PEMODELAN MATEMATIKA PADA ALIRAN *TEMPERATURE* DENGAN MENGGUNAKAN SENSITIVITAS *MIDPOINT THEOREM* DALAM METODE BEDA HINGGA DAN IMPLEMENTASI PYTHON

Skripsi

Oleh

TUTI MAYNUR CAHYA
NPM. 2117031051

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2025

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELING OF TEMPERATURE FLOW USING MIDPOINT THEOREM SENSITIVITY IN FINITE DIFFERENCE METHOD AND PYTHON IMPLEMENTATION

By

Tuti Maynur Cahya

This study presents a mathematical model of temperature flow using the finite difference method based on the sensitivity of the Midpoint Theorem, implemented through the Python programming language. Temperature data were collected simultaneously from four regions in Sumatra Palembang, Bengkulu, Lampung, and Jambi and used to construct a temperature grid analyzed manually in six stages, covering 25 distribution points. The same analysis was then performed using Python to compare the results. The findings show that the values of temperature flow and temperature flow rate obtained manually and through Python are nearly identical, with slight differences attributed to numerical rounding. Among the points, T23 recorded the highest temperature at 27.18°C, while T25 had the lowest at 24.97°C. These results demonstrate that the finite difference method implemented with Python is an effective and efficient approach for modeling temperature distribution and can serve as a reliable numerical analysis tool for more complex systems.

Keywords: mathematical modeling, temperature, finite difference method, midpoint theorem, Python.

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA PADA ALIRAN *TEMPERATURE* DENGAN MENGGUNAKAN SENSITIVITAS *MIDPOINT THEOREM* DALAM METODE BEDA HINGGA DAN IMPLEMENTASI PYTHON

Oleh

Tuti Maynur Cahya

Penelitian ini membahas pemodelan matematika aliran suhu menggunakan metode beda hingga berbasis sensitivitas Midpoint Theorem, serta implementasinya melalui bahasa pemrograman Python. Studi ini dilakukan dengan mengambil data suhu dari empat wilayah di Sumatera, yaitu Palembang, Bengkulu, Lampung, dan Jambi, pada waktu yang sama. Data tersebut digunakan untuk membentuk grid suhu dan dianalisis secara manual melalui metode beda hingga dalam enam tahap perhitungan, mencakup 25 titik distribusi. Selanjutnya, perhitungan dilakukan kembali menggunakan Python untuk membandingkan hasilnya. Hasil menunjukkan bahwa nilai aliran dan laju aliran suhu dari kedua metode hampir identik, dengan perbedaan kecil yang disebabkan oleh pembulatan numerik. Titik T23 tercatat memiliki suhu tertinggi sebesar 27,18°C, sedangkan titik T25 memiliki suhu terendah sebesar 24,97°C. Dengan hasil ini, implementasi metode beda hingga melalui Python terbukti efektif dan efisien dalam memodelkan distribusi suhu, serta dapat digunakan sebagai alat bantu analisis numerik yang andal untuk sistem yang lebih kompleks.

Kata-kata kunci: pemodelan matematika, suhu, metode beda hingga, midpoint theorem, Python.

PEMODELAN MATEMATIKA PADA ALIRAN *TEMPERATURE* DENGAN MENGGUNAKAN SENSITIVITAS *MIDPOINT THEOREM* DALAM METODE BEDA HINGGA DAN IMPLEMENTASI PYTHON

TUTI MAYNUR CAHYA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2025

Judul Skripsi	:	**PEMODELAN MATEMATIKA PADA ALIRAN *TEMPERATURE* DENGAN MENGGUNAKAN SENSITIVITAS *MIDPOINT THEOREM* DALAM METODE BEDA HINGGA DAN IMPLEMENTASI PYTHON**
Nama Mahasiswa	:	***Tuti Maynur Cahya***
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2117031051**
Program Studi	:	**Matematika**
Fakultas	:	**Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.	**Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**
NIP 196207041988031002	NIP 196101281988112001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr.Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. tim penguji

Ketua	:	**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**	....
Sekretaris	:	**Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	:	**Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **18 Juli 2025**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	**Tuti Maynur Cahya**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2117031051**
Jurusan	:	**Matematika**
Judul Skripsi	:	**Pemodelan Matematika pada Aliran *Temperature* dengan Menggunakan Sensitivitas *Midpoint Theorem* dalam Metode Beda Hingga dan Implementasi Python**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 18 Juli 2025

Penulis,

Tuti Maynur Cahya

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Tuti Maynur Cahya yang lahir di Bandar Lampung pada tanggal 08 Mei 2004. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara, putri dari Bapak Muhtadi dan Ibu Rokayah.

Penulis memulai pendidikan formal di SDN 03 Kota Karang dan lulus pada tahun 2015. Kemudian, penulis melanjutkan pendidikan di SMP IT Azzahra Islamic Boarding School dan lulus pada tahun 2018. Setelah itu, penulis melanjutkan pendidikan di SMA Khadijah dan lulus pada tahun 2021.

pada tahun 2021, penulis diterima sebagai mahasiswa di Universitas Lampung pada program studi S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Pada tahun 2024 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Rejomulyo 5, Kecamatan Jati Agung, Kabupaten Lampung Selatan. Pada tahun 2024 juga penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Kantor Dinas Ketahanan Pangan, Tanaman Pangan dan Hortikultura.

penulis memiliki berbagai pengalaman dalam bidang nonakademik, diantaranya menjadi anggota BEM Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam tahun 2023, menjadi anggota panitia divisi kompetisi matematika dalam acara DINAMIKA XXIII tahun 2022, menjadi sekretaris koordinator divisi konsumsi dalam acara Inspiring Woman x Makeup Class tahun 2023, menjadi anggota panitia dalam acara MIPA Expo tahun 2023, dan turut serta dalam Kampus Merdeka dalam program Studi Independen di RevoU Tech Academy tahun 2024.

KATA INSPIRASI

"Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan, sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan"

(**Q.S Al-Insyirah ayat 5-6**)

"Menuntut ilmu di masa muda bagai mengukir di atas batu"

(**Hasan al-Bashri**)

"Allah akan mengangkat derajat orang-orang yang beriman dan orang-orang yang berilmu di antara kamu sekalian"

(**Q.S Al-Mujadilah ayat 11**)

"Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya"

(**Q.S Al-Baqarah ayat 286**)

"Mimpi menjadi kenyataan adalah hasil dari tindakanmu dan tindakanmu sebagian besar dikendalikan oleh kebiasaanmu"

(**John C. Maxwell**)

"Be kind, be humble, be the love"

(**SMTOWN**)

"Pelajari hal-hal dari masa lalu, jalani hidup di masa kini, dan tatap masa depan dengan harapan"

"Man jadda wajada"

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Alhamdulillah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

Ayah dan Ibuku Tercinta

Terimakasih kepada orang tuaku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta
Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul ”Pemodelan Matematika pada Aliran *Temperature* dengan Menggunakan Sensitivitas *Midpoint Theorem* dalam Metode Beda Hingga dan Implementasi Python” dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. selaku Pembimbing 1 yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

2. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

3. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.

4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

5. Bapak Prof. Dr. La Zakaria, S.SI.,M.SC. selaku dosen pembimbing akademik.

6. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Ayah, Mama, Adik, dan Saudara Karib yang selalu memberikan nasihat, dukungan moral dan motivasi dalam penyelesaian pembuatan skripsi.
8. Meli dan Yanda selaku teman se-bimbingan skripsi yang telah membantu dan bertukar ilmu dalam proses pengerjaan skripsi.
9. Yunsin dan Mbata sebagai teman seperjuangan yang selalu bertukar cerita senang maupun sedih semasa kuliah.
10. Kepada member EXO, Kim Jun-myeong, Kim Min-seok, Zhang Yixing, Byun Baekyeon, Kim Jong-dae, Park Chanyeol, Do Kyungsoo, Kim Jong-in, Oh Sehun secara tidak langsung telah menjadi penyemangat penulis dalam menyelesaikan skripsi.
11. Seluruh pihak terkait yang telah banyak membantu dalam memotivasi untuk menyelesaikan skripsi.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 18 Juli 2025

Tuti Maynur Cahya

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Suhu atau *temperature* merupakan salah satu besaran fisika fundamental yang merepresentasikan tingkat energi kinetik rata-rata partikel dalam suatu sistem (Rahman, Saidur, dan Hepbasli, 2018). Dalam termodinamika, suhu memegang peran krusial dalam menentukan arah aliran panas, yaitu dari sistem bersuhu tinggi ke sistem bersuhu rendah. Pemahaman terhadap suhu tidak hanya penting dalam ilmu dasar, tetapi juga sangat relevan dalam berbagai bidang terapan seperti teknik mesin, energi, lingkungan, dan ilmu material. Perubahan suhu dalam suatu sistem dapat memengaruhi stabilitas termal, efisiensi energi, serta performa dari berbagai perangkat dan material. Menurut Zhang et al (2020), studi terhadap tren suhu di berbagai wilayah dapat memberikan wawasan penting terkait perubahan iklim dan efeknya terhadap sistem lingkungan. Di sisi lain, Kumar dan Singh (2019) menyatakan bahwa suhu menjadi variabel kunci dalam pengembangan material dengan konduktivitas panas ultra-rendah, yang dibutuhkan dalam teknologi insulasi dan perangkat elektronik modern.

Untuk memahami dan memprediksi suhu pendekatan eksperimental saja sering kali tidak cukup, terutama pada sistem kompleks yang melibatkan banyak variabel. Oleh karena itu, dibutuhkan pemodelan matematika untuk memodelkan suhu karena mampu memberikan deskripsi kuantitatif terhadap perubahan dan distribusi temperatur dalam berbagai kondisi agar dapat lebih optimal. Pemodelan matematika suhu biasanya diwujudkan melalui penyusunan persamaan diferensial parsial, seperti persamaan konduksi panas (*heat conduction equation*), yang kemudian diselesaikan dengan berbagai metode numerik. Salah satu metode yang paling banyak digunakan adalah metode beda hingga (*finite difference method*), karena kemampuannya dalam mendiskretkan ruang dan waktu sehingga memungkinkan prediksi distribusi suhu secara bertahap dan akurat.

Metode ini juga diimplementasikan kedalam bahasa pemrograman Python agar memberikan kemudahan dalam proses komputasi dan visualisasi data, sehingga proses perhitungan menjadi lebih efisien dan akurat dan menghasislan analisi dalam waktu yang lebih singkat.

Adapun penelitian terdahulu mengenai pemodelan matematika dengan metode beda hingga telah dilakukan oleh AN Chasamah dkk (2021), meneliti tentang solusi numerik persamaan gelombang dua dimensi dengan metode beda hingga skema eksplisit CTCS. Selain itu, Kresna dkk (2019), meneliti tentang simulasi sebaran abu panrik kapur menggunakan metode beda hingga. Selain itu, Hasan dkk (2016), meneliti tentang simulasi numerik penerapan metode beda hingga pada model matematika aliran banjir.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematika suhu dengan menggunakan metode beda hingga yang diterapkan melalui pemrograman Python.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menggunakan data suhu diempat lokasi untuk menganalisis kondisi suhu dengan menggunakan metode beda hingga. Lokasi yang digunakan dalam penelitian ini yaitu Palembang, Bengkulu, Lampung, dan Jambi.

2. Menganalisis hasil penghitungan suhu disuatu lokasi secara manual menggunakan metode beda hingga, lalu dibandingkan dengan perhitungan menggunakan pemrograman Python.

1.3 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk mengetahui suhu dilokasi tersebut dengan mengimplementasikan metode beda hingga. Selain itu, penelitian ini bermanfaat untuk menambah pengetahuan dan memberikan gambaran tentang pengaplikasian metode beda hingga terhadap kehidupan sehari-hari.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Model adalah representasi penyederhanaan dari sebuah realita yang kompleks dan mempunyai fitur yang sama dengan tiruannya dalam melakukan task atau menyelesaikan permasalahan. Model adalah karakteristik umum yang mewakili sekelompok bentuk yang ada, atau representasi suatu masalah dalam bentuk yang lebih sederhana dan mudah dikerjakan. Dalam matematika, teori model adalah ilmu yang menyajikan konsep-konsep matematis melalui konsep himpunan, atau ilmu tentang model-model yang mendukung suatu sistem matematis. Teori model diawali dengan asumsi keberadaan objek-objek matematika (misalnya keberadaan semua bilangan) dan kemudian mencari dan menganalisis keberadaan operasi-operasi, relasi-relasi, atau aksioma-aksioma yang melekat pada masing-masing objek atau pada objek-objek tersebut. Model matematika yang diperoleh dari suatu masalah matematika yang diberikan, selanjutnya diselesaikan dengan aturan-aturan yang ada. Penyelesaian yang diperoleh, perlu diuji untuk mengetahui apakah penyelesaian tersebut valid atau tidak.

Pemodelan matematika merupakan salah satu teknik untuk merepresentasikan suatu sistem yang kompleks ke dalam model matematika. Dengan kata lain, pemodelan matematika merupakan suatu sistem persamaan yang dapat merepresentasikan suatu permasalahan kompleks yang sedang diamati. Dengan demikian, model matematika yang diformulasi diharapkan mampu menjelaskan situasi komples yang sedang diamati.

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang berusaha untuk mempresentasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau problem pada dunia *real* dalam pernyataan matematika sehingga diperoleh pemahaman dari problem dunia *real* ini menjadi lebih tepat. (Prayudi, 2006). Sederhananya, model matematika merupakan usaha untuk menggambarkan suatu fenomena ke dalam bentuk rumus matematis sehingga mudah untuk dipelajari dan dilakukan perhitungan.

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu bentuk persamaan matematika yang menghubungkan suatu fungsi dengan turunan-turunannya. Persamaan ini digunakan secara luas untuk memodelkan fenomena dinamis dalam ilmu pengetahuan dan teknik, karena banyak sistem fisik mengalami perubahan terhadap waktu atau ruang yang dapat dijelaskan secara matematis melalui turunan (Rahman, Saidur, dan Hepbasli, 2018).

2.3 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial adalah persamaan-persamaan yang mengandung satu atau lebih turunan-turunan parsial. Persamaan itu haruslah melibatkan paling sedikit dua variabel bebas. Tingkat persamaan diferensial parsial adalah tingkat turunan tertinggi pada persamaan itu (Ayres, 1992). Turunan dari suatu fungsi (misalkan fungsi y). Didefinisikan sebagai penurunan garis tangen terhadap kurva $y = f(x)$ pada titik x, y. Turunan dari fungsi satu peubah dapat dinyatakan menjadi $f'(x)$ atau

$$\frac{dy}{dx}.$$

Persamaan diferensial parsial adalah suatu persamaan diferensial yang berlaku untuk fungsi peubah banyak atau fungsi yang bergantung pada dua atau lebih variabel bebas $u = (x, y, z)$. Orde dari persamaan diferensial parsial adalah turunan dengan pangkat tertinggi yang ada pada persamaan diferensial parsial tersebut.

Beberapa bentuk persamaan diferensial yang umum adalah:

1. Persamaan Transport, $U_x + U_t = 0$
2. Persamaan Difusi, $U_t = kU_{xx}$
3. Persamaan Gelombang, $U_{tt} - c^2U_{xx} = 0$
4. Persamaan Laplace, $U_{xx} + U_{yy} = 0,\ \Delta u = 0$

2.4 Persamaan Diferensial Parsial (PDP) pada Metode Beda Hingga

Penyelesaian PDP dalam metode numerik umumnya menggunakan metode beda hingga. Prinsip dari metode beda hingga adalah mengganti turunan yang ada pa da persamaan diferensial dengan diskritisasi beda hingga berdasarkan deret Taylor. Metode beda hingga bekerja dengan mengubah daerah variabel independen men jadi grid berhingga yang disebut mesh di mana variabel independen diaproksimasi (Maulidi, 2018).

Ada tiga jenis hampiran dalam metode beda hingga, yaitu hampiran beda maju (*forward difference approximation*), hampiran beda mundur (*backward difference app roximation*), dan hampiran beda pusat (*central difference approximation*) (Bukhari dkk., 2023).

- Beda Maju
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
- Beda Mundur
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$
- Beda Tengah
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

berdasarkan definisi tersebut, maka dapat diketahui definisi dari turunan parsial sebagai berikut:

- Beda Maju
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x,y)}{h} \quad \text{dan} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) - f(x,y)}{h}$$
- Beda Mundur
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x-h,y) - f(x,y)}{h} \quad \text{dan} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y-h) - f(x,y)}{h}$$
- Beda Tengah
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x-h,y)}{2h} \quad \text{dan} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) - f(x,y-h)}{2h}$$

Dan definisi turunan parsial tingkat dua (Strauss, 2007):

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) + f(x-h,y) - 2f(x,y)}{h^2}$$

dan

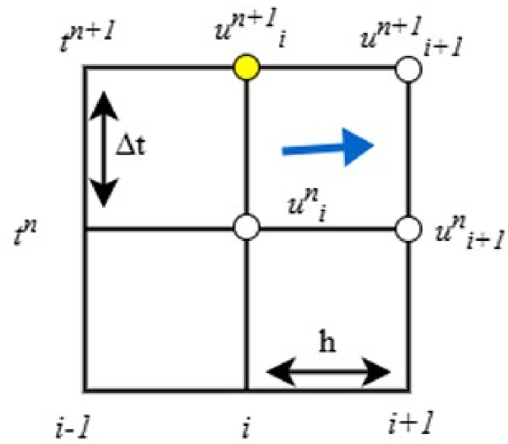
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) + f(x,y-h) - 2f(x,y)}{h^2}$$

Prinsipnya adalah mengganti turunan yang ada pada persamaan diferensial dengan diskritisasi beda hingga berdasarkan deret Taylor. Secara fisik, deret Taylor dapat diartikan sebagai besaran tinjauan pada suatu ruang dan waktu (ruang dan waktu tinjauan) dapat dihitung dari besaran itu sendiri pada ruang dan waktu tertentu yang mempunyai perbedaan yang kecil dengan ruang dan waktu tinjauan (Sitompul dan Siahaan, 2022).

Berdasarkan ekspansi Taylor di atas, terdapat tiga skema beda hingga yang biasa digunakan, yaitu skema maju, skema mundur, dan skema tengah.

1. Skema Maju

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h}$$

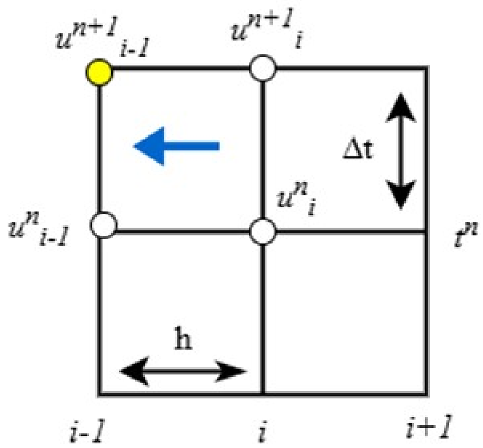


Gambar 2.1 Grid Metode Beda Hingga Skema Maju

Pada skema maju, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i+1$ yang berada di depannya.

2. Skema Mundur

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i) - u(x_i - h)}{h}$$

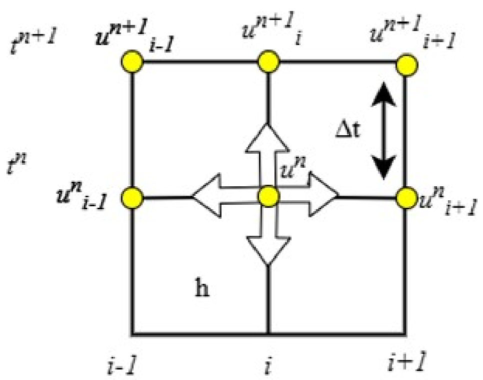


Gambar 2.2 Grid Metode Beda Hingga Skema Mundur

Pada skema mundur, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i - 1$ yang berada di belakangnya.

3. Skema Tengah

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x_i + h) - u(x_i - h)}{h^2}$$



Gambar 2.3 Grid Metode Beda Hingga Skema Tengah

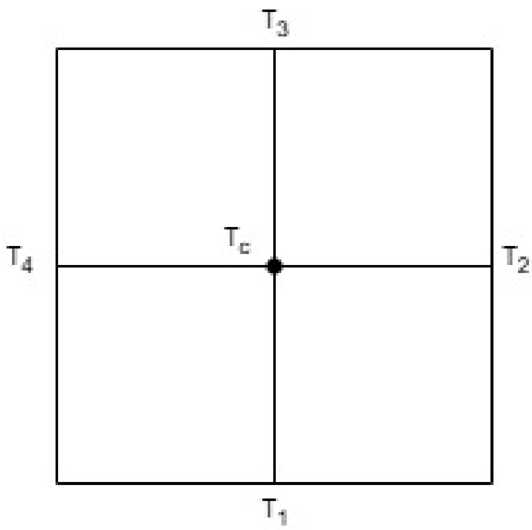
(Powers, 2006)

2.5 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga atau yang lebih dikenal dengan *finite difference method* adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisik. Secara umum metode beda hingga adalah metode yang mudah digunakan dalam penyelesaian problem fisik yang mempunyai bentuk geometri yang teratur, seperti interval dalam suatu dimensi, domain kotak dalam dua dimensi, dan kubik dalam ruang tiga dimensi (Li dkk, 2018).

Aplikasi penting dari metode beda hingga adalah dalam analisis numerik, khususnya pada persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Prinsipnya adalah mengganti turunan yang ada pada persamaan diferensial dengan diskretisasi beda.

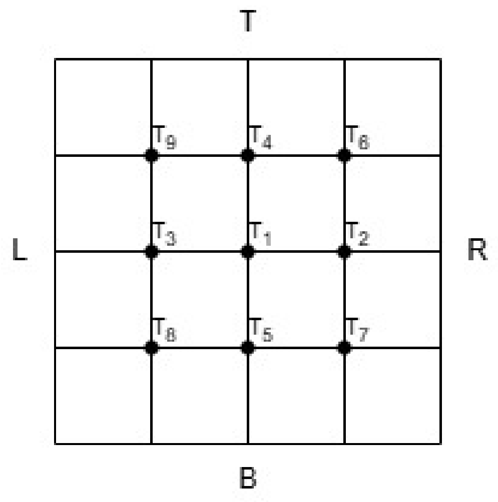
- Nilai fungsi di titik C



Gambar 2.4 Beda Hingga Pada Bidang Empat Titik

$$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 - 4T_c = 0$$

- Nilai fungsi di titik 1, 2, 3, ..., 9

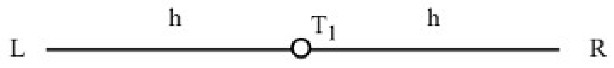


Gambar 2.5 Beda Hingga Pada Bidang Sembilan Titik

$$T_1 L + R + B + T - 4T_1 = 0$$
$$T_2 T_1 + R + B + T - 4T_2 = 0$$
$$T_3 L + T_1 + B + T - 4T_3 = 0$$
$$T_4 L + R + T_1 + T - 4T_4 = 0$$
$$T_5 L + R + B + T_1 - 4T_5 = 0$$
$$T_6 T_4 + R + T_2 + T - 4T_6 = 0$$
$$T_7 T_5 + R + B + T_2 - 4T_7 = 0$$
$$T_8 L + T_5 + B + T_3 - 4T_8 = 0$$
$$T_9 L + T_4 + T_3 + T - 4T_9 = 0$$

Metode beda hingga dapat digambarkan ke dalam grafik sederhana sebagai berikut:

1. Garis Horizontal



Gambar 2.6 Garis Horizontal

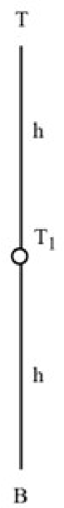
- Nilai T_1

$$\frac{L+R}{2h}$$

- Laju Perubahan T_1

$$\delta T_1 = \frac{L-R}{2h}$$

2. Garis Vertikal



Gambar 2.7 Garis Vertikal

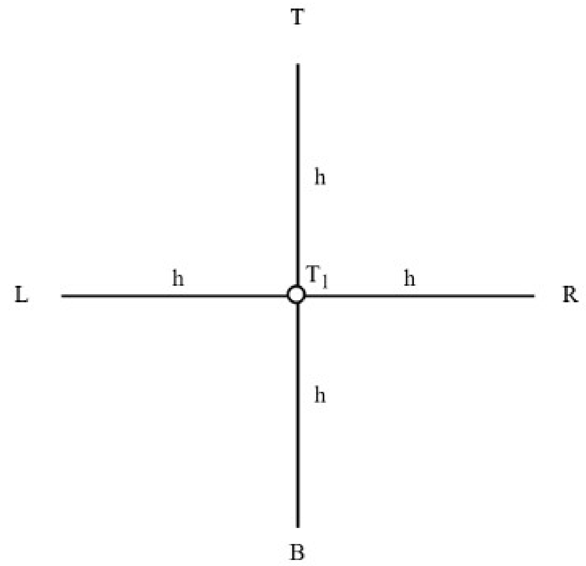
- Nilai T_1

$$\frac{T+B}{2h}$$

- Laju Perubahan T_1

$$\delta T_1 = \frac{T-B}{2h}$$

3. Garis Horizontal dan Vertikal



Gambar 2.8 Garis Horizontal dan Vertikal

- Nilai T_1

$$T_1 = \frac{T_{1h} + T_{1h}}{2} = \frac{\frac{L+R}{2h} + \frac{B+T}{2h}}{2} = \frac{L + R + B + T}{4h}$$

- Laju Perubahan T_1

$$T_1 = \frac{\delta T_{1h} + \delta T_{1h}}{2} = \frac{\frac{L-R}{2h} + \frac{B-T}{2h}}{2} = \frac{(L - R) + (B - T)}{4h}$$

2.6 Suhu

Suhu atau temperatur adalah besaran fisika yang mencerminkan tingkat energi kinetik rata-rata partikel dalam suatu sistem. Dalam kajian termodinamika, suhu berfungsi sebagai parameter dasar yang menentukan arah aliran panas yakni dari sistem dengan suhu lebih tinggi ke sistem dengan suhu lebih rendah sehingga menjadi elemen penting dalam proses perpindahan kalor (Rahman et al, 2018).

Menurut Zhang et al (2020), suhu merupakan indikator utama yang digunakan dalam menganalisis perubahan iklim, stabilitas termal material, serta performa sistem termal dalam berbagai bidang teknik dan lingkungan. Dalam konteks rekayasa, suhu menjadi acuan dalam perancangan sistem pendingin, pengontrolan temperatur dalam proses manufaktur, dan evaluasi efisiensi termal alat atau bangunan (Lee dan Chen, 2021).

Lebih lanjut, Kumar dan Singh (2019) menyatakan bahwa pemahaman terhadap distribusi suhu dalam suatu medium sangat krusial dalam pengembangan material fungsional, terutama material dengan konduktivitas panas rendah. Oleh karena itu, pendekatan numerik seperti metode beda hingga (*finite difference method*) sering digunakan untuk memodelkan dan memprediksi sebaran temperatur secara spasial dan temporal, guna memperoleh gambaran menyeluruh terhadap sistem yang dianalisis.

2.7 Python

Python adalah bahasa pemrograman tingkat tinggi yang bersifat umum (*general purpose*), *opensource*, dan sangat populer dalam pengembangan perangkat lunak, analisis data, serta pemodelan numerik dan ilmiah. Kemudahannya dalam sintaksis serta dukungan komunitas yang luas menjadikan Python sebagai salah satu bahasa utama dalam penelitian ilmiah dan teknik (Millman dan Aivazis, 2011).

Menurut Beck et al (2019), Python telah menjadi standar *de facto* dalam pendidikan dan penelitian sains data karena fleksibilitasnya dalam mendukung berbagai disiplin ilmu, mulai dari fisika, biologi, ekonomi, hingga teknik. Selain itu, Python juga digunakan dalam pengembangan kecerdasan buatan dan pembelajaran mesin yang banyak diaplikasikan dalam optimalisasi sistem teknik dan analisis prediktif.

Dalam studi pemodelan temperatur, Python dapat digunakan untuk mengimplementasikan metode numerik seperti *finite difference method* untuk menyelesaikan distrubusi suhu. Penelitian oleh Ahmad et al (2020) menunjukkan bahwa Python mampu menghasilkan simulasi termal yang akurat dan efisien, sekaligus memudahkan pengguna dalam melakukan pemrosesan data dan visualisasi hasil.

BAB III

METODE PENELITIAN

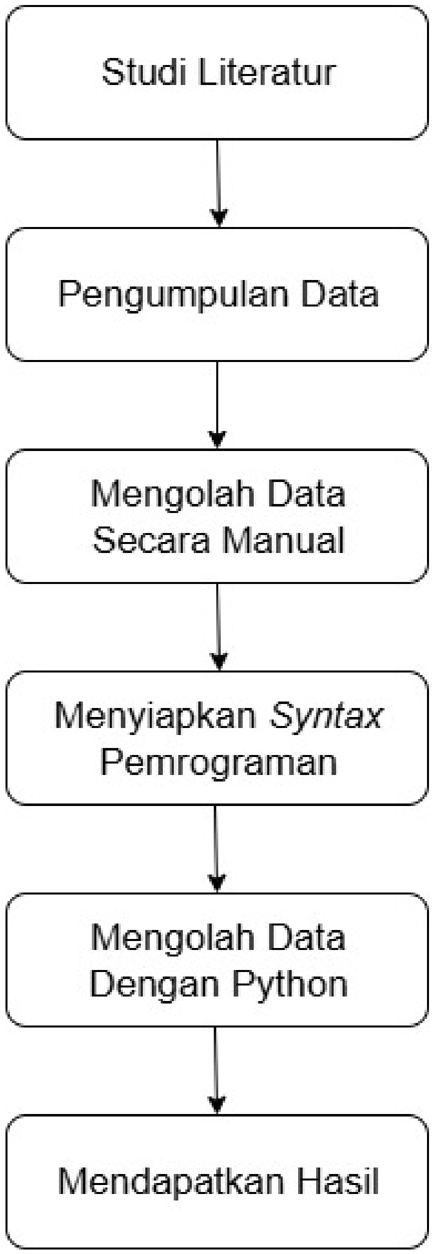
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2024/2025 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang beralamatkan di Jalan Prof. Dr. Ir. Soemantri Brojonegoro, Gedong Meneng, Kecamatan Rajabasa, Kota Bandar Lampung, Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang diterapkan dalam penelitian ini meliputi:

1. Mempelajari berbagai sumber literatur dari situs internet, buku, dan jurnal.
2. Mengambil data.
3. Mengolah data secara manual.
4. Menyiapkan syntax pemrograman Python untuk perhitungan.
5. Mengolah data dengan menggunakan pemrograman Python.
6. Mendapatkan hasil yang diperoleh.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Data yang diperoleh dari empat wilayah utama, yaitu pada bagian timur di wilayah Palembang tercatat 27,8°, barat pada wilayah Bengkulu tercatat 23,9°, selatan pada wilayah Lampung tercatat 26,9°, dan utara pada wilayah Jambi tercatat 25,7°. Hasil pemodelan lebih lanjut menunjukkan bahwa titik T_{23} memiliki suhu tertinggi dengan nilai 27,1806643°, sementara titik T_{25} menunjukkan suhu terendah sebesar 24,969336°.

2. Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa perhitungan aliran suhu secara manual memberikan hasil yang sama dengan perhitungan menggunakan perangkat lunak Python. Kesamaan hasil tersebut menunjukkan bahwa tidak terdapat kesalahan dalam proses pemrograman atau *input* perintah ke dalam Python, sehingga dapat dikatakan bahwa implementasi metode dalam software berjalan dengan benar.

5.2 Saran

Adapun saran dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Dalam penelitian ini, metode beda hingga tengah digunakan untuk memodelkan aliran suhu. Untuk penelitian di masa mendatang, disarankan untuk mengembangkan atau membandingkannya dengan metode lain, seperti beda hingga maju, beda hingga mundur, metode elemen hingga, atau pendekatan numerik lainnya yang lebih tepat dan sesuai dengan karakteristik data yang digunakan.

2. Penelitian ini terbatas pada 25 titik. Ke depannya, studi dapat diperluas dengan menambah jumlah titik analisis. Selain itu, akan lebih optimal jika pengambilan data dilakukan secara serentak di empat lokasi berbeda, sehingga hasil pengukuran yang diperoleh menjadi lebih akurat.

DAFTAR PUSTAKA

AN, Chasamah., M, jumhuri., E, Alisah. (2021). Solusi Numerik Persamaan Gelombang Dua Dimensi Dengan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit CTCS. *Jurnal Riset Mahasiswa Matematika*, vol 1(1).

Ahmad, R., Nasir, M., dan Saleem, A. (2020). A Python-based Finite Difference Scheme for Solving 1D Heat Conduction Problems. *Journal of Computational Science Education*. 11(2), 23–30.

Ayres, F. (1992). Persamaan Diferensial. Jakarta: Erlangga.

Beck, M., Stengel, D., dan Vollmer, M. (2019). Python in Science and Education: State of The Art and Perspectives. *International Journal of Modern Education and Computer Science*, 11(1), 12–20.

Bukhari, F., Nurdiati, S., Julianto, M. T., Najib, M. K., dan Valentdio, R. H. (2023). Implementasi Penyelesaian Persamaan Burgers Dengan Metode Beda Hingga Dalam Bahasa Pemrograman Julia. *MILANG Journal of Mathematics and Its Applications*, 19(1), 1–9.

Hasan, Yulianto, T., Amalia, R., Faisol. (2016). Penerapan Metode Beda Hingga pada Model Matematika Aliran Banjir dari Persamaan Saint Venant. *Zeta– Math Journal*, 2(1), 6-12.

Kumar, S., dan Singh, V. (2019). Buckled Structures for Ultra-low Thermal Conductivity. *Advanced Materials Research*.

Lee, M., dan Chen, C. (2021). Thermodynamic Analysis in Engineered Thermal Systems. *The Journal of Chemical Thermodynamics*, 161.

Maulidi, I. (2018). Metode Beda Hingga untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial. OSF Preprints, 2(1), 1–10.

Meksianis Z. Ndii, Ph.D. (2022). Pemodelan Matematika.

Millman, K. J., dan Aivazis, M. (2011). Python for Scientists and Engineers. *Computing in Science and Engineering*, 13(2), 9–12.

Powers, D.L. (2006). Boundary Value Problem and Partial Differential Equation 5th edition. Elsevier inc.: New York.

Prayudi. (2006). Matematika Teknik Edisi Pertama. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Rahman, M. M., Saidur, R., dan Hepbasli, A. (2018). Finite Difference Methods in Heat Transfer. (2nd ed.).

Sitompul, H.A., dan Siahaan E.W.B. (2022). Akurasi Solusi Numerik pada Persamaan Gelombang berdimensi-satu. *Jurnal Penelitian Fisikawan*, 5(1), 54-63.

Strauss, W. (2007). Partial Differential Equations, An Introduction 2nd Edition. John Wiley and Sons: New York.

Supriyatna, N. (2008). Model Simulasi Penyebaran Polutan dengan Pendekatan Beda Hingga. Tesis, Sekolah Pascasarjana Institut Pertanian Bogor.

Zhang, X., Gillett, N. P., Hegerl, G. C., dan Zwiers, F. W. (2020). Winter Temperature Trends oOver Western Canada from 1950 to 2020. *Journal of Climate*, 37(2).