PENERAPAN MODEL *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE WITH EXOGENEUS* (ARIMAX) DENGAN VARIABEL *DUMMY* DALAM MERAMALKAN NILAI PEMBAYARAN NONTUNAI DI INDONESIA

(Skripsi)

Oleh
Arsie Latu Manisa

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2025

ABSTRACT

APPLICATION OF THE AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE WITH EXOGENEUS (ARIMAX) MODEL WITH DUMMY VARIABLES IN FORECASTING THE VALUE OF NON-CASH PAYMENTS IN INDONESIA

By

Arsie Latu Manisa

The ARIMAX model is an extension of the ARIMA model that includes exogenous variables as additional factors in forecasting. The dummy variables used in this study are Eid al-Fitr and year-end holidays, which are thought to affect the surge in non-cash payment transactions. Data was obtained from Bank Indonesia for the period January 2013 - June 2024. The best model obtained is ARIMAX (6,1,9). The results show that the dummy variable has a significant effect on the surge in non-cash transactions, and this model can be used as a tool in payment system planning in Indonesia.

Keywords: ARIMAX, Dummy variable, Non-cash payment.

ABSTRAK

PENERAPAN MODEL *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE WITH EXOGENEUS* (ARIMAX) DENGAN VARIABEL *DUMMY* DALAM MERAMALKAN NILAI PEMBAYARAN NONTUNAI DI INDONESIA

Oleh

Arsie Latu Manisa

Model ARIMAX merupakan perluasan dari model ARIMA yang memasukkan variabel eksogen sebagai faktor tambahan dalam peramalan. Variabel *dummy* yang digunakan dalam penelitian ini adalah hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun, yang diduga berpengaruh terhadap lonjakan transaksi pembayaran nontunai. Data diperoleh dari Bank Indonesia untuk periode Januari 2013 – Juni 2024. Model terbaik yang diperoleh adalah ARIMAX (6,1,9). Hasil penelitian menunjukkan bahwa variabel *dummy* berpengaruh signifikan terhadap lonjakan transaksi nontunai, dan model ini dapat digunakan sebagai alat bantu dalam perencanaan sistem pembayaran di Indonesia.

Kata kunci: ARIMAX, Variabel *dummy*, Pembayaran nontunai.

PENERAPAN MODEL *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE WITH EXOGENEUS* (ARIMAX) DENGAN VARIABEL *DUMMY* DALAM MERAMALKAN NILAI PEMBAYARAN NONTUNAI DI INDONESIA

Oleh

Arsie Latu Manisa

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2025

Judul Skripsi	: **PENERAPAN MODEL *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE WITH EXOGENEUS* (ARIMAX) DENGAN VARIABEL *DUMMY* DALAM MERAMALKAN NILAI PEMBAYARAN NONTUNAI DI INDONESIA**
Nama Mahasiswa	: ***Arsie Latu Manisa***
Nomor Pokok Mahasiswa	: **2117031006**
Jurusan	: **Matematika**
Fakultas	: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI,

1. Komisi Pembimbing

Drs. Nusyirwan, M.Si.	**Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si.**
NIP 19661010 199203 1 028	NIP 19931106 201903 2 018

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Drs. Nusyirwan, M.Si.**	....
Sekretaris	: **Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Widiarti, S.Si., M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 19711001 200501 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **04 Maret 2025**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama Mahasiswa	: Arsie Latu Manisa
Nomor Pokok Mahasiswa	: 2117031006
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Skripsi	: Penerapan Model *Autoregressive Integrated Moving Average with Exogeneus* (ARIMAX) dengan Variabel *Dummy* dalam Meramalkan Nilai Pembayaran Nontunai di Indonesia

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 19 Maret 2025

Penulis,

METERAI TEMPEL

9EAMX197256104

Arsie Latu Manisa

NPM 2117031006

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Arsie Latu Manisa, dilahirkan pada tanggal 07 Juni 2003 di Kegeringan. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara pasangan Bapak Basroni dan Ibu Saryanti.

Penulis mengawali pendidikan di TK Dharma Wanita pada tahun 2008-2009, sekolah dasar di SDN Kegeringan tahun 2009-2015, sekolah menengan pertama di SMPN Sekuting Terpadu tahun 2015-2018, dan melanjutkan sekolah di menengah atas di SMAN 1 Liwa tahun 2018-2021.

Pada tahun 2021 penulis terdaftar sebagai mahasiswi program studi S1 Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Selekesi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN). Selama menjadi mahasiswi penulis bergabung di Generasi Muda Matematika (GEMATIKA) periode 2021, anggota Koperasi Mahasiswa Universitas Lampung, pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai anggota Biro Dana dan Usaha Periode 2022, pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai Sekretaris Bidang Minat dan Bakat Periode 2023, anggota tim seni Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam serta mengikuti beberapa kepanitiaan di lingkup internal kampus.

Pada bulan Januari sampai dengan Februari 2024 penulis melakukan kerja praktik (KP) di Perusahaan Umum Badan Urusan Logistik (Perum BULOG) Kantor Wilayah Lampung di Bidang Bisnis guna menerapkan ilmu yang diperoleh sewaktu kuliah. Selanjutnya pada bulan Juni sampai dengan Agustus 2024 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di desa Pempen, Kecamatan Gunung Pelindung, Kabupaten Lampung Timur, Provinsi Lampung.

KATA INSPIRASI

"The harder the battle, the sweeter the victory"

(Les Brown)

"Dan barang siapa bersungguh-sungguh, maka sesungguhnya kesungguhannya itu adalah untuk dirinya sendiri"

(QS. Al-Ankabut: 6)

"Sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar"

(QS. Al-Baqarah: 153)

"Barang siapa bertakwa kepada Allah, niscaya Dia akan memberinya jalan keluar dan memberinya rezeki dari arah yang tidak disangka-sangka."

(QS. At-Talaq: 2-3)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Alhamdulillah, segala puji dan syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan nikmat dan karunia-Nya. Berkat rahmat dan pertolongan-Nya, skripsi ini dapat diselesaikan dengan penuh usaha dan ketekunan.

Kupersembahkan skripsi ini kepada:

Mak, Bak, Adek

Terima kasih yang tak terhingga kepada Mak, Bak, dan Adek. Mak dan Bak, terima kasih atas kasih sayang, doa, serta pengorbanan tanpa batas yang selalu mengiringi setiap langkahku. Kalian adalah sumber kekuatan dan inspirasi bagiku. Untuk adek, terima kasih atas kebersamaan, semangat, dan tawa yang selalu menjadi penyemangat di saat lelah.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memebrikan motivasi, memberikan kritik dan saran serta ilmu yang berharga.

Keluarga Besar dan Sahabat-sahabatku

Terima kasih selalu ada dikala suka dan duka, terima kasih atas segala do’a dan semangat yang diberikan.

Almamater tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT yang telah memberikan begitu banyak nikmat dan karunia-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Penerapan Model *Autoregressive Integrated Moving Average With Exogeneus* (ARIMAX) dengan Variabel *Dummy* dalam Meramalkan Nilai Pembayaran Nontunai di Indonesia"**. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat) pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Penulis menyadari bahwa terselesainya skripsi ini tidak akan terwujud tanpa bantuan dan doa dari mereka yang senantiasa mendukung penulis. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang setulus tulusnya kepada:

1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si selaku dosen pembimbing I yang telah membimbing, memberikan kritik dan saran untuk penulis.
2. Ibu Dina Eka Nurvazly, S.Pd,, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan semangat, kritik dan arahan untuk penulis.
3. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku dosen pembahas yang telah memberikan ide, kritik dan saran untuk penulis.
4. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M. A., Ph.D, selaku dosen pembimbing akademik.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M. Si., selaku ketua jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Seluruh dosen, staff, karyawan Jurusan Matematika Fakultas matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Mak, Bak, Adek Bintang dan Adek Biqie yang sangat penulis cintai dan menjadi sumber kekuatan bagi penulis.
9. Seluruh Keluarga Besar Bakhtiar dan Sirman yang senantiasa selalu memberikan doa dan semangat untuk penulis.
10. Sahabat sahabat penulis, Shela, Yola, Yunia, Margel, Siska, Vara, Nesa yang selalu memberikan bantuan serta semangat untuk penulis.
11. Teman-teman Bidang Minat dan Bakat HIMATIKA periode 2023 yang sangat penulis cintai, terima kasih atas segala bantuan, usaha, kebersamaan, kehangatan, doa, dan semangat yang tidak pernah terputus.
12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan adanya saran yang membangun untuk dijadikan pelajaran kedepannya dan bermanfaat bagi pihak yang memerlukannya.

Bandar Lampung,19 Maret 2025
Penulis,

Arsie Latu Manisa
NPM. 2117031006

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Time series analysis merupakan cabang statistika yang berfokus pada pengamatan data yang dikumpulkan secara berurutan dalam kurun waktu tertentu. Tujuan utama dari *time series analysis* adalah memahami struktur pola data masa lalu untuk memprediksi nilai-nilai masa depan, sehingga memiliki relevansi yang kuat dengan berbagai kebutuhan peramalan (*forecasting)* dalam kehidupan nyata (Cryer & Chan, 2008). Peramalan adalah kegiatan memperkirakan nilai di masa depan dengan menggunakan data masa lalu dan data terkini sebagai acuan. Fungsi dari suatu peramalan adalah untuk pengambilan keputusan (Montgomery, *et al.*, 2008).

Salah satu metode yang umum dipakai dalam peramalan adalah *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). ARIMA adalah sebuah metode peramalan untuk data yang berbentuk *time series*. Metode ini ideal untuk digunakan dalam peramalan jangka pendek. Namun, jika diterapkan pada peramalan jangka panjang, maka nilai peramalan yang didapatkan kurang akurat dan cenderung menghasilkan grafik *time series* yang memiliki pola mendatar. Model ini hanya berfokus pada pola dalam data deret waktu itu sendiri, tanpa mempertimbangkan faktor *eksternal* atau eksogen (Khoiri, 2023).

Model ARIMAX (*Autoregressive Integrated Moving Average with Exogeneus)* adalah sebuah model yang dipandang sebagai perluasan dari metode ARIMA.

Model ini dikembangkan dari model dasar ARIMA dengan penambahan variabel eksogen sebagai faktor tambahan. Variabel eksogen adalah variabel yang memengaruhi variabel lain dalam suatu model, namun tidak dipengaruhi oleh variabel lain dalam model tersebut. Salah satu penerapan ARIMAX adalah dengan menggunakan variabel *dummy* untuk merepresentasikan kejadian tertentu, seperti hari raya Idulfitri, *covid-19* dan peristiwa lainnya yang memengaruhi pola data deret waktu. Variabel *dummy* dalam ARIMAX berguna untuk mengukur dampak kejadian dan meningkatkan akurasi peramalan (Cools, *et al.,* 2009).

Beberapa penelitian yang telah dilakukan dengan menerapkan metode ARIMAX adalah pengaruh hari raya Idulfitri terhadap inflasi di Indonesia dengan pendekatan ARIMAX (Variasi Kalender) (Susila, 2020) dengan hasil bahwa berdasarkan model ARIMAX menunjukkan bahwa bulan Januari, Mei, Juni, Juli, Agustus, November, Desember, dan hari raya Idulfitri memberikan pengaruh signifikan terhadap inflasi bulanan Indonesia. Efek yang diberikan hari raya Idulfitri yaitu sebesar 0,47. Arti dari angka tersebut yaitu pada saat hari raya Idulfitri tiba, maka inflasi akan bertambah sebesar 0,47. Selain itu ada pula penelitian yang berjudul peramalan ekspor luar negeri Banten menggunakan model ARIMAX (Hidayat & Hakim, 2021) dengan hasil penelitian menunjukkan bahwa model ARIMAX memiliki kemampuan peramalan yang sangat baik. Ini ditunjukkan oleh nilai MAPE *(Mean Absolute Percentage Error)* yang mencapai 8,84 persen. Namun, akurasi peramalan akan mengalami penurunan seiring dengan bertambahnya rentang waktu peramalan.

Ada pula penelitian yang berjudul peramalan jumlah penumpang pesawat domestik di Bandara Soekarno-Hatta pada masa pandemi *covid-19* menggunakan ARIMAX dengan model intervensi (Zahra & Prastuti, 2023) dengan hasil penelitian diperoleh model intervensi terbaik untuk peramalan jumlah penumpang pesawat di Bandara Soekarno-Hatta adalah model intervensi dengan orde b, s, r (1, 3, 1) ARIMA (0, 0, [1, 2, 12]) dengan nilai RMSE *(Root Mean Square Error)* sebesar 243098,9 dan nilai MAPE *(Mean Absolute Percentage Error)* sebesar 31%. Sedangkan, hasil peramalan jumlah penumpang pesawat domestik di

Bandara Soekarno-Hatta pada tahun 2022 terendah pada bulan Juli dan tertinggi bulan Desember.

Ada pula penelitian yang berjudul estimasi persediaan pengaman kantung darah menggunakan metode peramalan *autoregressive integrated moving average* dengan faktor eksternal (Sahara, dkk., 2024) dengan hasil penelitian menunjukkan model ARIMAX yang digunakan untuk golongan darah A ARIMAX (11,1,0), B ARIMAX (1,0,8), AB ARIMAX (1,1,3), dan O ARIMAX (6,1,2) dengan akurasi peramalan 85,46%, 85,53%, 80,11% dan 88,85%. Persediaan pengaman untuk golongan darah A, B, AB, dan O beruturut-turut adalah 134, 79, 57, dan 193 kantung darah. Dan ada pula penelitian yang berjudul perbandingan metode ARIMA dan ARIMAX dalam memprediksi jumlah wisatawan nusantara di Pulau Bali (Riestiansyah, dkk., 2022) dengan hasil penelitian yaitu salah satu model yang sering digunakan untuk masalah peramalan adalah model ARIMA. Model ARIMA yang juga disebut runtut waktu *Box-Jenkins* ini hanya cocok digunakan untuk kasus peramalan jangka pendek, karena jika digunakan untuk peramalan jangka panjang, model ini biasanya akan cenderung menghasilkan grafik *time series* datar.

Pembayaran nontunai di era digitalisasi sangat meningkat dengan pesat. Dengan meningkatnya perkembangan internet, maka semakin meningkat pula pembayaran nontunai, baik di kalangan remaja maupun orang tua. Pembayaran nontunai dinilai lebih efisien daripada pembayaran secara tunai. Hampir setiap penjual yang berdagang di pasar ataupun di toko menyiapkan pembayaran secara nontunai. Dengan adanya pembayaran nontunai, semakin mempermudah masyarakat untuk berbelanja, baik secara *online* ataupun *offline* (Larasati & Maria, 2023).

Pembayaran nontunai mencakup alat pembayaran menggunakan kartu (APMK), seperti kartu debit, kartu ATM, dan kartu kredit, yang umumnya diterbitkan oleh bank. Selain itu, ada juga uang elektronik (UE) yang semakin populer karena kemudahannya, keamanannya, kepraktisannya, dan transaksi dapat dilakukan hanya melalui perangkat seperti gawai (Putera, 2020). Penggunaan sistem pembayaran nontunai terus meningkat, terlihat dari nilai APMK dan UE, yang mengalami kenaikan dari 2014 hingga 2017. Data tersebut ditunjukkan melalui bertambahnya masyarakat yang memiliki rekening di institusi keuangan formal yaitu sejumlah 20% pada 2011, 26% pada 2014, dan terus meningkat menjadi 49% pada 2017. Peningkatan juga terjadi pada kepemilikan rekening melalui perangkat *mobile* yaitu 0,4% pada 2014 yang meningkat menjadi 3,1% pada 2017 (Bank Indonesia, 2018). Hal ini menunjukkan adanya peningkatan minat masyarakat terhadap penggunaan pembayaran nontunai. Oleh karena itu, diperlukan metode peramalan yang akurat untuk meramalkan nilai pembayaran nontunai di Indonesia.

Hari raya Idulfitri sangat erat kaitannya dengan pusat perbelanjaan. Mayoritas masyarakat akan berbelanja saat mendekati hari raya Idulfitri. Saat berbelanja masyarakat sering melakukan pembayaran secara nontunai, sehingga pembayaran nontunai melonjak sangat tinggi di saat hari raya Idulfitri tiba (Putera, 2020).

Liburan akhir tahun, seperti Natal dan Tahun Baru, sering kali memengaruhi perilaku masyarakat, terutama dalam meningkatkan aktivitas belanja. Masyarakat cenderung berbelanja untuk memenuhi berbagai kebutuhan liburan. Dalam proses berbelanja, mayoritas masyarakat lebih memilih menggunakan metode pembayaran nontunai, sehingga volume transaksi nontunai meningkat secara signifikan saat liburan akhir tahun berlangsung (Kusumaningrum, dkk., 2023).

Berdasarkan penjelasan dan permasalahan yang telah disampaikan, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang penerapan model *Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous* (ARIMAX) dengan menambahkan variabel *dummy* berupa hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun dalam meramalkan nilai pembayaran nontunai di Indonesia. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah peristiwa hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun dapat memengaruhi nilai jumlah pembayaran nontunai di Indonesia.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa tujuan, yaitu:

1. Menduga parameter model *Autoregressive Integrated Moving Average with Exogeneus* hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun terhadap parameter pembayaran nontunai di Indonesia.
2. Mendapatkan persamaan model *Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous* dengan hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun sebagai variabel *dummy* untuk meramalkan nilai pembayaran nontunai di Indonesia.
3. Memprediksi nilai pembayaran nontunai di Indonesia dari periode Juli 2024 sampai Juni 2025.

1.3 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memberikan beberapa manfaat, yaitu:

1. Memperluas wawasan mengenai peramalan data deret waktu dengan menerapkan model *Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous* (ARIMAX) yang menggunakan variabel *dummy* hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun.
2. Dapat menjadi referensi dalam menjaga stabilitas keuangan yang ada di Indonesia.
3. Memberikan tambahan wawasan dan pengetahuan bagi penulis maupun pembaca.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

Analisis statistika yang digunakan untuk mengolah data observasi atau data amatan yang berbentuk urutan waktu disebut dengan analisis deret waktu (Khoiri, 2023). Observasi pada data deret waktu, antara pengamatan satu dengan pengamatan yang lain saling terkait atau memiliki korelasi. Menurut Cryer & Chan (2008), tujuan analisis deret waktu adalah untuk memahami atau membangun model dari mekanisme stokastik deret yang diamati serta memprediksi atau memperkirakan nilai deret waktu di masa depan.

Dalam analisis deret waktu, pola dibagi menjadi empat kategori, yaitu *trend*, siklikal, musiman, dan tak beraturan (Montgomery, *et al*., 2008). Sementara itu, periode waktu dalam *time series* bisa berbentuk harian, mingguan, bulanan, tahunan, atau lainnya. Metode peramalan deret waktu mempunyai tujuan memproyeksikan kondisi atau kejadian di masa mendatang, sehingga mendukung pengambilan keputusan yang lebih akurat (Wei, 2006).

Dalam pengembangannya, analisis *time series* telah banyak diterapkan di berbagai bidang, seperti keuangan, transportasi, ekonomi, dan lain sebagainya. Analisis *time series* di zaman sekarang sangat diperlukan, dikarenakan untuk meminimumkan kesalahan pada periode mendatang dengan menggunakan data dari periode sebelumnya, sehingga dalam suatu bidang ataupun perusahaan dapat memperkirakan kejadian-kejadian yang mungkin terjadi di masa depan sebelum kejadian tersebut berlangsung (Wei, 2006).

2.2 Peramalan

Menurut Montgomery *et al.* (2008), peramalan merupakan teknik untuk memperkirakan nilai masa depan dengan mempertimbangkan data historis maupun data terkini. Tujuan dari peramalan adalah untuk mendukung pengambilan keputusan, sehingga peramalan sangat penting bagi pemerintah, perusahaan, *investor*, *banker*, dan lain sebagainya.

Untuk mendapatkan hasil peramalan yang tepat, maka dibutuhkan model matematika yang akurat serta metode yang cocok dalam peramalan suatu data. Metode peramalan yang tepat akan menghasilkan nilai prediksi yang memadai atau baik untuk masa depan, serta menghasilkan kesalahan yang sangat minimum. Hasil peramalan biasanya digunakan untuk memprediksi *demand* atau permintaan, walaupun tidak semua *demand* dapat diprediksi dengan baik (Khoiri, 2023).

Menurut Montgomery *et al.* (2008), peramalan dibagi menjadi tiga jangka waktu, yaitu:

1. Peramalan jangka pendek

   Peramalan jangka pendek merujuk pada peramalan yang dilakukan untuk periode kurang dari tiga bulan.
2. Peramalan jangka menengah

   Peramalan jangka menengah merujuk pada peramalan yang dilakukan untuk periode antara tiga bulan sampai tiga tahun.
3. Peramalan jangka panjang

   Peramalan jangka panjang merujuk pada peramalan yang dilakukan untuk periode lebih dari tiga tahun.

2.3 Stasioneritas

Stasioner berarti tidak ada pertumbuhan dan penurunan dalam data untuk periode waktu tertentu (Montgomery, *et al*., 2008). Data dikatakan stasioner jika fluktuasinya bergerak sekitar nilai tengah yang tetap dengan variansi yang tidak berubah. Stasioneritas terbagi menjadi dua jenis, yaitu stasioner dalam varians dan stasioner dalam rata-rata. Jika data tetap konsisten dari waktu ke waktu, maka data dikatakan stasioner dalam varians, dan jika tidak, perlu dilakukan transformasi *Box-Cox*. Jika data cenderung mendekati nilai tengah, maka data dikatakan stasioner dalam rata-rata, dan jika tidak, perlu dilakukan *differencing* hingga data menjadi stasioner (Wei, 2006).

2.3.1 Stasioneritas dalam Rata-Rata

Data dikatakan stasioner dalam rata-rata jika fluktuasinya tetap berada di sekitar nilai rata-rata yang konsisten dari waktu ke waktu. Pada *plot* data deret waktu, stasioneritas dalam rata-rata dapat dianalisis dengan menggunakan *plot* ACF (*Autocorrelation Function)* dan *plot* PACF (*Partial Autocorrelation Function)*. Data deret waktu yang stasioner dalam varians namun tidak stasioner dalam rata-rata dapat dijadikan stasioner dengan menerapkan metode *differencing* (pembedaan) yang sesuai dengan karakteristik data tersebut. *Differencing* adalah proses menghitung perubahan atau selisih antara nilai observasi. Hasil selisih yang diperoleh perlu diperiksa untuk memastikan apakah data sudah stasioner atau belum. Jika data belum stasioner, maka perlu dilakukan *differencing* lagi (Wei, 2006).

Menurut Gujarati & Porter (2009), pengujian stasioneritas dalam rata-rata dapat dilakukan dengan menggunakan *Unit Root Test* melalui *Augmented Dickey-Fuller* (ADF).

Uji hipotesis yang digunakan:

$H_0: \delta = 0$ (Data tidak stasioner).

$H_1: \delta \neq 0$ (Data stasioner).

Taraf signifikansi:

α = 5%.

Statistik uji:

$$\text{ADF} = \frac{\delta}{SE(\delta)} \quad (2.\ 1)$$

Di mana:

ADF : Uji *augmented dickey fuller*.

$SE(\delta)$: *Standard error* dari δ.

δ : Estimasi koefisien.

Keputusan dan Kesimpulan: H_0 ditolak jika nilai statistik dari uji $\text{ADF}_{\text{hitung}}$ < $\text{ADF}_{\text{tabel}}$ atau nilai $p - value$ < α.

2.3.2 Stasioneritas dalam Varians

Data deret waktu dikatakan stasioner dalam varians jika fluktuasi struktur data tetap atau tidak berubah seiring waktu (Wei, 2006). Salah satu metode untuk menentukan apakah data bersifat stasioner adalah dengan membuat *plot* yang menggambarkan nilai pengamatan terhadap waktu.

Untuk menentukan apakah data stasioner dalam varians, dapat dilakukan pengujian transformasi *Box-Cox* dengan memeriksa nilai *rounded value* yang dihasilkan. Jika nilai *rounded value* sama dengan 1, maka data dapat dianggap stasioner dalam varians (Cryer & Chan, 2008). Tetapi, jika nilai *rounded value* belum mencapai 1, data harus ditransformasikan hingga nilai tersebut menjadi 1.

2.4 *Autocorrelation Function* (ACF)

Fungsi autokorelasi adalah fungsi yang menggambarkan sejauh mana hubungan korelasi antara pengamatan data pada waktu ke-t dengan pengamatan data pada waktu sebelumnya. Menurut Wei (2006), *Autocorrelation Function* (ACF) merujuk pada hubungan linear antara pengamatan Y_t dan Y_{t+k} menggunakan pengamatan Y_{t-k} terpisah waktu *lag* k. Fungsi korelasi antara Y_t dan Y_{t+k} adalah sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_{t,} Y_{t+k})}{\sqrt{var\ (Y_t)}\sqrt{var\ (Y_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{2.2}$$

Dengan:

Y_t	:	Data periode ke $-\ t$.
ρ_k	:	Fungsi autokorelasi (ACF).
$var\ (Y_t)$	:	Variansi dari data Y_t.
$Cov(Y_{t,} Y_{t+k})$	:	Kovariansi antara data Y_t dan Y_{t+k}.
t	:	Indeks waktu.
k	:	Jumlah maksimum *lag*.

2.5 Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

PACF *(Partial Autocorrelation Function)* digunakan untuk mengukur sejauh mana korelasi antara nilai-nilai variabel yang sama, dengan asumsi pengaruh dari kelambatan waktu lainnya tetap konstan. PACF berfungsi untuk mengukur tingkat kekuatan hubungan antara Y_t dan Y_{t+k} setelah menghilangkan ketergantungan antar variabel $Y_{t+1,}\ Y_{t+2,} \dots, Y_{t+k}$ (Cryer & Chan, 2008).

Fungsi PACF dilambangkan dengan $\widehat{\emptyset}_{kk}$, yang dihitung untuk indeks yang berbeda dan dirumuskan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\widehat{\emptyset}_{kj} = \widehat{\emptyset}_{k-1\ j} - \widehat{\emptyset}_{kk}\widehat{\emptyset}_{k-1,k-j} \qquad (2.3)$$

Dengan:

j	:	Indeks *lag*, dengan $j = 1,2, \dots, k$.
k	:	Jumlah maksimum *lag.*
$\widehat{\emptyset}_{k-1\ j}$	:	Fungsi autokorelasi parsial pada *lag* ke $k + 1$ dengan j.
$\widehat{\emptyset}_{kk}\widehat{\emptyset}_{k-1,k-j}$	:	Fungsi autokorelasi parsial pada *lag* ke $k + 1$ dengan $k + 1$.

2.6 *Time Series Regression*

Pola data dalam kehidupan terbentuk dari urutan waktu di masa lalu yang saling berhubungan. Pola ini meliputi *trend*, musiman, variasi kalender, serta kecenderungan naik atau turun pada data jangka panjang (Wei, 2006).

Menurut Gujarati (1997), model regresi *time series* dalam bentuk umumnya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + \cdots + \beta_j X_{j,t} + \varepsilon_t \qquad (2.4)$$

Di mana:

Y_t : Variabel respon ke – t.

β_0 : Konstanta regresi.

β_j : Konstanta regresi ke – j.

X_j : Variabel *independent* ke- j.

ε_t : *Error* periode ke- t.

t : Indeks waktu.

j : Jumlah maksimum *lag*.

Variasi kalender termasuk dalam kategori variabel kualitatif yang dapat diubah menjadi variabel kuantitatif bernilai 0 atau 1, yang dikenal sebagai variabel *dummy*. Nilai 0 menunjukkan tidak adanya sifat, sementara nilai 1 menunjukkan adanya sifat. Model regresi dengan variabel *dummy* untuk efek liburan bisa ditulis sebagai berikut (Suhartono, *et al*., 2010):

$$Y_t = Y_0 + Y_1 D_{1,t} + Y_2 D_{2,t} + \cdots + Y_p D_{p,t} + \varepsilon_t \qquad (2.5)$$

Di mana:

Y_t : Nilai pengamatan pada waktu ke – t.

Y_P : Parameter variabel *dummy* dengan efek liburan.

$D_{p,t}$: Variabel *dummy* efek liburan.

ε_t : Nilai *error* periode ke- t.

p : Jumlah maksimum *lag*.

t : Indeks waktu.

2.7 Model ARIMAX

Model ARIMAX merupakan kombinasi dari Model *Autoregressive* (AR), Model *Moving Average* (MA), Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA), Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), dan Model *Autoregressive Integrated Moving Average with Exogeneus* (ARIMAX) (Cools, *et al.*, 2009).

2.7.1 Model *Autoregressive* (AR)

Menurut Makridakis dkk. (1999), *Autoregressive* adalah model regresi yang tidak menghubungkan variabel terikat, melainkan bergantung pada nilai-nilai sebelumnya. Disebut model *Autoregressive* karena dalam model ini, variabel diprediksi berdasarkan nilai-nilai masa lalu dari variabel yang sama. Model *Autoregressive* dengan ordo p disingkat sebagai AR(p) atau ARIMA($p, 0, 0$) (Wei, 2006).

Model:

$$Y_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 Y_{t-1} + \emptyset_2 Y_{t-2} + \ldots + \emptyset_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.6}$$

Di mana:

Y_t : Nilai pengamatan pada waktu ke $-$ t.

$\emptyset_0$: Konstanta rata-rata.

$\emptyset_p$: Parameter *Autoregressive* pada orde ke $-$ p.

ε_t : Nilai *error* pada waktu ke- t.

p : Jumlah maksimum *lag*.

t : Indeks waktu.

2.7.2 Model *Moving Average* (MA)

Menurut Montgomery *et al*. (2008), *Moving Average* adalah suatu proses di mana Y_t diperoleh dari peramalan yang didasarkan pada kesalahan dari periode-periode sebelumnya. Berikut adalah bentuk umum *Moving Average* dengan ordo q MA(q) atau model ARIMA $(0, 0, q)$ (Wei, 2006).

$$Y_t = \theta_0 - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

Di mana:

Y_t : Nilai pengamatan pada waktu ke $-t$.

θ_0 : Konstanta rata-rata.

θ_q : Parameter *Moving Average* pada orde ke $-q$.

ε_t : Nilai *error* pada waktu ke $-t$.

q : Jumlah maksimum *lag*.

t : Indeks waktu.

2.7.3 Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Menurut Assauri (1984), model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) adalah kombinasi dari model *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA). Dengan demikian, bentuk umum dari model ARMA menurut Wei (2006), yaitu:

$$Y_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 Y_{t-1} + \emptyset_2 Y_{t-2} + \ldots + \emptyset_p Y_{t-p} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

Di mana:

Y_t : Nilai pengamatan pada waktu ke $-t$.

$\emptyset_0$: Konstanta rata-rata.

$\emptyset_p$: Parameter *Autoregressive* pada orde ke $-p$.

θ_q : Parameter *Moving Average* pada orde ke $-q$.

ε_t : Nilai *error* pada waktu ke $-t$.

q : Jumlah *lag* maksimum *Moving Average*.

t : Indeks waktu.

p : Jumlah *lag* maksimum *Autoregressive*.

2.7.4 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) memiliki persyaratan utama berupa model AR (p), MA(q) dan ARMA yang mengasumsikan data deret waktu yang bersifat stasioner. Jika data tidak stasioner, maka untuk menjadikannya stasioner, dilakukan *differencing* pada data yang tidak stasioner dalam rata-rata dan proses transformasi untuk data yang tidak stasioner dalam varians (Shumway & Stoffer, 2011).

Dengan demikian, menurut Wei (2006), persamaan model ARIMA yang pertama adalah sebagai berikut:

$$\emptyset_p(B)\,(1-B)^d\, Y_t = \emptyset_0 + \theta_q(B)\, \varepsilon_t$$

$$(1 - \emptyset_1 B - \emptyset_2 B^2 - \ldots - \emptyset_p B^p)\,(1-B)^d Y_t = \emptyset_0 + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)\, \varepsilon_t$$

Dengan menggunakan persamaan:

$$B^i Y_t = Y_{t-i}$$

Maka diperoleh:

$$Y_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 Y_{t-1} + \emptyset_2 Y_{t-2} + \ldots + \emptyset_p Y_{t-p} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \qquad (2.9)$$

Dengan:

Y_t : Nilai data pada waktu ke $-t$.

$\emptyset_0$: Konstanta rata-rata.

$\emptyset_p$: Parameter *Autoregressive* ke $-p$.

θ_q : Parameter *Moving Average* ke $-q$.

ε_t : Nilai *error* pada waktu ke $-t$.

B : Operator *backshift.*

q : Jumlah *lag* maksimum *Moving Average*.

p : Jumlah *lag* maksimum *Autoregressive*.

d : Jumlah *lag* maksimum *differencing*.

t : Indeks waktu.

2.7.5 Model ARIMAX

ARIMAX adalah pengembangan dari model ARIMA yang menambahkan faktor eksogen ke dalam modelnya. Dalam model ini, faktor-faktor yang memengaruhi variabel dependen Y pada waktu ke $-t$ tidak hanya bergantung pada fungsi variabel Y pada waktu sebelumnya (dalam bentuk model deret waktu tertentu seperti ARIMA atau SARIMA), tetapi juga dipengaruhi oleh variabel-variabel independen lainnya pada waktu ke$-t$. Menurut Cools *et al.* (2009), bentuk umum model ARIMAX (p, d, q) dapat dituliskan dengan persamaan berikut:

$$Y_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 Y_{t-1} + \emptyset_2 Y_{t-2} \ldots + \emptyset_p Y_{t-p} - \theta_1\, \varepsilon_{t-1} - \theta_2\, \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q\, \varepsilon_{t-q} + \beta_1 X_{t,1} + \cdots + \beta_k X_{t,k} + \varepsilon_t \tag{2.10}$$

Dengan:

Y_t : Nilai data pada waktu ke $-t$.

$\emptyset_0$: Konstanta rata-rata.

$\emptyset_p$: Parameter *Autoregressive* ke $-p$.

θ_q : Parameter *Moving Average* ke $-q$.

ε_t : Nilai *error* pada waktu ke $-t$.

X_t : Variabel eksogen ke $-t$.

β_k : Koefisien variabel eksogen.

q : Jumlah *lag* maksimum *Moving Average.*

p : Jumlah *lag* maksimum *Autoregressive.*

k : Jumlah *lag* maksimum variabel eksogen.

t : Indeks waktu.

2.8 Estimasi Parameter dengan Metode *Ordinary Least Square* (OLS)

Metode *Ordinary Least Square* (OLS) umumnya digunakan untuk mengestimasi parameter model ARIMAX, karena penaksir yang dihasilkan oleh OLS bersifat tidak bias (Sembiring, 1995). Metode OLS juga mengasumsikan bahwa *error* berdistribusi normal dengan rata-rata dan variansi nol. Persamaan model ARIMAX dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 Y_{t-1} + \emptyset_2 Y_{t-2} \ldots + \emptyset_p Y_{t-p} - \theta_1\, \varepsilon_{t-1} - \theta_2\, \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q\, \varepsilon_{t-q} + \beta_1 X_{t,1} + \cdots + \beta_k X_{t,k} + \varepsilon_t \tag{2.11}$$

Selanjutnya, menuliskan persamaan (2.11) dalam bentuk matriks umum untuk regresi linear, sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.12}$$

Dengan demikian, model dalam bentuk matriks dari persamaan (2.12) adalah:

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Y_{1(t-1)} & \cdots & Y_{1(t-p)} & -\varepsilon_{1(t-1)} & \cdots & -\varepsilon_{1(t-q)} & X_{1,1} & \cdots & X_{1,k} \\ 1 & Y_{2\,(t-1)} & \cdots & Y_{2(t-p)} & -\varepsilon_{2(t-1)} & \cdots & -\varepsilon_{2(t-q)} & X_{2,1} & \cdots & X_{2,k} \\ \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{T(t-1)} & \cdots & Y_{T(t-p)} & -\varepsilon_{T(t-1)} & \cdots & -\varepsilon_{T(t-q)} & X_{T,1} & \cdots & X_{T,k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \emptyset_0 \\ \emptyset_1 \\ \vdots \\ \emptyset_p \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_q \\ \beta_1 \\ \beta_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{pmatrix}$$

Dengan:

$$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_T \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 & Y_{1(t-1)} & \cdots & Y_{1(t-p)} & -\varepsilon_{1(t-1)} & \cdots & -\varepsilon_{1(t-q)} & X_{1,1} & \cdots & X_{1,k} \\ 1 & Y_{2\,(t-1)} & \cdots & Y_{2(t-p)} & -\varepsilon_{2(t-1)} & \cdots & -\varepsilon_{2(t-q)} & X_{2,1} & \cdots & X_{2,k} \\ \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{T(t-1)} & \cdots & Y_{T(t-p)} & -\varepsilon_{T(t-1)} & \cdots & -\varepsilon_{T(t-q)} & X_{T,1} & \cdots & X_{T,k} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \emptyset_0 \\ \emptyset_1 \\ \vdots \\ \emptyset_p \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_q \\ \beta_1 \\ \beta_k \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{pmatrix}$$

Di mana:

$\boldsymbol{\varepsilon}$: Matriks dari variabel galat acak data.

$\boldsymbol{\beta}$: Parameter penduga.

$\boldsymbol{x}$: Matriks dari variabel bebas data.

$\boldsymbol{y}$: Matriks dari variabel terikat data.

Estimasi Parameter OLS

$$\boldsymbol{S}\,(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{\boldsymbol{n=1}} \boldsymbol{\varepsilon i^2} = \boldsymbol{\varepsilon^t.\varepsilon}$$

$$= (\,\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x\beta})^{\boldsymbol{T}}(\,\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x\beta})$$

$$= (\boldsymbol{y^T} - \boldsymbol{\beta^T} - \boldsymbol{x^T})(\,\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x\beta})$$

$$= \boldsymbol{y^T y} - \boldsymbol{y^T x\beta} - \boldsymbol{\beta^T x^T y} + \boldsymbol{\beta^T x^T x\beta}$$

$$= \boldsymbol{y^T y} - \boldsymbol{2\beta^T x^T y} + \boldsymbol{\beta^T x^T x\beta}$$

$$\left.\frac{\boldsymbol{\partial S}}{\boldsymbol{\partial \beta}}\right| \boldsymbol{b} = \boldsymbol{-2x^T y} + \boldsymbol{2x^T x b} = \boldsymbol{0}$$

$$(\boldsymbol{x^T x})\boldsymbol{b} = \boldsymbol{x^T y}$$

$$(\boldsymbol{x^T x})^{\boldsymbol{-1}}(\boldsymbol{x^T x})\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{x^T x})^{\boldsymbol{-1}}\,(\boldsymbol{x^T y})$$

$$\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{x^T x})^{\boldsymbol{-1}}\,(\boldsymbol{x^T y})$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{x^T x})^{\boldsymbol{-1}}\,(\boldsymbol{x^T y}) \qquad (2.\ 13)$$

Sehingga didapat estimasi parameternya adalah $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{x^T x})^{\boldsymbol{-1}}\,(\boldsymbol{x^T y})$**.** Berdasarkan asumsi-asumsi dalam model regresi linear klasik, estimator OLS memiliki varians terkecil dibandingkan dengan estimator tak bias lainnya, sehingga OLS disebut sebagai estimator tak bias linear yang optimal.

Pembuktian dari sifat estimator OLS (Gujarati, 2011)

a. Linear

Estimator yang diperoleh dari metode OLS bersifat linear

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y})$$

Karena $(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T$ merupakan mariks dengan elemen tetap, maka $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dapat dianggap sebagai fungsi linear dari $\boldsymbol{y}$.

b. Tak bias

$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ penduga tak bias dari $\boldsymbol{\beta}$.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \boldsymbol{\beta} \\
&= \boldsymbol{E}((\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y})) \\
&= (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{y}) \\
&= (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x\beta}+\boldsymbol{\varepsilon})\right) \\
&= (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x\beta} + (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varepsilon}) \\
&= \boldsymbol{I\beta} \\
&= \boldsymbol{\beta} \\
\boldsymbol{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \boldsymbol{\beta}
\end{aligned}$$

Dengan demikian, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ adalah estimator tak bias dari $\boldsymbol{\beta}$.

c. Varians minimum

Untuk membuktikan bahwa semua $\boldsymbol{\beta_i}$ dan vektor $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan penaksir terbaik *(best estimator)*, perlu dibuktikan bahwa $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ memiliki variansi terkecil atau minimum dibandingkan variansi estimator tak bias linear lainnya.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Var}\,(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \boldsymbol{E}[(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})^{2}] \\
&= \boldsymbol{E}[(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})^{\boldsymbol{T}} \\
&= \boldsymbol{E}[\{(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y}\}\{(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y})^{\boldsymbol{T}} \\
&= \boldsymbol{E}[(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y}\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1} \\
&= (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}\boldsymbol{y}^T]\,\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1} \\
&= (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{\sigma}^2\boldsymbol{I}\boldsymbol{x}\,(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1} \\
&= \boldsymbol{\sigma}^2(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}\,\,(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1} \\
&= \boldsymbol{\sigma}^2(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\,\boldsymbol{I} \\
&= \boldsymbol{\sigma}^2(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}
\end{aligned}$$

Maka, akan dibuktikan bahwa $\boldsymbol{Var}\,(\hat{\boldsymbol{\beta}}) \leq \boldsymbol{Var}\,(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{*})$

Misal $(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*)$ adalah estimator linear yang lain dari $\boldsymbol{\beta}$ yang dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned}
(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*) &= [(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T + \boldsymbol{c}]\boldsymbol{y} \\
&= [(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T + \boldsymbol{c}](\ \boldsymbol{x\beta} +\ \boldsymbol{\varepsilon}) \\
&= (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x\beta} + \boldsymbol{cx\beta} + (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\ \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{c\varepsilon} \\
&= \boldsymbol{I\beta} + \boldsymbol{cx\beta} + (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\ \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{c\varepsilon} \\
&= \boldsymbol{\beta} +\ \boldsymbol{cx\beta} + (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\ \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{c\varepsilon} \\
\boldsymbol{\beta} &= \boldsymbol{cx\beta} + (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\ \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{c\varepsilon}
\end{aligned}$$

Karena diasumsikan bahwa $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*$ adalah estimator tak bias dari $\boldsymbol{\beta}$, maka $\boldsymbol{E}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*) = \boldsymbol{\beta}$. Dengan kata lain, $\boldsymbol{cx\beta}$ harusnya merupakan matriks nol atau dengan kata lain $\boldsymbol{cx} = \boldsymbol{0}$

Maka, didapatkan

$$\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* - \boldsymbol{\beta} &= (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\ \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{c\varepsilon}\ =\ ((\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T + \boldsymbol{c})\boldsymbol{\varepsilon} \\
Var(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*) &= \boldsymbol{E}[(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* - \boldsymbol{\beta})(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* - \boldsymbol{\beta})^T \\
&= \boldsymbol{E}[(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T + \boldsymbol{c})\boldsymbol{yy}^T(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1} + \boldsymbol{c}^T \\
&= \boldsymbol{\sigma}^2((\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T + \boldsymbol{c})((\boldsymbol{x}\ (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1} + \boldsymbol{c}^T \\
&= \boldsymbol{\sigma}^2((\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1} + \boldsymbol{cx}(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}) + \\
&\quad (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{c}^T + \boldsymbol{cc}^T \\
&= \boldsymbol{\sigma}^2((\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{-1} + \boldsymbol{cc}^T) \\
&= \boldsymbol{Var}(\boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\sigma}^2\boldsymbol{cc}^T
\end{aligned}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa matriks varians estimator linear tak bias $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*$ adalah penjumlahan matriks varians estimator OLS dengan $\boldsymbol{\sigma}^2\boldsymbol{cc}^T$. Secara matematis, hal ini membuktikan bahwa $\boldsymbol{Var}\ (\widehat{\boldsymbol{\beta}})\ \leq \boldsymbol{Var}\ (\widehat{\boldsymbol{\beta}}^*)$.

2.9 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model yang optimal didasarkan pada nilai residual, yang merupakan selisih antara nilai yang diamati dan nilai yang diprediksi oleh model statistik. Kriteria yang digunakan untuk memilih model terbaik adalah RMSE (*Root Mean Square Error),* AIC (*Akaike's Information Criterion)* dan MAPE (*Mean Absolute Percentage Error).*

Berikut diberikan persamaan untuk menghitung nilai RMSE (Cryer & Chan, 2008).

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum\nolimits_{t=1}^{n}(Y_t - \hat{Y}_t)^2} \tag{2. 14}$$

Dengan:

Y_t : Nilai aktual pada periode ke $-t$.

$\hat{Y}_t$: Nilai prediksi pada periode ke$-t$.

n : Jumlah periode.

Selain RMSE, metode lain dalam memilih model terbaik adalah AIC (*Akaike's Information Criterion*). Model dengan nilai AIC terkecil dianggap sebagai model yang terbaik. Berikut adalah persamaan untuk menghitung nilai AIC menurut Wei (2006).

$$\text{AIC} = 2\,k - 2\ln(\hat{L}) \tag{2. 15}$$

Dengan:

k : Panjang *lag*.

$\hat{L}$: Nilai dari *log-likelihood.*

Selain metode RMSE dan AIC, terdapat juga metode MAPE *(Mean Absolute Percentage Error)*. MAPE digunakan untuk menghitung rata-rata persentase perbedaan antara nilai prediksi dan nilai aktual. Nilai MAPE dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut (Wei, 2006):

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n}\sum\nolimits_{t=1}^{n}\left|\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t}\right| 100\%. \tag{2. 16}$$

Dengan:

Y_t : Nilai aktual pada periode ke $-t$.

$\hat{Y}_t$: Nilai prediksi pada periode ke$-t$.

n : Jumlah periode.

Nilai MAPE memiliki kriteria sebagai berikut (Lewis, 1982).

Tabel 1. Kriteria nilai MAPE

Nilai MAPE	Kriteria
Nilai MAPE <10%	Peramalan yang sangat akurat.
10%< Nilai MAPE <20%	Peramalan yang baik.
20%< Nilai MAPE < 50%	Peramalan yang layak.
>50%	Peramalan yang lemah dan tidak akurat.

2.10 Uji Asumsi Residual

Model ARIMAX memiliki uji asumsi residual yang perlu dipenuhi, yaitu uji asumsi *white noise* dan uji normalitas (Cools, *et al.*, 2009).

1. Uji asumsi *white noise*

Menurut Wei (2006), *white noise* adalah suatu proses stasioner yang menggunakan fungsi autokovariansi. Proses $\{\alpha\}$ disebut sebagai proses *white noise* jika tidak ada korelasi antar variabel acak dengan rata-rata yang konstan. Secara matematis, hal ini dapat dituliskan sebagai $E\alpha t$ = μ0 = 0 dan variansi yang konstan, $Var(\alpha t) = \sigma_\alpha^2$ serta $= Cov\ (\alpha_t, \alpha_{t+k})$ = 0, dengan syarat $k \neq$ 0. Berdasarkan definisi ini, proses *white noise* $\{\alpha_t\}$ merupakan proses stasioner yang memiliki fungsi autokovariansi. Berikut diberikan:

Autokovariansi:

$$\gamma_k = \begin{cases} \alpha_{t^2} & \text{Jika } k = 0 \\ 0 & \text{Jika } k \neq 0 \end{cases}$$

Autokorelasi:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & \text{Jika } k = 0 \\ 0 & \text{Jika } k \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi Autokorelasi Parsial:

$$\emptyset_{kk} = \begin{cases} 1 & \text{Jika} \quad k = 0 \\ 0 & \text{Jika} \quad k \neq 0 \end{cases}$$

Proses *white noise* dapat diidentifikasi dengan melakukan uji autokorelasi residual pada analisis kesalahan. Uji *white noise* dapat dilakukan menggunakan uji *L-jung-Box*. Berikut adalah statistik uji *L-jung Box* yang digunakan (Wei, 2006):

$$Q^* = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \tag{2. 17}$$

Dengan:

Q^* : Statistik uji *L-jung Box.*

n : Banyaknya pengamatan.

$\hat{\rho}_k^2$: Koefisien autokorelasi pada *lag* k.

k : Jumlah *lag.*

Hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $Cov\left(\alpha_{t,}\alpha_{t+k}\right) = 0$ (Residual tidak terdapat autokorelasi).

H_1 : $Cov\left(\alpha_{t,}\alpha_{t+k}\right) \neq 0$ (Residual terdapat autokorelasi).

Taraf signifikansi :

α = 5%.

Keputusan dan Kesimpulan: H_0 diterima jika nilai statistik dari uji Q^* < χ^2atau nilai $p - value$ > α.

2. Uji asumsi normalitas

Menurut Gujarati (1997), uji asumsi normalitas digunakan untuk memeriksa apakah residual mengikuti distribusi normal. Beberapa pengujian yang dapat dilakukan untuk menguji asumsi normalitas adalah *Kolmogorov-Smirnov* (Cools, *et al.*, 2009):

Hipotesis yang digunakan:
H_0 : $F\ (x) =\ F^*(x)$ (Residual berdistribusi normal).
H_1 : $F\ (x) \neq\ F^*(x)$ (Residual tidak berdistribusi normal).

Taraf signifikansi:
α = 5%.

Statistik uji:

$$D = sup|f(x) - s(x)| \tag{2. 18}$$

Keputusan dan Kesimpulan: H_0 diterima jika nilai statistik dari uji D_{hitung} < D_{tabel} atau nilai $p - value$ > α.

Dengan:

$f(x)$	:	Fungsi peluang kumulatif dihitung berdasarkan sampel.
$s(x)$	:	Fungsi peluang kumulatif dari distribusi normal.
sup	:	Nilai maksimum dari $\|f(x) - s(x)\|$.

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun akademik 2024/2025, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

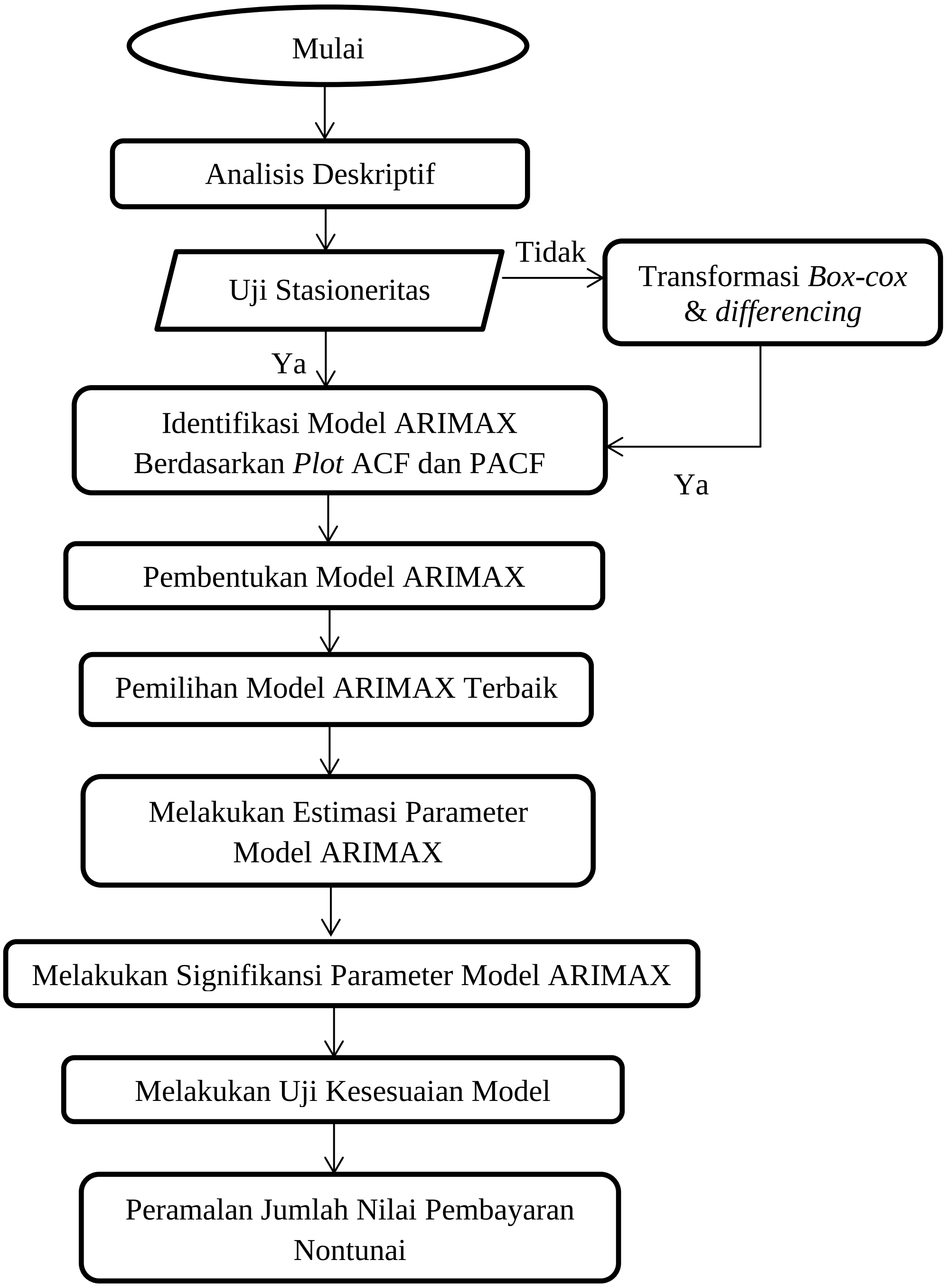
Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder, yaitu data nilai pembayaran nontunai menggunakan APMK dan UE di Indonesia. Menurut Cryer & Chan (2008), data yang baik digunakan untuk peramalan *time series* yaitu data bulanan minimal 3 tahun, jika data yang digunakan lebih banyak maka data lebih baik untuk meningkatkan akurasi parameter dan mendapatkan hasil peramalan yang stabil. Oleh karena itu, periode data yang dipilih adalah dari Januari 2013 hingga Juni 2024. Data ini diperoleh dari *website* Bank Indonesia resmi yaitu https://www.bi.go.id/id/default.aspx pada menu statistik, lalu statistik sistem pembayaran dan infrastruktur pasar keuangan (SPIP). Variabel yang digunakan yaitu variabel endogen (jumlah nilai pembayaran nontunai menggunakan APMK dan UE) dan variabel eksogen (variabel *dummy* hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun).

3.3 Metode Penelitian

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan analis deskriptif terhadap data.
2. Melakukan uji kestasioneran data dengan uji *Box-Cox* untuk memeriksa apakah data stasioner terhadap varians, dan uji ADF (*Augmented Dickey Fuller*) untuk memeriksa kestasioneran data terhadap rata-rata.
3. Melakukan uji identifikasi model menggunakan *plot* ACF dan PACF.
4. Melakukan uji estimasi parameter *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA) berdasarkan orde yang didapat dari uji identifikasi model.
5. Pembentukan model ARIMAX.
6. Memilih model ARIMAX terbaik dengan melihat nilai RMSE, AIC dan nilai MAPE yang terkecil.
7. Melakukan uji signifikansi parameter model ARIMAX.
8. Melakukan uji kesesuaian model ARIMAX, dengan memeriksa apakah residual memenuhi asumsi *white noise* dan normalitas. Uji asumsi *white noise* dilakukan menggunakan uji *Ljung-Box*, sementara uji normalitas menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*.
9. Melakukan peramalan jumlah nilai pembayaran nontunai di Indonesia.

Berikut merupakan diagram alir dari proses peramalan menggunakan model ARIMAX dengan perangkat lunak *R-Studio*:



Gambar 1. *Flowchart* Proses ARIMAX

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada penelitian ini maka dapat disimpulkan yaitu:

1. Parameter hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap parameter pembayaran nontunai di Indonesia.
2. Model ARIMAX yang paling baik untuk meramalkan nilai pembayaran nontunai di Indonesia dengan menggunakan variabel *dummy* yaitu hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun adalah model ARIMAX (6, 1, 9) dengan persamaan modelnya adalah sebagai berikut:

$$Y_t = -0.49903 Y_{t-1} - 0.47722\, Y_{t-2} - 0.33524\, Y_{t-3} - 0.16991\, Y_{t-4} - 0.10528\, Y_{t-5} - 0.54638\, Y_{t-6} - 0.085003\, \varepsilon_{t-1} + 0.33111\, \varepsilon_{t-2} + 0.14099\, \varepsilon_{t-3} + 0.19888\, \varepsilon_{t-4} - 0.12532\, \varepsilon_{t-5} + 0.22333\, \varepsilon_{t-6} - 0.27844\, \varepsilon_{t-7} + 0.085143\, \varepsilon_{t-8} + 0.52838\, \varepsilon_{t-9}\ 11832\, X_{t,1} + 7247\, X_{t,2} + \varepsilon_{t.}$$

3. Hasil peramalan nilai pembayaran nontunai di Indonesia dengan variabel *dummy* yaitu hari raya Idulfitri dan liburan akhir tahun menggunakan model ARIMAX (6, 1, 9) dari bulan Juli 2024 sampai dengan Juni 2025 berturut turut sebagai berikut Rp84932.88 triliun, Rp84777.72 triliun, Rp71469.10 triliun, Rp65593.99 triliun, Rp82409.27 triliun, Rp87859.26 triliun, Rp94950.54 triliun, Rp82487.39 triliun, Rp73973.05 triliun, Rp82047.98 triliun, Rp73613.54 triliun dan Rp80507.37 triliun.

DAFTAR PUSTAKA

Assauri, S. 1984. *Teknik dan Metode Peramalan.* Fakultas Ekonomi UI, Jakarta.

Bank Indonesia, 2018. *Kajian Stabilitas Keuangan No. 31*. Bank Indonesia, Jakarta.

Cools, M. M., Elke and Wets. 2009. *Investigating The Variability in Daily Traffic Counts Using ARIMAX and SARIMA (X) Models: Assessing Impact of Holidays on Two Divergent Site Locations.* Hasselt University, Belgia.

Cryer, J. D., and Chan, K.S. 2008. *Time Series Analysis with Application in R.* 2nd Ed. Springer, New York.

Gujarati, D. N. 1997. *Ekonometrika Dasar*. Erlangga, Jakarta.

Gujarati, D. N. 2011. *Econometrics by Example*. Palgrave Macmillan, New York.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. 2009. *Basic Econometrics*. 5th Edition. New York: McGraw-Hill.

Hidayat, S., & Hakim, N. 2021. Peramalan Ekspor Luar Negeri Banten Menggunakan Model ARIMAX. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika.* **2** (3) : 209-211.

Khoiri, H. A. 2023. *Analisis Deret Waktu*. Universitas PGRI Madiun (UNIPMA), Jawa Timur.

Kusumaningrum, N., Purnamasari, I., & Siringoringo, M. 2023. Peramalan Menggunakan Model *Hybrid* untuk Total Transaksi Pembayaran Nontunai. *Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research.* **5** (1): 1-14.

Larasati, G. A. & Maria, N. S. B. 2023. Pengaruh Sistem Pembayaran Non Tunai Terhadap PDB Indonesia Tahun 2011-2021. *Jurnal Ekonomi Diponegoro.* **12** (2) : 21-32.

Lewis, C. 1982. *Industrial and Business Forecasting Methods.* Butterworth Scientific, London.

Makridakis, S., Whellwright, S. C., and McGee, V. E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Erlangga, Jakarta.

Montgomery, D. C., Jennings, C. L., and Kulachi, M. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.

Putera, M, L, S. 2020. Peramalan Transaksi Pembayaran Non-Tunai Menggunakan ARIMAX-ANN Dengan Konfigurasi Kalender. *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan.* **14** (1) : 135-146.

Riestiansyah, F., Damayanti, D., Reswara M. & Susetyoko, R. 2022. Perbandingan metode ARIMA dan ARIMAX dalam memprediksi Jumlah Wisatawan Nusantara di Pulau Bali. *Jurnal Infomedia Teknik Informatika, Multimedia & Jaringan*. **7** (2) : 58-62.

Sahara, A. A., Tama, I. P. & Hamdala, I. 2024. Estimasi Persediaan Pengaman Kantung Darah Menggunakan Metode Peramalan *Autoregressive Integrated Moving Average* Dengan Faktor Eksternal. *Jurnal Rekayasa Sistem dan Manajemen.* **2** (7) : 741-753.

Sembiring, R. K. 1995. *Analisis Regresi*. Ed. Ke-2. ITB, Bandung.

Shumway, R. H. & Stoffer, D. S. 2011. *Time Series Analysis and Its Applications with R examples.* Ed. ke-3. Springer, New York.

Suhartono, Lee, M. H. & Hamzah, N. A. 2010. Calender Variation Model Based on Time Series Regression for Sales Forecast: The Ramadhan Effects. *Proceedings of the Regional Conference on Statistical Sciences.* 30-41.

Susila, M. R. 2020. Pengaruh Hari Raya Idul Fitri Terhadap Inflasi Di Indonesia Dengan Pendekatan ARIMAX (Variasi Kalender). *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*. **14** (2) : 367-376.

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Ed. Ke-2. Pearson Addison-Wesley, New York.

Zahra, J. S. & Prastuti, M. 2023. Peramalan Jumlah Penumpang Pesawat Domestik di Bandara Soekarno-Hatta pada Masa Pandemi *Covid-19* Menggunakan ARIMAX dengan Model Intervensi. *Jurnal Sains dan Seni ITS.* **12** (1) : 2337-3520.