STUDI SIMULASI METODE *MODIFIED TWO-PARAMETER LIU ESTIMATOR* (MTPLE) DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS PADA MODEL REGRESI POISSON

Skripsi

Oleh

MARGELIZA SAFITRI

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2025

ABSTRACT

SIMULATION STUDY OF MODIFIED TWO-PARAMETER LIU ESTIMATOR (MTPLE) METHOD TO OVERCOME MULTICOLLINEARITY IN THE POISSON REGRESSION MODEL

By

Margeliza Safitri

This study aims to evaluate the performance of the Modified Two-Parameter Liu Estimator (MTPLE) method in dealing with multicollinearity and compare the performance of MLE, Liu Estimator, and MTPLE. It uses simulated data with n=30, 50, 75, 150, and 300 in a Poisson regression model (p=4,6,8) with ρ = 0.89, 0.95, and 0.99. The performance is evaluated using the mean square error (MSE) criterion. The results showed the superiority of MTPLE over the other estimators as it has the smallest MSE value.

Keywords: Modified Two-Parameter Liu Estimator, Liu Estimator, MLE, Multicollinearity, Poisson Regression Model.

ABSTRAK

STUDI SIMULASI METODE *MODIFIED TWO-PARAMETER LIU ESTIMATOR* (MTPLE) DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS PADA MODEL REGRESI POISSON

Oleh

Margeliza Safitri

Penelitian ini bertujuan untuk mengevaluasi kinerja metode Modified Two-Parameter Liu Estimator (MTPLE) dalam menangani multikolinearitas dan membandingkan kinerja MLE, Liu Estimator, dan MTPLE. Penelitian ini menggunakan data simulasi dengan n=30, 50, 75, 150, dan 300 dalam model regresi Poisson (p=4,6,8) dengan ρ = 0,89, 0,95, dan 0,99. Kinerja dievaluasi menggunakan kriteria mean square error (MSE). Hasil penelitian menunjukkan keunggulan MTPLE dibandingkan estimator lainnya karena memiliki nilai MSE terkecil.

Kata Kunci: *Modified Two-Parameter Liu Estimator*, *Liu Estimator*, MLE, Multikolinearitas, Model Regresi Poisson.

STUDI SIMULASI METODE *MODIFIED TWO-PARAMETER LIU ESTIMATOR* (MTPLE) DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS PADA MODEL REGRESI POISSON

Oleh

Margeliza Safitri

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2025

Judul Skripsi : **STUDI SIMULASI METODE *MODIFIED TWO-PARAMETER LIU ESTIMATOR* (MTPLE) DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS PADA MODEL REGRESI POISSON**

Nama Mahasiswa : **Margeliza Safitri**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031011**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.
NIP. 196501251990032001

Bernadhita Herindri S. U., M.Sc.
NIP. 199206302023212034

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.** ....

Sekretaris : **Bernadhita Herindri S. U., M.Sc.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **10 Maret 2025**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Margeliza Safitri**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2117031011**

Jurusan : **Matematika**

Judul Skripsi : **STUDI SIMULASI METODE *MODIFIED TWO-PARAMETER LIU ESTIMATOR* (MTPLE) DALAM MENGATASI MULTIKOLINEARITAS PADA MODEL REGRESI POISSON**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 10 Maret 2025
Yang menyatakan

Margeliza Safitri
NPM. 2117031011

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Margeliza Safitri lahir di Bandar Lampung pada tanggal 28 Maret 2004, sebagai anak keempat dari empat bersaudara dari pasangan Bapak Sabbihis dan Ibu Desfitriani.

Penulis menyelesaikan pendidikan taman kanak-kanak di TK Karunia Ceria pada tahun 2010, pendidikan dasar di SDN 2 Rawa laut (Teladan) pada tahun 2016, pendidikan menengah pertama di SMPN 4 Bandar Lampung pada tahun 2019, dan pendidikan menengah atas di SMAN 2 Bandar Lampung dengan program akselerasi pada tahun 2021.

Pada tahun 2021, penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN. Penulis juga terdaftar dan aktif sebagai anggota Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) bidang eksternal periode 2022.

Sebagai bentuk pengaplikasian bidang ilmu di dunia kerja, penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Perusahaan Umum Badan Urusan Logistik

(Perum BULOG) Kantor Wilayah Provinsi Lampung di Bidang Bisnis pada bulan Januari – Februari 2024. Di tahun yang sama, penulis juga melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat dan juga berkontribusi dalam pembangunan Desa Penyangga Taman Nasional Way Kambas pada periode waktu Juni – Agustus 2024 di Desa Braja Luhur, Kecamatan Braja Selebah, Kabupaten Lampung Timur, Provinsi Lampung.

KATA INSPIRASI

"Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya…."
(QS. Al Baqarah: 286)

"Sesungguhnya Allah tidak akan mengubah keadaan suatu kaum, sebelum mereka mengubah keadaan diri mereka sendiri."
(QS. Ar-Rad: 11)

"Your limitation—it's only your imagination, and when it's your time then it's your time"
(P.T. Barnum)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan Alhamdulillah, puji dan syukur kepada Allah SWT atas rahmat, berkat, dan karunianya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat waktu. Oleh karena itu, dengan penuh ketulusan hati sebagai rasa cinta dan sayang, penulis persembahkan rasa terimakasih kepada :

Ayah, Ibu, Cupa, Abang, dan Giya

Terima kasih telah menjadi sumber semangat, doa, dan kasih sayang tanpa batas yang selalu menguatkan saya dalam setiap langkah perjalanan ini. Terima kasih atas setiap doa yang tidak pernah terputus, setiap dukungan yang tidak pernah luntur, serta setiap pengorbanan yang tidak terhitung.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada ibu dan bapak dosen pembimbing serta pembahas yang dengan penuh kesabaran dan ketulusan telah membimbing dan memotivasi saya dalam menyelesaikan skripsi ini. Setiap arahan, ilmu, dan dukungan yang diberikan menjadi pijakan berharga dalam perjalanan akademik saya.

Sahabat-sahabatku

Terima kasih selalu hadir dalam setiap suka dan duka. Terima kasih atas semangat, kebersamaan, dan tawa yang menemani saya melewati proses ini.

Almamater Tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah SWT. yang telah melimpahkan berkah dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Studi Simulasi Metode *Modified Two-Parameter Liu Estimator* (MTPLE) dalam Mengatasi Multikolinearitas pada Model Regresi Poisson". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Terselesaikannya skripsi ini tidak lepas dari dukungan, bimbingan, saran, serta do'a dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan rasa hormat dan terima kasih kepada :

1. Ibu Prof. Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Akademik serta Dosen Pembimbing I atas kesediannya meluangkan waktu untuk membimbing, memberikan kritik, saran, serta arahan selama proses penyelesaian studi dan skripsi ini.
2. Ibu Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing II atas kesediannya untuk membimbing serta memotivasi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Subian Saidi, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembahas yang telah memberikan arahan serta kritik dan saran yang membantu dalam memperbaiki skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Seluruh dosen dan staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Ayah, Ibu, Cupa, Abang, dan Giya yang sangat penulis cintai dan menjadi sumber semangat, doa, dan kasih sayang tanpa batas yang selalu menguatkan penulis.
8. Sahabat-sahabat terbaik penulis, Kinary, Valin, Dini, Adib, Nesa, Manda, Arsie, Vara, Yunda Callista, Bang Yazid, Yunda Rani, Yunda Salsa, Yunda Lia, Yunda Demi, Ridho, Eri, Erwin, Arvi, Falen, Rara, Windi, Khai, Bila, dan Hafidz yang senantiasa mendukung dan hadir dalam setiap proses yang penulis lalui baik suka maupun duka.
9. Seluruh pihak terkait yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa masih banyak terdapat kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari semua pihak.

Bandar Lampung, 10 Maret 2025
Penulis,

Margeliza Safitri
NPM. 2117031011

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Pada analisis model regresi terdapat sebuah fenomena yang dikenal sebagai multikolinearitas, dimana pada kondisi ini variabel bebas menunjukkan tingkat saling ketergantungan yang tinggi. Multikolinearitas dapat mengakibatkan estimasi parameter yang tidak stabil serta uji hipotesis yang tidak akurat, sehingga dapat menyebabkan penarikan kesimpulan yang tidak tepat (Kyriazos & Poga, 2023).

Menurut Abdelwahab, *et al*. (2024), model regresi Poisson digunakan untuk analisis data hitung. Metode yang umum digunakan untuk menduga parameter model regresi Poisson adalah *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Namun, MLE akan mengalami masalah ketidakstabilan dengan adanya multikolinearitas untuk model regresi Poisson.

Sebelumnya, banyak peneliti yang telah meneliti terkait metode-metode yang dapat menjadi alternatif dalam menduga parameter pada model regresi Poisson dengan data yang mengalami multikolinearitas selain metode MLE. Salah satunya adalah Al-Juboori (2022), yang melakukan penelitian terkait metode MLE, *Ridge Estimator* (RE), dan *Liu Estimator* (LE). Penelitian tersebut memperoleh kesimpulan bahwa metode LE merupakan metode terbaik dibandingkan yang lainnya.

Selanjutnya Alrweili (2024), kembali meneliti terkait metode-metode alternatif lainnya, dan dari penelitian tersebut diperoleh hasil bahwa metode *Kibria–Lukman-Modifed Ridge-Type Estimator* (PKLMRT) merupakan metode yang lebih baik digunakan dibandingkan metode MLE, RE, dan LE.

Metode *Modified Two-Parameter Liu Estimator* (MTPLE) pertama kali dikembangkan oleh Abonazel, *et al*. (2023) untuk menduga parameter pada model regresi Conway Maxwell – Poisson. Penelitian tersebut menggunakan *Mean Square Error* (MSE) untuk mengukur seberapa akurat sebuah model regresi dalam memprediksi nilai numerik dan berdasarkan penelitian tersebut, didapat bahwa nilai MSE terkecil diperoleh saat menggunakan metode MTPLE, dibandingkan dengan 4 metode yaitu metode *Modified One-Parameter Liu Estimator* (MOPLE), RE, LE, dan MLE.

Penelitian lain mengenai metode MTPLE dilakukan oleh Abdelwahab, *et al*. (2024) untuk menduga parameter pada model regresi Poisson. Pada penelitian ini dilakukan perbandingan, baik secara teoritis, simulasi, dan studi kasus berdasarkan MSE lima metode penduga yaitu MLE, RE, LE, *Adjusted Liu Estimator* (ALE), MTPLE. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah metode MTPLE lebih baik dibanding empat metode lainnya.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka peneliti tertarik untuk melakukan studi simulasi metode MTPLE dan membandingkan dengan metode MLE dan LE berdasarkan nilai MSE agar mengetahui diantara ketiga metode tersebut manakah metode yang terbaik dalam memprediksi parameter pada model regresi Poisson dengan data yang mengalami multikolinearitas. Studi simulasi dilakukan dengan variasi jumlah sampel, variabel bebas, dan tingkat korelasi antar variabel bebas, sehingga dengan studi simulasi ini akan menunjukkan performa ketiga metode tersebut pada beberapa kondisi data.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. untuk melakukan simulasi metode *Modified Two-Parameter Liu Estimator* (MTPLE) sesuai untuk mengatasi multikolinearitas pada model regresi Poisson.
2. untuk membandingkan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE), *Liu Estimator* (LE), dan *Modified Two-Parameter Liu Estimator* (MTPLE) dalam mengatasi multikolinearitas pada model regresi Poisson.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. memberikan pengetahuan terkait metode *Modified Two-Parameter Liu Estimator* (MTPLE).
2. menjadi sarana pengembangan pengetahuan dan wawasan mengenai metode-metode prediksi model regresi Poisson.
3. sebagai referensi bagi penelitian selanjutnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Regresi Poisson

Menurut Abdelwahab, *et al*. (2024), model regresi Poisson digunakan untuk memodelkan hubungan variabel tak bebas (Y_i) dan variabel bebas (X). Variabel tak bebas (Y_i) pada model regresi poisson merupakan variabel acak diskrit dan berdistribusi Poisson. Menurut Walpole (1993), distribusi Poisson memiliki ciri-ciri berikut:

a. banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu selang waktu atau suatu daerah tertentu, tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah,
b. peluang terjadinya satu hasil percobaan selama suatu selang waktu yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan Panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut, dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar selang waktu atau daerah tersebut,
c. peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat tersebut atau dalam daerah yang kecil tersebut, dapat diabaikan.

Berdasarkan ciri-ciri di atas dapat didefinisikan bahwa distribusi Poisson adalah sebaran peluang bagi X peubah acak Poisson, yang menyatakan banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama suatu selang waktu atau daerah tertentu. Secara matematis distribusi Poisson ditulis sebagai berikut:

$$p(x;\mu) = \frac{\exp(-\mu_i)\mu_i^{y_i}}{y_i!} \qquad y_i = 0,1,2,\ldots;\ i = 1,2,\ldots,n \tag{2.1}$$

dengan:

$p(x;\mu)$ = fungsi probabilitas distribusi Poisson,

μ_i = rata-rata banyaknya kejadian sukses yang terjadi dalam selang waktu atau dalam suatu daerah tertentu ($\mu_i > 0$),

e = 2.71828.

Menurut Abdelwahab, *et al*. (2024), model regresi Poisson disebut juga sebagai model log-linear karena model regresi poisson menggunakan fungsi logaritma alami sebagai fungsi link yang menghubungkan rata-rata dari variabel tak bebas dengan kombinasi linear dari variabel bebas. Secara matematis bentuk model regresi Poisson dapat ditulis sebagai berikut:

$$E(y_i) = \mu_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_p x_{pi}) \tag{2.2}$$

dengan:

y = jumlah kejadian,

μ_i = rata-rata jumlah kejadian dalam selang waktu atau dalam suatu daerah tertentu,

β_p = koefisien regresi Poisson.

Metode yang umum digunakan untuk menduga parameter $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p$ pada model regresi Poisson adalah *maximum likelihood estimator* (MLE). Secara matematis, fungsi *likelihood* untuk model regresi Poisson adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\beta) &= \prod_{i=1}^{n} p(x;\mu) \\ &= \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\exp(-\mu_i)\mu_i^{y_i}}{y_i!} \right) \\ &= \frac{\prod_{i=1}^{n} \exp(-\mu_i)\mu_i^{y_i}}{\prod_{i=1}^{n} y_i!} \end{aligned}$$

$$= \frac{\{(\prod_{i=1}^{n}\exp(-\mu_i))(\prod_{i=1}^{n}\mu_i^{y_i})\}}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

$$= \frac{\{(e^{-\sum_{i=1}^{n}\mu_i})(\prod_{i=1}^{n}\mu_i^{y_i})\}}{\prod_{i=1}^{n} y_i!} \ . \tag{2.3}$$

Selanjutnya dibentuk fungsi *log likelihood* sebagai berikut:

$$\log L(\beta) = \log\frac{\{(e^{-\sum_{i=1}^{n}\mu_i})(\prod_{i=1}^{n}\mu_i^{y_i})\}}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

$$= \left\{\log\left(e^{-\sum_{i=1}^{n}\mu_i} + \prod_{i=1}^{n}\mu_i^{y_i}\right)\right\} - \left\{\log\prod_{i=1}^{n}\mu_i^{y_i}\right\}$$

$$= \left\{\left(\log e^{-\sum_{i=1}^{n}\mu_i}\right) + \left(\log\prod_{i=1}^{n}\mu_i^{y_i}\right)\right\} - \left\{\log\prod_{i=1}^{n}\mu_i^{y_i}\right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n}\mu_i + \sum_{i=1}^{n} y_i \log\mu_i - \sum_{i=1}^{n}\log y_i!$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i \log\mu_i - \sum_{i=1}^{n}\mu_i - \sum_{i=1}^{n}\log y_i!$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i(x_i\beta) - \sum_{i=1}^{n}\exp(x_i\beta) - \sum_{i=1}^{n}\log y_i!$$

$$= \sum_{i=1}^{n}[y_i(x_i\beta) - \exp(x_i\beta) - \log y_i!] \ . \tag{2.4}$$

Selanjutnya hitung turunan pertama persamaan (2.4) dan menyamakannya dengan nol.

$$S(\beta) = \frac{\partial \log L(\beta)}{\partial\beta} = 0$$

$$\frac{\partial\{\sum_{i=1}^{n}[y_i(x_i\beta) - \exp(x_i\beta) - \log y_i!]\}}{\partial\beta} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i(x_i) - (x_i)\sum_{i=1}^{n} e^{(x_i\beta)} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - e^{(x_i\beta)}\right)(x_i) = 0 \ . \tag{2.5}$$

Pada persamaan (2.5) menunjukkan hubungan non-linier terhadap β. Untuk mengatasinya, maka digunakan algoritma *Iterative Weighted Least Square* (IWLS) berdasarkan fungsi penghubung $\log(\mu_i) = \eta_i = x_i\beta$, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\hat{\beta} &= \beta^{(t-1)} + \left[X^T\widehat{W}X\right]^{-1}X^T A(Y-\mu) \\
&= \left[X^T\widehat{W}X\right]^{-1}X^T\widehat{W}X\beta^{(t-1)} + \left[X^T\widehat{W}X\right]^{-1}X^T A(Y-\mu) \\
&= \left[X^T\widehat{W}X\right]^{-1}[X^T\widehat{W}X\beta^{(t-1)} + X^T A(Y-\mu)] \\
&= \left[X^T\widehat{W}X\right]^{-1}\left[X^T\widehat{W}X\beta^{(t-1)} + X^T\widehat{W}\left(\frac{\partial\eta}{\partial\mu}\right)(Y-\mu)\right] \\
&= \left[X^T\widehat{W}X\right]^{-1}X^T\widehat{W}\left[X\beta^{(t-1)} + \left(\frac{\partial\eta}{\partial\mu}\right)(Y-\mu)\right] \\
&= \left[X^T\widehat{W}X\right]^{-1}X^T\widehat{W}\hat{s} \ .
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Estimasi parameter $\hat{\beta}$ dengan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{PMLE} = (H)^{-1}X^T\widehat{W}\hat{s} \tag{2.7}$$

dengan:

$\hat{\beta}_{PMLE}$ = estimasi parameter $\hat{\beta}$ dengan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE),

$H = X^T\widehat{W}X$,

$\hat{s}_i = \log\hat{\mu}_i + \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)}{\hat{\mu}_i}$,

$\widehat{W} = diag[\hat{\mu}_i]$.

2.2 Multikolinearitas

Konsep multikolinearitas pertama kali diperkenalkan oleh Frisch pada tahun 1934. Multikolinearitas adalah kondisi di mana variabel bebas menunjukkan tingkat saling ketergantungan yang tinggi. Pada model regresi multikolinearitas merupakan asumsi yang harus dipenuhi karena multikolinearitas dapat mengakibatkan estimasi parameter yang tidak stabil serta uji hipotesis yang tidak akurat, sehingga dapat menyebabkan penarikan kesimpulan yang tidak tepat (Kyriazos & Poga, 2023).

Menurut Chan, *et al*. (2022), terdapat 4 metode pengukuran multikolinearitas yaitu sebagai berikut:

a. Koefisien Korelasi

   Indikator multikolinearitas yang pertama adalah koefisien korelasi menggunakan matriks korelasi, dimana umumnya korelasi 0.8 atau 0.9 digunakan sebagai batas untuk menunjukkan korelasi tinggi antar dua variabel bebas, sehingga diduga terdapat masalah multikolinearitas. Kekurangan metode ini adalah bahwa korelasi tidak selalu berarti multikolinearitas.

b. *Variation Inflaction Factor* (VIF)

   VIF merupakan indikator multikolinearitas yang umum digunakan. VIF didefinisikan sebagai:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \tag{2.8}$$

   dengan R_j^2 adalah koefisien determinasi untuk regresi variabel bebas terhadap variabel tak bebas. Jika nilai VIF lebih dari 10 maka menunjukkan terjadinya multikolinearitas.

c. *Tolerance* (TOL)

   TOL adalah kebalikan dari VIF. TOL didefinisikan sebagai:

$$TOL = \frac{1}{VIF} = (1 - R_j^2) \tag{2.9}$$

dengan R_j^2 adalah koefisien determinasi untuk regresi variabel bebas terhadap variabel tak bebas. Jika nilai TOL kurang dari 0.1 maka menunjukkan terjadinya multikolinearitas.

d. *Multicollinearity Condition Index* (CI)

CI adalah akar kuadrat dari rasio antara nilai eigen maksimum dan setiap nilai eigen yang berasal dari pendekatan komponen utama (PCA). Jika CI bernilai antara 10 hingga 30 ini menunjukkan multikolinearitas sedang, sedangkan CI di atas 30 menunjukkan multikolinearitas tinggi.

2.3 *Mean Squared Error* (MSE)

Menurut Nuha (2023), MSE adalah metrik yang umum digunakan untuk mengukur akurasi sebuah model regresi dalam memprediksi suatu nilai numerik. Semakin kecil nilai MSE berarti semakin baik model regresi dalam memprediksi suatu nilai numerik. MSE menghitung selisih antara nilai prediksi model dan nilai sebenarnya pada data, kemudian mengkuadratkan selisih tersebut agak tidak bernilai negatif. Kemudian, selisih kuadrat dijumlahkan dan diambil rata-rata dari semua sampel data. Secara matematis, MSE dapat ditulis sebagai persamaan sebagai berikut:

$$MSE = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\left(\hat{\beta}_l - \beta\right)^T\left(\hat{\beta}_l - \beta\right) \tag{2.10}$$

dengan,

L = jumlah pengulangan data simulasi,

β = nilai beta sebenarnya,

$\hat{\beta}_l$ = nilai prediksi beta untuk data simulasi ke-l,

2.4 Poisson *Liu Estimator*

Menurut Abdelwahab, *et al*. (2024), *Poisson Liu Estimator* (PLE) merupakan salah satu alternatif penduga yang dikenal lebih baik dibanding *Maximum Likelihood Estimator*, *Ordinary Least Square Estimator*, dan *Poisson Ridge Estimator*. Secara matematis, PLE dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{PLE} = (H + I)^{-1}(H + dI)\hat{\beta}_{PMLE} \qquad 0 < d < 1 \tag{2.11}$$

dengan,

$H = X^T\widehat{W}X$,

$\hat{s}_i = log\hat{\mu}_i + \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)}{\hat{\mu}_i}$,

$\widehat{W} = diag[\hat{\mu}_i]$.

Menurut Qasim, *et al*. (2020), performa Poisson *Liu Estimator* bergantung pada nilai parameter penyusutan (d). Parameter penyusutan (d) digunakan untuk menyusutkan koefisien regresi, sehingga mengurangi varian dan memberikan estimasi yang lebih stabil dalam kehadiran multikolinearitas. Ketika $d = 1$ maka PLE = PMLE, sedangkan ketika $d < 1$ dan d semakin mendekati nol maka PLE akan menghasilkan parameter yang optimal dari PMLE, dan hal ini dapat mengurangi dampak multikolinearitas dalam data. Nilai optimal dari parameter penyusutan (d) dapat diperoleh dengan beberapa pendekatan, yaitu:

$$D_1 = \max\left(0, \frac{\hat{\alpha}_{max}^2 - 1}{\frac{1}{\hat{\lambda}_{max}} + \hat{\alpha}_{max}^2}\right) \tag{2.12}$$

$$D_2 = \max\left(0, median\left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - 1}{\frac{1}{\hat{\lambda}_i} + \hat{\alpha}_i^2}\right)\right) \tag{2.13}$$

$$D_3 = \max\left(0, \sum_{i=1}^{p}\left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - 1}{\frac{1}{\hat{\lambda}_i} + \hat{\alpha}_i^2}\right)/p\right) \tag{2.14}$$

$$D_4 = \max\left(0, \max\left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - 1}{\frac{1}{\hat{\lambda}_i} + \hat{\alpha}_i^2}\right)\right) \tag{2.15}$$

$$D_5 = \max\left(0, \min\left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - 1}{\frac{1}{\hat{\lambda}_i} + \hat{\alpha}_i^2}\right)\right) \tag{2.16}$$

dengan,

$\alpha = \gamma^t\beta$,

γ = matriks orthogonal dengan kolom merupakan vektor eigen dari $X^T\widehat{W}X$,

$\hat{\alpha}_{max}^2$ = elemen maksimum dari α_i^2 ,

λ = $X^T\widehat{W}X$,

$\hat{\lambda}_{max}$ = elemen maksimum dari $X^T\widehat{W}X$,

Penggunaan operator max untuk memastikan $0 < d < 1$.

2.5 Poisson *Modified Two-Parameter Liu Estimator*

Menurut Abdelwahab, *et al*. (2024), Poisson *Modified Two-Parameter Liu Estimator* (PMTPLE) adalah modifikasi penduga yang dibangun dengan sepasang parameter (k, d) untuk memberikan estimasi yang lebih akurat ketika variabel bebas dalam model saling berkorelasi. Dimana parameter k berfungsi untuk mengontrol tingkat bias yang diterapkan pada penduga, sementara d digunakan untuk menyesuaikan varians dari estimator. Secara matematis, PMTPLE dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{PMTPLE} = (H + I)^{-1}(H - (k + d)I)\hat{\beta}_{PMLE} \qquad k > 0, 0 < d < 1 \tag{2.17}$$

dengan,

$H = X^T\widehat{W}X$,

$\hat{s}_i = log\hat{\mu}_i + \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)}{\hat{\mu}_i}$,

$\widehat{W} = diag[\hat{\mu}_i]$.

Parameter k ditambahkan untuk memberikan kendali tambahan atas estimasi dan membuat model lebih stabil dalam menghadapi multikolinearitas yang sangat kuat. Nilai k yang digunakan bisa dengan nilai k^* pada *poisson ridge estimator*, yaitu sebagai berikut:

$$k_{1,d} = k_1^* \tag{2.18}$$

$$k_{2,d} = k_2^* \tag{2.19}$$

$$k_{3,d} = \left(\frac{\min(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_i)\left(1 - \min \hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^2\right)}{1 + \min(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_i)\, mean(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^2)}\right) - D_5 \tag{2.20}$$

$$k_{4,d} = \left(\frac{p+1}{\sum_{i=1}^{p+1}\left[\left(\frac{1}{\hat{\boldsymbol{\lambda}}_i}\right) + 2\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^2\right]}\right) - D_5 \tag{2.21}$$

$$k_{5,d} = \left(\frac{1}{\min(1 + \hat{\boldsymbol{\lambda}}_i\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^2)}\right) - D_5 \tag{2.22}$$

Nilai parameter k juga dapat ditentukan melalui metode optimasi pada model pembelajaran mesin, seperti *grid search* dan *cross-validation. Grid search* adalah metode yang digunakan untuk menemukan kombinasi parameter terbaik dalam model pembelajaran mesin dengan menguji beberapa nilai d dalam rentang tertentu dan memilih yang memberikan performa terbaik pada data validasi. Sedangkan *cross-validation* adalah teknik untuk memilih d yang optimal, dengan membagi data ke dalam beberapa subset, melakukan pelatihan dan pengujian pada beberapa subset, dan memilih yang memberikan performa terbaik.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2024/2025 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data simulasi yang mengandung multikolinearitas yang dibangkitkan dengan bantuan *software python.* Adapun jumlah sampel yang digunakan adalah n = 30, 50, 75, 150, 300, jumlah variabel bebas sebanyak p = 4, 6, 8, dan tingkat korelasi antar variabel bebas ρ = 0.89, 0.95, 0.99 dengan 1000 pengulangan. Untuk metode *Liu Estimator* (LE) menggunakan parameter d = 0.1, 0.5, 0.9. Sedangkan untuk metode *Modified Two-Parameter Liu Estimator* menggunakan parameter d = 0.1, 0.5, 0.9 dan parameter k dihitung dengan model pembelajaran mesin *grid search*.

Menurut Abdelwahab, *et al*. (2024), ntuk mendapatkan data dengan variabel bebas (X_p) yang mengandung multikolinearitas dilakukan simulasi Monte Carlo dengan mengikuti pola Mcdonald & Galarneau sebagai berikut:

$$X_p = \sqrt{1-\rho^2}\, Q_{ij} + \rho Q_{i,(p+1)} \tag{3.1}$$

dimana $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, p$; $Q_{ij} \sim N(0,1)$

Selanjutnya, variabel tak bebas (y_i) berdistribusi poisson dengan parameter μ_i sebagai berikut:

$$y_i \sim Poisson(\mu_i)$$

dimana parameter μ_i ditentukan oleh fungsi eksponensial dari gabungan variabel-variabel x_{ij}

$$\mu_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_p x_{ip})$$

dengan $\beta_0 = 0$ dan $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 1$.

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi pustaka terhadap buku maupun jurnal terkait dan perhitungan pada penelitian ini menggunakan *python.* Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) membangkitkan data pada model regresi Poisson dengan variasi jumlah sampel, jumlah variabel, tingkat korelasi, serta 1000 pengulangan,

b) menghitung nilai VIF pada masing-masing data untuk menguji multikolinearitas,

c) melakukan prediksi parameter model regresi poisson dengan metode-metode sebagai berikut:
   - *Poisson Maximum Likelihood Estimator* (PMLE)
   - *Poisson Liu Estimator* (PLE), dengan parameter d = 0.1, 0.5, 0.9
   - *Poisson Modified Two-Parameter Liu Estimator* (PMTPLE), dengan parameter d = 0.1, 0.5, 0.9 dan parameter k dihitung dengan model pembelajaran mesin *grid search*,

d) menghitung nilai MSE berdasarkan masing-masing hasil prediksi,

e) penduga parameter terbaik ditentukan oleh MSE terkecil.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang diperoleh, berikut adalah kesimpulan terkait penggunaan metode *Poisson Modified Two-Parameter Liu Estimator* (PMTPLE) dalam mengatasi multikolinearitas pada data simulasi dengan model regresi Poisson.

1. Pada studi simulasi dengan variasi tingkat korelasi antar variabel bebas (ρ = 0.89, 0.95, 0.99) dan variasi jumlah sampel (n = 30, 50, 75, 150, 300) dihasilkan data yang mengalami multikolinearitas.

2. Pada studi simulasi dengan semua kombinasi variasi jumlah variabel bebas (p = 4, 6, 8), variasi jumlah sampel sampel (n = 30, 50, 75, 150, 300), variasi tingkat korelasi antar variabel bebas (ρ = 0.89, 0.95, 0.99), metode *Poisson Modified Two-Parameter Liu Estimator* (PMTPLE) menghasilkan nilai MSE terkecil dibandingkan dengan metode *Poisson Maximum Likelihood Estimator* (PMLE) dan *Poisson Liu Estimator* (PLE) sehingga dapat disimpulkan bahwa PMTPLE lebih baik dalam menduga parameter pada model regresi Poisson dibandingkan dengan metode PMLE dan PLE.

DAFTAR PUSTAKA

Abdelwahab, M., Abonazel, M., Hammad, A., & Masry, A. 2024. Modified Two-Parameter Liu Estimator for Addressing Multicollinearity in the Poisson Regression Model. *Axioms.* **13**(46): 1-22.

Abonazel, M., Awwad, F., Eldin, E., Kibria, G., & Khattab, I. 2023. Developing A Two-Parameter Liu Estimator for The COM-Poisson Regression Model: Application and Simulation. *Journal of Applied Mathematics and Statistics*. **9**: 1-16.

Al-Juboori, F. 2022. A new method of Poisson regression estimator in the presence of a Multicollinearity problem: Simulation and application. *Journal of Engineering and Natural Sciences.* **10**(2): 164-188.

Alrweili, H. 2024. Kibria–Lukman Hybrid Estimator for Handling Multicollinearity in Poisson Regression Model: Method and Application. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences.* **2024**(1): 1-31.

Chan, J., Leow, S., Bea, K., Cheng, W., Phoong, S., Hong, Z., & Chen, Y. 2022. Mitigating the Multicollinearity Problem and Its Machine Learning Approach: A Review. *Journal of Mathematics*. **10**(8): 1-17.

Kyriazos, T. & Poga, M. 2023. Dealing with Multicollinearity in Factor Analysis: The Problem, Detections, and Solutions. *Journal of Statistics.* **13**(3): 404-424.

Nuha, Hilal. 2023. Mean Squared Error (MSE) dan Penggunaannya. *Social Science Research Network.*

Qasim. M., Kibria, B. M. G., Mansson, K., & Sjolander, P. 2020. A New Poisson Liu Regression Estimator: method and application. *Journal of Applied Statistics.* **47**(12): 2258-2271.

Walpole, R. E. 1993. *Pengantar Statisika.* Edisi ke-3. Terjemahan Ir. Bambang Sumantri. Gramedia, Jakarta.