# PENERAPAN METODE SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS (SSA) PADA JUMLAH PENUMPANG PESAWAT TERBANG DI BANDARA NGURAH RAI

(Skripsi)

Oleh Vara Rahayuningtyas Risty



# JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS LAMPUNG BANDAR LAMPUNG 2025

#### **ABSTRACT**

# APPLICATION OF THE SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS (SSA) METHOD TO THE NUMBER OF AIRPLANE PASSENGERS AT NGURAH RAI AIRPORT

By

#### VARA RAHAYUNINGTYAS RISTY

The purpose of this study is to forecast the number of airplane passengers at Ngurah Rai Airport for the years 2025, 2019, and 2014 and to verify whether, based on previous research, an increase in the windows length (L) leads to a decrease in the Mean Absolute Percentage Error (MAPE) using the Singular Spectrum Analysis (SSA) method. This study utilizes monthly data from January 2007 to December 2024, January 2006 to December 2018, and January 2006 to December 2013, obtained from the website of the Central Bureau of Statistics (BPS). The research results show that the optimal windows length (L) for 2025 is 12, with a MAPE value of 33.10533%, for 2019 is 12, with a MAPE value of 32.56607%, and for 2014 is 23, with a MAPE value of 27.57165%. Based on the analysis results, the Singular Spectrum Analysis (SSA) method shows that the greater the window length (L) value used, the smaller the MAPE value obtained. This shows that selecting a larger L value can increase forecasting accuracy. However, the level of accuracy of forecasting the number of aircraft passengers at Ngurah Rai Airport is still in the sufficient category.

Keywords: singular spectrum analysis, windows length, MAPE, airplane passengers

#### **ABSTRAK**

# PENERAPAN METODE SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS (SSA) PADA JUMLAH PENUMPANG PESAWAT TERBANG DI BANDARA NGURAH RAI

# Oleh

# VARA RAHAYUNINGTYAS RISTY

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui hasil peramalan jumlah penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai tahun 2025, 2019, dan 2014 serta membuktikan apakah berdasarkan penelitian terdahulu jika nilai L semakin besar maka nilai MAPE semakin kecil dengan Metode Singular Spectrum Analysis (SSA). Penelitian ini menggunakan data bulanan dari bulan Januari 2007 sampai bulan Desember 2024, bulan Januari 2006 sampai Desember 2018, dan bulan Januari 2006 sampai Desember 2013 yang bersumber dari website Badan Pusat Statistik (BPS) Berdasarkan hasil penelitian diperoleh nilai windows length (L) tahun 2025 yaitu 12 serta nilai MAPE sebesar 33.10533%, windows lengths (L) tahun 2019 yaitu 12 dan nilai MAPE sebesar 32.56607%, kemudian windows length (L) tahun 2014 yaitu 23 mendapakatkan nilai MAPE sebesar 27.57165%. Berdasarkan hasil analisis, metode Singular Spectrum Analysis (SSA) menunjukkan bahwa semakin besar nilai windows length (L) yang digunakan, semakin kecil nilai MAPE yang diperoleh. Hal ini menunjukkan bahwa pemilihan nilai L yang lebih besar dapat meningkatkan akurasi peramalan. Meskipun demikian, tingkat akurasi peramalan jumlah penumpang pesawat di Bandara Ngurah Rai masih berada dalam kategori cukup.

Kata Kunci: singular spectrum analysis, windows length, MAPE, penumpang pesawat terbang

# PENERAPAN METODE SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS (SSA) PADA JUMLAH PENUMPANG PESAWAT TERBANG DI BANDARA NGURAH RAI

# Oleh

# Vara Rahayuningtyas Risty

# Skripsi

# Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar SARJANA MATEMATIKA

# Pada

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS LAMPUNG 2025

Judul Skripsi

: PENERAPAN **METODE** SINGULAR

SPECTRUM ANALYSIS (SSA) PADA JUMLAH

PENUMPANG PESAWAT **TERBANG** 

**BANDARA NGURAH RAI** 

Nama Mahasiswa

: Vara Rahayuningtyas Risty

Nomor Pokok Mahasiswa

: 2117031008

Program Studi

: Matematika

**Fakultas** 

: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

# **MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

Drs. Nusyirwan, M.Si. NIP. 196610101992031028 Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si.

NIP. 199311062019032018

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. NIP. 197403162005011001

# **MENGESAHKAN**

1. Tim Penguji

Ketua

: Drs. Nusyirwan, M.Si.

Jan-

Sekretaris

: Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si.

Dono

Penguji

Bukan Pembimbing

: Widiarti, S.Si., M.Si.

Hosp

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. d. ng. Heri/Satria, S.Si., M.Si. NIP 197110912005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 19 Maret 2025

# PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Vara Rahayuningtyas Risty

Nomor Pokok Mahasiswa : 2117031008

Jurusan : Matematika

Judul Skripsi : PENERAPAN METODE SINGULAR

SPECTRUM ANALYSIS (SSA) PADA JUMLAH PENUMPANG PESAWAT TERBANG DI

**BANDARA NGURAH RAI** 

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 19 Maret 2025 Yang menyatakan



Vara Rahayuningtyas Risty NPM. 2117031008

# **RIWAYAT HIDUP**

Penulis bernama Vara Rahayuningtyas Risty lahir di Gunung Madu pada tanggal 03 Januari 2003, sebagai anak kedua dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Hari Susanto dan Ibu Sunarti.

Penulis menyelesaikan pendidikan taman kanak-kanak di TK Satya Dharma Sudjana II pada tahun 2009, pendidikan dasar di SDN 2 Gunung Madu pada tahun 2015, pendidikan menengah pertama di SMP Satya Dharma Sudjana pada tahun 2018, dan pendidikan menengah atas di SMA YP Unila Bandar Lampung pada tahun 2021.

Pada tahun 2021, penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN.

Sebagai bentuk pengaplikasian bidang ilmu di dunia kerja, penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Perusahaan Umum Badan Urusan Logistik (Perum BULOG) Kantor Wilayah Provinsi Lampung di Bidang Operasional dan Pelayanan Publik (OPP) pada bulan Januari – Februari 2024. Di tahun yang sama,

penulis juga melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat pada periode waktu Juni – Agustus 2024 di Desa Negeri Agung, Kecamatan Marga Tiga, Kabupaten Lampung Timur, Provinsi Lampung.

# KATA INSPIRASI

"Dan orang-orang yang bersungguh-sungguh untuk mencari (keridaan) Kami, benar-benar akan Kami tunjukkan kepada mereka jalan-jalan Kami" (QS. Al Ankabut: 69)

"I have come to love myself for who i am, for who i was, and for who i hope to become"

(Kim Namjoon)

"Long story short, i survived"

#### **PERSEMBAHAN**

Dengan mengucapkan Alhamdulillah, puji dan syukur kepada Allah SWT atas rahmat, berkat, dan karunianya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat waktu. Oleh karena itu, dengan penuh ketulusan hati sebagai rasa cinta dan sayang, penulis persembahkan rasa terimakasih kepada :

# Bapak, Ibu, Kakak

Terima kasih telah menjadi sumber semangat, doa, dan kasih sayang tanpa batas yang selalu menguatkan saya dalam setiap langkah perjalanan ini. Terima kasih atas setiap doa yang tidak pernah terputus, setiap dukungan yang tidak pernah luntur, serta setiap pengorbanan yang tidak terhitung.

# Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada ibu dan bapak dosen pembimbing serta pembahas yang dengan penuh kesabaran dan ketulusan telah membimbing dan memotivasi saya dalam menyelesaikan skripsi ini. Setiap arahan, ilmu, dan dukungan yang diberikan menjadi pijakan berharga dalam perjalanan akademik saya.

#### Sahabat-sahabatku

Terima kasih selalu hadir dalam setiap suka dan duka. Terima kasih atas semangat, kebersamaan, dan tawa yang menemani saya melewati proses ini.

# **Almamater Tercinta, Universitas Lampung**

#### **SANWACANA**

Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah SWT. yang telah melimpahkan berkah dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Penerapan Metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA) Pada Jumlah Penumpang Pesawat Terbang di Bandara Ngurah Rai". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Terselesaikannya skripsi ini tidak lepas dari dukungan, bimbingan, saran, serta do'a dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan rasa hormat dan terima kasih kepada :

- 1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I atas kesediannya meluangkan waktu untuk membimbing, memberikan kritik, saran, serta arahan selama proses penyelesaian studi dan skripsi ini.
- 2. Ibu Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II atas kesediannya untuk membimbing serta memotivasi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
- 3. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembahas yang telah memberikan arahan serta kritik dan saran yang membantu dalam memperbaiki skripsi ini.
- 4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
- 5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
- 6. Seluruh dosen dan staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Bapak, Ibu, Kakak yang sangat penulis cintai dan menjadi sumber semangat,

doa, dan kasih sayang tanpa batas yang selalu menguatkan penulis.

8. Sahabat-sahabat terbaik penulis, AGER JAMBU (Elysa, Wisnu, Rafila, Misel)

dan GOSSIP GIRL (Siska, Najia, Arsie, Margel) Dita El, Nindi, Rohana dan

teman bimbingan lainnya yang senantiasa mendukung dan hadir dalam setiap

proses yang penulis lalui baik suka maupun duka.

9. Seluruh pihak terkait yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini yang

tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa masih banyak terdapat kekurangan dalam penulisan

skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang

membangun dari semua pihak.

Bandar Lampung, 19 Maret 2025

Penulis,

Vara Rahayuningtyas Risty

NPM. 2117031008

# **DAFTAR ISI**

		Halaman
DA	FTAR TABEL	xvi
DA	FTAR GAMBAR	xviii
I.	PENDAHULUAN	1
	1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
	1.2 Tujuan Penelitian	
	1.3 Manfaat Penelitian	
II.	TINJAUAN PUSTAKA	5
	2.1 Data Deret Waktu	5
	2.2 Teori Matriks	
	2.3 Pola Data	
	2.4 Singular Spectrum Analysis (SSA)	
	2.3.1 Dekomposisi	
	2.3.2 Rekonstruksi	
	2.5 R-Forecasting	11
	2.6 W-Correlation	11
	2.7 Mean Absolute Percentage Error	12
Ш	METODOLOGI PENELITIAN	13
	3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	13
	3.2 Data Penelitian	
	3.3 Metode Penelitian	14
IV.	PEMBAHASAN	17
	4.1 Deskripsi Data 1	17
	4.2 Metode Singular Spectrum Analysis	19
	4.2.1 Dekomposisi	
	4.2.2 Rekonstruksi	25
	4.2.3 Recurrent Forecasting	27

	4.3 Deski	ripsi Data 2	29
		de Singular Spectrum Analysis	
		Dekomposisi	
		Rekonstruksi	
	4.4.3	Recurrent Forecasting	40
		ripsi Data 3	
	4.6 Metod	de Singular Spectrum Analysis	44
	4.6.1	Dekomposisi	44
	4.6.2	Rekonstruksi	49
	4.6.3	Recurrent Forecasting	52
V.	KESIMPULAN		55
DA	FTAR PU	STAKA	56

# **DAFTAR TABEL**

Tabel	Halaman
Tabel 1. Rentang Nilai MAPE (Lewis, 1982)	12
Tabel 2. Penumpang Pesawat Terbang di Bandara Ngurah Rai Tahun	2007-2024
	10
Tabel 3. Analisis Deskriptif Data 1	10
Tabel 4. Data In Sample Data 1	11
Tabel 5. Data Out Sample Data 1	20
Tabel 6. Hasil MAPE Data 1	21
Tabel 7. Perhitungan MAPE untuk Windows Length 12 Data 1	21
Tabel 8. Nilai Eigen dan Nilai Singular Data 1	23
Tabel 9. Vektor Eigen Data 1	24
Tabel 10. Nilai Principal Component Data 1	24
Tabel 11. Hasil <i>Grouping</i> Data 1	26
Tabel 12. Hasil <i>Diagonal Averaging</i> Data 1	27
Tabel 13. Hasil Ramalan Data Out Sample Data 1	28
Tabel 14. Hasil Ramalan Jumlah Penumpang Pesawat Terbang di Band	ara Ngurah
Rai Tahun 2025	28
Tabel 15. Penumpang Pesawat Terbang di Bandara Ngurah Rai Tahun	2006-2018
	30
Tabel 16. Analisis Deskriptif Data 2	31
Tabel 17. Data In Sample Data 2	32
Tabel 18. Data Out Sample Data 2	32
Tabel 19. Hasil MAPE Data 2	33
Tabel 20. Perhitungan MAPE Untuk Windows Length 12 Data 2	34
Tabel 21. Nilai Eigen dan Nilai <i>Singular</i> Data 2	36

Tabel 22. Vektor Eigen Data 2	36
Tabel 23. Nilai <i>Principal Component</i> Data 2	37
Tabel 24. Hasil <i>Grouping</i> Data 2	38
Tabel 25. Hasil <i>Diagonal Averaging</i> Data 2	39
Tabel 26. Hasil Ramalan Data <i>Out Sample</i> Data 2	40
Tabel 27. Hasil Ramalan Jumlah Penumpang Pesawat Terbang di Bandara N	gurah
Rai Tahun 2019	41
Tabel 28. Penumpang Pesawat Terbang di Bandara Ngurah Rai Tahun 2006	-2013
	42
Tabel 29 Analisis Deskriptif Data 3	43
Tabel 30. Data In Sample Data 3	44
Tabel 31. Data <i>Out Sample</i> Data 3	45
Tabel 32. Hasil MAPE Data 3	46
Tabel 33. Perhitungan MAPE Windows Length 23 Data 3	46
Tabel 34. Nilai Eigen dan Nilai <i>Singular</i> Data 3	48
Tabel 35. Vektor Eigen Data 3	49
Tabel 36. Nilai <i>Principal Component</i> Data 3	49
Tabel 37. Hasil <i>Grouping</i> Data 3	51
Tabel 38. Hasil <i>Diagonal Averaging</i> Data 3	52
Tabel 39. Hasil Ramalan Data <i>Out Sample</i> Data 3	52
Tabel 40. Hasil Ramalan Jumlah Penumpang Pesawat Terbang di Bandara N	gurah
Rai Tahun 2014	53

# DAFTAR GAMBAR

Gambar	alaman
Gambar 1. Diagram Alur Metode Penelitian	10
Gambar 2. <i>Plot</i> Penumpang Pesawat Terbang di Bandara Ngurah Rai Data	1 10
Gambar 3. Plot Eigenvectors Data 1	25
Gambar 4. Plot W-Correlation Data 1	25
Gambar 5. Plot Data Aktual dan Hasil Ramalan Data 1	29
Gambar 6. Plot Penumpang Pesawat Terbang di Bandara Ngurah Rai Data	2 30
Gambar 7. Plot Eigenvectors Data 2	37
Gambar 8. Plot W-Correlation Data 2	38
Gambar 9. Plot Data Aktual dan Hasil Ramalan Data 2	41
Gambar 10. Plot Penumpang Pesawat Terbang di Bandara Ngurah Rai Data	a 3 43
Gambar 11. Plot Eigenvectors Data 3	50
Gambar 12. Plot W-Correlation Data 3	50
Gambar 13 Plot Data Aktual dan Hasil Ramalan Data 3	54

# I. PENDAHULUAN

# 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Peramalan merupakan suatu kegiatan untuk memprediksi kejadian di masa yang akan datang dengan menggunakan data dari masa lampau atau data historis. Peramalan merupakan alat bantu yang efektif dan efisien dalam perencanaan (Makridakis, dkk., 1999). Salah satu metode peramalan yang digunakan pada data deret waktu adalah SSA. Metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA) efektif digunakan karena tidak melakukan uji asumsi seperti normalitas residual, uji normalitas dan tidak memerlukan transformasi logaritma. Data stasioner yaitu data yang tidak menunjukkan cenderung naik atau turun dalam waktu yang panjang selama periode waktu yang diamati sedangkan data nonstasioner yaitu data yang memiliki *trend* (Rangkuti, 2005).

Singular Spectrum Analysis adalah metode time series yang memadukan analisis time series klasik, statistika multivariat, geometri multivariat, sistem dinamis, dan proses sinyal. Metode ini digunakan untuk mendeteksi komponen tren, musiman dan noise pada data time series (Suhartono, et.al., 2019). Keunggulan metode SSA dari metode lainnya yaitu mampu menjelaskan deret waktu menjadi sejumlah komponen yang kecil dan sederhana, serta dapat diinterpretasikan. Metode SSA memiliki konsep utama yaitu 'pemisahan' untuk melihat seberapa baik komponen yang berbeda dapat dipisahkan satu sama lain (Basari & Achmad 2021). Parameter penting SSA adalah windows length (L) yang berpengaruh pada dekomposisi. Nilai

L dipilih berdasarkan  $2 < L < \frac{N}{2}$  dengan N adalah banyaknya data (Golyandina, et al., 2001).

Dapat diketahui bahwa dari penelitian sebelumnya yang pernah dilakukan oleh Utami, (2019) dalam meramalkan beban listrik Daerah Istimewa Yogyakarta dengan metode singular spectrum analysis dengan L=26 dan diperoleh MAPE sebesar 1.9% yang menghasilkan adanya kecenderungan kenaikan beban listrik bulanan di DIY. Penelitian Andhika, dkk., (2020) pada peramalan nilai tukar petani dengan L=57 dan diperoleh MAPE sebesar 0.49% menghasilkan peramalan yang cenderung naik. Selanjutnya, penelitian dilakukan oleh Satriani, dkk., (2020) dalam meramalkan indeks harga konsumen di Sulawesi dengan L=36 dan diperoleh MAPE sebesar 1.32% menghasilkan nilai IHK tertinggi pada bulan Desember dan terendah pada bulan Januari. Penelitian oleh Idrus, dkk., (2022) dalam meramalkan jumlah produksi beras di Kabupaten Gowa dengan L=15 dan diperoleh MAPE sebesar 6.32% memperoleh hasil pada Januari 2022 mengalami penurunan pada produksi beras. Sebuah penelitian terbaru dilakukan oleh Sucahyo, (2024) dalam meramalkan hasil produksi ikan cakalang di Provinsi Sulawesi Tenggara dengan L=10 dan diperoleh MAPE sebesar 12,73% memperoleh hasil peramalan mendekati nilai aktualnya. Dari penelitian sebelumnya dapat dilihat bahwa nilai L menunjukkan kecenderungan jika semakin besar nilai L maka semakin kecil nilai MAPE. Namun, belum banyak penelitian yang meniliti mengenai pengaruh nilai L pada banyaknya data (N). Misalkan berdasarkan trial and error terdapat 216, 156, dan 108 data untuk mengetahui apakah banyaknya data berpengaruh dalam penentuan nilai windows length (L) terhadap nilai MAPE. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk melakukan penelitian apakah benar jika nilai L semakin besar maka nilai MAPE semakin kecil. Berdasarkan penelitian sebelumnya didapatkan juga nilai MAPE terkecil dengan kategori baik dan sangat baik sehingga dapat disimpulkan bahwa metode Singular Spectrum Analysis cocok digunakan untuk peramalan.

Terdapat banyak data yang dapat diramalkan salah satunya adalah data jumlah penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai. Berdasarkan data yang diperoleh dari website Badan Pusat Statistik (BPS), banyaknya penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai selalu mengalami kenaikan pada setiap tahunnya. Kemudian mengalami penurunan akibat pandemi Covid-19. Bandara Ngurah Rai merupakan bandara yang cukup banyak penumpang karena didukungnya tempat pariwisata nasional ataupun internasional. Oleh karena itu, penting untuk dilakukan peramalan dalam menentukan pergerakan penumpang pesawat terbang sehingga pihak maskapai dapat mempersiapkan fasilitas tambahan untuk mengatasi lonjakan tersebut (Jannah, dkk., 2017). Berdasarkan latar belakang, penulis tertarik untuk meneliti mengenai metode Singular Spectrum Analysis pada data penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai.

# 1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

- Melakukan partisi data dan membuktikan apakah dari setiap data yang dipartisi menghasilkan nilai MAPE yang semakin kecil.
- 2. Mengetahui hasil peramalan dari setiap data yang dipartisi menggunakan metode *Singular Spectrum Analysis* terhadap banyaknya penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai berdasarkan kriteria nilai MAPE.

# 1.3 Manfaat Penelitian

- 1. Dapat mengetahui apakah dari data yang dipartisi menghasilkan nilai MAPE yang semakin kecil.
- 2. Memperoleh ramalan banyaknya penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai.

# II. TINJAUAN PUSTAKA

# 2.1 Data Deret Waktu

Analisis deret waktu (*time series analysis*) adalah metode peramalan dengan menggunakan pendekatan deret waktu (*time series*) sebagai dasar peramalan yang memerlukan data aktual (historis) periode lalu untuk mengetahui pola data yang diperlukan sehingga dapat menentukan metode peramalan yang akan digunakan (Makridakis, dkk., 1999).

# 2.2 Teori Matriks

Matriks adalah susunan berbentuk persegi panjang yang terdiri dari bilangan-bilangan. Setiap bilangan dalam susunan tersebut disebut sebagai elemen atau entri matriks (Anton, 1987). Matriks dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\boldsymbol{X}_{m \times n} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{in} \\ x_{21} & x_{21} & \dots & x_{2j} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mj} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

Matriks juga dapat dinyatakan sebagai  $oldsymbol{X}_{m imes n} = \left[x_{ij}\right]_{m imes n}$ 

dengan:  $x_{ij}$  = elemen matriks

i = 1, 2, 3, ..., m; indeks baris

j = 1, 2, 3, ..., n; indeks baris

Pada matriks, terdapat jenis-jenis matriks yaitu (Anton, 1987):

# 1. Matriks Bujur Sangkar

Matriks X disebut sebagai matriks bujur sangkar jika jumlah barisnya sama dengan jumlah kolomnya dengan ordo  $n \times n$  dengan entri  $x_{11}, x_{22}, \dots, x_{nn}$  yang disebut sebagai diagonal utama dari matriks X.

#### 2. Matriks Simetris

Matriks simetris adalah matriks bujur sangkar yang sama dengan transposenya yaitu  $X = X^T$ dengan  $x_{ij} = x_{ji}$  untuk semua nilai dari i dan j.

# 3. Matriks *Transpose*

Jika X adalah matriks berukuran  $m \times n$ , maka transpose dari X dinyatakan sebagai  $X^T$ . Matriks  $X^T$  berukuran  $n \times m$  diperoleh dengan menukar baris menjadi kolom pada X. Misalnya, kolom pertama pada  $X^T$  merupakan baris pertama dari X, kolom kedua pada  $X^T$  adalah baris kedua dari X, dan seterusnya.

# 4. Invers Matriks

Jika matriks X adalah matriks bujur sangkar dan terdapat matriks Y dengan ordo yang sama sehingga XY = YX = I, maka X disebut dapat dibalik (*invertible*), dan Y disebut sebagai *invers* dari X. Suatu matriks bujur sangkar X hanya dapat disebut (*invertible*) jika determinannya ( $\det(X)$ ) tidak sama dengan nol.

# 5. Orthogonal dan Orthonormal

Matriks bujur sangkar X disebut matriks *orthogonal* jika memenuhi syarat  $X^{-1} = X^T$ . Untuk matriks X berukuran  $n \times n$ , pernyataan berikut memiliki arti yang setara:

- a. **X** adalah matriks *orthogonal*.
- b. ||Xa|| = ||a|| untuk semua a dan b pada  $R^n$ .
- c.  $Xa \cdot Xb = a \cdot b$  untuk semua a dan b pada  $R^n$ .
- d. Kolom-kolom dari matriks X membentuk suatu basis *orthonormal* di  $\mathbb{R}^n$ .
- e.  $X^TX = I_n$
- $f. \quad X^{-1} = X^T$

# 6. Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Untuk matriks bujur sangkar X, terdapat sebuah vektor tak nol a dan sebuah skalar  $\lambda$  yang memenuhi persamaan  $Xa = \lambda a$ , dengan  $a \neq 0$ . Skalar  $\lambda$  disebut sebagai nilai eigen dari X, sedangkan vektor  $a \neq 0$  disebut sebagai vektor eigen yang terkait dengan  $\lambda$ .

# 2.3 Pola Data

Pola data adalah suatu bentuk dari sekumpulan data. Tahapan dalam memilih model deret waktu yaitu dengan mempertimbangkan pola data yang ada, selanjutnya diuji dengan metode yang sesuai dengan pola tersebut. Berikut pola data pada deret waktu (Makridakis, dkk., 1999):

- 1. Pola horizontal, adalah data yang bervariasi di sekitar nilai rata-rata konstan dan menunjukkan stasioneritas pada nilai rata-ratanya.
- 2. Pola musiman, adalah pola yang dipengaruhi oleh faktor musiman seperti tahunan, bulanan, mingguan, atau harian.
- 3. Pola siklis, adalah pola yang dipengaruhi oleh fluktasi jangka panjang dalam ekonomi, terutama pada siklus bisnis.
- 4. Pola tren, adalah suatu pola yang terjadi saat ada perubahan arah naik atau turun dalam jangka panjang pada suatu data.

# 2.4 Singular Spectrum Analysis (SSA)

Singular Spectrum Analysis merupakan teknik analisis time series yang memadukan analisis time series klasik, statistika multivariat, geometri multivariat, sistem dinamis, dan proses sinyal. Metode SSA bertujuan untuk memisahkan data time series asli menjadi komponen kecil yang dapat mendeteksi komponen tren, periodik, dan noise. Metode Singular Spectrum Analysis memiliki keunggulan yang fleksibel karena dapat mencegah asumsi stasioneritas dan tidak membutuhkan transformasi logaritma sehingga, menciptakan Singular Spectrum Analysis sebagai metode nonparametrik (Hassani, 2007). Algoritma SSA memiliki dua tahapan yaitu

dekomposisi dan rekonstruksi.

# 2.4.1 Dekomposisi

Pada dekomposisi, parameter yang berperan penting yaitu  $windows\ length\ (L)$  (Golyandina,  $et\ al.$ , 2001). Nilai L ditentukan secara  $trial\ and\ error$  untuk menentukan dimensi dari matriks dalam analisis SSA. Pada tahapan dekomposisi memiliki dua proses, yaitu:

# 1. Embedding

Embedding merupakan tahapan yang mengubah deret waktu berdimensi satu menjadi data multidimensional dengan menghasilkan matriks lintasan X (trajectory matrix). Dimisalkan  $X = (X_1, X_2, ..., X_N)$  adalah deret waktu sebanyak N, maka X akan ditransformasi ke dalam matriks lintasan berukuran  $L \times K$ . Dengan L (windows length) memiliki aturan rentang nilai  $2 < L < \frac{N}{2}$  dan nilai K yaitu N - L + 1. Matriks lintasan K (Trajectory matrix) yang terbentuk dengan sebutan matriks hankel, merupakan matriks yang seluruh elemen diagonalnya bernilai sama. Berikut adalah bentuk matriks hankel (Golyandina, et al., 2018):

$$X = (x_i)_{L \times K} = [x_1, x_2, \dots, x_N] = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \vdots & x_K \\ x_2 & x_3 & \vdots & x_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & \cdots & x_{LK} \end{bmatrix}$$
(2.1)

Dengan,

L = panjang windows length.

K = jumlah kolom matriks hankel (K = N - L + 1).

N = panjang deret waktu.

# 2. Singular Value Decomposition (SVD)

Proses SVD bertujuan untuk mendapatkan pemisahan komponen saat menggabungkan deret waktu. Untuk menentukan matriks nilai *singular* dapat didefinisikan dengan  $\mathbf{S} = XX^T$  guna mendapatkan matriks  $\mathbf{S}$  dengan

ukuran  $L \times L$ . Misalkan  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  adalah suatu nilai eigen dari matriks S dengan  $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge 0$  dan persamaan nilai eigen:

$$|S - \lambda I| = 0 \tag{2.3}$$

serta persamaan vektor eigen:

$$|S - \lambda I|U = 0 \tag{2.4}$$

Dengan  $U_1$  dan  $U_2$  adalah vektor eigen dari masing-masing nilai eigen. Maka, nilai principal component yaitu (Golyandina et al., 2018):

$$V_i = \frac{X^T U_i}{\sqrt{\lambda_i}} \tag{2.5}$$

Dengan i = 1, ..., d diperoleh SVD dari matriks lintasan X sebagai berikut:

$$X = X_1 + \dots + X_d$$

$$= \mathbf{U}_i \sqrt{\lambda_i} \mathbf{V}_i^T + \dots + \mathbf{U}_d \sqrt{\lambda_d} \mathbf{V}_d^T$$

$$= \sum_{i=1}^d \mathbf{U}_i \sqrt{\lambda_i} \mathbf{V}_i^T$$
(2.6)

Matriks X terbentuk dari vektor eigen  $U_i$ ,  $singular value \sqrt{\lambda_i}$ , dan komponen utama  $\mathbf{V_i}^T$ . Ketiga elemen  $(\mathbf{U_i}\sqrt{\lambda_i}\mathbf{V_i}^T)$  ini merupakan pembentuk Singular Spectrum Analysis yang disebut dengan eigentriple.

Tahap ini bertujuan untuk menghasilkan deretan matriks dari matriks **S**. Setiap matriks dalam deretan tersebut memuat vektor eigen, nilai *singular*, dan komponen utama yang merepresentasikan karakteristik unik dari masing-masing komponen dalam deret tersebut.

# 2.4.2 Rekonstruksi

Rekonstruksi merupakan tahapan di mana data direkonstruksi menjadi data deret baru. Tahapan rekonstruksi dilakukan melalui dua proses yaitu:

# 1. *Grouping*

Proses ini dilakukan untuk mengelompokkan matriks X. *Grouping* bertujuan menguraikan komponen-komponen *eigentriple* ke dalam beberapa sub kelompok yaitu *trend*, periodik, dan *noise*. *Grouping* dilakukan dengan cara pengelompokkan *set* indeks  $\{1, \dots, d\}$  ke dalam m *subset disjoin*  $I_1, \dots, I_d$  dengan m = d. Setelah itu, X disesuaikan dengan kelompok  $I = \{I_1, \dots, I_m\}$ , menjadi  $X = X_1, \dots, X_d$  maka dapat diekspansi sebagai berikut:

$$X_I = X_{I1}, \dots, X_{Im} \tag{2.7}$$

Tahapan dalam memilih kelompok  $I = \{I_1, ..., I_m\}$  disebut eigentriple grouping.

# 2. Diagonal Averaging

Diagonal averaging adalah proses mengubah setiap kelompok matriks  $X_I$  dari proses grouping menjadi deret waktu yang baru sepanjang ukuran N. Misalkan matriks Y adalah sebuah matriks sebarang berukuran  $L \times K$  dengan unsur  $y_{ij}$  untuk  $1 \le i \le L$  dan  $1 \le j \le K$  sebagai berikut:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \vdots & y_{1K} \\ y_{21} & y_{22} & \vdots & y_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{L1} & y_{L2} & \cdots & y_{LK} \end{bmatrix}$$
(2.8)

Misalkan  $L^* = \min(L, K)$ ,  $K^* = \max(L, K)$ , N = L + K - 1, maka  $y_{ij}^* = y_{ij}$  jika L < K dan  $y_{ij}^* = y_{ji}$  untuk L > K. Kemudian matriks **Y** diubah menjadi *time series* kembali  $\{y_1, \dots, y_N\}$  menggunakan metode *diagonal averaging* dengan persamaan berikut:

$$y_k = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{m=1}^{k} f_{m,k-m+1}^* & \text{; untuk } 1 \leq k < L^* \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*-1} f_{m,k-m+1}^* & \text{; untuk } L^* \leq k \leq K^* \\ \frac{1}{N-k+1} \sum_{m=k-K^*+1}^{N-k^*+1} f_{m,k-m+1}^* & \text{; untuk } K^* < k \leq N \end{cases}$$

Sehingga matriks  $X_i$  menjadi deret  $\tilde{Y}^{(k)} = \tilde{y}_1^{(k)}$ , ...,  $\tilde{y}_N^{(k)}$  karena itu deret asli maka akan menjadi jumlah dari m deret sebagai berikut: (Golyandina, et al., 2018):

$$y_n = \sum_{k=1}^m \tilde{y}_n^{(k)}$$
, dengan  $n = 1, 2, ..., N$  (2.9)

# 2.5 R-Forecasting

Recurrent forecasting adalah salah satu metode SSA yang digunakan untuk meramalkan periode mendatang. Deret waktu yang digunakan R-Forecasting adalah deret hasil rekonstruksi yang diperoleh melalui tahapan diagonal averaging. Langkah selanjutnya yaitu menentukan m titik baru yang akan diprediksi. Persamaan hasil peramalan dapat ditunjukkan sebagai berikut (Golyandina, et al., 2001):

$$g_k = \begin{cases} \bar{y}_i & \text{; untuk } i = 0, 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^{L-1} a_j g_{i-j} & \text{; untuk } i = N+1, \dots, N+M \end{cases}$$
(3.0)

# 2.6 W-Correlation

Terdapat dua jenis keterpisahan, yaitu keterpisahan kuat dan keterpisahan lemah. Untuk mengetahui ukuran tingkat keterpisahan dari dua deret misalnya  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  digunakan suatu indikator yang disebut korelasi atau *w-correlation* (Golyandina & Zhigljavsky, 2013). Untuk melihat suatu korelasi kuat atau lemah dapat dilihat melalui gradasi warna (terang ke gelap) dari *Plot w-correlation*.

# 2.7 Mean Absolute Percentage Error

MAPE merupakan suatu pengukuran untuk menguji kesalahan perkiraan dengan membagi absolut kesalahan setiap periode pengamatan sebenarnya pada uji nilai periode tersebut, kemudian dirata-ratakan terhadap persentase kesalahan. Rumus perhitungan MAPE dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100\%$$
 (3.1)

dengan,

n =banyaknya data yang diamati.

 $Y_t = \text{data ke-}t.$ 

 $\hat{Y}_t = \text{peramalan ke-}t.$  (Makridakis, dkk., 1999)

Berikut merupakan rentang nilai MAPE yang diberikan di tabel 1.

Tabel 1. Rentang Nilai MAPE (Lewis, 1982)

Nilai MAPE	Akurasi Prediksi
<10 %	Sangat Baik
10% - 20 %	Baik
20 % - 50 %	Cukup
>50 %	Buruk

# III. METODOLOGI PENELITIAN

# 3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2024/2025 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

# 3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data historis jumlah penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai yang diperoleh dari website resmi Badan Pusat Statistik (BPS) <a href="https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/NjYjMg==/jumlah-penumpang-pesawat-di-bandara-utama.html">https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/NjYjMg==/jumlah-penumpang-pesawat-di-bandara-utama.html</a>. Periode data yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Data 1 adalah banyaknya penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai dari tahun 2007 sampai 2024 dengan total 216 data.
- Data 2 adalah banyaknya penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai dari tahun 2006 sampai 2018 dengan total 156 data.
- 3. Data 3 adalah banyaknya penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai dari tahun 2006 sampai 2013 dengan total 96 data.

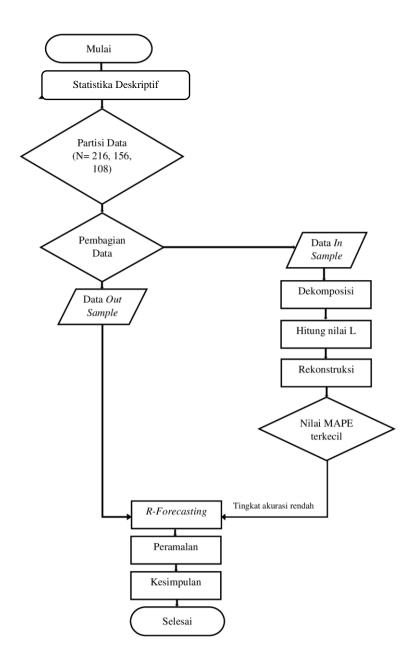
# 3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian menggunakan *Singular Spectrum Analysis* dengan bantuan *software R Studio* adalah sebagai berikut:

- 1. Deskripsi data.
- 2. Langkah selanjutnya adalah melakukan pemisahan data menjadi data *in sample* dan data *out sample*. Menurut Golyandina & Zhigljavsky (2013) semakin banyak data yang digunakan dalam *in sample* maka dapat meningkatkan akurasi peramalan serta nilai MAPE cenderung lebih kecil ketika jumlah data *out sample* sedikit. Dengan demikian, pembagian data *in sample* dan data *out sample* sebagai berikut:
  - 1) Data 1 dengan data *in sample* 204 data dari periode Januari 2007 sampai Desember 2023 dan data *out sample* 12 data periode Januari sampai Desember 2024.
  - 2) Data 2 dengan data *in sample* 144 data dari periode Januari 2006 sampai Desember 2017 dan data *out sample* 12 data periode Januari sampai Desember 2018.
  - 3) Data 3 dengan data *in sample* 84 data dari periode Januari 2006 sampai Desember 2012 dan data *out sample* 12 data periode Januari sampai Desember 2013.
- 3. Melakukan pencarian parameter *windows length* (*L*) dengan melakukan percobaan nilai *L* berdasarkan kriteria  $2 < L < \frac{N}{2}$  sehingga didapatkan niai MAPE. Nilai MAPE terkecil merupakan nilai yang terbaik.
- 4. Pada Metode *Singular Spectrum Analysis* memiliki 2 tahapan yang harus dilakukan yaitu:
  - a. Dekomposisi, tahap ini dilakukan dua proses yaitu:
    - 1. *Embedding*, pada proses ini dibentuk matriks lintasan X dengan ukuran  $L \times K$  dari data deret waktu dengan ditentukan nilai *windows* length (L) yang memenuhi  $2 < L < \frac{N}{2}$  berdasarkan *trial and error* dan menentukan nilai K = N L + 1.

- 2. Singular Value Decomposition (SVD), pada proses ini dilakukan perhitungan singular value, vector eigen, dan principal component (eigentriple) dari matriks simetris  $S = XX^T$ .
- b. Rekonstruksi, tahap ini dilakukan dua proses yaitu:
  - 1. *Grouping*, pada proses ini dilakukan pengelompokkan *eigentriple* berdasarkan karakteristik dari setiap komponen.
  - 2. Diagonal Averaging, pada proses ini dilakukan rekonstruksi pada masing-masing matriks  $X_I$  menjadi data deret waktu yang baru dengan panjang N.
- 5. Menghitung hasil peramalan data deret waktu dari hasil *diagonal averaging* dengan metode *R-forecasting* menggunakan program *R Studio*.
- 6. Melihat *plot* hasil ramalan.
- 7. Kesimpulan.

# Berikut diberikan diagram alur dari penelitian ini



Gambar 1. Diagram Alur Metode Penelitian

# V. KESIMPULAN

Berdasarkan dari pembahasan sebelumnya dapat dismpulkan bahwa:

- Terbukti dari data yang dipartisi pada penelitian jumlah penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai, semakin besar nilai L maka tingkat akurasi MAPE semakin kecil yaitu:
  - Tahun 2007 2004 mendapatkan nilai L 12 dan MAPE 33.10533, tahun 2006 2018 didapatkan nilai L 12 dan MAPE 32.56607, serta tahun 2006 2013 mendapatkan L 23 dan MAPE 27.57165
- Mendapatkan hasil peramalan penumpang pesawat terbang di Bandara Ngurah Rai dengan metode Singular Spectrum Analysis dengan windows lengths 12 data tahun 2006-2023 sebanyak 372.368 orang, 379.885 orang, 389.839 orang, 417.076 orang, 392.125 orang, 429.906 orang, 376.493 orang, 395.890 orang, 346.198 orang, 343.407 orang, 336.732 orang, 294.294 orang. Windows length 12 data tahun 2006-2018 sebanyak 372.368, orang. 379.885 orang, 389.839 orang, 417.076 orang, 392.125 orang, 429.906 orang, 376.493 orang, 395.890 orang, 346.198 orang, 343.407 orang, 336.732 orang, 294.294 orang. Dan untuk windows length 23 tahun 2006-2013 berjumlah 285.996 orang, 268.658 orang, 314.847 orang, 373.055 orang, 374.413 orang, 372.157 orang, 292.615 orang, 286.952 orang, 262.250 orang, 290.409 orang, 304.534 orang, 267.522 orang.

# **DAFTAR PUSTAKA**

- Andhika, G. B., Sumarjaya, I., dan Srinadi, I. A. 2020. Peramalan Nilai Tukar Petani Menggunakan Metode *Singular Spectrum Analysis*. *E-Jurnal Matematika*. **9**(3): 171-176.
- Anton, H. 1987. Aljabar Linear Elementer. Ed. Ke-5. Erlangga, Jakarta.
- Badan Pusat Statistika. Jumlah Penumpang Pesawat Di Bandara Utama. <a href="https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/NjYjMg==/jumlah-penumpang-pesawat-di-bandara-utama.html">https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/NjYjMg==/jumlah-penumpang-pesawat-di-bandara-utama.html</a> diakses pada 2 desember 2024.
- Basari, M. S. N, & Achmad, A. I. 2021. Metode *Singular Spectrum Analysis* Untuk Meramalkan Indeks Harga Konsumen Indonesia Tahun 2019, hlm. 484-491. *Prosiding Statistika*.
- Golyandina, N., & Zhigljavsky, A. 2013. *Singular Spectrum Analysis for Time Series*. 1 st Edition. Springer Berlin, Heidelberg, New York.
- Golyandina, N., Korobeynikov, A., and Zhigljavsky, A. 2018. *Singular Spectrum Analysis with R.* Springer Berlin Heidelberg, New York.
- Golyandina, N., Nekrutkin, V., and Zhigljvasky, A. A. 2001. *Analysis Time Series Structure:* SSA and Related Techniques. 1 st Edition. Chapman and Hall/CRC, New York.
- Hassani, H. 2007. Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison. *Journal Data Science*. 5: 239–257.

- Idrus, R. A., Ruliana., dan Aswi. 2022. Penerapan Metode *Singular Spectrum Analysis* Dalam Peramalan Jumlah Produksi Beras Di Kabupaten Gowa. *Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research.* **4**(2): 49-58.
- Jannah, N. F., Fuady, M. B., dan Prasetianto, S. 2017. Peramalan Jumlah Penumpang Bandara I Gusti Ngurah Rai Dengan Menggunakan Metode Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), hlm 117-123. Prosiding Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya II (KNPMP II), Surakarta.
- Lewis, C. D. 1982. *Industrial and Business Forecasting Methods*. Butterworth, London.
- Makridakis, S., Wheelwright, S, C., McGee, V, E., Andriyanto, U, S., dan Basith, A. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jilid 1. Ed. ke-2. Erlangga, Jakarta.
- Rangkuti, F. 2005. *Great Sales Forecast For Marketing* Teknik Menyusun Dan Penerapan Estimasi Penjualan Untuk Perencanaan Kapasitas Dan Anggaran Yang Fleksibel. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- Satriani., Nursalam., dan Ibnas, R. 2020. Peramalan Indeks Harga Konsumen Di Sulawesi Selatan Dengan Menggunakan Metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA). *Jurnal Matematika dan Statistika serta Aplikasinya*. **8**(1): 81-89.
- Sucahyo, I. F. 2024. Penggunaan Metode Singular Spectrum Analysis Dalam Meramalkan Hasil Produksi Ikan Cakalang Di Provinsi Sulawesi Tenggara. *Journal Of Analytical Research, Statisics and Computation.* **3**(2): 61-81.
- Suhartono, Setyowati, E., Salehah, N. A., Lee, M. H., Rahayu, S. P., and Ulama, B. S. 2019. A Hbrid Singular Spectrum Analysis And Neural Networks For Forecasting Inflow And Outflow Currency Of Bank Indonesia. Springer, Singapore.
- Utami, H. 2019. Peramalan Beban Listrik Daerah Istimewa Yogyakarta Dengan Metode *Singular Spectrum Analysis* (SSA). *Media Statistika*. **12**(2): 214-225.