_1^* = 1, s_0^* = 2|\Omega_0;\theta)}{\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} f(y_1|s_1^* = j, s_0^* = i, \Omega_0;\theta) \times P(s_1^* = j, s_0^* = i|\Omega_0;\theta)}$$
$$= \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_1) - \phi(y_{t-1} - \mu_2)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \times (p_{21} \times \pi_2)}{f(y_1|\Omega_0;\theta)} \quad (2.37)$$

$$P(s_1^* = 2, s_0^* = 1|\Omega_1, y_1;\theta)$$
$$= \frac{f(y_1|s_1^* = 2, s_0^* = 1, \Omega_0;\theta) \times P(s_1^* = 2, s_0^* = 1|\Omega_0;\theta)}{\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} f(y_1|s_1^* = j, s_0^* = i, \Omega_0;\theta) \times P(s_1^* = j, s_0^* = i|\Omega_0;\theta)}$$
$$= \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_2) - \phi(y_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \times (p_{12} \times \pi_1)}{f(y_1|\Omega_0;\theta)} \quad (2.38)$$

$$P(s_1^* = 2, s_0^* = 2|\Omega_1, y_1; \theta)$$

$$= \frac{f(y_1|s_1^* = 2, s_0^* = 2, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = 2, s_0^* = 2|\Omega_0; \theta)}{\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} f(y_1|s_1^* = j, s_0^* = i, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = j, s_0^* = i|\Omega_0; \theta)}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_2) - \phi(y_{t-1} - \mu_2)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \times (p_{22} \times \pi_2)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} \tag{2.39}$$

Sehingga dapat diperoleh *filetered probabilities* sebagai berikut.

untuk $s_t^* = 1$

$$P(s_1^* = 1|\Omega_1; \theta) = P(s_1^* = 1, s_0^* = 1|\Omega_1; \theta) + P(s_1^* = 1, s_0^* = 2|\Omega_1; \theta)$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_1) - \phi(y_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \times (p_{11} \times \pi_1)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} + \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_1) - \phi(y_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \times (p_{11} \times \pi_1)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} \tag{2.40}$$

untuk $s_t^* = 2$

$$P(s_1^* = 2|\Omega_1; \theta) = P(s_1^* = 2, s_0^* = 1|\Omega_1; \theta) + P(s_1^* = 2, s_0^* = 1|\Omega_1; \theta)$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_2) - \phi(y_{t-1} - \mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \times (p_{12} \times \pi_1)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} + \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t - \mu_2) - \phi(y_{t-1} - \mu_2)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \times (p_{22} \times \pi_2)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} \tag{2.41}$$

Demikian pula, *filtered probabilities* hingga waktu *T* dapat dihitung jika $P(s_T = j|\psi_T; \eta)$ merepresentasikan hasil iterasi terakhir dari proses *filtering*.

2.10.3 *Smoothing Probabilities*

Langkah kedua memerlukan proses perhitungan yang berkaitan dengan proses *smoothing* sebagai berikut.

$$P(s_t^* = j, s_{t+1}^* = k|\Omega_T;\theta) = \frac{P(s_{t+1}^* = k|\Omega_T;\theta) \times P(s_t^* = j|\Omega_1;\theta) \times P(s_{t+1}^* = k|s_t^* = j,\Omega_1;\theta)}{P(s_{t+1}^* = k|\Omega_1;\theta)} \quad (2.42)$$

Dari persamaan (2.43), proses *smoothing* untuk setiap kemungkinan $t = 1$ dapat ditulis sebagai berikut.

$$P(s_1^* = 1, s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) = \frac{P(s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 1|s_1^* = 1,\Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 1|\Omega_1;\theta)} \quad (2.43)$$

$$P(s_1^* = 1, s_2^* = 2|\Omega_T;\theta) = \frac{P(s_2^* = 2|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 2|s_1^* = 1,\Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 2|\Omega_1;\theta)} \quad (2.44)$$

$$P(s_1^* = 2, s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) = \frac{P(s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 1|s_1^* = 2,\Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 1|\Omega_1;\theta)} \quad (2.45)$$

$$P(s_1^* = 2, s_2^* = 2|\Omega_T;\theta) = \frac{P(s_2^* = 2|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 2|s_1^* = 2,\Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 2|\Omega_1;\theta)} \quad (2.46)$$

Sehingga s*moothing proabilities* diperoleh sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P(s_1^* = 1|\Omega_T;\theta) &= P(s_1^* = 1, s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) + P(s_1^* = 1, s_2^* = 2|\Omega_T;\theta) \\ &= \frac{P(s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 1|s_1^* = 1,\Omega_T;\theta)}{P(s_2^* = 1|\Omega_1;\theta)} \\ &\quad + \frac{P(s_2^* = 2|\Omega_{50};\theta) \times P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 2|s_1^* = 1,\Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 2|\Omega_1;\theta)} \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$P(s_1^* = 2|\Omega_T;\theta) = P(s_1^* = 2, s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) + P(s_1^* = 2, s_2^* = 2|\Omega_T;\theta)$$

$$= \frac{P(s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 1|s_1^* = 2,\Omega_T;\theta)}{P(s_2^* = 1|\Omega_1;\theta)} + \frac{P(s_2^* = 2|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 2|s_1^* = 2,\Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 2|\Omega_1;\theta)} \quad (2.48)$$

Fungsi log *likelihood* dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\ln L(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \ln\left[\sum_{j=1}^{N} f(y_t, s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\right] \quad (2.49)$$

Pada tahap akhir, fungsi log *likelihood* dalam persamaan (2.50) diturunkan terhadap setiap parameter untuk menentukan nilai maksimum yang akan digunakan sebagai estimasi.

1. Parameter μ_1

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \mu_1} = \frac{\partial}{\partial \mu_1}\sum_{t=1}^{T} \ln[f(y_t, s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)]$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial \mu_1}\sum_{t=1}^{T} \ln[f(y_t|s_t^* = 1|\Omega_T;\theta) \times P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mu_1}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(y_t-\mu_1)^2}{2\sigma^2} \times P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)\right)\right]$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \times \frac{(y_t-\mu_1)}{\sigma^2} \times P(y_t, s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \times \frac{(y_t-\mu_1)}{\sigma^2} \times P(s_t^* = 1|y_t,\Omega_T;\theta) \times f(y_t;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{(y_t-\mu_1)}{\sigma^2} \times P(s_t^* = 1|y_t,\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} (y_t-\mu_1) \times P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta) = T\mu_1 \sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = 1\,|\Omega_T;\theta)$$

$$\hat{\mu}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)}{T\sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)} \quad (2.50)$$

selanjutnya diperoleh,

$$\frac{\partial^2}{\partial {\mu_1}^2}\ln L(\theta) = \frac{\partial}{\partial \mu_1}\left(\sum_{t=1}^{T}(y_t-\mu_1)\times P(s_t^*=1|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mu_1}\left(\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^*=1|\Omega_T;\theta) - T\mu_1 \times P(s_t^*=1|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= -T \times P(s_t^*=1|\Omega_T;\theta) < 0 \qquad (2.51)$$

karena $\frac{\partial^2}{\partial {\mu_1}^2}\ln L(\theta) < 0$ sehingga dapat disimpulkan bahwa fungsi log *likelihood* berada pada nilai maksimum.

2. Parameter μ_2

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \mu_2} = \frac{\partial}{\partial \mu_2}\sum_{t=1}^{T}\ln[f(y_t, s_t^*=2|\Omega_T;\theta)]$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial \mu_2}\sum_{t=1}^{T}\ln[f(y_t|s_t^*=2|\Omega_T;\theta)\times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mu_2}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(y_t-\mu_2)^2}{2\sigma^2}\times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta)\right)\right]$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{f(y_t;\theta)}\times\frac{(y_t-\mu_2)}{\sigma^2}\times P(y_t, s_t^*=2|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{f(y_t;\theta)}\times\frac{(y_t-\mu_2)}{\sigma^2}\times P(s_t^*=2|y_t,\Omega_T;\theta)\times f(y_t;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\frac{(y_t-\mu_2)}{\sigma^2}\times P(s_t^*=2|y_t,\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}(y_t-\mu_2)\times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta) = T\mu_2\sum_{t=1}^{T}P(s_t^*=2\,|\Omega_T;\theta)$$

$$\hat{\mu}_2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta)}{T\sum_{t=1}^{T}P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta)} \qquad (2.52)$$

selanjutnya diperoleh,

$$\frac{\partial^2}{\partial {\mu_2}^2}\ln L(\theta) = \frac{\partial}{\partial \mu_2}\left(\sum_{t=1}^{T}(y_t-\mu_2)\times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mu_2}\left(\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta) - T\mu_2 \times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= -T \times P(s_t^*=2|\Omega_T;\theta) < 0, \qquad (2.53)$$

karena $\frac{\partial^2}{\partial {\mu_2}^2}\ln L(\theta) < 0$ sehingga dapat disimpulkan bahwa fungsi log *likelihood* berada pada nilai maksimum.

3. Parameter σ^2

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial}{\partial \sigma^2}\sum_{t=1}^{T}\ln[f(y_t, s_t^*=j|\Omega_T;\theta)]$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial \sigma^2}\sum_{t=1}^{T}\ln[f(y_t|s_t^*=j|\Omega_T;\theta)\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \sigma^2}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(y_t-\mu_1)^2}{2\sigma^2}\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)\right)\right]$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{f(y_t;\theta)}\times\left(-\frac{1}{2\sigma^2}+\frac{(y_t-\mu_j)^2}{2\sigma^4}\right)\times P(y_t, s_t^*=j|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{f(y_t;\theta)}\times\left(-\frac{1}{2\sigma^2}+\frac{(y_t-\mu_j)^2}{2\sigma^4}\right)\times P(s_t^*$$

$$= j|y_t, \Omega_T;\theta)\times f(y_t;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\left(-\frac{1}{2\sigma^2}+\frac{(y_t-\mu_j)^2}{2\sigma^4}\right)\times P(s_t^*=j|y_t,\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\left(-\sigma^2+(y_t-\mu_j)^2\right)\times P(s_t^*=j|y_t,\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}(y_t-\mu_j)^2\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta) = T\sigma^2\sum_{t=1}^{T}P(s_t^*=j\,|\Omega_T;\theta)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \mu_j\right)^2 \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)}{T\sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)} \tag{2.54}$$

selanjutnya diperoleh,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial {\mu_2}^2}\ln L(\theta) &= \frac{\partial}{\partial\sigma^2}\left(\sum_{t=1}^{T}\left(-\sigma^2 + \left(y_t - \mu_j\right)^2\right) \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\right)\\ &= \frac{\partial}{\partial\sigma^2}\left(\sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \mu_j\right)^2 \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta) - T\sigma^2 \right.\\ &\qquad \left. \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\right)\\ &= -T \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta) < 0\end{aligned} \tag{2.55}$$

karena $\frac{\partial^2}{\partial(\sigma^2)^2}\ln L(\theta) < 0$ sehingga dapat disimpulkan bahwa fungsi log *likelihood* berada pada nilai maksimum.

4. Parameter ϕ

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial\phi} &= \frac{\partial}{\partial\phi}\sum_{t=1}^{T}\ln[f(y_t, s_t^* = j|\Omega_T;\theta)]\\ 0 &= \frac{\partial}{\partial\phi}\sum_{t=1}^{T}\ln[f(y_t|s_t^* = j|\Omega_T;\theta) \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)]\\ &= \frac{\partial}{\partial\phi}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(y_t - \mu_1)^2}{2\sigma^2} \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\right)\right]\\ &= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{f(y_t;\theta)} \times \left(\sum_{j=1}^{N}\frac{\phi\left(y_t - \mu_j\right)^2}{2\sigma^2}\right) \times P(y_t, s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\\ &= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{f(y_t;\theta)} \times \left(\sum_{j=1}^{N}\frac{\phi\left(y_t - \mu_j\right)^2}{2\sigma^2}\right) \times P(s_t^*\\ &\qquad = j|y_t, \Omega_T;\theta) \times f(y_t;\theta)\\ &= \sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{j=1}^{N}\frac{\phi\left(y_t - \mu_j\right)^2}{2\sigma^2}\right) \times P(s_t^* = j|y_t, \Omega_T;\theta)\end{aligned}$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{j=1}^{N}\frac{\phi\left(y_t-\mu_j\right)^2}{2\sigma^2}\right)\times P(s_t^*=j|y_t,\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{N}\left(y_t-\mu_j\right)^2\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)$$

$$= T\phi\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{N}P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)$$

$$\hat{\phi}=\frac{\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{2}\left(y_t-\mu_j\right)^2\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)}{T\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{2}P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)} \tag{2.56}$$

selanjutnya diperoleh,

$$\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\ln L(\theta)=\frac{\partial}{\partial\phi}\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{j=1}^{N}-\phi\left(y_t-\mu_j\right)^2\right)\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)$$

$$= \frac{\partial}{\partial\phi}\left(\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{N}\left(y_t-\mu_j\right)^2\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)\right.$$

$$\left.-T\phi\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= -T\times P(s_t^*=j|\Omega_T;\theta)<0 \tag{2.57}$$

karena $\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\ln L(\theta)<0$ sehingga dapat disimpulkan bahwa fungsi log *likelihood* berada pada nilai maksimum.

Jika diketahui $X_T=\left(\left(y_t-\mu_{s_T}^*\right),\ldots,\left(y_{-r+1}-\mu_{s-r+1}\right)\right)$, Untuk rantai *Markov* yang terdiri dari 2 *state*, estimasi untuk nilai probabilitas transisi p_{11} dan p_{22} dapat dihitung sebagai berikut.

5. Parameter p_{11}

$$\frac{\partial\ln L(\theta)}{\partial p_{11}}=\frac{\partial}{\partial p_{11}}\sum_{t=2}^{T}\ln[f(\Omega_T,s_t^*,s_{t-1}^*|X_T;\theta)]$$

$$0 = \sum_{t=2}^{T} \begin{Bmatrix} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1|\Omega_T, X_T; \theta) \times \dfrac{1}{p_{11}} \\ P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 1|\Omega_T, X_T; \theta) \times \dfrac{1}{1 - p_{11}} \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1 - p_{11}}{p_{11}} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 1|\Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1|\Omega_T; \theta)}$$

$$p_{11} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1|\Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1|\Omega_T; \theta) + \sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 1|\Omega_T; \theta)}$$

$$= q = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1|\Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)} \tag{2.58}$$

6. Parameter p_{22}

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial p_{22}} = \frac{\partial}{\partial p_{22}} \sum_{t=2}^{T} \ln[f(\Omega_T, s_t^*, s_{t-1}^*|X_T; \theta)]$$

$$0 = \sum_{t=2}^{T} \begin{Bmatrix} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2|\Omega_T, X_T; \theta) \times \dfrac{1}{p_{22}} \\ P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 2|\Omega_T, X_T; \theta) \times \dfrac{1}{1 - p_{22}} \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1 - p_{22}}{p_{22}} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 2|\Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2|\Omega_T; \theta)}$$

$$p_{11} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2|\Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2|\Omega_T; \theta) + \sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 2|\Omega_T; \theta)}$$

$$= p = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2|\Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2|\Omega_T; \theta)} \tag{2.59}$$

sehingga diperoleh sebuah matriks transisi yaitu sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \tag{2.60}$$

dengan p_{11} merepresentasikan probabilitas transisi dari $s_{t-1}^* = 1$ ke $s_t^* = 1$, p_{12} merepresentasikan probabilitas transisi dari $s_{t-1}^* = 1$ ke $s_t^* = 2$, p_{21} merepresentasikan probabilitas transisi dari $s_{t-1}^* = 2$ ke $s_t^* = 1$, p_{22} merepresentasikan probabilitas transisi dari $s_{t-1}^* = 2$ ke $s_t^* = 2$. Jumlah dari $p_{11} + p_{12} = 1$, dan jumlah dari $p_{21} + p_{22} = 1$.

2.11 Uji Signifikansi Parameter

Setelah parameter diestimasi, langkah selanjutnya adalah memastikan apakah parameter tersebut signifikan atau tidak pada suatu model. Statistik uji *t* memungkinkan kita untuk menguji signifikansi pada parameter dengan hipotesis sebagai berikut:

Hipotesis:

$H_0 : \phi = 0$ parameter tidak signifikan

$H_1 : \phi \neq 0$ parameter signifikan

Statistik Uji:

$$t = \frac{\hat{\phi}}{SE(\hat{\phi})} \tag{2.61}$$

dengan:

$\hat{\phi}$ = estimasi dari koefisien yang diuji

$SE(\hat{\phi})$ = standar *error* dari estimasi koefisien tersebut

Kriteria Penolakan:

Tolak H_0 jika $|t| > t_{\frac{a}{2},df}$, dengan $df = T - M$, T merupakan jumlah observasi dan *M* adalah jumlah parameter dalam model atau dapat digunakan nilai *p-value*, akan di tolak H_0 jika nilai *p-value* < α (Nuhad, 2014). Dalam penelitian ini akan digunakan α = 0,05.

2.12 Pemeriksaan Diagnostik

Model rangkaian waktu ditentukan melalui proses yang dilakukan secara berulang. Prosesnya dimulai melalui penentuan model dan estimasi parameternya. Selanjutnya, model tersebut dievaluasi untuk memastikan akankah model tersebut telah sesuai dengan asumsi yang diperlukan. Asumsi utama yang mendasari model rangkaian waktu adalah bahwa residual α_t terdistribusi secara normal dan merupakan *white noise*. Asumsi normalitas residual dalam penelitian ini di diuji dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Tahapan pengujiannya adalah sebagai berikut (Nuryana, 2009).

Hipotesis:

$H_0 : F_{0(t)} = S_{(t)}$ untuk semua nilai *t*, dengan $F_{0(t)} \sim N(0, \sigma^2)$

$H_0 : F_{0(t)} \neq S_{(t)}, t = 1,2, \dots, T$

Statistik uji:

$$D = Sup\left|S_{(t)} - F_{0(t)}\right| \tag{2.62}$$

dengan:

$S_{(t)}$ = fungsi distribusi kumulatif empiris dari sampel

$F_{0(t)}$= fungsi distribusi kumulatif dari distribusi teoritis yang sedang di uji

Kriteria uji:

Jika $D > K_{(1-\alpha)}$ atau dengan $\alpha = 0{,}05$ jika *p-value* < α maka tolak H_0 dan gagal tolak H_0 jika sebaliknya. Nilai $K_{(1-\alpha)}$ dapat diketahui melalui tabel Kolmogorov-Smirnov.

Sisaan dianggap sebagai *white noise* apabila dua kriteria dipenuhi, yaitu independen dan identik. Untuk memastikan apakah sisaan bersifat independen (tidak berkorelasi satu sama lain), uji Ljung-Box digunakan sebagai berikut.

Hipotesis:

$H_0 : p_1 = p_2 = \cdots = p_K = 0$ (residual memenuhi syarat *white noise*)

H_1 : minimal ada satu $p_i \neq 0$, untuk $i = 1,2, \ldots, K$ (residual tidak *white noise*)

Statistik Uji:

Ljung-Box statistik sebagai berikut.

$$Q^* = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{r_k^2}{n-k} \tag{2.63}$$

dengan:

Q^* = statistik uji Ljung-Box

n = jumlah observasi atau data sampel

k = lag ke-k

K = jumlah lag yang di uji

r_k^2 = autokorelasi pada lag ke-k

p dan q = order dari ARMA (p,q)

Daerah penolakan:

Tolak H_0 jika $Q^* > \chi^2_{\alpha;df=K-p-q}$ atau *p-value* < α

2.13 *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

Seperti yang dinyatakan oleh Makridakis *et al*. (2008), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) merupakan kriteria yang paling sering digunakan untuk menilai keakuratan suatu model. MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) adalah tolak ukur yang digunakan untuk mengetahui perbedaan antara hasil prediksi dan nilai aktual atau observasi. Perbedaan ini akan diidentifikasi dengan membandingkan data aktual dengan data peramalan menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Rumus untuk MAPE adalah sebagai berikut.

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{y_i - \hat{y}_t}{y_t}\right| \times 100\% \quad (2.64)$$

dengan:

y_i = nilai pengamatan waktu ke-t

$\hat{y}_t$ = nilai peramalan waktu ke-t

n = banyaknya pengamatan

Selain itu, nilai MAPE memiliki kriteria yang dapat digunakan untuk mengevaluasi seberapa baik sebuah model. Kriteria untuk nilai MAPE disajikan dalam tabel berikut (Martin & Witt, 1989).

Tabel 2. Kriteria nilai MAPE

Nilai MAPE	Kriteria
< 10%	Sangat Baik
10% - 20%	Baik
20% - 50%	Cukup
> 50%	Buruk

2.14 Inflasi

Istilah inflasi sering kali didefinisikan sebagai kenaikan harga secara umum dan terus menerus. Kenaikan harga satu atau dua barang tidak dapat diklasifikasikan sebagai inflasi kecuali jika kenaikan tersebut tercermin pada harga barang lainnya. Kondisi sebaliknya dari inflasi disebut sebagai deflasi. Indikator yang paling sering digunakan untuk mengukur inflasi adalah Indeks Harga Konsumen (IHK). Indeks Harga Konsumen (IHK) adalah ukuran pergerakan harga dari kumpulan barang dan jasa yang dikonsumsi masyarakat. Sesuai dengan kemungkinan terburuknya, inflasi dapat diklasifikasikan ke dalam tiga kategori yaitu inflasi ringan (kurang dari 10% per tahun), inflasi sedang (antara 10% dan 30% per tahun), dan inflasi berat (antara 30% dan 100% per tahun) (Nuryana, 2009).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat

Penelitian ini dilakukan pada semester genap Tahun Ajaran 2023/2024 yang bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data *time series* sekunder yang diambil dari https://bps.go.id untuk data bulanan Inflasi di Indonesia periode 1999-2023.

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

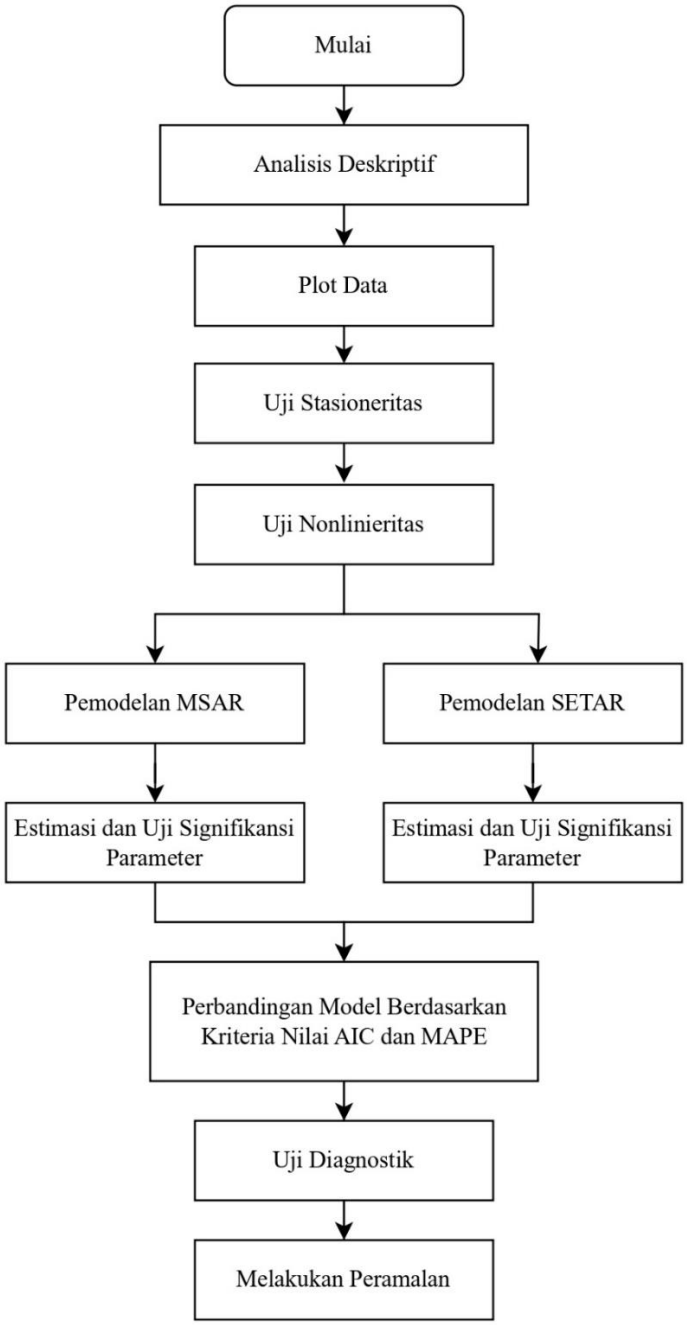
1. Melakukan analisis deskriptif pada data asli.
2. Melakukan plot data asli.
3. Melakukan Uji Stasioneritas data terhadap ragam melalui pengamatan nilai duga λ (lamda) pada plot *Box-Cox*. Data dapat dikatakan stasioner terhadap

ragam jika nilai duga λ mendekati 1. Bila data belum stasioner terhadap ragam, maka akan dilakukan transformasi *Box-Cox*.

4. Memeriksa kestasioneran terhadap rata-rata dengan menggunakan uji ADF. Apabila data diketahui tidak stasioner terhadap rata-rata, maka akan dilakukan proses *differencing* atau pembedaan.
5. Melakukan uji nonlinieritas menggunakan Uji Terasvirta. Jika dari hasil uji nonlinieritas dapat disimpulkan bahwa data inflasi di Indonesia sesuai dengan model nonlinier, maka dilanjutkan ke tahap selanjutnya.
6. Mengidentifikasi model SETAR 2-*regime* SETAR(d, p_1, p_2) dengan cara:
   a. Menentukan *delay* variabel *threshold* (d), nilai *threshold* (*r*), dan orde *autoregressive* (p_1, p_2) ditentukan berdasarkan nilai AIC.
   b. Parameter *autoregressive* pada masing-masing *regime* model SETAR estimasi dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil.
   c. Melakukan uji signifikansi parameter *autoregressive* dengan statistik uji *t* dan untuk setiap parameter yang terdapat di dalam model harus signifikan.
7. Mengidentifikasi model MSAR MS(*r*)-AR(*p*) dengan cara:
   a. Menentukan orde *autoregressive* dengan melihat plot ACF dan PACF.
   b. Melakukan estimasi parameter, metode yang digunakan untuk estimasi parameter dalam rangka memperoleh orde yang tepat pada model MSAR adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang dikombinasikan dengan *filtering* dan *smoothing*. Hal ini disebabkan karena pada *Markov Switching Autoregressive* terdapat parameter p_{ij} yang merepresentasikan probabilitas untuk setiap *state*.
   c. Melakukan uji signifikansi parameter *autoregressive* dengan statistik uji *t* dan untuk setiap parameter yang terdapat di dalam model harus signifikan.
   d. Melihat nilai peluang transisi dari model MSAR.
8. Melakukan perbandingan keakuratan dari model SETAR dengan model MSAR berdasarkan kriteria nilai AIC terkecil dan MAPE.
9. Melakukan uji diagnostik pada model terpilih.

a. Memeriksa normalitas residual dengan menerapkan uji Kolmogorov-Smirnov.
b. Memerika apakah residual bersifat *white noise* (independen dan identik) dengan menggunakan uji Ljung-Box.

10. Melakukan peramalan periode 12 bulan dengan model terpilih.



Gambar 1. Diagram Alir Pemodelan SETAR dan MSAR

V. KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat diperoleh kesimpulan dari penelitian ini sebagai berikut.

Pada model SETAR didapatkan nilai AIC sebesar -1658 dengan MAPE 18.19% dan untuk model MSAR didapatkan nilai AIC sebesar -832.6177 dengan MAPE 25.46%, dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa model SETAR lebih baik dibandingkan dengan model MSAR dalam memodelkan data Inflasi di Indonesia dari segi keseimbangan, kecocokan model dengan data, dan kompleksitas model. Oleh karena itu, berdasarkan nilai AIC dan MAPE, model SETAR adalah pilihan yang lebih baik dibandingkan dengan model MSAR dalam memodelkan data Inflasi di Indonesia.

DAFTAR PUSTAKA

Ani, C. L., Egwoh, A. Y., & Hassan, U. M. 2020. Application of self-exciting threshold autoregressive model on exchange rate in Nigeria: a comparative approach. *Science World Journal*. **15**(3): 33–45.

Aprianti, A. & Edriani, T. S. 2023. Analisis Faktor Indeks Harga Konsumen (IHK) Menurut Kelompok Pengeluaran yang Mempengaruhi Laju Inflasi Provinsi Lampung Tahun 2020. *Indonesian Journal of Applied Mathematics*. **2**(2): 51–57.

Aswi, A. & Sukarna, S. 2017. *Analisis Deret Waktu: teori dan aplikasi*. Andira Publisher, Makasar.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. 2015. *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons, New Jersey.

Brandmaier, A. M. 2011. *Permutation distribution clustering and structural* equation *model trees*. Saarland University, Saarbrücken.

Chan, W. S., Wong, A. C. S., & Tong, H. 2004. Some nonlinear threshold autoregressive time series models for actuarial use. *North American Actuarial* Journal. **8**(4): 37–61.

Franses, P. H. & Van Dijk, D. 2000. *Non-linear time series models in empirical* finance. Cambridge university press, Cambridge.

Gujarati, D. N. & Porter, D. C. 2009. *Basic econometrics*. McGraw-hill, New York.

Hamilton, J. D. 2020. *Time series analysis*. Princeton university press, New Jersey.

Hansen, B. 1999. Testing for linearity. *Journal of Economic Surveys*. **13**(5): 551–576.

Järås, J. & Gishani, M. A. 2010. *Threshold detection in autoregressive non-linear models*. Uppsala University, Uppsala.

Katabba, Y. I. & Estefani, K. 2023. Penerapan Model Self-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR) Nonlinear dalam Memodelkan Data Harga Minyak Sawit (FCPOc1). *Mathematical Sciences and Applications Journal*. **4**(1): 33–39.

Khoerunnisa, A., Nur, I. M., & Arum, P. R. 2022. Metode Markov Switching Autoregressive (MSAR) untuk Peramalan Indeks Saham Syariah Indonesia (ISSI). *Prosiding Seminar Nasional UNIMUS*. **5**: 609-623.

Larsen, B. 2012. *A threshold cointegration analysis of Norwegian interest rates*. Universitetet i Tromsø, Tromsø.

Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. 2008. *Forecasting methods and applications*. John wiley & sons, New York.

Martin, C. A. & Witt, S. F. 1989. Accuracy of econometric forecasts of tourism. *Annals of Tourism Research*. **16**(3): 407–428.

Munawwaroh, N. A. 2020. Penerapan Model Markov Switching Autoregressive pada data inflasi (Indeks Harga Konsumen) (Skripsi). Jurusan Matematika FST UIN Maliki, Malang.

Nuhad, F. 2014. Penerapan Model Nonlinier Self-Exciting Threshold Autoregressive (Setar) Untuk Pemodelan Data Inflasi Di Indonesia (Skripsi). Jurusan Matematika FMIPA UB, Malang.

Nuryana, F. 2009. Pemodelan Data Deret Waktu dengan Selft-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR) dan perubahan Strutur (Tesis). Jurusan Matematika FMIPA ITS, Surabaya.

Pankratz, A. 1991. *Forecasting with dynamic regression models*. John Wiley & Sons, New York.

Prasyanti, A. 2017. Pemodelan Markov Switching Autoregressive (MSAR) Pada Data Time Series (Skripsi). Jurusan Matematika FMIPA Unila, Bandar Lampung.

Riyansyah, H. N. G. P., Saputro, D. R. S., & Winarno, B. 2020. Identifikasi Model Self-exciting Threshold Autoregressive dengan Switching Two Regime (Kasus pada Data Ekspor Agrikultur di Indonesia). *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*. **14**(4): 511–522.

Teräsvirta, T. 1994. Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*. **89**(425): 208–218.

Tsay, R. S. 2005. *Analysis of financial time series*. John wiley & sons, New York.

Wei, W. W. S. 2006. *Univariate and Multivariate Methods*. 2 th Edition. Pearson Education, London.

Widarjono, A. 2007. *Ekonometrika: teori dan aplikasi untuk ekonomi dan bisnis*. Ekonisia, Yogyakarta.