PEMODELAN MARKOV *SWITCHING VECTOR AUTOREGRESSIVE* (MSVAR) PADA DATA EKSPOR DAN IMPOR DI INDONESIA

(Skripsi)

Oleh

ROSA HALIMA APRILLIA
2117031096

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2025

ABSTRACT

MARKOV SWITCHING VECTOR AUTOREGRESSIVE (MSVAR) MODELING ON EXPORT AND IMPORT DATA IN INDONESIA

By

ROSA HALIMA APRILLIA

The Markov Switching Vector Autoregressive (MSVAR) model is a development of Markov Switching combined with Vector Autoregressive (VAR). The MSVAR model is a multivariate time series data forecasting model for data that experiences changing conditions. The multivariate time series data used in this study is the export and import value data of all commodities in Indonesia in 2017-2023. The purpose of this study was to determine the best model and make forecasts for the period January to December 2024. The best model obtained to analyze export and import values was MS(2)–VAR(4) with an AIC value of 1354.12 with a MAPE value of 13.86% and 9.59% which were categorized as very good. The MSVAR model has been proven to be able to provide more accurate predictions, which can be used as a basis for making economic policies related to Indonesia's international trade.

Keyword: Time Series, MSVAR, Export Value, Import Value.

ABSTRAK

PEMODELAN MARKOV *SWITCHING VECTOR AUTOREGRESSIVE* (MSVAR) PADA DATA EKSPOR DAN IMPOR DI INDONESIA

Oleh

ROSA HALIMA APRILLIA

Model Markov *Switching Vector Autoregressive* (MSVAR) adalah perkembangan dari Markov *Switching* yang digabungkan dengan *Vector Autoregressive* (VAR). Model MSVAR adalah model peramalan data *time series* multivariat untuk data yang mengalami perubahan kondisi. Data *time series* multivariat yang digunakan pada penelitian ini adalah data nilai ekspor dan impor seluruh komoditas di Indonesia tahun 2017-2023. Tujuan penelitian ini adalah menentukan model terbaik dan melakukan peramalan pada periode Januari sampai Desember 2024. Model terbaik yang diperoleh untuk menganalisis nilai ekspor dan impor adalah MS(2)–VAR(4) dengan nilai AIC sebesar 1354,12 dengan nilai MAPE sebesar 13,86% dan 9,59% yang dikategorikan sangat baik. Model MSVAR terbukti mampu memberikan prediksi yang lebih akurat, yang dapat digunakan sebagai dasar pengambilan kebijakan ekonomi terkait perdagangan internasional Indonesia.

Kata kunci: *Time Series*, MSVAR, Nilai Ekspor, Nilai Impor.

PEMODELAN MARKOV *SWITCHING VECTOR AUTOREGRESSIVE* (MSVAR) PADA DATA EKSPOR DAN IMPOR DI INDONESIA

Oleh

ROSA HALIMA APRILLIA
2117031096

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matemetika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2025

Judul Skripsi : **PEMODELAN MARKOV *SWITCHING VECTOR AUTOREGRESSIVE* (MSVAR) PADA DATA EKSPOR DAN IMPOR DI INDONESIA**

Nama Mahasiswa : *Rosa Halima Aprillia*

Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031096**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI,

1. Komisi Pembimbing

Widiarti, S.Si., M.Si	**Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.**
NIP 198005022005012003	NIP 199306012019032021

Mengetahui,

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Widiarti, S.Si., M.Si.** ....

Sekretaris : **Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **03 Juni 2025**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: **Rosa Halima Aprillia**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **2117031096**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **PEMODELAN MARKOV *SWITCHING VECTOR AUTOREGRESSIVE* (MSVAR) PADA DATA EKSPOR DAN IMPOR DI INDONESIA**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 03 Juni 2025
Penulis,

Rosa Halima Aprillia
NPM. 2117031096

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Rosa Halima Aprillia, lahir di Kota Bandar Lampung pada tanggal 05 April 2003. Penulis merupakan anak pertama dari empat bersaudara yang lahir dari pasangan Bapak Syafroni dan Ibu Evi Susanti.

Penulis memulai pendidikan di Taman Kanak-Kanak (TK) Nurul Islam Kota Bandar Lampung pada tahun 2008-2009. Kemudian, melanjutkan pendidikan ke sekolah dasar di SD Negeri 2 Sukajawa pada tahun 2009-2015, sekolah menengah pertama di MTS Negeri 1 Kota Bandar Lampung pada tahun 2015-2018 dan sekolah menengah atas di SMA Negeri 3 Kota Bandar Lampung pada tahun 2018-2021. Pada tahun 2021 penulis diterima sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN (Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri).

Selama menjadi mahasiswa, penulis pernah mengikuti organisasi ROIS FMIPA Universitas Lampung sebagai anggota dari Bidang Dana dan Usaha (DANUS) pada tahun 2023. Pada bulan Desember 2023 sampai Februari 2024, penulis melakukan kerja praktik (KP) di Dinas Bina Marga dan Bina Konstruksi Provinsi Lampung. Sebagai bentuk pengabdian mahasiswa kepada masyarakat dan menjalankan Tri Dharma Perguruan Tinggi, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) periode kedua di Desa Kedung Ringin, Kecamatan Pasir Sakti, Kabupaten Lampung Timur pada bulan Juni sampai Agustus 2024.

KATA INSPIRASI

“Ilmu adalah kehidupan hati dari kebutaan, cahaya bagi pandangan dalam kegelapan, dan kekuatan tubuh dari kelemahan.”

(HR. Hakim)

" Hari ini sulit, besok lebih sulit, tapi lusa akan indah. Banyak orang menyerah di hari esok."

(Jack Ma)

“Berdoalah kepada-Ku, niscaya akan Kuperkenankan bagimu.”

(QS. Ghafir: 60)

“Jangan takut melangkah pelan, yang penting jangan berhenti.”

“Jangan menunggu waktu yang tepat untuk memulai, karena waktu terbaik adalah sekarang.”

“Jadilah versi terbaik dari dirimu, bukan versi kedua dari orang lain.”

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Bismillahhirrohmanirrohim, Kupersembahkan karya sederhana ini sebagai tanda bakti dan cinta kepada semua orang yang senantiasa mendukung dan dengan tulus mendoakan kelancaran terciptanya karya ini:

Orang Tuaku Tersayang

Terima kasih ayah dan ibu tercinta atas segala kasih sayang, yang selalu menjadi sumber kekuatan, doa restu, pengorbanan dan perjuangan. Tanpa dukungan dan pengorbanan mereka, aku tidak akan sampai pada titik ini. Karya ini wujud rasa syukur dan penghormatanku kepada kalian.

Diri Sendiri

Terima kasih Rosa Halima Aprillia sudah mampu bertahan dan berjuang sejauh ini. Karya ini merupakan awal dari usahamu, jadi teruslah maju dan semangat, tetap ilmu padi Boss ;).

Adik-adikku

Terima kasih adik-adikku Rani, Ranti, dan Raisa atas segala doa, motivasi dan canda tawanya yang telah menemani dalam segala usahaku.

Dosen Pembimbing dan Penguji

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan penguji yang sudah memberikan bimbingan, motivasi dan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.

Almamater Tercinta Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pemodelan Markov *Switching Vector Autoregressive* (MSVAR) pada Data Ekspor dan Impor di Indonesia".

Dalam penyusunan skripsi ini banyak pihak yang telah membantu, untuk itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Widiartri, S.Si., M.Si selaku pembimbing satu yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, motivasi, dan saran selama proses penyelesaian skripsi.
2. Ibu Siti Laelatul Chasanah, S.Pd., M.Si. selaku pembimbing dua yang telah memberikan bimbingan, motivasi, dan saran selama proses penyelesaian skripsi.
3. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D. selaku pembahas atas kesediannya untuk menguji dan dengan sabar memberikan masukan, kritik dan saran.
4. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc. selaku pembimbing akademik yang senantiasa memotivasi dan membimbing selama manjalani perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.
7. Orang tuaku tersayang, bapak Syafroni dan Ibu Evi Susanti yang selalu memberikan kasih sayang, doa, dan dukungan.

8. Adik-adikku Rani, Ranti, dan Raisa yang selalu memberikan doa dan semangat.
9. Kakek Suparman(alm), teteh Elis, ibu Lili, om Ade, dan lainnya keluarga besar yang selalu memberikan doa dan dukungan.
10. Teman-temanku, Afika, Fanny, Intan, Dita, Windi, Irma, Dede, Buena, Siska, Shevira dan semua pihak yang terlibat dalam penulisan skirpsi ini.

Semoga Allah SWT. senantiasa melimpahkan rahmat dan karunia-Nya atas segala kebaikan semua pihak yang terlibat dalam membantu penulis menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, akan tetapi penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan informasi yang bermanfaat.

Bandar Lampung, 03 Juni 2025
Penulis,

Rosa Halima Aprillia
NPM. 2117031096

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis deret waktu (*time series*) merupakan teknik statistik yang dapat digunakan untuk mengolah data hasil pengamatan yang disusun dalam urutan waktu secara berurutan. Analisis *time series* dapat digunakan pada data satu variabel (*univariat*) maupun data banyak variabel (*multivariat*). Menurut Box dkk., (2015) model yang sering digunakan untuk analisis data *time series* adalah model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) yang dikenalkan oleh Box Jenkin. Namun, model ARIMA ini hanya dapat digunakan jika data *time series* terdiri dari satu variabel saja. Menurut Gujarati & Porter (2009), apabila data *time series* terdiri dari beberapa variabel salah satu model yang sering digunakan adalah *Vector Autoregressive* (VAR).

Model VAR adalah persamaan simultan yang melibatkan beberapa variabel endogen secara bersamaan, dimana setiap variabel endogen dijelaskan oleh lag dari nilai variabel itu sendiri serta variabel endogen lainnya yang ada dalam model. Salah satu keunggulan model ini adalah peneliti tidak perlu menentukan mana variabel endogen dan variabel eksogen. Model VAR diperkenalkan oleh Sims (1980) untuk menganalis data makro ekonomi. Model VAR memiliki pola variabel yang simetris dan tidak dapat digunakan pada data *time series* yang mengalami perubahan kondisi ekonomi. Oleh karena itu, diperlukan model yang tepat untuk menganalisis data *time series* pada variabel-variabel ekonomi yang mengalami perubahan kondisi. Salah satu model yang dapat digunakan adalah Markov *Switching*.

Markov *Switching* merupakan model yang dapat digunakan untuk menganalisis data *time series* yang mengalami perubahan kondisi. Salah satu model deret waktu nonlinier yang sering digunakan adalah model Markov *Switching* yang pertama kali diperkenalkan oleh Hamilton (1989). Markov *Switching* memiliki karakteristik dalam menentukan nilai variabel *state* yang bergantung dengan nilai sebelumnya. Dalam model Markov *Switching,* data yang mengalami perubahan kondisi atau kondisi fluktuasi dianggap suatu variabel yang tidak teramati (*unobservable variable*), variabel ini disebut juga dengan *state* atau *regime*. Menurut Rahman dkk., (2014) model Markov *Switching* dapat mempertimbangkan peluang untuk bertahan pada satu model atau berpindah ke model yang lain. Dalam siklus bisnis yang dipengaruhi beberapa faktor, maka memerlukan sebuah model yang dapat menggunakan beberapa variabel sebagai indikator perekonomian makro.

Perkembangan dari Markov *Switching* yang menggabungkan dengan model *autoregressive* linear adalah Markov *Switching Autoregressive* (MSAR). Markov *Switching Autoregressive* menggunakan peubah univariat. Menurut Permatasari dkk., (2014) Markov *Switching* mengalami perkembangan yang menggunakan peubah multivariat yaitu dengan menggabungkan *Vector Autoregressive* dan model Markov *Switching* yang disebut model Markov *Switching Vector Autoregressive* (MSVAR).

Beberapa penelitian yang mengkaji model MSVAR yaitu Permatasari dkk., (2014) yang mengkaji tentang hubungan kurs rupiah terhadap dolar Amerika (USD) dan kurs rupiah terhadap Euro pada kondisi yang akan datang mengalami transisi berdasarkan kondisi. Model MSVAR terbaik dengan orde 4 atau MS(2)-VAR(4) dan nilai harapan lamanya waktu pada kondisi tidak krisis adalah 13,10 hari dan kondisi krisis adalah 1,68 hari. Lai & Hu (2021) melakukan penelitian mengenai ketidakstabilan pasar saham dengan model MSVAR. Model MSVAR terbaik adalah MS(3)-VAR(2). Tuaneh dkk., (2021) mengkaji tentang hubungan ekonomi dengan MSVAR. Model MSVAR terbaik yang dihasilkan yaitu MS(2)-VAR(2).

Penerapan model MSVAR pada data nilai ekspor dan impor dapat dianalisis dengan mempertimbangkan adanya perbedaan kondisi, seperti periode dengan pertumbuhan tinggi atau rendah. Penelitian yang dilakukan oleh Permatasari dkk., (2014) menunjukkan bahwa model MSVAR efektif dalam menangkap perubahan kondisi ekonomi yang berfluktuasi akibat faktor-faktor eksternal dan internal yang mempengaruhi perdagangan. Selain itu, MS-VAR memberikan pemahaman mendalam tentang interaksi variabel ekonomi dalam dinamika siklus bisnis.

Menurut Tambunan (2016) Perdagangan internasional, termasuk aktivitas ekspor dan impor, memiliki peran penting dalam mendorong pertumbuhan ekonomi Indonesia. Perekonomian Indonesia mengalami fase ekspansi hingga krisis, sehingga diperlukan strategi yang tepat untuk mendorong pertumbuhan. Peramalan dibutuhkan untuk merancang strategi yang sesuai dengan kondisi pasar di masa depan. Sehingga data nilai ekspor dan impor cocok untuk melakukan peramalan menggunakan model MSVAR.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini akan mengkaji tentang penerapan Markov *Switching Vector Autoregressive* pada data nilai ekspor dan nilai impor seluruh komoditas di Indonesia pada tahun 2024. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model terbaik dengan menggunakan estimasi parameter *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan melakukan peramalan dengan mengevaluasi nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Dalam penelitian ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih baik tentang respon sektor perdagangan internasional terhadap perubahan kondisi ekonomi, serta meningkatkan akurasi prediksi perilaku pasar di masa mendatang.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menentukan model terbaik dengan penerapan model Markov *Switching Vector Autoregressive* pada data nilai ekspor dan impor di Indonesia dengan menggunakan estimasi parameter MLE.

2. Melakukan peramalan data nilai ekspor dan impor pada periode Januari sampai Desember 2024 dengan mengevaluasi nilai MAPE.
3. Membandingan nilai hasil peramalan dengan nilai aktual.

1.3 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Mempelajari lebih dalam tentang penerapan model MSVAR sebagai salah satu model alternative dalam analisis *time series* pada bidang ekonomi.
2. Menambah wawasan mengenai langkah-langkah dalam penerapan MSVAR pada data ekspor dan impor.
3. Menjadi referensi tambahan literasi dalam pengembangan metode yang lebih kompleks selanjutnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu (*Time Series*)

Menurut Khoiri (2023), analisis deret waktu merupakan teknik statistik yang dapat digunakan untuk mengolah data hasil pengamatan yang disusun dalam urutan waktu secara berurutan. Menurut Pankratz (1991), tujuan utama analisis deret waktu adalah untuk memahami struktur data historis dan memprediksi nilai di masa depan berdasarkan pola masa lalu. Beberapa metode umum dalam analisis deret waktu meliputi *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), model GARCH untuk volatilitas, dan *Vector Autoregressive* (VAR) untuk data multivariat (Box dkk., 2015). Dengan demikian, analisis ini sangat berguna dalam berbagai bidang, seperti ekonomi, keuangan, dan meteorologi, di mana pola waktu sering kali relevan dalam pengambilan keputusan.

Perubahan nilai variabel-variabel ini sering kali mengikuti tren atau pola yang dapat diidentifikasi dan diprediksi. Analisis deret waktu multivariat, seperti model VAR, memungkinkan analisis interaksi antar variabel ekonomi, sehingga lebih tepat dalam memahami dinamika ekonomi kompleks. Selain itu, model dengan perubahan kondisi, seperti Markov *Switching*, memungkinkan peneliti menangkap perubahan struktur dalam data, yang sering kali terkait dengan kondisi ekonomi yang berubah secara signifikan (Franses & van Dijk, 2000). Oleh karena itu, analisis deret waktu tidak hanya membantu dalam prediksi, tetapi juga dalam memberikan wawasan yang lebih mendalam tentang pola dan hubungan antar variabel ekonomi dari waktu ke waktu.

2.2 *Vector Autoregressive* (VAR)

Menurut Gujarati & Porter (2009), VAR adalah model statistik yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara beberapa variabel waktu secara simultan. Model VAR dikenalkan pertama kali oleh Sims pada tahun 1920. Model ini menghubungkan observasi saat ini dari suatu variabel dengan observasi masa lalu dari dirinya sendiri dan juga dengan observasi masa lalu dari variabel lain dalam sistem. Model VAR dibangun berdasarkan sistem persamaan yang mencerminkan hubungan antar variabel endogen. Setiap variabel dalam model VAR diprediksi menggunakan lag dari dirinya sendiri dan lag dari semua variabel lain dalam model. Model VAR dengan dua variabel dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= c_1 + a_{11}y_{1,t-1} + a_{12}y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2,t} &= c_2 + a_{21}y_{1,t-1} + a_{22}y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Persamaan dapat ditulis dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Sehingga, dihasilkan bentuk umum:

$$\boldsymbol{y_t} = \boldsymbol{c} + \boldsymbol{A_i}\boldsymbol{y_{t-1}} + \boldsymbol{\varepsilon_t} \tag{2.3}$$

Keterangan:

y_t : vektor berukuran 2×1 dengan n banyaknya variabel endogen di waktu t dan $t - i$: untuk $i = 1,2, \dots, p$

c : vektor konstanta berdimensi 2×1

A_i : matriks berukuran 2×2

ε_t : barisan dari vektor acak galat berukuran 2×1

2.3 Stasioneritas

Stasioneritas adalah konsep penting dalam analisis deret waktu yang mengacu pada sifat statistik dari suatu proses yang tidak berubah seiring waktu. Suatu deret waktu dianggap stasioner jika rata-rata, varians, dan kovariansnya tetap konstan dari waktu ke waktu. Jika data bersifat tidak stasioner, hasil analisis bisa menjadi tidak akurat dan berpotensi menghasilkan regresi palsu (*spurious regression*), dimana hubungan antara variabel tampak signifikan namun sebenarnya tidak memiliki keterkaitan kausal yang sesungguhnya (Makridakis & Wheelwright, 1999) .

Berbagai metode dapat digunakan untuk menguji stasioneritas, seperti melihat pola pada grafik, menganalisis autokorelasi, dan menerapkan uji statistik seperti Uji *Augmented Dickey*-*Fuller* (ADF) atau Uji *Phillips*-*Perron* (PP) yang bertujuan menguji keberadaan akar unit dalam data. Dalam penelitian ini menggunakan uji ADF. Jika hasil uji menunjukkan data tidak stasioner, maka dapat menerapkan transformasi, misalnya melalui *differencing* atau logaritma, untuk menstabilkan rata-rata dan varians data tersebut. Memastikan data bersifat stasioner memungkinkan peneliti membangun model dengan hasil yang lebih dapat diandalkan dan akurat (Dickey & Fuller, 1979).

Menurut Dickey & Fuller (1979), uji ADF adalah metode yang digunakan untuk menguji keberadaan unit *root* dalam suatu deret waktu, yang merupakan indikasi bahwa data tersebut tidak stasioner. Uji ADF dikembangkan oleh David Dickey dan Wayne Fuller dan merupakan pengembangan dari uji Dickey-Fuller yang lebih sederhana. Bentuk umum dari uji ADF ditulis sebagai berikut:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} \phi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \tag{2.4}$$

dengan $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$dan δ adalah koefisien lag.

Pada model ini, hipotesis yang diuji adalah:

$H_0 \colon \delta$ (data *time series* tidak stasioner)

$H_1 \colon \delta$ (data *time series* stasioner)

Dengan uji statistik sebagai berikut:

$$ADF = \frac{\delta}{SE(\delta)} \tag{2.5}$$

Keterangan:

δ : nilai duga untuk parameter *autoregressive*

$SE(\delta)$: standar *error*

Nilai taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0{,}05$. Dengan kriteria jika nilai *p-value* $< 0{,}05$, maka tolak H_0 yang berarti data stasioner.

2.4 *Differencing*

Menurut Gujarati & Porter (2009), *differencing* adalah salah satu cara efektif untuk membuat data menjadi stasioner, sehingga memungkinkan untuk diterapkannya berbagai metode statistik. Metode ini bekerja dengan menghitung selisih antara nilai suatu variabel pada periode tertentu dengan nilai pada periode sebelumnya. Jika dilakukan sekali, teknik ini disebut *first differencing*. Untuk *differencing* pertama ($d = 1$) dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_t' = y_t - y_{t-1} \tag{2.6}$$

dimana:

y_t' : hasil *differencing* pertama.

y_t : nilai deret waktu pada waktu *t*.

y_{t-1} : nilai deret waktu pada waktu $t - 1$.

Jika hasil *differencing* pertama masih belum stasioner maka dilakukan kembali *differencing* kedua atau disebuat *second differencing*. *Differencing* kedua ($d = 2$) dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_t'' = y_t' - y_{t-1}' = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} \tag{2.7}$$

$$y_t''' = y_t'' - y_{t-1}'' = (y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}) - (y_{t-1} - 2y_{t-2} + y_{t-3})$$

$$= y_t - 3y_{t-1} + 3y_{t-2} - y_{t-3}$$

Dst.

Proses ini dilakukan hingga data menjadi stasioner.

2.5 Uji *Chow Breakpoint*

Menurut Gujarati & Porter (2009), uji *Chow Breakpoint* adalah metode statistik yang digunakan untuk mendeteksi adanya perubahan struktural dalam model yang didasarkan pada uji statistik. Uji ini sering digunakan dalam konteks analisis deret waktu dan data panel untuk mengidentifikasi dampak dari kebijakan atau peristiwa ekonomi tertentu terhadap variabel yang dianalisis. Persamaan model dalam uji *Chow Breakpoint* adalah sebagai berikut:

$$y_t = X_t\beta + \varepsilon_t \tag{2.8}$$

Adapun hipotesis yang digunakan yaitu:

H_0 : tidak terdapat perubahan struktur.

H_1 : terdapat perubahan struktur.

Dengan statistik uji *Chow* sebagai berikut:

$$F = \frac{\left(RSS_C - (RSS_1 + RSS_2)\right)/k}{(RSS_1 + RSS_2)/(T - 2k)} \tag{2.9}$$

dengan,

$$RSS_C = \sum_{n=1}^{T} \varepsilon_n^2$$

$$RSS_1 = \sum_{n=1}^{T_1} \varepsilon_n^2$$

$$RSS_2 = \sum_{n=T_1+1}^{T} \varepsilon_n^2$$

Keterangan:

RSS_C : Jumlah kuadrat residu model

RSS_1 : Jumlah kuadrat residu sebelum terjadi *break*

RSS_2 : Jumlah kuadrat residu setelah terjadi *break*

k : banyaknya parameter dalam model

T : banyaknya data pengamatan

Nilai taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0{,}05$. Dengan kriteria uji tolak H_0 jika nilai $F \geq F_{(k,T-2k)}$ atau *p-value* $\leq 0{,}05$, maka data memiliki perubahan struktur.

2.6 Uji Kausalitas Granger

Menurut Granger (1969), uji kausalitas granger adalah metode statistik yang digunakan untuk menentukan apakah satu deret waktu dapat digunakan untuk memprediksi deret waktu lainnya. Persamaan model dalam uji kausalitas granger memiliki dua model regresi linier yaitu *restricted* model dan *unrestricted* model yang dapat ditunjukkan pada persamaan (2.10) dan (2.11).

1. Model dengan restriksi (*restricted* model)

$$y_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i y_{t-i} + \mu_t \qquad (2.10)$$

   keterangan:

   y_t : variabel endogen pada waktu t

   γ_0 : konstanta model

   γ_i : koefisien lag ke-i dari y

   p : banyaknya lag yang digunakan

   μ_t : *error*

2. Model tanpa restriksi (*unrestricted* model)

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \beta_i x_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (2.11)$$

   keterangan:

   α_i: koefisien lag dari y

   β_i: Koefisien lag dari x

   ε_t : *error*

Menurut Gujarati (2009), statistik uji F adalah:

$$F = \frac{(RSS_R - RSS_{UR})/m}{RSS_{UR}/(n-k)} \qquad (2.12)$$

dengan,

$$RSS_R = \sum_{n=1}^{T} (\varepsilon_n^R)^2$$

$$RSS_{UR} = \sum_{n=1}^{T} (\varepsilon_n^{UR})^2$$

Keterangan:

RSS_R : jumlah kuadrat residu dari regresi bersyarat (*restricted*)

RSS_{UR} : jumlah kuadrat residu dari regresi tanpa syarat (*unrestricted*)

m : banyak lag

n : banyak data pengamatan

b : banyak parameter yang diestimasi pada model

Adapun hipotesis yang digunakan yaitu:

H_0: y hanya dipengaruhi oleh dirinya sendiri tetapi tidak dipengaruhi oleh x.

H_1: y hanya dipengaruhi oleh dirinya sendiri dan dipengaruhi oleh x.

Nilai taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0{,}05$. Dengan kriteria tolak H_0 jika *p-value* $\leq 0{,}05$, maka berarti variabel dependen dipengaruhi oleh variabel independen.

2.7 Uji Kointegrasi Johansen

Menurut Gujarati & Porter (2009), uji kointegrasi dapat digunakan untuk menguji adanya hubungan keseimbangan jangka panjang antara dua atau lebih variabel nonstasioner. Pengujian kointegrasi bisa dilakukan dengan berbagai cara salah satunya adalah dengan uji kointegrasi Johansen. Uji Johansen memiliki kemampuannya untuk mengidentifikasi lebih dari satu hubungan kointegrasi dalam sistem variabel yang kompleks, sehingga sangat berguna dalam analisis multivariat. Uji kointegrasi Johansen dilakukan dengan uji *trace* λ_{trace} pada persamaan (2.13).

$$\lambda_{trace}(r) = -N \sum_{i=r+i}^{m} \ln(1 - \hat{\lambda} i) \tag{2.13}$$

keterangan:

$\hat{\lambda}i$: nilai eigen yang diperkirakan dari matriks estimasi

N : banyaknya pengamatan

m : banyaknya peubah endogen

Terdapat hipotesis dalam pengujian ini yaitu sebagai berikut:

H_0 : Setidaknya ada satu kointegrasi.

H_1 : Ada tepat satu kointegrasi.

Dengan kriteria tolak H_0, jika $\lambda_{trace} >$ nilai r atau *p-value* $\leq 0{,}05$, maka berarti data memiliki kointegrasi.

2.8 Markov *Switching*

Menurut Kuan (2002), Markov *Switching* adalah salah satu model *time series* nonlinear yang paling terkenal. Model Markov *Switching* juga merupakan suatu pendekatan statistik yang digunakan untuk menganalisis data deret waktu yang mengalami perubahan kondisi. Hamilton pada tahun 1989 pertama kali memperkenalkan model ini dikenal yang juga sebagai model Markov *Switching*. Dalam model ini, perilaku data diatur oleh variabel yang tidak teramati Sifat Markov mengindikasikan bahwa nilai saat ini dari variabel state hanya bergantung pada nilai sebelumnya, memungkinkan terjadinya perubahan struktur data secara acak dalam periode tertentu (Kuan, 2002).

Menurut Hamilton (1989), keunggulan utama model Markov *Switching* adalah kemampuannya menangkap perubahan struktural dalam data, yang sering terjadi dalam analisis ekonomi dan keuangan. Model ini fleksibel karena dapat diterapkan pada berbagai jenis data deret waktu, baik univariat maupun multivariat, serta dapat digunakan untuk mengidentifikasi pola dinamis dalam data yang dipengaruhi oleh perubahan kondisi. Dalam analisis ekonomi, model Markov *Switching* digunakan untuk mengamati perubahan siklus bisnis, volatilitas harga aset, dan faktor ekonomi lainnya yang mungkin mengalami perubahan kondisi yang tidak terduga. Dengan mempertimbangkan perubahan kondisi ini, model Markov *Switching* memungkinkan analisis yang lebih akurat dan mencerminkan dinamika yang sebenarnya dalam data ekonomi yang dipengaruhi oleh faktor eksternal atau kejutan (Kim & Nelson, 1999). Model dengan *switching* pada nilai dan varian dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_t = \mu_{s_t} + e_t \tag{2.14}$$

dengan $e_t \sim N(o, \Sigma_{s_t}^2)$, sedangkan s_t adalah *state* atau *regime* dimana $s_t \in \{0,1,\dots,M\}$ oleh waktu t dan M adalah banyaknya *state.*

2.9 Model Markov *Switching Vector Autoregressive* (MSVAR)

Menurut Permatasari dkk., (2014) model MSVAR adalah model yang menggabungkan elemen dari model *Vector Autoregressive* dengan mekanisme Markov *Switching*. Model ini dirancang untuk menganalisis data deret waktu yang mengalami perubahan kondisi, memungkinkan peneliti untuk menangkap dinamika yang berbeda dalam data yang mungkin tidak terlihat dalam model linear tradisional. Model ini diperkenalkan pertama kali oleh Krolzig pada 1997 sebagai model dengan menggunakan peubah multivariat. Menurut Krolzig (1997), model umum dari model ini dapat ditulis:

$$\boldsymbol{y_t} = \boldsymbol{c}(s_t) + \boldsymbol{A_1}(s_t)\boldsymbol{y}_{t-1} + \cdots + \boldsymbol{A_p}(s_t)\boldsymbol{y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon_t} \tag{2. 15}$$

dengan, $\varepsilon_t | s_t \sim NID(0, \sum(s_t))$ dan

$$c(s_t) = \begin{cases} c(1) \text{ jika } s_t = 1 \\ c(2) \text{ jika } s_t = 2 \end{cases}$$

Keterangan:

$y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$: vektor variabel dependen berukuran $(n \times 1)$ pada waktu t.

$A_1, A_2, \dots, A_p$: Matriks koefisien *vector autoregressive* berukuran $n \times n$.

$c(s_t)$: konstanta berukuran $(n \times 1)$ pada waktu *t*

ε_t : standar *error* berukuran $(n \times 1)$ pada *t*

2.10 Matriks Transisi (*Transition Matrix)*

Menurut Hamilton (1989), Matriks transisi merupakan komponen penting dalam model Markov, khususnya pada model Markov *Switching* seperti Markov *Switching Vector Autoregressive* (MSVAR). Matriks ini menggambarkan probabilitas transisi antar *state* (keadaan) dalam proses Markov. Matriks transisi dilambangkan dengan $\boldsymbol{P}$, berbentuk matriks berukuran $k \times k$, dimana k menyatakan jumlah *state*. Setiap elemen p_{ij} dalam matriks menunjukkan probabilitas berpindah dari *state* i ke *state* j dalam satu periode waktu. Ciri utama matriks ini adalah bersifat *stochastic*, yaitu jumlah probabilitas dalam setiap barisnya bernilai satu. Matriks transisi P dalam MSVAR didefinisikan sebagai:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1k} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k1} & p_{k2} & \cdots & p_{kk} \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

dimana, $\sum_{j=1}^{k} p_{ij} = 1$ untuk semua i.

Matriks transisi yang memiliki dua *state*:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

dimana:

p_{11} : probabilitas untuk tetap berada di *state* 1 pada periode berikutnya.

p_{12} : probabilitas berpindah dari *state* 1 ke *state* 2.

p_{21} : probabilitas berpindah dari *state* 2 ke *state* 1.

p_{22} : probabilitas untuk tetap berada di *state* 2 pada periode berikutnya.

2.11 Estimasi Parameter Model

Estimasi parameter model Markov *Switching Vector Autoregressive* merupakan langkah penting dalam analisis deret waktu yang mengalami perubahan kondisi. Menurut Kuan (2002), estimasi parameter dalam model MSVAR umumnya dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), yang bertujuan untuk memaksimalkan fungsi *likelihood* dari data yang diamati. Menurut Hamilton (1989), fungsi densitas model MSVAR adalah:

$$f\left(y_t \middle| s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta\right) = \frac{1}{\Sigma_{s_t}\sqrt{2\pi}}$$

$$exp\left[-\frac{((y_t - \mu_{s_t}) - A_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) - \dots - A_p\left(y_{t-p} - \mu_{s_{t-p}}\right))^2}{2\Sigma_{s_t}^2}\right] \quad (2.18)$$

dimana:

$\Omega_{t-1}(\mathrm{y}_{t-1}, \mathrm{y}_{t-2}, \dots, \mathrm{y}_{t-p})$: data pengamatan pada masa lalu

$\theta(\mu_{s_t}, \Sigma_{s_t}^2, A_p, p_{ij})$: parameter model MSVAR

Fungsi densitas y_t menerima informasi masa lalu Ω_{t-1} dan membutuhkan nilai $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}$ yang merupakan variabel tidak teramati, untuk menyelesaikan masalah ini, sehingga harus mempertimbangkan fungsi densitas bersama dari y_t dan $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}$ yaitu sebagai berikut:

1. Menentukan fungsi densitas bersama dari y_t dan $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}$ yang bersyarat informasi masa lalu Ω_{t-1}.

$$f\left(y_t, s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p} \middle| \Omega_{t-1}; \theta\right) = f\left(y_t \middle| s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta\right)$$

$$P(s_t |\, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta) \quad (2.19)$$

2. Menentukan fungsi densitas y_t dengan menjumlahkan fungsi densitas bersama.

$$f(y_t | \Omega_{t-1}; \theta) = \sum_{s_t=0}^{M} \sum_{s_{t-1}=0}^{M} \dots \sum_{s_{t-p}=0}^{M} f\left(y_t \middle| s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta\right)$$

$$P(s_t |\, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta) \quad (2.20)$$

Nilai peluang $P(s_t |\, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta)$dihitung dengan mengunakan proses *filtering* dan *smoothing*.

2.11.1 *Filtering*

Menurut Hamilton (1989), *filtering* merupakan proses untuk mendapatkan nilai peluang suatu *state* pada saat t berdasarkan data pengamatan. Langkah-langkah proses *filtering* adalah sebagai berikut:

$$P\left(s_0 = s_0, s_{t-1} = s_{t-1}, \dots, s_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i|\Omega_{t-1}\right) \qquad (2.21)$$

Dengan peluang tak bersyarat untuk model Markov *Switching* adalah:

$$P[s_0 = 1|\Omega_0] = \frac{1 - p_{22}}{2 - p_{11} - p_{22}}$$

$$P[s_0 = 2|\Omega_0] = \frac{1 - p_{11}}{2 - p_{11} - p_{22}}$$

Selanjutnya, menghitung:

$$\begin{aligned}
&P\left(s_0 = j, s_{t-1} = s_{t-1}, \dots, s_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i|\Omega_t\right) \\
&\quad = \frac{f\left(s_0 = j, s_{t-1} = s_{t-1}, \dots, s_{t-p+1} = s_{t-p+1}|\Omega_t\right)}{f(y_t|\Omega_{t-1})} \\
&\quad = \frac{f\left(y_t|s_t = s_t, s_{t-1} = s_{t-1}, \dots, s_{t-p} = s_{t-p}, \Omega_{t-1}\right)}{\sum_{s_t=0}^{M}\sum_{s_{t-1}=0}^{M}\dots\sum_{s_{t-p}=0}^{M} f(\,y_t, s_t = s_t, s_{t-1} = s_{t-1}, \dots, s_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_{t-1})} \\
&\quad \times \frac{P\left(y_t|s_t = s_t, s_{t-1} = s_{t-1}, \dots, s_{t-p} = s_{t-p}, \Omega_{t-1}\right)}{\sum_{s_t=0}^{M}\sum_{s_{t-1}=0}^{M}\dots\sum_{s_{t-p}=0}^{M} P(\,y_t, s_t = s_t, s_{t-1} = s_{t-1}, \dots, s_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_{t-1})} \\
&\quad = \sum_{s_{t-p}=0}^{M} P\left(s_t = s_t, s_{t-1} = s_{t-1}, \dots, s_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_{t-1}\right) \qquad (2.22)
\end{aligned}$$

2.11.2 *Smoothing*

Menurut Hamilton (1989), *smoothing* adalah proses lanjutan dari *filtering*. Langkah kedua melakukan perhitungan pada proses *smoothing* sehingga diperoleh dari hasil *smoothing* adalah:

$$P(s_t = j, s_{t+1} = k|\Omega_t; \theta) = \frac{P(s_t = j|\Omega_t; \theta) \times P(s_{t+1} = k|s_t = j, \Omega_t; \theta)}{P(s_{t+1} = k|\Omega_t; \theta)} \qquad (2.23)$$

Setelah diperoleh nilai peluang dari proses *filtering* dan smoothing. Kemudian melakukan pemaksimuman fungsi *likelihood* yang dapat ditulis:

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^{T} \ln f(y_t|\Omega_T;\theta) \tag{2.24}$$

dan didapat fungsi log *likelihood* adalah:

$$\ln L(\theta) = \sum_{t=0}^{T} \ln\ f(y_t|\Omega_T;\theta) \tag{2.25}$$

Menurut Krolzig (1997), algoritma *expectation maximization* (EM) adalah suatu metode untuk memaksimalkan fungsi *likelihood* untuk model dengan variabel yang tidak teramati secara langsung. Menurut Hamilton (1989), fungsi log *likelihood* diturunkan terhadap setiap parameter dan diatur agar bernilai nol.

1. Menentukan parameter μ_{s_t}

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial\, \mu_{s_t}} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\, \mu_{s_t}} \sum_{t=1}^{T} \ln(f(y_t|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\, \mu_{s_t}} \sum_{t=1}^{T} \ln(f(y_t|\Omega_T;\theta) \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\, \mu_{s_t}} \left[\frac{1}{\Sigma_{s_t}\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{-(y_t - \mu_{s_t})^2}{\Sigma_{s_t}^2} \right) \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) \right] = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \times \frac{(y_t - \mu_{s_t})}{\Sigma_{s_t}^2} \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \times \frac{(y_t - \mu_{s_t})}{\Sigma_{s_t}^2} \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) \times f(y_t;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{(y_t - \mu_{s_t})}{\Sigma_{s_t}^2} \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} (y_t - \mu_{s_t}) \times\ \ P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} y_t\ \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) - \mu_{s_t} \sum_{t=0}^{T} P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = \mu_{s_t} \sum_{t=0}^{T} P(s_t = j|\Omega_T;\theta)$$

sehingga diperoleh:

$$\hat{\mu}_{s_t} = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta)}{\sum_{t=1}^{T} [P(s_t = j|\Omega_T;\theta)} \tag{2.26}$$

2. Menentukan parameter $\Sigma_{s_t}^2$

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \Sigma_{s_t}^2} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \Sigma_{s_t}^2} \sum_{t=1}^{T} \ln(f(y_t|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \Sigma_{s_t}^2} \sum_{t=1}^{T} \ln(f(y_t|\Omega_T;\theta) \times\ P(s_t = j|\Omega_T;\theta)] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \Sigma_{s_t}^2}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{-(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\Sigma_{s_t}^2} \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta)\right)\right] = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)}\left(-\frac{1}{2\Sigma_{s_t}^2} + \frac{(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\Sigma_{s_t}^4}\right) \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)}\left(-\frac{1}{2\Sigma_{s_t}^2} + \frac{(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\Sigma_{s_t}^4}\right) \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) \times f(y_t;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \left(-\frac{1}{2\Sigma_{s_t}^2} + \frac{(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\Sigma_{s_t}^4}\right) \times\ P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} (-\Sigma_{s_t}^2 + (y_t - \mu_{s_t})^2 \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} (y_t - \mu_{s_t})^2 \times\ P(s_t = j|\Omega_T;\theta) - \Sigma_{s_t}^2 \sum_{t=1}^{T} P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} (y_t - \mu_{s_t})^2 \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = \Sigma_{s_t}^2 \sum_{t=1}^{T} P(s_t = j|\Omega_T;\theta)$$

sehingga diperoleh:

$$\hat{\Sigma}_{s_t}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mu_{s_t})(y_t - \mu_{s_t})' \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta)}{\sum_{t=1}^{T}[P(s_t = j|\Omega_T;\theta)} \tag{2.27}$$

3. Menentukan parameter A_p

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial A_p} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\ A_p} \sum_{t=1}^{T} \ln(f(y_t|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial A_p} \sum_{t=1}^{T} \ln(f(y_t|\Omega_T;\theta)\ \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta)] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\ A_p}\left[\frac{1}{\Sigma_{s_t}\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{-(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\Sigma_{s_t}^2}\right) \times\ P(s_t = j|\Omega_T;\theta)\right] = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{A_p (y_t - \mu_{s_t})^2}{2\Sigma_{s_t}^2} \right) \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \left(\sum_{t=1}^{N} \frac{A_p (y_t - \mu_{s_t})^2}{2\Sigma_{s_t}^2} \right) \times \ P(s_t = j|\Omega_T;\theta) \times f(y_t;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{t=1}^{N} \frac{A_p (y_t - \mu_{s_t})^2}{2\Sigma_{s_t}^2} \right) \times \ P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{t=1}^{N} A_p (y_t - \mu_{s_t})^2 \right) \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$A_p \sum_{t=1}^{T} \sum_{t=1}^{N} P(s_t = j|\Omega_T;\theta) = \sum_{t=1}^{T} \sum_{t=1}^{N} (y_t - \mu_{s_t})^2 \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta)$$

sehingga diperoleh:

$$\hat{A}_p = \frac{\sum_{t=1}^{T} \sum_{t=1}^{N} (y_t - \mu_{s_t})^2 \times P(s_t = j|\Omega_T;\theta)]}{\sum_{t=1}^{T} \sum_{t=1}^{N} P(s_t = j|\Omega_T;\theta)} \tag{2.28}$$

4. Menentukan parameter p_{ij}

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \ p_{ij}} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \ p_{ij}} \sum_{t=2}^{T} \ln(f(y_t|\Omega_T;\theta) = 0$$

$$\sum_{t=2}^{T} \left\{ \begin{matrix} P(s_t = i, s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta) \times \dfrac{1}{p_{ij}} \\ P(s_t = j, s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta) \times \dfrac{1}{1 - p_{ij}} \end{matrix} \right\} = 0$$

$$\frac{1 - p_{ij}}{p_{ij}} = 0$$

$$\frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t = i, s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t = j, s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta)} = 0$$

$$p_{ij} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t = j, s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t = j, s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta) + P(s_t = i, s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta)}$$

sehingga diperoleh:

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t = j, s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_{t-1} = i|\Omega_T;\theta)} \tag{2.29}$$

2.12 *Akaike Information Criterion* (AIC)

Menurut Akaike (1974), AIC adalah metode yang digunakan untuk memilih model terbaik dari beberapa model alternatif, dengan mempertimbangkan kompleksitas model dan tingkat kecocokan dengan data. Diperkenalkan oleh Hirotsugu Akaike pada tahun 1974, AIC dirancang untuk menyeimbangkan *trade-off* antara akurasi dan kesederhanaan model. AIC dihitung menggunakan rumus:

$$AIC = -2\ln(L) + 2K \tag{2.30}$$

keterangan:
K: jumlah parameter yang diestimasi
L : nilai maksimum dari fungsi *likelihood*

Semakin besar nilai log-*likelihood* suatu model, semakin baik pula kecocokannya dengan data. Kriteria AIC mencakup fungsi log-likelihood ini, sehingga model yang dipilih untuk peramalan data adalah model dengan nilai AIC terkecil, karena AIC yang lebih rendah menunjukkan konsistensi yang lebih baik dalam memperkirakan parameter model.

2.13 Uji Diagnostik

Uji diagnostik digunakan untuk menguji kelayakan model. Uji ini terdiri dari uji signifikansi parameter, normalitas residual, dan independensi residual.

2.13.1 Uji Signifikansi Parameter

Menurut Gujarati & Porter (2009), uji signifikansi parameter digunakan untuk menentukan parameter dalam model berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen. Adapun hipotesis untuk uji signifikasi model sebagai berikut:

H_0 : $\hat{\theta}_n = 0$ (Parameter berpengaruh signifikan terhadap model MSVAR)

H_1 : $\hat{\theta}_n \neq 0$ (Setidaknya ada satu Parameter berpengaruh signifikan terhadap model MSVAR) dimana $\hat{\theta}_n = \{c(s_t), A_i(s_t)\}$, dengan $i = 1,2,3,4,$

Adapun statistik uji t yaitu sebagai berikut:

$$t = \frac{\hat{\theta}_n}{SE(\hat{\theta}_n)} \tag{2.31}$$

keterangan:

$\hat{\theta}_n$: Nilai dugaan parameter

SE : Standar *error*

Nilai taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0,05$. Dengan kriteria tolak H_0, jika *p-value* $< 0,05$, maka berarti parameter memiliki signifikan terhadap model.

2.13.2 Pengujian Normalitas Residual

Menurut Gujarati & Porter (2009), pengujian normalitas residual bertujuan untuk mengetahui residual berdistribusi normal. Pengujian ini menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*. Adapun hipotesis uji *Kolmogorov Smirnov* yaitu sebagai berikut.

H_0 : Residual berdistribusi normal.

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal.

Menurut Massey (1951), statistik uji yang digunakan adalah:

$$Ks = sup_x|F^*(x) - F_n(x)| \tag{2.32}$$

dimana:

Ks : Statistik uji *Kolmogorov Smirnov*

sup_x : Nilai supremum (maksimum) dari perbedaan absolut antara $F^*(x)$ dan $F_n(x)$.

$F^*(x)$: Fungsi distribusi kumulatif empiris berdasarkan data pengamatan.

$F_n(x)$: Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal.

Nilai taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0,05$. Dengan kriteria tidak tolak H_0, jika *p-value* $> 0,05$, maka berarti residual berdistribusi normal.

2.13.3 Pengujian Independensi Residual

Menurut Gujarati & Porter (2009), pengujian independensi residual bertujuan untuk memastikan residual saling bebas atau model tidak berkorelasi satu sama lain. Pengujian ini menggunakan uji *Durbin Watson*. Adapun hipotesis uji *Durbin Watson* yaitu sebagai berikut:

$H_0 : \rho = 0$ (Residual tidak autokorelasi)

$H_1 : \rho \neq 0$ (Residual setidaknya ada satu autokorelasi)

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{N}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t}^{N} e_t^2} \qquad (2.33)$$

dimana:

e_t : residual pada waktu t

N : jumlah total pengamatan

Dengan kriteria tidak tolak H_0, jika $d_U < d < 4 - d_L$, yang berarti bahwa residual tidak terdapat autokorelasi.

2.14 Peramalan

Menurut Heizer & Render (2015), peramalan (*forecasting*) merupakan suatu seni dan ilmu pengetahun dalam memprediksi kejadian pada masa depan dengan melibatkan pengambilan data historis dan diproyeksikan ke masa depan dengan model matematika. Menurut Makridakis & Wheelwright (1999), peramalan dalam analisis ekonomi dan bisnis digunakan untuk menganatisipasi tren, siklus, dan pola perubahan yang akan datang dan dapat membantu dalam pengambilan keputusan untuk merencanakan strategi jangka pendek dan jangka panjang.

Dalam peramalan, hasil prediksi tidak ada benar-benar sama dengan kenyatan, yang artinya peramalan hanya dapat berupaya untuk mengurangi kesalahan dalam prediksi. Oleh karena itu, proyeksi yang akurat merupakan hasil dari ramalan yang mampu meminimalkan kesalahan dalam peramalan. Untuk mengurangi kesalahan ini, terdapat beberapa metode yang dapat digunakan antara lain *Mean Absolute Deviation* (MAD), *Mean Square Error* (MSE), dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

Menurut Makridakis & Wheelwright (1999), MAPE adalah salah satu ukuran yang umum digunakan untuk mengukur akurasi prediksi dalam model peramalan. MAPE mengukur seberapa jauh nilai yang diprediksi menyimpang dari nilai aktual dalam bentuk persentase, sehingga memudahkan interpretasi dan komunikasi hasil. Formula untuk menghitung MAPE adalah sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^{n} \left| \frac{x_t - f_t}{x_t} \right| \tag{2.34}$$

Keterangan:

n : Jumlah pengamatan

x_t : nilai aktual data diperiode *t*

f_t : Nilai ramalan data di periode *t*

Tabel 1. Kategori MAPE

Nilai MAPE	Keterangan
$< 10\%$	Model peramalan sangat baik
$10\% - 20\%$	Model peramalan baik
$20\% - 50\%$	Model peramalan cukup
$> 50\%$	Model peramalan buruk

Dari Tabel 1 dapat disimpulkan bahwa semakin rendah nilai MAPE, semakin baik hasil peramalan karena prediksi semakin mendekati nilai aktual.

2.15 Ekspor

Menurut Krugman dkk., (2018) ekspor adalah kegiatan perdagangan internasional dimana barang dan jasa diproduksi di satu negara kemudian dikirim ke negara lain untuk dijual atau diperdagangkan. Menurut Todaro & Smith (2012), ekspor memiliki peran penting dalam meningkatkan pertumbuhan ekonomi suatu negara, karena dapat menciptakan pasar baru di luar negeri, meningkatkan pendapatan nasional, serta menghasilkan devisa yang dapat digunakan untuk impor barang atau investasi di sektor lain. Di Indonesia, ekspor berkontribusi signifikan terhadap Produk Domestik Bruto (PDB), terutama melalui sektor-sektor unggulan seperti pertanian, manufaktur, dan pertambangan. Ekspor dari sektor-sektor ini mendukung penyerapan tenaga kerja dan menciptakan nilai tambah dalam perekonomian domestik

Ekspor juga berfungsi sebagai penggerak dalam integrasi ekonomi global dan peningkatan daya saing internasional. Ketika suatu negara meningkatkan kualitas barang dan layanan yang diekspor dan menjadi lebih kompetitif di pasar global, yang berdampak positif pada pertumbuhan ekonomi jangka panjang. Di Indonesia, fluktuasi ekspor dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor, seperti harga komoditas global, nilai tukar mata uang, dan kondisi ekonomi di negara tujuan ekspor. Oleh karena itu, analisis dan peramalan data ekspor terutama melalui pendekatan statistik seperti model MSVAR, dapat membantu memetakan perubahan kondisi dalam pola ekspor yang mungkin terjadi akibat dinamika ekonomi (Hill, 2012).

2.16 Impor

Menurut Todaro & Smith (2012), impor adalah proses pembelian barang dan jasa dari luar negeri ke dalam negeri, yang bertujuan untuk memenuhi kebutuhan domestik yang tidak dapat dipenuhi oleh produksi dalam negeri atau untuk melengkapi rantai pasokan industri. Menurut Krugman dkk., (2018) kegiatan impor memainkan peran penting dalam perekonomian suatu negara karena menyediakan akses terhadap teknologi, bahan baku, dan barang modal yang mungkin tidak tersedia di dalam negeri tetapi sangat diperlukan untuk mendukung pertumbuhan. Di Indonesia, impor barang seperti mesin, peralatan elektronik, dan bahan baku industri mendukung sektor-sektor produktif dan menjadi bagian penting dalam rantai pasokan untuk produksi dalam negeri.

Impor yang berlebihan dapat mengakibatkan ketergantungan pada produk luar negeri dan berdampak negatif terhadap keseimbangan perdagangan suatu negara. Ketika nilai impor melebihi nilai ekspor, defisit neraca perdagangan bisa terjadi, yang pada akhirnya dapat memengaruhi cadangan devisa dan stabilitas nilai tukar mata uang. Oleh karena itu, pemantauan pola impor menjadi penting, terutama di negara berkembang seperti Indonesia yang berusaha mengoptimalkan pemanfaatan sumber daya domestik. Dalam konteks analisis ekonomi menurut Hill (2012), penggunaan model statistik seperti MSVAR untuk memodelkan data impor dapat membantu dalam mengidentifikasi pola kondisi yang berubah-ubah, seperti periode lonjakan impor akibat perubahan harga global atau peningkatan permintaan bahan baku dalam negeri.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2024/2025 bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data dan Variabel Penelitian

Data penelitian yang digunakan adalah data nilai ekspor dan impor di Indonesia (Juta US$) yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) pada laman https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/MTk2IzI=/nilai-ekspor--juta-us--.html dan https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/NDk3IzI=/nilai-impor--juta-us--.html. Penelitian ini menggunakan data dari periode Januari 2017 sampai Desember 2023 sebanyak 84 data. Variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah nilai ekspor (y_1) dan impor (y_2).

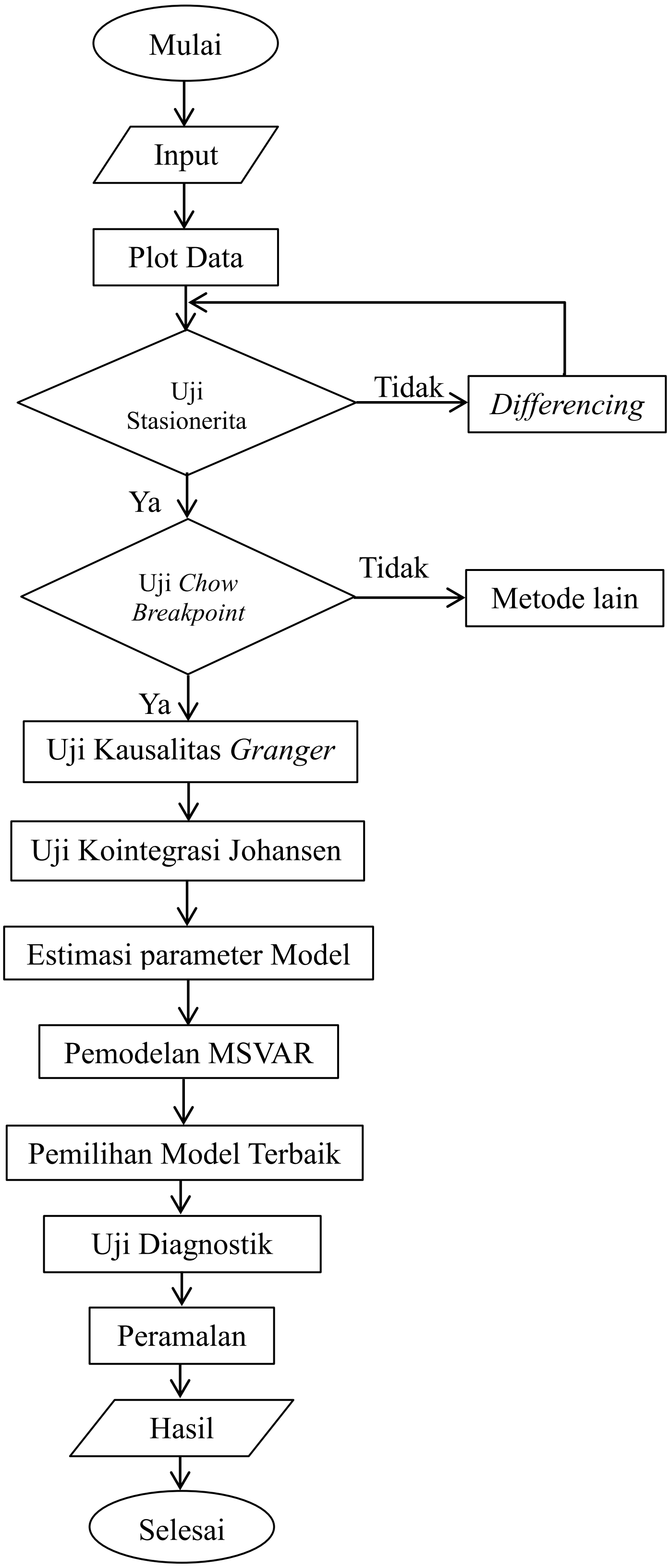
3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan *software R Studio* untuk memudahkan penelitian. Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat plot data.

2. Menguji stasioneritas data ekspor dan impor di Indonesia. Penggujian stasioneritas menggunakan uji ADF.
3. Apabila data yang diuji tidak stasioner, maka dilakukan transformasi data atau *differencing.*
4. Melakukan uji *Chow Breakpoint* untuk menentukan apakah terdapat perubahan struktur dalam model pada data *time series* yang didasarkan pada uji statistik F.
5. Melakukan uji kausalitas Granger untuk melihat hubungan antara variabel satu dengan variabel lainnya.
6. Melakukan uji kointegrasi Johansen untuk dapat mengindentifikasi hubungan jangka panjang.
7. Melakukan pemodelan Markov *Switching Vector Autoregressive.*
8. Estimasi parameter model dengan menggunakan MLE.
9. Menentukan model terbaik dengan menggunakan nilai AIC.
10. Melakukan uji diagnostik model dengan meliputi pengujian signifikansi parameter, pengujian normalitas, dan uji independensi dengan menggunakan uji *Durbin Watson.*
11. Melakukan peramalan dan mengevaluasi nilai MAPE yang dihasilkan oleh model.
12. Membandingkan nilai hasil peramalan dengan nilai aktual.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian dengan bentuk diagram alir pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir penelitian.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model terbaik yang diperoleh untuk menganalisis nilai ekspor dan impor adalah MS(2)–VAR(4) dengan nilai AIC sebesar 1354,12, persamaan dapat ditunjukkan sebagai berikut:

   Untuk *state* = 1

   $$\boldsymbol{c}(1) = \begin{bmatrix} 866{,}47 \\ 4849{,}76 \end{bmatrix}, \boldsymbol{A_1}(1) = \begin{bmatrix} 0{,}2060 & -0{,}0531 \\ -0{,}1162 & 0{,}3916 \end{bmatrix},$$

   $$\boldsymbol{A_2}(1) = \begin{bmatrix} 1{,}1085 & -0{,}6293 \\ 0{,}6992 & -0{,}4615 \end{bmatrix}, \boldsymbol{A_3}(1) = \begin{bmatrix} -0{,}3581 & 0{,}3056 \\ -0{,}4875 & 0{,}5116 \end{bmatrix}$$

   $$\boldsymbol{A_4}(1) = \begin{bmatrix} 0{,}1510 & 0{,}2249 \\ -0{,}0173 & 0{,}1616 \end{bmatrix}$$

   Untuk *state* = 2

   $$\boldsymbol{c}(2) = \begin{bmatrix} 3240{,}69 \\ 2610{,}89 \end{bmatrix}, \boldsymbol{A_1}(2) = \begin{bmatrix} 1{,}3223 & -0{,}61031 \\ 0{,}4677 & -0{,}7446 \end{bmatrix},$$

   $$\boldsymbol{A_2}(2) = \begin{bmatrix} -0{,}6080 & 0{,}2886 \\ -0{,}0637 & 0{,}5939 \end{bmatrix}, \boldsymbol{A_3}(2) = \begin{bmatrix} -0{,}4980 & 0{,}6367 \\ -0{,}0989 & 0{,}4943 \end{bmatrix}$$

   $$\boldsymbol{A_4}(2) = \begin{bmatrix} 0{,}9679 & -0{,}7305 \\ 0{,}8006 & -0{,}7600 \end{bmatrix}$$

2. Peramalan nilai ekspor dan impor untuk periode Januari hingga Desember 2024 menunjukkan bahwa model MS(2)–VAR(4) menghasilkan nilai MAPE sebesar 13,86% dan 9,59% yang dikategorikan sangat baik.
3. Pada hasil peramalan menunjukkan adanya kesesuaian yang baik dengan nilai aktual ekspor dan impor di Indonesia pada tahun 2024. Perbedaan yang ada dapat dipengaruhi oleh faktor-faktor eksternal yang memengaruhi perdagangan internasional, seperti fluktuasi pasar global dan kondisi ekonomi.

DAFTAR PUSTAKA

Akaike, H. 1974. A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**(6):716-723.

Badan Pusat Statistika (BPS). 2024. *Data Nilai Ekspor*. https://www.bps.go.id/id. Diakses pada 12 Oktober 2024.

Badan Pusat Statistika (BPS). 2024. *Data Nilai Impor*. https://www.bps.go.id/id. Diakses pada 12 Oktober 2024.

Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. 2015. *Time Series Analysis: Forecasting and Control Fifth Edition*. John Wiley & Sons, New Jersey.

Dickey, D. A., & Fuller, W. A. 1979. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*. **74**(366a):427-431.

Franses, P. H., & van Dijk, D. 2000. *Non-linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press, Cambridge.

Granger, C.W.J. 1969. Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods. *Econometrica*, **37**(3): 424–438.

Gujarati, D.N. & Porter, D.C. 2009. *Basic Econometrics.* 5^{th} Edition. McGraw-Hill Irwin, New York.

Hamilton, J. D. 1989. A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*. **57**(2):357-384.

Heizer, J., & Barry, R. 2015. *Manajemen Operasi: Manajemen. Keberlangsungan dan Rantai Pasokan*. Edisi ke-11. Salemba Empat, Jakarta.

Hill, H. 2012. *The Indonesian Economy: Trade and Industrial Policies*. Cambridge University Press, Cambrige.

Khoiri, H.A. 2023. *Analisis Deret Waktu Univariat.* UNIPMA Press, Jawa Timur.

Kim, C.J & Nelson C.R, 1999. *State Space Models with Regime Switching, Classical and Gibs Sampling Approaches with Applications.* MIT Press, Cambridge MA.

Krolzig, H. M. 1997. *Markov-Switching Vector Autoregressions*. Springer, Berlin.

Krugman, P. R., Obstfeld, M., & Melitz, M. J. 2018. *International Economics: Theory and Policy*. Pearson Education, Boston.

Kuan, C.M. 2002. *Lecture on The Markov Switching Model.* Institute of Economics Academia Sinica, Taipei.

Lai, Yujie. & Hu, Yibo. 2021. Prediction of Stock Market Instability Based on MS-VAR Model. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science.* **714**:1-7.

Makridakis, S., & Wheelwright, S. C. 1999. *Forecasting: Methods and Applications*. John Wiley & Sons, New York.

Massey, F. J. Jr. 1951. The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association*. **46**(253), 68-78.

Pankratz, A. 1991. *Forecasting with Dynamic Regression Models*. John Wiley & Sons, Inc, Indiana.

Permatasari, H., Warsito, B., & Sugito. 2014. Pemodelan Markov Switching Vector Autoregressive (MSVAR). *Jurnal Gaussian.* **3**(3):421-430.

Rahman, J. Puspita, E. & Suherman, M. 2014. Markov Switching Autoregressive. *EurekaMatika.* **2**(1): 65-78.

Sims, C. A. 1980. Macroeconomics and reality. *Econometrica*. **48**(1):1-48.

Tambunan, T. T. H. 2016. *Perekonomian Indonesia: Teori dan temuan empiris.* Ghalia Indonesia, Jakarta

Todaro, M. P., & Smith, S. C. 2012. *Economic Development*. Pearson Education, Boston.

Tuaneh, G. L., Essi, I. D., & Etuk, E. H. 2021. Markov-Switching Vector Autoregressive (MS-VAR) Modelling (Mean Adjusted): Application to Macroeconomic Data. *Archives of Business Research.* **9**(10). 261-274.