

**PERBANDINGAN METODE EULER, RUNGE-KUTTA DAN MILNE  
SIMPSON PADA MODEL PERSAMAAN LOGISTIK UNTUK  
MEMPREDIKSI JUMLAH PRODUKSI PADI DI PROVINSI LAMPUNG**

**Skripsi**

**Oleh**

**SAYYIDATUL KHOIRIYAH  
NPM. 2117031105**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG**

**2025**

## ABSTRACT

### COMPARISON OF EULER, RUNGE-KUTTA AND MILNE SIMPSON METHODS IN LOGISTIC EQUATION MODEL TO PREDICT THE QUANTITY OF RICE PRODUCTION IN LAMPUNG PROVINCE

By

**Sayyidatul Khoiriyah**

The continuous growth of the population increases the demand for food production, particularly rice as the staple food of the Indonesian people. This study aims to predict rice production in Lampung Province using the logistic equation model and compare the effectiveness of three numerical methods: Euler's method, the 4th-order Runge-Kutta (RK4) method, and the Milne-Simpson method. Rice production data from 2018 to 2024 obtained from the Central Bureau of Statistics (CBS) were used to model the production growth, with parameters estimated numerically. All methods were implemented using MATLAB R2013b, and their accuracy was evaluated using the Mean Absolute Percentage Error (MAPE). The results show that the Milne-Simpson method provides the most accurate predictions with the lowest MAPE value (3.87%), followed by the RK4 method (3.98%) and the Euler method (4.78%). Therefore, the Milne-Simpson method is recommended as the most effective numerical method for predicting rice production using the logistic growth model.

**Keywords:** Rice Production, Logistic Model, Euler, Runge-Kutta 4th-order, Milne-Simpson, MAPE.

## ABSTRAK

### PERBANDINGAN METODE EULER, RUNGE-KUTTA DAN MILNE SIMPSON PADA MODEL PERSAMAAN LOGISTIK UNTUK MEMPREDIKSI JUMLAH PRODUKSI PADI DI PROVINSI LAMPUNG

Oleh

**Sayyidatul Khoiriyah**

Pertumbuhan penduduk yang terus meningkat menuntut peningkatan produksi pangan, khususnya padi sebagai makanan pokok masyarakat Indonesia. Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi produksi padi di Provinsi Lampung menggunakan model matematika persamaan logistik dan membandingkan efektivitas tiga metode numerik, yaitu metode Euler, Runge-Kutta Orde 4 (RK4), dan Milne-Simpson. Data produksi padi tahun 2018–2024 dari Badan Pusat Statistik digunakan untuk memodelkan pertumbuhan produksi dengan parameter yang ditentukan secara numerik. Ketiga metode diterapkan menggunakan perangkat lunak MATLAB R2013b, dan keakuratannya diukur dengan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Milne-Simpson menghasilkan prediksi paling akurat dengan nilai MAPE terkecil (3,87%), diikuti oleh RK4 (3,98%) dan Euler (4,78%). Dengan demikian, metode Milne-Simpson direkomendasikan sebagai metode numerik yang paling efektif untuk prediksi produksi padi menggunakan model logistik.

**Kata-kata kunci:** Produksi Padi, Model Logistik, Euler, Runge-Kutta Orde 4, Milne-Simpson, MAPE.

**PERBANDINGAN METODE EULER, RUNGE-KUTTA DAN MILNE  
SIMPSON PADA MODEL PERSAMAAN LOGISTIK UNTUK  
MEMPREDIKSI JUMLAH PRODUKSI PADI DI PROVINSI LAMPUNG**

**SAYYIDATUL KHOIRIYAH**

**Skripsi**

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar  
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG**

**2025**

Judul Skripsi : **PERBANDINGAN METODE EULER, RUNGE-KUTTA DAN MILNE SIMPSON PADA MODEL PERSAMAAN LOGISTIK UNTUK MEMPREDIKSI JUMLAH PRODUKSI PADI DI PROVINSI LAMPUNG**

Nama Mahasiswa : **Sayyidatul Khoiriyah**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031105**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

  
**Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**  
NIP. 197008311999031002

  
**Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**  
NIP. 196101281988112001

2. Ketua Jurusan Matematika

  
**Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**  
NIP. 197403162005011001

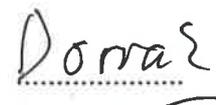
**MENGESAHKAN**

**1. tim penguji**

**Ketua : Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**



**Sekretaris : Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**



**Penguji**

**Bukan Pembimbing : Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



**2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.**

**NIP. 197110012005011002**

**Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 11 Juni 2025**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Sayyidatul Khoiriyah**  
Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031105**  
Jurusan : **Matematika**  
Judul Skripsi : **Perbandingan Metode Euler, Runge-Kutta dan Milne Simpson pada Model Persamaan Logistik untuk Memprediksi Jumlah Produksi Padi di Provinsi Lampung**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 11 Juni 2025

Penulis,



Sayyidatul Khoiriyah

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis memiliki nama lengkap Sayyidatul Khoiriyah yang lahir di Kotabumi pada tanggal 19 Agustus 2003. Penulis merupakan anak kedua dari Bapak Khamsul Khairi dan Ibu Karwanti.

Penulis mengawali pendidikan di Taman Kanak-Kanak di TK Islamiyah Kotabumi pada tahun 2007-2009. Melanjutkan pendidikan Sekolah Dasar di SD Islam Ibnu Rusyd Kotabumi pada tahun 2009-2015. Melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP IT Insan Rabbani Kotabumi pada tahun 2015-2018 dan melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMAN 3 Kotabumi pada tahun 2018-2021.

Pada tahun 2021, penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu di Jurusan Matematika FMIPA Unila melalui jalur SBMPTN. Selama menjadi mahasiswa, penulis juga aktif dalam organisasi. Pada tahun 2022, penulis menjadi anggota Bidang Keilmuan Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) dan anggota Bidang Akademik dan Riset Rohani Islam (Rois). Pada tahun 2023, penulis menjadi Sekretaris Bidang Akademik dan Riset Rohani Islam (Rois). Pada tahun 2024, penulis menjadi Sekretaris Dewan Pembina Mahasiswa (DPM), pada tahun yang sama penulis juga melakukan Kerja Praktik (KP) di Pusat Riset Teknologi Pertambangan (PRTP)-Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN) Tanjung Bintang, dan penulis juga melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Negeri Katon, Kecamatan Marga Tiga, Kabupaten Lampung Timur.

## **KATA INSPIRASI**

*"Ilmu adalah kehidupan hati dari kebutaan, cahaya dari penglihatan dalam kegelapan, dan kekuatan tubuh dari kelemahan."*

**(Ali bin Abi Thalib)**

*"It always seems impossible until it's done."*

**(Nelson Mandela)**

*"Ketahuilah bahwa kemenangan itu bersama kesabaran, kelapangan datang bersama kesempitan, dan bersama kesulitan ada kemudahan."*

**(HR. Tirmidzi)**

*"Education is the passport to the future, for tomorrow belongs to those who prepare for it today."*

**(Malcolm X)**

*"Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat."*

**(Q.S. Al-Mujadilah : 11)**

## **PERSEMBAHAN**

Dengan mengucapkan Alhamdulillah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

### **Ayah dan Ibuku Tercinta**

Terimakasih kepada kedua orang tuaku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

### **Dosen Pembimbing dan Pembahas**

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

### **Keluarga Besar dan Sahabat Terbaikku**

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

### **Almamater Tercinta, Universitas Lampung**

## SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Perbandingan Metode Euler, Runge-Kutta dan Milne Simpson pada Model Persamaan Logistik untuk Memprediksi Jumlah Produksi Padi di Provinsi Lampung" dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing 1 yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc, Ph.D. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
4. Bapak Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si. selaku dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Ibu, Ayah, kakak dan adik-adik penulis yang tidak pernah lelah untuk selalu mendoakan, mendukung dan memberi kasih sayang yang tak pernah putus serta memberi kekuatan besar dalam setiap langkah penulis.
9. Seluruh keluarga besar yang senantiasa memberikan semangat, dukungan, motivasi dan arahan selama masa perkuliahan.
10. Rara dan Nai yang selalu menemani saat suka maupun duka, dan senantiasa mendukung dan memberikan semangat kepada penulis selama proses perkuliahan dan dalam menyelesaikan skripsi ini.
11. Buena, Damai, Dede, Irma, Lusiana, Rohana dan Windi yang selalu menemani dan memberi semangat dalam perkuliahan.
12. Atun, Ayu, Deyra, Meli, Reza, Shina, Tuti, Yanda, Nur, Resta yang selalu menemani dan menjadi partner kerjasama selama proses perkuliahan
13. Teman-teman Sister Fillah dan KKN Desa Negeri Katon yang selalu memberi dukungan dan semangat kepada penulis.
14. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 11 Juni 2025  
Penulis,

Sayyidatul Khoiriyah

## DAFTAR ISI

<b>DAFTAR ISI</b> . . . . .	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> . . . . .	<b>xv</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> . . . . .	<b>xvi</b>
<b>I PENDAHULUAN</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Tujuan Penelitian . . . . .	2
1.3 Manfaat Penelitian . . . . .	3
<b>II TINJAUAN PUSTAKA</b> . . . . .	<b>4</b>
2.1 Produksi Padi . . . . .	4
2.2 Persamaan Diferensial . . . . .	4
2.3 Persamaan Diferensial Biasa . . . . .	5
2.4 Persamaan Diferensial Parsial . . . . .	6
2.5 Persamaan Logistik . . . . .	7
2.6 Metode Numerik . . . . .	8
2.7 Metode Euler . . . . .	8
2.8 Metode Runge-Kutta . . . . .	9
2.9 Metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4) . . . . .	10
2.10 Metode Milne-Simpson . . . . .	10
<b>III METODE PENELITIAN</b> . . . . .	<b>12</b>
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian . . . . .	12
3.2 Metode Penelitian . . . . .	12
<b>IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> . . . . .	<b>15</b>
4.1 Data Penelitian . . . . .	15
4.2 Nilai Awal Persamaan Model Logistik Pada Hasil Produksi Padi . . . . .	15
4.3 Solusi Model Persamaan Logistik Menggunakan Metode Euler . . . . .	17
4.4 Solusi Model Persamaan Logistik Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4 . . . . .	20
4.5 Solusi Model Persamaan Logistik Menggunakan Metode Milne-Simpson . . . . .	27

4.6	Perbandingan Galat pada Metode Euler, Runge-Kutta, dan Milne-Simpson . . . . .	31
4.6.1	Galat Perbandingan Data Aktual dan Data Prediksi Metode Euler . . . . .	32
4.6.2	Galat Perbandingan Data Aktual dan Data Prediksi Metode Runge-Kutta Orde 4 . . . . .	33
4.6.3	Galat Perbandingan Data Aktual dan Data Prediksi Metode Milne-Simpson . . . . .	34
4.7	Perbandingan Hasil Metode Euler, Runge-Kutta, dan Milne-Simpson	34
<b>V</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN . . . . .</b>	<b>37</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	37
5.2	Saran . . . . .	37
	<b>DAFTAR PUSTAKA . . . . .</b>	<b>38</b>

## DAFTAR TABEL

4.1	Produksi Padi di Provinsi Lampung . . . . .	15
4.2	Simulasi Numerik Menggunakan Metode Euler . . . . .	19
4.3	Simulasi Numerik Menggunakan Metode RK4 . . . . .	26
4.4	Simulasi Numerik Metode Milne-Simpson . . . . .	30
4.5	Hasil Galat Perbandingan Data Aktual dan Data Prediksi Metode Euler . . . . .	32
4.6	Hasil Galat Perbandingan Data Aktual dan Data Prediksi Metode RK4	33
4.7	Hasil Galat Perbandingan Data Aktual dan Data Prediksi Metode Milne-Simpson . . . . .	34
4.8	Perbandingan Hasil Prediksi Metode Euler, Runge-Kutta dan Milne-Simpson Terhadap Data Aktual (Ton) . . . . .	35
4.9	Perbandingan Galat . . . . .	36

## **DAFTAR GAMBAR**

3.1	Diagram Alir . . . . .	14
4.1	Grafik Simulasi Numerik Metode Euler . . . . .	19
4.2	Grafik Simulasi Numerik Metode Runge-Kutta Orde 4 . . . . .	26
4.3	Grafik Simulasi Numerik Metode Milne-Simpson . . . . .	30
4.4	Grafik Perbandingan Hasil Prediksi Metode Euler, Runge-Kutta dan Milne-Simpson Terhadap Data Aktual . . . . .	35

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Pertumbuhan penduduk yang terus meningkat menyebabkan meningkatnya permintaan akan bahan pangan, terutama beras sebagai makanan pokok masyarakat Indonesia. Oleh karena itu, produksi padi menjadi salah satu sektor strategis dalam ketahanan pangan nasional. Provinsi Lampung, sebagai salah satu daerah penghasil padi utama di Indonesia, memiliki peran penting dalam memenuhi kebutuhan beras nasional. Namun, produksi padi di wilayah ini dipengaruhi oleh berbagai faktor, seperti perubahan iklim, ketersediaan lahan, teknologi pertanian, dan kebijakan pemerintah. Untuk mengantisipasi perubahan produksi padi di masa depan, diperlukan suatu metode yang dapat memprediksi jumlah produksi padi secara akurat.

Salah satu pendekatan matematis yang dapat digunakan dalam memprediksi pertumbuhan populasi atau produksi adalah persamaan logistik, yang telah digunakan secara luas dalam memodelkan pertumbuhan populasi. Persamaan ini berguna dalam menggambarkan situasi dimana pertumbuhan suatu populasi dipengaruhi oleh batas kapasitas lingkungan atau batas atas (*carrying capacity*) (Verhulst, 1838). Persamaan logistik mampu memodelkan fase pertumbuhan cepat yang melambat seiring dengan mendekatnya populasi ke batas kapasitas. Namun, karena solusi analitik dari persamaan logistik sering kali sulit diperoleh untuk data riil, metode numerik menjadi alternatif yang efektif dalam penyelesaiannya. Di antara metode numerik yang paling sering digunakan adalah metode Euler, Runge-Kutta orde 4 (RK4), dan Milne-Simpson. Ketiga metode ini telah terbukti memberikan hasil yang baik dalam menyelesaikan berbagai masalah persamaan diferensial, terutama dalam kasus prediksi pertumbuhan populasi dan fenomena sejenis.

Beberapa peneliti yang telah mengkaji ketiga metode tersebut antara lain Puspitasari dkk., (2017) meneliti tentang metode Runge-Kutta orde 4 dan Adam-Basforth dalam penyelesaian model pertumbuhan uang yang diinvestasikan dengan hasil yang dapat disimpulkan yaitu semakin kecil bunga pertahunnya, maka hasil aproksimasi semakin mendekati hasil eksaknya. Sebaliknya, semakin besar bunga pertahunnya, maka selisih antara hasil aproksimasi, dan hasil eksaknya akan semakin besar. Kemudian Nurhamidah dkk., (2022) meneliti metode Euler dan Runge-Kutta orde 4 pada proses pengisian dan pengosongan kapasitor. Azis dan Napitupulu, (2019) meneliti perbandingan metode Milne-Simpson dan Hamming metode dalam penyelesaian Persamaan Logistik pada prediksi pertumbuhan penduduk kota Bandar Lampung. Septiani dkk., (2022) meneliti metode Jacobian dan metode Euler dalam kasus proyeksi jumlah penduduk. Sari dkk., (2024) meneliti persamaan logistik menggunakan metode Adam-Bashforthmoulton dalam memprediksi jumlah penduduk di Indonesia, dengan hasil yang didapat menunjukkan bahwa rata-rata pertumbuhan penduduk di Indonesia bertambah 1.963.191 jiwa setiap tahunnya, sehingga dapat disetarakan antara pertumbuhan penduduk dengan kebutuhan penduduk.

Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan ketiga metode tersebut guna menyelesaikan persamaan logistik untuk prediksi jumlah produksi padi di Provinsi Lampung. Dengan mengetahui metode mana yang memberikan hasil yang paling akurat dan stabil.

## **1.2 Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menerapkan model persamaan logistik untuk memprediksi jumlah produksi padi di Provinsi Lampung.
2. Membandingkan metode Euler, Runge-Kutta dan Milne-Simpson untuk memprediksi jumlah produksi padi di Provinsi Lampung.
3. Menentukan metode numerik yang paling tepat untuk digunakan dalam prediksi jumlah produksi padi di Provinsi Lampung.

### **1.3 Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Dapat digunakan untuk memprediksi jumlah produksi padi dengan menggunakan metode Euler, Runge-Kutta, dan Milne-Simpson.
2. Dapat mengetahui perbandingan metode Euler, Runge-Kutta orde 4, dan Milne-Simpson.
3. Menambah wawasan tentang penerapan metode numerik dalam penyelesaian persamaan logistik.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Produksi Padi**

Padi (*Oryza sativa L.*) merupakan tanaman pangan utama yang menjadi sumber karbohidrat bagi sebagian besar penduduk dunia, terutama di Asia. Produksi padi sangat dipengaruhi oleh berbagai faktor, termasuk kondisi iklim, varietas yang digunakan, teknik budidaya, serta ketersediaan air dan unsur hara. Dalam usaha meningkatkan produksi padi, berbagai metode pertanian modern telah diterapkan, seperti sistem tanam jajar legowo, penggunaan varietas unggul, serta penerapan teknologi mekanisasi pertanian (Dawe, 2019). Produksi padi dipengaruhi oleh faktor internal dan eksternal. Faktor internal meliputi genetik tanaman, varietas yang digunakan, serta kondisi fisiologis tanaman. Sementara itu, faktor eksternal mencakup iklim, cuaca, ketersediaan air, hama, dan penyakit.

Produksi padi merupakan hasil dari interaksi kompleks antara faktor genetik, lingkungan, dan teknologi yang diterapkan. Untuk meningkatkan produksi padi, diperlukan pendekatan yang holistik dengan mempertimbangkan aspek budidaya, teknologi, dan kebijakan pertanian. Model prediksi berbasis persamaan logistik dan metode numerik dapat menjadi alat yang efektif dalam perencanaan dan optimasi produksi padi di masa depan.

#### **2.2 Persamaan Diferensial**

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat variabel bebas, variabel tak bebas dan derivatif-derivatif dari variabel tidak bebas terhadap variabel bebasnya. Persamaan ini melibatkan satu atau lebih turunan dari suatu fungsi. Fungsi tersebut biasanya merepresentasikan fenomena fisik, biologis, ekonomi, atau teknik, dan turunannya menggambarkan laju perubahan fungsi terhadap suatu variabel bebas.

Persamaan diferensial memiliki bentuk umum sebagai berikut.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (2.2.1)$$

Orde dari persamaan diferensial adalah turunan tertinggi dari turunan fungsi yang terdapat dalam persamaan diferensial. Derajat atau pangkat suatu persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi dari orde turunan tertinggi dalam persamaan diferensial (Wardiman, 1981). Berdasarkan jenis variabel persamaan diferensial dapat dibedakan menjadi persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

### 2.3 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa atau disingkat PDB adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap fungsi yang memuat satu variabel bebas (Campbell dan Haberman, 2008). Berikut contoh persamaan diferensial biasa.

$$\frac{dy}{dx} = y + x \quad (2.3.2)$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 2\frac{dy}{dx} - 8y = 0 \quad (2.3.3)$$

$$x\frac{dy}{dx} + y = 3 \quad (2.3.4)$$

Berdasarkan linearitas, persamaan diferensial biasa dibedakan menjadi persamaan diferensial biasa linear dan persamaan diferensial biasa non-linear. Persamaan diferensial biasa linear memiliki bentuk umum :

$$a_n(t)\frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1}(t)\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(t)\frac{dx}{dt} + a_0(t)x = f(t) \quad (2.3.5)$$

Dengan  $a_n \neq 0, a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$  disebut koefisien persamaan diferensial. Fungsi  $f(t)$  disebut *input* atau unsur nonhomogen. Jika  $f(t)$  disebut *input*, maka solusi dari persamaan diferensial  $x_t$  biasanya disebut *output*. Jika  $f(t) = 0$  untuk semua nilai  $t$  dalam interval yang ditinjau, maka persamaan ini dikatakan homogen, sebaliknya jika  $f(t) \neq 0$  dikatakan non-homogen. Berikut contoh persamaan diferensial biasa

linear non-homogen orde satu.

$$\frac{dx}{dt} = 2x + 3t \quad (2.3.6)$$

Jika persamaan diferensial biasa tidak dapat dinyatakan dalam bentuk umum persamaan diferensial biasa linear, yaitu pada Persamaan (2.3.5), maka persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial biasa non-linear. Berikut contoh persamaan diferensial biasa non-linear non-homogen orde dua (Hidayat, 2006).

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 3x^2 = \sin t \quad (2.3.7)$$

## 2.4 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial atau biasa disingkat PDP adalah persamaan diferensial yang memuat turunan dari satu variabel atau lebih variabel tak bebas terhadap lebih dari satu variabel bebas. Bentuk umum dari persamaan diferensial parsial diberikan sebagai berikut.

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 x_1}, \dots, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 x_n}, \dots) = 0 \quad (2.4.8)$$

PDP biasanya memiliki variabel bebas untuk ruang dan/atau waktu. Variabel bebas untuk ruang biasanya dinotasikan sebagai  $(x, y, z)$  atau dengan tambahan variabel waktu menjadi  $(x, y, z, t)$ . Berikut beberapa contoh PDP sederhana.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.4.9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.4.10)$$

dengan  $\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  menyatakan turunan parsial terhadap variabel waktu orde satu dan ruang orde dua secara berurutan. Biasanya, dalam beberapa kajian pustaka, secara singkat PDP dapat ditulis dalam bentuk:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (2.4.11)$$

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0 \quad (2.4.12)$$

dengan subscript menyatakan turunan parsial (Gunawan, 2021). Berdasarkan klasifikasinya, PDP orde 2 dapat diklasifikasikan dalam 3 tipe yaitu eliptik, parabolik dan hiperbolik. Contoh dari PDP eliptik terdapat pada persamaan Poisson yaitu  $u_{xx} + u_{yy} = f(x, y)$ , jika  $f(x, y) = 0$  maka persamaan tersebut merupakan persamaan Laplace. Contoh dari PDP parabolik yaitu  $u_t = k u_{xx}$  yang merupakan model persamaan difusi. Kemudian contoh dari PDP hiperbolik terdapat pada persamaan gelombang yaitu  $u_{tt} = k u_{xx}$ .

## 2.5 Persamaan Logistik

Persamaan logistik pertama kali diperkenalkan oleh Pierre-François Verhulst pada tahun 1838 untuk menggambarkan pertumbuhan populasi yang memiliki batasan atau kendala (Verhulst, 1838). Persamaan ini secara umum dinyatakan sebagai :

$$\frac{dP}{dt} = rP \left( 1 - \frac{P}{K} \right) \quad (2.5.13)$$

dengan,

$P$  : jumlah populasi atau variabel yang ingin dimodelkan,

$r$  : laju pertumbuhan relatif,

$K$  : kapasitas maksimum lingkungan (*carrying capacity*).

Model ini menjelaskan bahwa ketika populasi  $P$  masih kecil dibandingkan kapasitas lingkungan  $K$ , populasi akan tumbuh secara hampir eksponensial dengan laju  $r$ . Namun, seiring bertambahnya populasi mendekati  $K$ , pertumbuhan akan melambat hingga mencapai keadaan stabil. Persamaan logistik banyak digunakan dalam berbagai bidang seperti biologi, epidemiologi, serta ekonomi, karena kemampuannya untuk memodelkan fenomena pertumbuhan yang melibatkan keterbatasan lingkungan. Beberapa penelitian sebelumnya menggunakan persamaan logistik untuk memodelkan data ekonomi menunjukkan kesesuaiannya dalam memprediksi pertumbuhan yang tidak linear (Murray, 2002).

## 2.6 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat diselesaikan dengan operasi perhitungan atau aritmatika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Metode numerik disebut juga sebagai alternatif dari metode analitik, yang merupakan metode penyelesaian persoalan matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku atau lazim. Disebut demikian, karena adakalanya persoalan matematika sulit diselesaikan atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga dapat dikatakan bahwa persoalan matematik tersebut tidak mempunyai solusi analitik. Sehingga sebagai alternatif, persoalan matematik tersebut diselesaikan dengan metode numerik.

Perbedaan antara metode analitik dan metode numerik berada pada penyelesaiannya dan solusi yang dihasilkan. Metode analitik hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sederhana dan menghasilkan solusi yang sebenarnya. Sedangkan metode numerik dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sangat kompleks dan nonlinier. Solusi yang dihasilkan dari penyelesaian secara numerik merupakan solusi hampiran atau pendekatan yang mendekati solusi eksak atau solusi sebenarnya. Hasil penyelesaian yang didapatkan dari metode numerik dan metode analitik mungkin memiliki selisih, dimana selisih tersebut dinamakan kesalahan (Triatmodjo, 2012).

## 2.7 Metode Euler

Metode Euler adalah salah satu metode numerik sederhana yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (PDB) orde satu. Metode ini dinamai dari Leonhard Euler, seorang matematikawan Swiss. Metode ini bekerja dengan menggunakan pendekatan nilai turunan pada titik sebelumnya untuk menghitung nilai fungsi di titik berikutnya, biasanya dalam kasus di mana solusi analitik sulit atau tidak mungkin ditemukan. Persamaan metode Euler untuk persamaan diferensial biasa dinyatakan sebagai:

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) \quad (2.7.14)$$

dengan:

$y_{n+1}$  : nilai solusi pada langkah berikutnya

$y_n$  : nilai solusi pada langkah ke- $n$ ,

$h$  : ukuran langkah (*stepsize*),

$f(t_n, y_n)$  : fungsi pada waktu  $t_n$  dan nilai  $y_n$ .

Metode Euler merupakan metode numerik yang sederhana dan mudah diterapkan, tetapi memiliki tingkat akurasi yang relatif rendah dibandingkan metode lain (Burden dan Faires, 2016). Meskipun metode Euler relatif mudah diimplementasikan, kelemahan utama dari metode ini adalah akurasinya yang rendah, terutama untuk masalah yang memiliki perubahan nilai yang cepat atau tidak linier (Chapra dan Canale, 2010). Oleh karena itu, metode Euler sering dijadikan dasar sebelum menggunakan metode yang lebih canggih seperti Runge-Kutta.

## 2.8 Metode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta (RK) adalah keluarga metode numerik eksplisit untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (PDB). Metode ini merupakan pengembangan dari metode Euler, dengan akurasi yang jauh lebih baik. Metode ini dikembangkan oleh Carl Runge dan Martin Wilhelm Kutta pada awal abad ke-20. Model umum dari metode Runge-Kutta yaitu :

$$y_{i+1} = y_i + (a_1k_1 + a_2k_2 + \dots + a_nk_n)h \quad (2.8.15)$$

dengan  $a_i$  adalah konstanta dan  $k_i$  adalah :

$$k_1 = f(x_i, y_i),$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 \cdot h, y_i + q_{11} \cdot k_1 \cdot h),$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 \cdot h, y_i + q_{21} \cdot k_1 \cdot h + q_{22} \cdot k_2 \cdot h),$$

$$k_4 = f(x_i + p_{n-1} \cdot h, y_i + q_{n-1,1} \cdot k_1 \cdot h + q_{n-1,2} \cdot k_2 \cdot h + \dots + q_{n-1,n-1} \cdot k_{n-1} \cdot h), p_{n-1}$$

dan  $q_{n-1,2}$  adalah konstan.

Persamaan di atas adalah fungsi utama dari Runge-Kutta dan fungsi evaluasi dari metode Runge-Kutta (Muhammad, 2016). Metode Runge-Kutta paling umum yang digunakan adalah Runge-Kutta Orde 4 (RK4) karena ia menawarkan keseimbangan terbaik antara akurasi dan efisiensi komputasi.

## 2.9 Metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4)

Metode Runge-Kutta orde 4 (RK4) merupakan salah satu metode numerik yang sangat populer karena keseimbangan antara akurasi dan kompleksitasnya (Press dkk., 2007). RK4 memberikan akurasi tinggi tanpa terlalu banyak komputasi, dan oleh karena itu menjadi metode standar dalam banyak aplikasi teknik dan sains. Metode ini menggunakan empat langkah perhitungan untuk mendapatkan solusi pada setiap iterasi, yang secara umum dirumuskan sebagai:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.9.16)$$

di mana:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(t_n, y_n), \\ k_2 &= hf\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right), \\ k_3 &= hf\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right), \\ k_4 &= hf(t_n + h, y_n + k_3). \end{aligned}$$

Metode RK4 dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan logistik yang non-linear. Penggunaan metode ini dalam memprediksi data produksi, seperti jumlah produksi padi, dapat menghasilkan estimasi yang lebih stabil dan sesuai dengan data aktual (Hilborn dan Tufte, 2000).

## 2.10 Metode Milne-Simpson

Metode Milne-Simpson adalah salah satu metode prediktor-korektor yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Metode ini memanfaatkan nilai-nilai sebelumnya untuk memprediksi solusi pada langkah berikutnya, lalu mengoreksinya menggunakan metode korektor seperti metode Simpson. Persamaan metode ini dinyatakan sebagai:

Prediktor :

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}(2f_n - f_{n-1} + 2f_{n-2}) \quad (2.10.17)$$

Korektor :

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}(f_{n+1} + 4f_n + f_{n-1}) \quad (2.10.18)$$

Metode ini lebih rumit untuk mengimplementasikannya karena memerlukan nilai-nilai solusi sebelumnya (Chapra dan Canale, 2010). Kelebihan metode Milne-Simpson terletak pada stabilitas dan akurasinya yang lebih tinggi untuk interval langkah yang besar.

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2024/2025 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang beralamatkan di Jalan Prof. Dr. Ir. Soemantri Brojonegoro, Gedong Meneng, Kecamatan Rajabasa, Kota Bandar Lampung, Lampung.

#### **3.2 Metode Penelitian**

Penelitian ini menggunakan metode kuantitatif dengan pendekatan simulasi numerik. Model persamaan logistik digunakan sebagai dasar dalam memprediksi hasil produksi padi, dan perbandingan dilakukan menggunakan metode numerik Euler, Runge-Kutta Orde 4 (RK4), dan Milne-Simpson.. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Pengumpulan data.  
Data yang digunakan merupakan data sekunder yang didapat dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) dalam bentuk produksi padi tahun 2018-2024 di Provinsi Lampung.
2. Model Persamaan Logistik.  
Model pertumbuhan produksi padi mengikuti persamaan diferensial logistik. Persamaan ini akan mempertimbangkan faktor kapasitas maksimum produksi dan laju pertumbuhan, yang disesuaikan dengan data produksi padi yang tersedia.
3. Penerapan Metode Numerik.  
Tiga metode numerik diterapkan untuk menyelesaikan persamaan logistik:

- (a) Metode Euler: metode sederhana yang menghitung solusi dengan pendekatan linier.
- (b) Metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4): metode yang lebih kompleks dan akurat dengan melakukan perhitungan pada empat tahap di setiap langkah waktu.
- (c) Metode Milne-Simpson: metode prediktor-korektor yang menggunakan solusi sebelumnya untuk meningkatkan stabilitas dan akurasi.

#### 4. Simulasi dan Perbandingan Hasil

Setelah implementasi ketiga metode numerik, dilakukan simulasi dengan parameter yang sama dengan menggunakan *software* MATLAB R2013b. Hasil prediksi dari setiap metode dibandingkan dengan data aktual lalu dilakukan perhitungan galat dengan menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) untuk mengevaluasi akurasi.

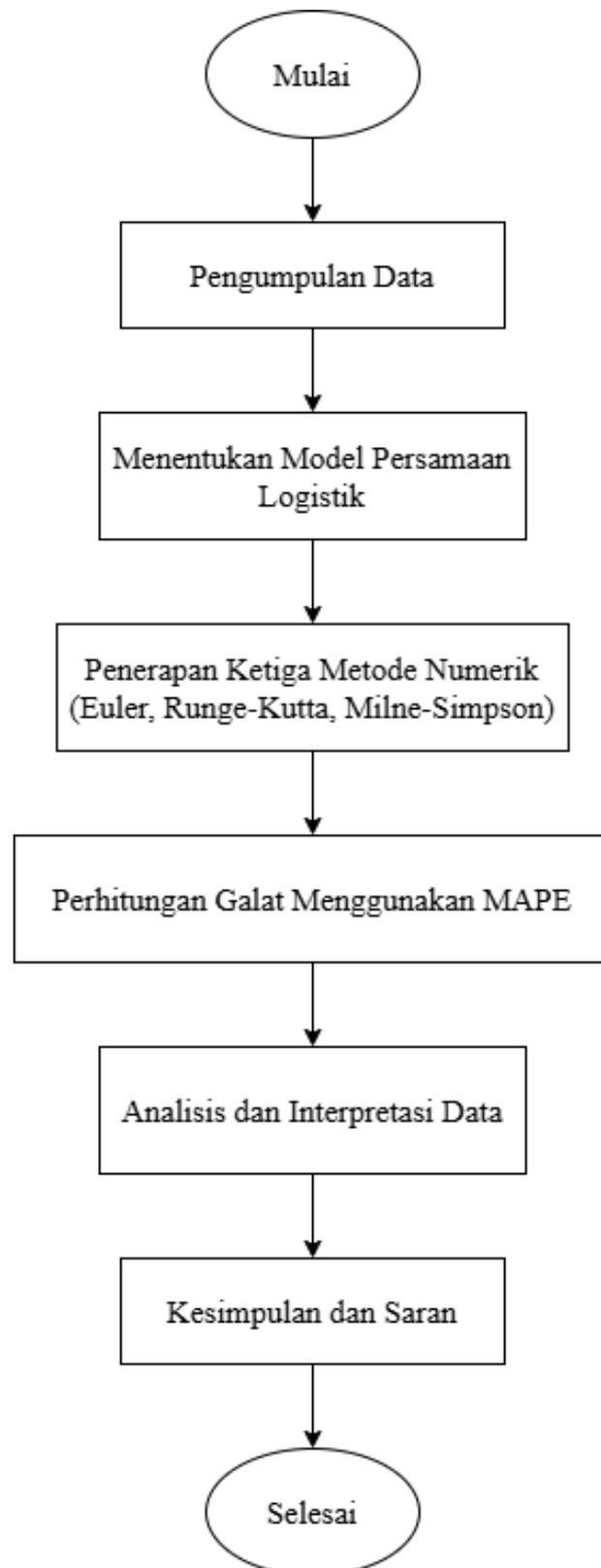
#### 5. Analisis dan Interpretasi Data

Analisis dilakukan untuk mengidentifikasi metode yang paling akurat dan efisien dalam memprediksi jumlah kemiskinan. Metode dengan kesalahan prediksi terendah akan direkomendasikan sebagai metode terbaik.

#### 6. Kesimpulan dan Saran

Metode penelitian ini dirancang untuk menguji efektivitas metode numerik dalam prediksi produksi padi menggunakan model logistik. Dengan membandingkan metode Euler, RK4, dan Milne-Simpson, diharapkan dapat diperoleh metode terbaik yang memberikan hasil prediksi paling akurat dengan error minimal.

#### 7. Penelitian ini menggunakan *software* MATLAB R2013b untuk implementasi metode numerik.



Gambar 3.1 Diagram Alir

## **BAB V**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Metode Euler, Runge-Kutta dan Milne-Simpson dapat digunakan untuk menyelesaikan model pertumbuhan logistik, namun ketiga metode tersebut menghasilkan tingkat akurasi yang berbeda.
2. Metode Milne-Simpson memberikan hasil prediksi yang paling akurat dengan nilai galat terkecil yaitu 3,96% dibandingkan dengan metode Euler 4,78% dan Runge-Kutta 3,98%. Metode Euler memiliki galat terbesar dan kurang akurat dalam prediksi, meskipun lebih sederhana secara implementasi. Sedangkan metode Runge-Kutta memberikan hasil yang cukup akurat, namun masih sedikit di bawah Milne-Simpson.

Hasil perbandingan ketiga metode dapat disimpulkan bahwa metode Milne-Simpson lebih efisien dibandingkan dengan metode Euler dan Runge-Kutta, dan Metode Milne-Simpson lebih baik dalam menyelesaikan persamaan diferensial Model Logistik karena nilai akurasi yang tinggi, ini terlihat dari hasil perhitungan error-nya. Sehingga metode Milne-Simpson dapat direkomendasikan sebagai metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan model logistik.

#### **5.2 Saran**

Untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan untuk dilakukan penelitian menggunakan metode-metode lainnya yang lebih menarik dan agar bisa menambah wawasan yang lebih luas lagi.

## DAFTAR PUSTAKA

- Azis, D., dan Napitupulu, M. (2019). Comparison of Milne-Simpson Method and Hamming Method in Logistic Equation Settlement on Pert Prediksi the People of Bandar Lampung City. *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1338, No. 1.
- Burden, R. L., dan Faires, J. D. (2016). *Numerical Analysis (10th ed.)*. Cengage Learning.
- Campbell, S. L., dan Haberman, R. (2008). *Introduction to Differential Equations with Dynamical Systems*. Princeton University, New Jersey.
- Chapra, S. C., dan Canale, R. P. (2010). Numerical Methods for Engineers. *Higher Education Sixth Edition*, Hal.78-106 dan 707-756.
- Dawe, D., et al. (2019). *Rice supply and demand to 2030: Increasing food security through sustainable production systems*. Agricultural Systems.
- Gunawan. H. P. (2021). *Pengantar Persamaan Diferensial Parsial: Untuk Sains dan Teknik*. Sastrabook, Jogjakarta.
- Hidayat, R. (2006). *Persamaan Diferensial Parsial*. UPT Penerbitan Universitas Jember, Jember.
- Hilborn, R. C., dan Tufte, E. R. (2000). *Chaos and Nonlinear Dynamics: An Introduction for Scientists and Engineers (2nd ed.)*. Oxford University Press.
- Muhammad, S. T. (2016). Pengkajian metode extended runge kutta dan penerapannya pada persamaan diferensial biasa. *Jurnal sains dan seni ITS*, 4(2).
- Murray, J. D. (2002). *Mathematical Biology I: An Introduction*. Springer.
- Nugroho, D. B. (2011). *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya*. Andi offset, Yogyakarta.
- Nurhamidah, Mabruroh, F., Putri, J. K., Sairi, A. P., dan Latifah, A. N. (2022). Perbandingan Metode Euler Dan Metode Runge-Kutta Orde 4 Pada Proses

- Pengisian Dan Pengosongan Kapasitor. *Jurnal Inovasi dan Pembelajaran Fisika*, 9(2).
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., dan Flannery, B. P. (2007). *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing (3rd ed.)*. Cambridge University Press.
- Puspitasari, I., Sutrisno, A., Ruby, T., dan Ansori, M. (2017). Perbandingan Metode Runge-Kutta Orde 4 Dan Metode Adam-Bashfort Moulton Dalam Penyelesaian Model Pertumbuhan Uang Yang Diinvestasikan. *Prosiding Seminar Nasional Metode Kuantitatif*.
- Sari, A. K., Widyasari, R., dan Cipta, H. (2024). Persamaan Logistik Menggunakan Metode Adam-Bashforthmoulton Dalam Memprediksi Jumlah Penduduk Di Indonesia. *Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika*, 5(1).
- Septiani, S. D. R., Latip, A., Kamilah, W. N., dan Suwanda, C. (2022). Analisis Komparatif Metode Jacobian Dan Metode Euler Dalam Kasus Proyeksi Jumlah Penduduk. *Jurnal Riset Matematika dan Sains Terapan*, 2(1).
- Triatmodjo. (2012). *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Beta Offset, Yogyakarta.
- Verhulst, P. F. (1838). Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Correspondance Mathématique et Physique*, 10, 113-121.
- Wardiman. (1981). *Persamaan Diferensial*. Citra Offset, Yogyakarta.