ANALISIS PERILAKU DAN KESTABILAN MODEL PREDATOR–PREY DISKRIT LOTKA–VOLTERRA TERHADAP VARIASI KOMPETISI ANTARSPESIES

Skripsi

Oleh

DWI RIZKA AMELIA PUTRI
NPM. 2217031083

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

ABSTRACT

BEHAVIORAL AND STABILITY ANALYSIS OF THE LOTKA–VOLTERRA DISCRETE PREDATOR–PREY MODEL ON VARIATION IN INTERSPECIFIC COMPETITION

By

Dwi Rizka Amelia Putri

This study analyzes the behavior and stability of the Lotka–Volterra discrete predator–prey model by considering variations in the level of interspecific competition and the effect of disease on the population. The continuous model is discretized using a nonstandard finite difference scheme method to maintain the stability and positivity of the solution. The analysis is carried out by determining the equilibrium point and its stability properties through the Jacobian matrix and eigenvalues, as well as a sensitivity study of biological parameters including competition between prey, competition between predators, predation rate, effectiveness of prey-to-prey conversion, and disease rate. Numerical simulations using MATLAB are applied to describe the long-term population dynamics. The results show that increased competition between prey decreases the prey population due to resource limitations and impacts the decline of the predator population due to reduced prey, while increased competition between predators decreases the predator population due to internal competition, thus reducing predation pressure and increasing the prey population. The nonstandard finite difference scheme method is proven to be able to maintain the stability and biological properties of the model.

Keywords: predator–prey, discrete Lotka–Volterra, nonstandard finite difference schemes, competition, system stability.

ABSTRAK

ANALISIS PERILAKU DAN KESTABILAN MODEL PREDATOR–PREY DISKRIT LOTKA–VOLTERRA TERHADAP VARIASI KOMPETISI ANTARSPESIES

Oleh

Dwi Rizka Amelia Putri

Penelitian ini menganalisis perilaku dan kestabilan model predator–prey diskrit Lotka–Volterra dengan mempertimbangkan variasi tingkat kompetisi antarpesies dan pengaruh penyakit pada populasi. Model kontinu didiskritisasi menggunakan metode skema beda hingga tak standar untuk menjaga kestabilan dan kepositifan solusi. Analisis dilakukan dengan menentukan titik kesetimbangan dan sifat kestabilannya melalui matriks Jacobian dan nilai eigen, serta kajian sensitivitas parameter biologis yang meliputi kompetisi antar prey, kompetisi antar predator, laju predasi, efektivitas konversi prey menjadi predator, dan laju penyakit. Simulasi numerik menggunakan MATLAB diterapkan untuk menggambarkan dinamika populasi dalam jangka panjang. Hasil penelitian menunjukkan bahwa peningkatan kompetisi antar prey menurunkan populasi prey akibat keterbatasan sumber daya dan berdampak pada penurunan populasi predator karena berkurangnya mangsa, sedangkan peningkatan kompetisi antar predator menurunkan populasi predator akibat persaingan internal sehingga tekanan predasi berkurang dan populasi prey meningkat. Metode skema beda hingga tak standar terbukti mampu mempertahankan kestabilan serta sifat biologis model.

Kata-kata kunci: predator–prey, Lotka–Volterra diskrit, penyakit, skema beda hingga tak standar, kestabilan sistem.

ANALISIS PERILAKU DAN KESTABILAN MODEL PREDATOR–PREY DISKRIT LOTKA–VOLTERRA TERHADAP VARIASI KOMPETISI ANTARSPESIES

DWI RIZKA AMELIA PUTRI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

Judul Skripsi : **ANALISIS PERILAKU DAN KESTABILAN MODEL PREDATOR–PREY DISKRIT LOTKA–VOLTERRA TERHADAP VARIASI KOMPETISI ANTARSPESIES**

Nama Mahasiswa : *Dwi Rizka Amelia Putri*

Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031083**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.
NIP 197008311999031002

Drs. Tiryono, M.Sc., Ph.D.
NIP 196207041988031002

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	:	**Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**	....
Sekretaris	:	**Drs. Tiryono, M.Sc., Ph.D.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	:	**Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **26 Januari 2026**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	**Dwi Rizka Amelia Putri**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2217031083**
Jurusan	:	**Matematika**
Judul Skripsi	:	**Analisis Perilaku dan Kestabilan Model Predator-Prey Diskrit Lotka-Volterra Terhadap Variasi Kompetisi Antarspesies**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 26 Januari 2026

Penulis

Dwi Rizka Amelia Putri

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Dwi Rizka Amelia Putri, dilahirkan di Provinsi Sumatera Selatan, tepatnya di Kota Prabumulih, pada tanggal 7 Juli 2004. Penulis merupakan anak ke-2 dari 3 bersaudara. Penulis dibesarkan dalam lingkungan keluarga yang penuh kasih sayang dan dukungan, sehingga mendorong penulis untuk menempuh pendidikan hingga perguruan tinggi sebagai bentuk tanggung jawab serta upaya untuk membanggakan keluarga.

Pendidikan formal penulis dimulai pada jenjang Taman Kanak-kanak (TK) di TK Aisyah Bustanul Alfah I dan diselesaikan pada tahun 2009. Selanjutnya, penulis melanjutkan pendidikan dasar di SD Negeri 15 Prabumulih dan menyelesaikannya pada tahun 2016. Pendidikan menengah pertama ditempuh di SMP Negeri 2 Prabumulih dan diselesaikan pada tahun 2019. Setelah itu, penulis melanjutkan pendidikan menengah atas di SMK Negeri 1 Prabumulih dan berhasil lulus pada tahun 2022.

Pada tahun 2022, penulis resmi terdaftar sebagai mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung, melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN).

Dalam rangka menambah wawasan dan pengalaman akademik, penulis mengikuti Praktik Kerja Lapangan (PKL) di PT Pertamina Drilling Services Indonesia (PDSI) Rig Operation II Kota Prabumulih, yang memberikan pengalaman berharga dalam mengaplikasikan konsep matematika pada permasalahan nyata di dunia industri. Selain itu, penulis juga melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kelurahan Kangkung, Kecamatan Bumi Waras, Kota Bandar Lampung, sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat.

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat), penulis menyusun skripsi yang berjudul: ”Analisis Perilaku dan Kestabilan Model Predator–Prey Diskrit Lotka–Volterra terhadap Variasi Kompetisi Antarspesies”. Skripsi ini disusun di bawah bimbingan Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. dan Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. Melalui penyusunan skripsi ini, penulis berharap dapat mengaplikasikan ilmu yang telah diperoleh selama masa studi serta memberikan kontribusi dalam pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya di bidang model matematika.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa skripsi ini masih memiliki keterbatasan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat diharapkan demi penyempurnaan karya ilmiah ini di masa yang akan datang.

KATA INSPIRASI

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya”

(Q.S. Al-Baqarah: 286)

“Semua jatuh bangunmu hal yang biasa, angan dan pertanyaan waktu yang menjawabnya, berikan tenggat waktu bersedihlah secukupnya, rayakan perasaanmu sebagai manusia”

(Baskara Putra - Hindia)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Alhamdulillah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

Ayah dan Ibuku Tercinta

Terimakasih kepada orang tuaku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta
Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul ”Analisis Perilaku dan Kestabilan Model Predator–Prey Diskrit Lotka–Volterra terhadap Variasi Kompetisi Antarspesies” dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing I yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

2. Bapak Drs. Tiryono, M.Sc., Ph.D. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

3. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.

4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

5. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik.

6. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Kepada kedua orang tua tercinta, penulis mengucapkan terima kasih atas segala pengorbanan, kasih sayang, dan ketulusan yang telah diberikan. Teruntuk almarhum Ayah, sosok yang paling penulis rindukan dan menjadi alasan utama penulis bertahan hingga sejauh ini serta menjadi inspirasi dalam setiap langkah, meskipun Ayah tidak sempat mendampingi penulis dalam proses penyusunan skripsi ini. Dan teruntuk Ibuku tersayang, sosok Perempuan yang tangguh yang tanpa mengenal lelah senantiasa memberikan doa, usaha, serta dukungan moral dan finansial, serta selalu mengutamakan pendidikan dan kebahagiaan anak-anaknya. Semoga terselesaikannya skripsi ini dapat menjadi kebanggaan bagi Ayah dan Ibu.

8. Teruntuk Mamasku, penulis mengucapkan terima kasih atas segala pengorbanan yang telah Mamas berikan. Terima kasih karena telah merelakan masa muda, menahan lelah, dan menguatkan diri untuk menjadi tulang punggung keluarga, demi memastikan penulis dapat menempuh pendidikan hingga tahap ini. Setiap usaha, doa, dan pengorbanan Mamas adalah bentuk cinta yang tidak pernah terucap, namun sangat penulis rasakan. Semua itu selalu menjadi pengingat bagi penulis untuk tidak menyerah dalam keadaan apa pun. Dan teruntuk adikku tersayang, semoga setiap langkah yang kau tempuh selalu diliputi kemudahan dan keberkahan. Teruslah bermimpi setinggi mungkin dan berjuang dengan sepenuh hati. Besar harapan penulis agar kelak engkau dapat meraih kesuksesan yang jauh lebih besar dari kakak-kakakmu, menjadi pribadi yang membanggakan keluarga, serta mampu membawa kebaikan bagi banyak orang di sekitarmu.

9. Terima kasih Eka Ivana Br Sitepu, teman satu bimbingan telah menjadi sosok yang selalu membersamai penulis dalam setiap proses penulisan skripsi, sejak tahap awal hingga akhirnya dapat terselesaikan. Terima kasih atas kesediaan untuk saling berbagi cerita, keluh kesah, semangat, serta menjadi pengingat bagi penulis untuk tetap menyelesaikan skripsi ini meskipun di tengah berbagai tekanan dan kelelahan. Kebersamaan ini menjadikan setiap proses terasa lebih ringan dan penuh makna. Tak lupa pula teruntuk Mawar Sari dan Nur Halimah Sa'diah, terima kasih atas kebersamaan, dukungan, serta kenangan indah yang terukir selama menempuh pendidikan di bangku kuliah. Canda, tawa, dukungan dan hiburan dari kalian yang dilalui bersama menjadi bagian penting dalam perjalanan hidup penulis. Semoga Allah SWT mempertemukan kita kembali dalam cerita-cerita baik di masa yang akan datang.

10. Teruntuk Dona Dwiyanti, teman satu kost yang menemani penulis selama menjalani kehidupan di tanah rantauan. Terima kasih telah hadir bukan hanya sebagai teman tinggal, tetapi juga sebagai sosok yang selalu ada di setiap keadaan. Terima kasih karena dengan sabar menemani hari-hari penulis yang mempunyai kepribadian introvert ini, selalu menjadi garda terdepan ketika penulis merasa tidak berani mengungkapkan kata, merasa canggung, ragu, maupun lelah menghadapi dunia luar. Dari hal-hal kecil, cerita- cerita sederhana, hingga saling menguatkan di saat terberat, kehadiranmu membuat perantauan terasa lebih ringan dan tidak lagi menakutkan.

11. Terakhir, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada seseorang yang berjuang tanpa henti, menghadapi ketakutan, keraguan, dan melawan kepribadian yang introvert, namun tetap menyimpan impian yang tinggi. Terima kasih kepada penulis skripsi ini, yaitu Dwi Rizka Amelia Putri, seorang anak perempuan satu-satunya yang dikenal keras kepala, dan egois. Terima kasih karena telah bertahan sejauh ini, berani melangkah meski diliputi rasa takut, dan tetap berjalan melewati berbagai tantangan meskipun sering merasa tersesat, ragu, dan tidak jarang merasa gagal. Penulis bangga pada setiap langkah kecil yang berhasil diambil, meskipun hasilnya tidak selalu sejalan dengan harapan dan rencana yang telah disusun. Perjalanan ini tidak pernah mudah, dipenuhi oleh benturan-benturan yang menguji kekuatan dan kesabaran, namun berulang kali penulis mampu bangkit dan melewati setiap badai yang datang. Jangan pernah lelah untuk terus berusaha, penulis berharap semoga setiap langkah kakimu dikuatkan, hati dilapangkan, dan dikelilingi oleh orang-orang yang baik, tulus, dan penuh kasih. Semoga segala impian yang kau simpan dalam doa dan harapan dapat terjawab satu per satu pada waktu terbaik yang telah ditetapkan oleh-Nya.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 26 Januari 2026

Dwi Rizka Amelia Putri

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Setiap makhluk hidup tidak terlepas dari interaksi dengan makhluk hidup lainnya yang membentuk suatu ekosistem. Ekosistem sendiri didefinisikan sebagai suatu sistem alam yang dibentuk dari interaksi mahluk hidup dengan lingkungannya. Ilmu yang mempelajari mengenai ekosistem adalah ekologi (Bariyah dkk., 2020). Interaksi antar spesies dalam ekosistem dapat memberikan dampak yang berbeda. Apabila interaksi berdampak positif atau memberikan keuntungan bagi kedua belah pihak, disebut simbiosis mutualisme. Jika interaksi berdampak negatif bagi keduanya disebut persaingan, sedangkan interaksi yang berdampak positif bagi satu spesies dan bagi spesies yang lainnya negatif disebut interaksi *predator-prey* (Fardinah dkk., 2024). Dalam ekologi, ketidakseimbangan populasi *predator-prey* dapat menimbulkan dampak besar. Misalnya ketidakseimbangan ekosistem, ledakan populasi hama, atau kelangkaan spesies. Oleh karena itu, pentingnya memahami bentuk interaksi tersebut melalui pemodelan matematika.

Salah satu model matematika yang banyak digunakan untuk menggambarkan interaksi antar spesies dalam ekosistem adalah model Lotka-Volterra yang dikembangkan oleh Alfred Lotka pada tahun 1925 dan Vito Volterra pada tahun 1926. Model ini menjelaskan dinamika pertumbuhan populasi *predator-prey* melalui sistem persamaan diferensial (Winardi dkk., 2020). Model Lotka-Volterra seringkali dipelajari dalam konteks interaksi antara *predator* (pemangsa) dan *prey* (mangsa), karena model ini memberikan representasi sederhana mengenai hubungan antara dua spesies dalam suatu ekosistem. Predasi sendiri merupakan bentuk interaksi antara *predator* (pemangsa) dan *prey* (mangsa), di mana *predator* memangsa *prey* untuk mempertahankan kelangsungan hidupnya. Dalam interaksi tersebut, peran *predator* terhadap mangsa adalah sebagai pengatur populasi mangsa sehingga keseimbangan ekosistem dapat terjaga (Amalia dkk., 2023). Perkembangan penelitian di bidang pemodelan matematika ekologi menunjukkan bahwa model Lotka–Volterra tidak hanya muncul dalam bentuk kontinu, tetapi juga dapat ditransformasi ke bentuk diskrit melalui metode diskritisasi. Salah satu metode yang banyak digunakan adalah metode skema beda hingga tak standar. Oleh karena itu, model diskrit yang diperoleh akan dianalisis lebih lanjut melalui kajian kestabilan titik kesetimbangan, analisis sensitivitas parameter, serta simulasi numerik untuk memahami perilaku populasi dalam jangka panjang.

Selain itu, dalam konteks model Lotka–Volterra diskrit, dinamika populasi tidak hanya dipengaruhi oleh interaksi antara *predator-prey*, tetapi juga oleh tingkat kompetisi antar individu. Kompetisi antar *prey* dalam memperebutkan sumber daya maupun kompetisi antar *predator* dalam mencari mangsa dapat memengaruhi kestabilan ekosistem. Penelitian oleh Winardi dkk. (2020) menunjukkan bahwa perubahan tingkat kompetisi maupun interaksi *predator–prey* berpengaruh signifikan terhadap kestabilan titik kesetimbangan. Hal ini menegaskan bahwa analisis mengenai pengaruh tingkat kompetisi dan interaksi *predator–prey* penting untuk dilakukan agar diperoleh gambaran yang lebih menyeluruh mengenai dinamika sistem.

Berdasarkan hal tersebut, sejumlah penelitian terdahulu telah memberikan kontribusi penting dalam pengembangan model Lotka–Volterra. Din (2013) melakukan penelitian dengan mengembangkan model dinamik diskrit Lotka-Volterra menggunakan metode skema beda hingga tak standar dengan hasil penelitiannya menunjukkan bagaimana perilaku lokal dan global dari model diskrit dapat merepresentasikan dinamika *predator–prey* dengan lebih stabil dibandingkan skema diskritisasi standar. Penelitian lain dilakukan oleh Hanizah (2021) lebih menekankan pada analisis kestabilan titik kesetimbangan dalam sistem dinamik *predator–prey*. Penelitiannya melihat kondisi-kondisi matematis yang menjamin sistem berada pada keadaan stabil, serta implikasinya terhadap keberlangsungan populasi dalam ekosistem. Adapun penelitian Ibrahim (2021) menunjukan penerapan simulasi numerik pada model *predator–prey* sebagai pendukung analisis matematis. Penelitian ini memperlihatkan bahwa simulasi numerik tidak hanya memvalidasi analisis teoritis, tetapi juga memberikan gambaran visual mengenai dinamika populasi *predator-prey* pada berbagai variasi parameter. Sementara itu, penelitian Gümüş (2025) yang menerapankan metode metode skema beda hingga tak standar untuk mendiskritkan model kontinu Lotka–Volterra kontinu menjadi model diskrit. Hasil penelitian ini menegaskan bahwa metode skema beda hingga tak standar lebih mampu mempertahankan sifat kualitatif model kontinu, seperti kestabilan titik kesetimbangan dan keterjagaan populasi tetap positif sepanjang simulasi. Dengan demikian, Penelitian-penelitian terdahulu tersebut menjadi landasan penting bagi studi ini sekaligus menunjukkan adanya peluang untuk pengembangan studi lebih lanjut.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini difokuskan pada model Lotka–Volterra diskrit dengan menggunakan metode skema beda hingga tak standar, dengan penekanan pada analisis kestabilan titik kesetimbangan, analisis sensitivitas parameter, serta simulasi numerik untuk memahami dinamika populasi *predator–prey*. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih mendalam mengenai perilaku sistem *predator–prey* dalam konteks diskrit, sekaligus memberikan kontribusi teoritis dalam bidang matematika terapan serta menjadi acuan dalam ekologi matematika untuk memahami interaksi antar spesies dan juga pengaruh Tingkat kompetisi antar *predator–prey*. Adapun penelitian ini dibatasi pada model dengan satu *predator* dan satu *prey*, dalam sistem tertutup tanpa adanya migrasi, sehingga analisis yang diperoleh lebih terfokus pada interaksi murni antara kedua spesies tersebut.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Memodelkan sistem *predator–prey* Lotka–Volterra dalam bentuk diskrit menggunakan metode skema beda hingga tak standar.
2. Menentukan titik kesetimbangan dan menganalisis kestabilan model *predator–prey*.
3. Menganalisis pengaruh variasi tingkat kompetisi antar spesies serta sensitivitas parameter interaksi *predator–prey* terhadap dinamika dan kestabilan populasi.
4. Melakukan simulasi numerik untuk menggambarkan dan menganalisis perilaku populasi *predator–prey* dalam jangka panjang.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini yaitu:

1. Memberikan model diskrit *predator–prey* yang dapat digunakan untuk menganalisis dinamika populasi.
2. Memberikan pemahaman mengenai titik kesetimbangan dan kestabilan sistem.
3. Menjelaskan pengaruh variasi kompetisi antar spesies dan perubahan parameter terhadap dinamika populasi.
4. Menampilkan simulasi numerik yang menggambarkan perilaku jangka panjang sistem *predator–prey*.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Ekosistem

Ilmu biomatematika yang mengkaji hubungan antara makhluk hidup dan lingkungannya dikenal dengan istilah ekologi. Secara umum, ekologi merupakan cabang ilmu biologi yang meneliti keterkaitan timbal balik antara organisme dengan komponen biotik maupun abiotik di sekitarnya (Sirajuddin dkk., 2023). Secara etimologis, istilah *"ekologi"* berasal dari bahasa Yunani, yaitu *oikos* yang berarti 'rumah' atau 'tempat tinggal' dan *logos* yang berarti 'ilmu'. Dengan demikian, ekologi dapat dimaknai sebagai ilmu yang mempelajari makhluk hidup beserta lingkungannya serta bagaimana interaksi keduanya membentuk keseimbangan kehidupan. Kajian dalam ekologi mencakup berbagai tingkatan organisasi kehidupan, dimulai dari individu hingga biosfer, yang masing-masing memiliki karakteristik tersendiri namun tetap saling berkaitan sebagai satu kesatuan sistem alam. Adapun uraian dari masing-masing tingkatan adalah sebagai berikut:

1. Individu fokus kajian terletak pada satu organisme tunggal dari suatu spesies yang mampu hidup secara mandiri. Pembahasan biasanya menyoroti cara organisme beradaptasi terhadap faktor lingkungan agar mampu bertahan hidup dan bereproduksi. Misalnya, seekor kucing yang beradaptasi dengan kondisi lingkungan tempat tinggalnya untuk mencari makanan atau berlindung.

2. Populasi mencakup sekelompok organisme sejenis yang hidup pada suatu wilayah dan waktu tertentu serta mampu berkembang biak. Kajian pada tingkat ini meliputi jumlah individu, kepadatan, pola penyebaran, pertumbuhan, dan dinamika populasinya. Misalnya, populasi ikan gurami dalam kolam budidaya yang populasinya dapat berubah tergantung pada ketersediaan pakan dan kondisi lingkungan air.

3. Komunitas yaitu kumpulan berbagai populasi dari spesies yang berbeda dan menempati habitat yang sama. Interaksi antar spesies di dalam komunitas dapat berupa simbiosis, kompetisi, maupun predasi. Misalnya, komunitas pada ekosistem sawah yang terdiri atas tanaman padi, belalang, katak, ular, dan burung yang saling berinteraksi dalam rantai makanan.

4. Ekosistem merupakan satuan fungsional yang mencakup hubungan timbal balik antara komunitas makhluk hidup dengan faktor abiotik seperti tanah, air, udara, dan cahaya. Pada tingkat ini, pembahasan difokuskan pada aliran energi dan siklus materi yang menjaga keseimbangan sistem. Misalnya, ekosistem hutan hujan tropis di Kalimantan memperlihatkan keterkaitan antara tumbuhan, hewan, mikroorganisme, dan faktor lingkungan yang membentuk sistem kehidupan yang stabil.

5. Bioma merupakan gabungan dari beberapa ekosistem yang memiliki kesamaan iklim, tipe vegetasi, dan organisme dominan. Faktor lingkungan seperti suhu dan curah hujan menjadi penentu utama terbentuknya bioma di suatu wilayah. Misalnya, bioma hutan hujan tropis di Sumatra dan Amazon yang ditandai dengan curah hujan tinggi serta keanekaragaman hayati yang melimpah.

6. Biosfer adalah tingkatan tertinggi dalam organisasi kehidupan, yang mencakup seluruh kehidupan di bumi beserta komponen abiotiknya. Biosfer meliputi tiga lapisan utama, yaitu atmosfer (udara), hidrosfer (air), dan litosfer (daratan). Misalnya, bumi dapat dipandang sebagai satu biosfer yang mencakup semua ekosistem dari lautan, hutan, pegunungan hingga gurun yang saling berinteraksi untuk menjaga keseimbangan global.

Setiap tingkatan dalam ekologi saling terhubung melalui berbagai bentuk interaksi antar organisme. Ekosistem pada dasarnya adalah sistem ekologi yang di dalamnya terdapat ketergantungan antara organisme satu dengan yang lain serta dengan lingkungannya, sehingga terjadi hubungan timbal balik antara organisme yang satu dengan organisme yang lain (Bariyah dkk., 2020). Interaksi yang terjadi dalam ekosistem tersebut dapat bersifat positif, negatif, atau netral, tergantung pada pengaruhnya terhadap masing-masing organisme yang terlibat. Secara umum, hubungan antar organisme maupun dengan lingkungannya dapat dikategorikan ke dalam tiga bentuk utama, yaitu kompetisi, predasi, dan simbiosis.

1, Kompetisi merupakan interaksi ketika dua atau lebih organisme bersaing memperebutkan sumber daya yang jumlahnya terbatas, seperti makanan, ruang hidup, air, atau pasangan kawin. Persaingan ini dapat terjadi antar individu dalam satu spesies (intraspesifik) maupun antara spesies yang berbeda (interspesifik). Sebagai contoh, dua spesies rusa jantan yang berebut betina pada musim kawin. Dalam situasi tertentu, persaingan tersebut bisa menimbulkan tersingkirnya salah satu spesies atau dapat memaksa organisme untuk beradaptasi agar menggunakan sumber daya berbeda.

2, Predasi adalah hubungan ekologis ketika organisme pemangsa (predator) menangkap dan memangsa organisme lain (mangsa). Interaksi ini tidak hanya menjaga keseimbangan populasi, tetapi juga memengaruhi dinamika evolusi. Contoh predasi dapat ditemukan pada burung hantu yang memangsa tikus di area persawahan, atau ular sawah yang memangsa katak. Hubungan ini menuntut predator memiliki kemampuan berburu yang efektif, sementara mangsa mengembangkan strategi bertahan seperti perilaku bersembunyi atau bergerak cepat.

3, Simbiosis adalah bentuk interaksi jangka panjang antara dua organisme dari spesies berbeda, yang dapat menguntungkan satu atau kedua pihak, bahkan merugikan salah satunya. Bentuk-bentuk simbiosis antara lain:

   1. Mutualisme yaitu kedua organisme saling memperoleh keuntungan. Contoh: mutualisme antara burung jalak dan kerbau.

   2. Komensalisme yaitu satu pihak mendapatkan manfaat, sedangkan pihak lainnya tidak dirugikan maupun diuntungkan. Contoh: anggrek yang menempel pada batang pohon besar untuk mendapatkan cahaya matahari tanpa merugikan pohon inangnya.

   3. Parasitisme yaitu salah satu organisme memperoleh keuntungan dengan cara merugikan inangnya. Contoh: benalu yang menempel pada pohon dan menyerap nutrisi dari jaringan pohon inang.

Dari uraian interaksi antar organisme tersebut, pemahaman terhadap berbagai interaksi ini sangat penting karena menjadi dasar bagi pengembangan model matematis dalam biomatematika. Pendekatan matematis memungkinkan para peneliti menggambarkan dinamika populasi secara kuantitatif. Salah satu model yang paling sering digunakan untuk menjelaskan hubungan antara predator dan prey adalah model Lotka–Volterra.

2.2 Model Lotka-Volterra

Salah satu model matematika yang banyak digunakan untuk menjelaskan interaksi antar spesies dalam suatu ekosistem adalah model Lotka–Volterra. Model ini diperkenalkan secara terpisah oleh Alfred J. Lotka pada tahun 1925 dan Vito Volterra pada tahun 1926. Keduanya mengembangkan kerangka matematis untuk menggambarkan dinamika populasi antara dua kelompok organisme yaitu pemangsa *(predator)* dan mangsa *(prey)* yang saling memengaruhi dalam rantai makanan. Lotka menyoroti bagaimana laju pertumbuhan *predator* bergantung pada jumlah mangsa yang tersedia, sedangkan Volterra menekankan bahwa populasi mangsa akan bertambah secara alami apabila tidak ada *predator*, namun akan menurun jika tingkat pemangsaan meningkat. Dengan kata lain, populasi mangsa cenderung bertumbuh secara eksponensial ketika tidak ada ancaman, sementara populasi *predator* akan naik seiring ketersediaan mangsa, tetapi menurun karena kematian alami ketika sumber makanan berkurang. Hubungan saling ketergantungan ini membentuk sistem dinamis yang secara periodik berosilasi, mencerminkan siklus alamiah antara pemangsa dan mangsa di ekosistem (Al Idrus dkk., 2022).

Model Lotka–Volterra dibangun berdasarkan sejumlah asumsi ideal, di antaranya populasi mangsa memiliki laju pertumbuhan alami yang konstan, *predator* hanya bergantung pada mangsa sebagai sumber makanan, dan tidak ada faktor eksternal lain yang memengaruhi populasi. Meskipun sederhana, model ini mampu menunjukkan dinamika populasi yang kompleks. Apabila populasi *predator* meningkat secara signifikan, jumlah mangsa akan berkurang tajam. Sebaliknya ketika mangsa menurun *predator* pun kekurangan makanan dan populasinya ikut menurun. Setelah jumlah *predator* berkurang populasi mangsa berangsur pulih dan siklus ini berulang secara periodik. Oleh karena itu, diperlukan analisis dinamik untuk memahami hubungan interaksi *predator-prey* (Fardinah dkk., 2024).

Pendekatan ini menjadi penting karena menggambarkan bagaimana interaksi *predator–prey* dapat menjaga keseimbangan ekosistem. Namun, pada kenyataannya kondisi lingkungan dan faktor biologis lain sering kali menyebabkan variasi perilaku populasi yang lebih kompleks dibandingkan hasil model dasar. Oleh sebab itu, banyak penelitian lanjutan yang mengembangkan model Lotka–Volterra dengan menambahkan faktor-faktor baru, seperti efek ketakutan *(fear effect)*, kompetisi antar spesies, pemanenan, maupun fungsi respon *predator* yang lebih realistis.

Menurut Rahmawati (2023) model interaksi *predator-prey* merupakan salah satu kajian penting dalam ekologi matematika karena dapat menggambarkan dinamika populasi secara kuantitatif. Secara umum, model ini dibangun melalui tiga komponen utama sebagai berikut.

1. Pertumbuhan populasi *prey*, yang biasanya dinyatakan dengan $x(t)$. Asumsinya, apabila *predator* tidak hadir maka populasi *prey* akan bertambah dengan laju pertumbuhan tertentu. Akan tetapi, pertumbuhan tersebut dapat terhambat oleh efek ketakutan (f), kompetisi intraspesifik (s), serta berkurang akibat predasi dengan laju pemangsaan maksimum (b) yang dipengaruhi oleh fungsi respon predator (m).

   Laju pertumbuhan *prey* dapat dituliskan sebagai berikut:

   $$\frac{dx}{dt} = \frac{ax}{a+fy} - sx^2 - \frac{bxy}{m+x} \tag{2.2.1}$$

2. Pertumbuhan populasi *predator*, yang dinyatakan dengan $y(t)$. Pertumbuhan *predator* terjadi karena adanya konversi biomassa *prey* menjadi *predator* dengan faktor konversi (g). Namun demikian, pertumbuhan ini juga dipengaruhi oleh fungsi respon (m) dan berkurang akibat kematian alami dengan laju μ.

   Persamaannya dapat dituliskan sebagai berikut:

   $$\frac{dy}{dt} = \frac{gxy}{m+x} - \mu y \tag{2.2.2}$$

3. Konstruksi model *predator-prey*, yaitu integrasi antara dinamika *prey* dan *predator* dalam bentuk sistem persamaan diferensial. Model ini memungkinkan analisis terhadap interaksi timbal balik keduanya, termasuk penentuan titik kesetimbangan, kestabilan sistem, serta perilaku jangka panjang populasi.

   Bentuk umum modelnya dapat dituliskan sebagai berikut:

   $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{ax}{a+fy} - sx^2 - \dfrac{bxy}{m+x} \\ \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{gxy}{m+x} - \mu y \end{cases} \tag{2.2.3}$$

Secara umum, model Lotka–Volterra dikenal sebagai salah satu fondasi utama dalam studi sistem dinamik ekologi. Model ini diformulasikan dalam bentuk sistem dinamik kontinu yaitu persamaan diferensial biasa *(Ordinary Differential Equations)* untuk menggambarkan perubahan populasi secara kontinu terhadap waktu. Oleh karena itu, hampir semua fenomena yang berkembang dari waktu ke waktu dapat direpresentasikan sebagai sistem dinamik, yaitu keadaan pada waktu berikutnya bergantung pada kondisi sebelumnya (Winardi dkk., 2020). Meskipun demikian, dalam banyak kasus data populasi hanya tersedia dalam interval waktu tertentu, sehingga pendekatan sistem dinamik diskrit juga digunakan untuk menganalisis perilaku sistem secara numerik. Pembahasan selanjutnya akan menjelaskan konsep dasar sistem dinamik yang menjadi kerangka utama dalam analisis perubahan populasi pada model-model ekologi matematika.

2.3 Sistem Dinamik

Dalam kajian biomatematika, sistem dinamik merupakan salah satu konsep dasar yang berperan penting dalam menggambarkan perubahan suatu fenomena terhadap waktu. Secara umum, sistem dinamik dapat diartikan sebagai suatu kerangka pemodelan di mana kondisi suatu sistem pada masa depan ditentukan oleh keadaan sistem pada masa sekarang, bahkan juga dapat dipengaruhi oleh kondisi masa lalunya. Dengan kata lain, sistem dinamik memungkinkan analisis terhadap evolusi suatu variabel atau kumpulan variabel dari waktu ke waktu (Azirah dkk., 2022).

Berdasarkan bentuk perubahannya, sistem dinamik dibagi menjadi dua jenis utama, yaitu sistem dinamik kontinu dan sistem dinamik diskrit.

1. Sistem dinamik kontinu menggambarkan perubahan variabel secara terus-menerus terhadap waktu. Model seperti ini biasanya dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial biasa (*Ordinary Differential Equations*). Misalnya, dalam model *predator-prey* klasik, dua persamaan diferensial digunakan untuk merepresentasikan laju perubahan populasi *predator* dan mangsa secara simultan. Melalui pendekatan ini, dapat dianalisis perilaku jangka panjang sistem seperti kestabilan, osilasi, atau kecenderungan menuju kesetimbangan.

2. Sistem dinamik diskrit, menyatakan perubahan sistem pada waktu-waktu tertentu, bukan secara kontinu. Hubungan antara keadaan sistem pada waktu ke-t dan waktu ke-$t + 1$ dinyatakan dalam bentuk persamaan beda (*difference equations*). Model seperti ini sering digunakan untuk menggambarkan

fenomena yang diamati secara periodik, seperti populasi tahunan, generasi organisme, atau siklus musiman.

Dalam praktiknya, model kontinu sering kali dikonversi ke bentuk diskrit melalui proses diskritisasi, yaitu metode yang mentransformasikan persamaan diferensial menjadi bentuk iteratif. Salah satu metode diskritisasi yang umum digunakan adalah metode Euler maju, sedangkan untuk menjaga sifat kualitatif sistem yang lebih baik digunakan metode beda hingga tak standar (*Nonstandard Finite Difference*). Pendekatan ini memungkinkan analisis numerik dilakukan tanpa kehilangan karakteristik dasar dari sistem kontinu yang dimodelkan (Reorita & Renny, 2019).

Tujuan utama dari analisis sistem dinamik adalah untuk menentukan titik kesetimbangan *(equilibrium point)* dan menilai sifat kestabilannya. Titik kesetimbangan menggambarkan kondisi di mana laju perubahan variabel sama dengan nol, dengan kata lain sistem berada dalam keadaan stabil atau tidak berubah terhadap waktu. Untuk sistem dinamik kontinu, titik kesetimbangan diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan $\dot{x} = 0$, kemudian kestabilan lokal dianalisis melalui matriks Jacobian. Sedangkan pada sistem dinamik diskrit titik kesetimbangan diperoleh dari solusi persamaan $x_{t+1} = x_t$, dan kestabilannya ditentukan dengan melihat nilai eigen dari matriks hasil linearisasi di sekitar titik tersebut.

Dalam konteks biomatematika, sistem dinamik digunakan untuk mempelajari interaksi antar spesies, penyebaran penyakit, pertumbuhan populasi, maupun proses ekologis lainnya. Sebagai contoh, penelitian yang dilakukan oleh Hanizah (2021) mengembangkan model *predator-prey* yang melibatkan dua *predator* dan satu mangsa, serta memperhitungkan faktor kompetisi dan infeksi. Penelitian tersebut menemukan sembilan titik kesetimbangan dengan beberapa di antaranya bersifat stabil asimtotik tergantung pada nilai parameter tertentu. Sementara itu, penelitian oleh Sirajuddin dkk. (2023) menganalisis model *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe II dan menunjukkan bahwa interaksi antar spesies dapat menghasilkan perilaku dinamis yang beragam, termasuk kestabilan, osilasi, maupun transisi bifurkasi.

Melalui sistem dinamik baik dalam bentuk kontinu maupun diskrit, peneliti dapat memahami bagaimana suatu sistem berkembang seiring waktu apakah menuju kestabilan atau mengalami perubahan yang berulang. Oleh karena itu, sistem dinamik menjadi dasar penting dalam menganalisis fenomena biologis secara matematis terutama ketika model yang dikaji bersifat nonlinier dan kompleks. Pembahasan berikutnya akan menjelaskan secara lebih rinci tentang sistem persamaan diferensial, yang merupakan fondasi matematis utama dalam membangun model-model sistem dinamik.

2.4 Sistem Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial merupakan salah satu konsep fundamental dalam matematika terapan yang digunakan untuk menggambarkan perubahan suatu besaran terhadap variabel lainnya. Dalam konteks biomatematika, persamaan diferensial berperan penting dalam memodelkan berbagai fenomena biologis, seperti pertumbuhan populasi, penyebaran penyakit, maupun interaksi antar spesies. Persamaan diferensial adalah persamaan matematika yang melibatkan suatu fungsi dengan satu atau lebih variabel, serta menghubungkan nilai fungsi tersebut dengan turunannya pada berbagai orde. Dalam persamaan diferensial terdapat dua jenis variabel, yaitu variabel bebas dan variabel tak bebas. Klasifikasi persamaan diferensial ditentukan berdasarkan banyaknya fungsi yang tidak diketahui. Apabila hanya terdapat satu fungsi yang tidak diketahui, maka cukup diperlukan satu persamaan diferensial untuk menyelesaikannya. Namun, apabila terdapat dua atau lebih fungsi yang tidak diketahui, maka diperlukan suatu sistem persamaan diferensial (Musarifa dkk., 2021).

Definisi 2.4.1 Sistem persamaan diferensial didefinisikan sebagai himpunan dari n persamaan diferensial dengan satu atau lebih fungsi variabel, di mana n adalah bilangan bulat positif. Persamaan-persamaan tersebut saling terkait dan konsisten satu sama lain. Secara umum, suatu sistem yang terdiri atas n persamaan orde pertama memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\begin{cases} \dfrac{df_1}{dt} = h_1(t, f_1, f_2, \dots, f_n) \\ \dfrac{df_2}{dt} = h_2(t, f_1, f_2, \dots, f_n) \\ \vdots \\ \dfrac{df_n}{dt} = h_n(t, f_1, f_2, \dots, f_n) \end{cases} \tag{2.4.4}$$

dengan $f_1, f_2, \dots, f_n$ merupakan fungsi-fungsi yang tidak diketahui, sedangkan t adalah variabel bebas (Rizal & Artiono, 2021).

Definisi 2.4.2 Sistem persamaan diferensial juga dapat didefinisikan sebagai himpunan yang memuat n persamaan diferensial dengan n fungsi tak diketahui, di mana n adalah bilangan bulat positif yang lebih besar atau sama dengan dua. Setiap persamaan dalam sistem tersebut saling berhubungan dan konsisten satu sama lain.

Apabila sistem yang terbentuk terdiri atas persamaan diferensial linear, maka disebut sistem persamaan diferensial linear, yaitu sistem yang tersusun atas n persamaan diferensial linear dengan n fungsi tak diketahui. Secara umum, bentuk sistem persamaan diferensial linear dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{cases} x_1'(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \cdots + a_{1n}x_n(t), \\ x_2'(t) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \cdots + a_{2n}x_n(t), \\ \vdots \\ x_n'(t) = a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \cdots + a_{nn}x_n(t), \end{cases} \tag{2.4.5}$$

dengan a_{ij} menyatakan konstanta, sedangkan $x_j(t)$ merupakan fungsi tak diketahui.

Sebaliknya, apabila dalam sistem terdapat perkalian antara fungsi tak bebas dan turunannya, pangkat variabel lebih dari satu, atau fungsi transendental seperti eksponensial dan trigonometri, maka sistem tersebut tergolong nonlinear. Sistem nonlinear jauh lebih kompleks untuk dianalisis karena tidak memiliki solusi eksak dalam kebanyakan kasus, sehingga memerlukan pendekatan numerik atau simulasi untuk memahami perilakunya. Suatu persamaan diferensial dikategorikan non-linear apabila memenuhi sedikitnya salah satu dari kriteria berikut: (Musarifa dkk., 2021).

1. Mengandung variabel tak bebas atau turunannya dengan pangkat lebih dari satu.
2. Memuat perkalian antara variabel tak bebas dengan turunannya.
3. Mengandung fungsi transendental dari variabel tak bebas maupun turunannya.

Dengan demikian, sistem persamaan diferensial dapat dibedakan menjadi linear dan non-linear, masing-masing memiliki karakteristik serta metode analisis tersendiri dalam mempelajari dinamika suatu sistem. Dalam kajian sistem dinamik, persamaan diferensial nonlinear sangat sering digunakan, terutama untuk memodelkan fenomena biologis seperti interaksi *predator-prey*, kompetisi antar spesies, atau penyebaran penyakit menular. Secara keseluruhan, sistem persamaan diferensial baik linear maupun nonlinear menjadi dasar utama dalam analisis sistem dinamik.

Melalui sistem ini, dinamika variabel dalam suatu model dapat direpresentasikan secara matematis sehingga perilaku jangka panjang, kestabilan, dan respons terhadap perubahan parameter dapat dipelajari secara lebih mendalam. Kompleksitas hubungan antar variabel menjadikan pendekatan analitik murni sulit dilakukan. Oleh karena itu, berbagai metode numerik dikembangkan untuk mendekati solusi yang tetap mempertahankan sifat kualitatif sistem aslinya. Salah satu metode numerik yang banyak digunakan adalah metode skema beda hingga tak standar *(Nonstandard Finite Difference)*.

2.5 Metode Skema Beda Hingga Tak Standar

Dalam analisis sistem dinamik, terutama ketika model berbentuk nonlinear dan sulit diselesaikan secara analitik diperlukan pendekatan numerik untuk memperoleh solusi yang mendekati perilaku sebenarnya. Salah satu metode numerik yang paling banyak digunakan dalam bidang biomatematika adalah metode skema beda hingga tak standar atau *Nonstandard Finite Difference (NSFD)*. Metode skema beda hingga tak standar merupakan salah satu pendekatan numerik yang banyak digunakan dalam bidang biomatematika, terutama karena kemampuannya dalam mempertahankan sifat kualitatif model kontinu setelah ditransformasikan ke bentuk diskrit. Menurut Winardi dkk. (2020) kelebihan utama metode ini adalah kemampuannya menjaga kestabilan sistem, menghasilkan solusi yang selalu bernilai positif, serta tetap mempertahankan keteraturan perilaku dinamika sistem. Keunggulan tersebut menjadikan metode skema beda hingga tak standar sangat sesuai diterapkan pada pemodelan populasi biologi, sebab secara nyata jumlah populasi tidak mungkin bernilai negatif.

Penerapan metode ini juga telah banyak dilakukan, penelitian di Indonesia yang telah menerapkan metode skema beda hingga tak standar ini pada model predator-prey dilakukan oleh Reorita dkk. (2019) mengenai penyelesaian numerik model *predator-prey* dengan mempertimbangkan faktor pemanenan. Hasil penelitian tersebut memperlihatkan bahwa diskritisasi dengan metode skema beda hingga tak standar mampu menjaga kestabilan titik kesetimbangan sebagaimana pada model kontinu. Hal ini berebeda dengan metode beda hingga standar, yang dalam kondisi tertentu justru dapat menimbulkan perilaku numerik yang menyimpang dari sifat dasar sistem.

Secara umum, tujuan utama penggunaan metode ini adalah untuk memperoleh solusi numerik yang selalu positif, stabil, dan tidak menghasilkan osilasi semu yang sering muncul pada metode standar. Hal ini menjadi penting dalam pemodelan populasi biologi, sebab dalam kenyataan jumlah populasi tidak pernah bernilai negatif. Oleh karena itu, metode skema beda hingga tak standar dianggap lebih representatif untuk menyelesaikan model biomatematika yang menggambarkan interaksi antara populasi makhluk hidup.

Perbedaan mendasar antara metode skema beda hingga tak standar dan metode beda hingga standar terletak pada cara mendiskritisasi turunan waktu dan penanganan suku nonlinear. Dalam metode standar, turunan biasanya didekati secara langsung dengan perbedaan maju, tengah, atau mundur yang bersifat linier terhadap langkah waktu. Pendekatan ini sering kali menyebabkan penyimpangan numerik yang signifikan, terutama ketika langkah waktu besar atau sistem bersifat sangat sensitif terhadap parameter. Sebaliknya, metode skema beda hingga tak standar menggunakan skema pembagi langkah waktu yang dimodifikasi serta pendekatan nonlinier khusus untuk menjaga kestabilan dan sifat dasar solusi.

Secara keseluruhan, metode skema beda hingga tak standar tidak hanya memberikan pendekatan numerik yang lebih akurat, tetapi juga menjaga makna biologis dari sistem yang dimodelkan. Dengan demikian, penggunaan metode skema beda hingga tak standar dalam penelitian biomatematika berperan penting dalam memperoleh hasil simulasi yang stabil, realistis, dan konsisten dengan sistem aslinya. Tahapan selanjutnya setelah proses diskritisasi ini adalah menganalisis titik tetap atau titik kesetimbangan dari model yang dihasilkan, untuk memastikan perilaku sistem dalam jangka panjang tetap sesuai dengan teori kestabilan.

2.6 Titik Tetap dan Titik Kesetimbangan

Dalam kajian sistem dinamik, baik yang bersifat kontinu maupun diskrit konsep titik tetap dan titik kesetimbangan merupakan elemen utama untuk memahami perilaku jangka panjang dari suatu sistem. Kedua istilah ini menggambarkan keadaan di mana variabel-variabel dalam sistem tidak lagi berubah terhadap waktu sehingga sistem berada dalam kondisi stabil atau konstan.

Pada sistem dinamik kontinu istilah yang digunakan adalah titik kesetimbangan *(equilibrium point)*, yaitu kondisi ketika laju perubahan suatu variabel sama dengan nol, artinya pada titik tersebut populasi atau variabel dalam model tidak mengalami peningkatan maupun penurunan. Sementara itu, pada sistem dinamik diskrit istilah yang digunakan adalah titik tetap *(fixed point)* yakni keadaan ketika nilai variabel pada waktu ke-$t+1$ sama dengan nilai pada waktu ke-t. Walaupun secara terminologi berbeda, keduanya memiliki makna yang serupa yaitu kondisi sistem yang tidak berubah terhadap waktu.

Secara matematis, sebuah titik (x^*, y^*) dikatakan sebagai titik kesetimbangan dari sistem jika memenuhi syarat $F(x^*, y^*) = 0, G(x^*, y^*) = 0$. Titik ini disebut juga *titik kritis*, karena mewakili keadaan di mana sistem berada pada keseimbangan dinamis. Apabila sistem mengalami gangguan kecil di sekitar titik ini, analisis kestabilan dapat menentukan apakah sistem akan kembali ke titik semula (stabil), bergerak menjauhi titik tersebut (tidak stabil), atau berosilasi di sekitarnya.

Titik $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ yang memenuhi persamaan $f(\bar{x}) = 0$ disebut sebagai titik kesetimbangan dari sistem $\dot{x} = f(x)$ (Fardinah dkk., 2024). Titik kesetimbangan atau titik kritis merupakan solusi konstan dari sistem artinya keadaan sistem tetap stabil dan tidak berubah seiring berjalannya waktu. Definisi lain menyatakan bahwa suatu $x \in \mathbb{R}^n$ disebut sebagai titik ekuilibrium atau titik kritis dari sistem $\dot{x} = f(x)$ apabila memenuhi syarat f(x) = 0 (Amalia dkk., 2023).

Sebuah sistem autonomous adalah sistem persamaan diferensial biasa yang memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, y) \tag{2.6.6}$$

$$\frac{dy}{dt} = G(x, y) \tag{2.6.7}$$

dengan F dan G tidak bergantung secara eksplisit pada variabel tak bebas t.

Definisi 2.6.1 Titik Kesetimbangan Sistem Autonomous
Sebuah titik $\vec{x}^* = (x^*, y^*)$ disebut titik kritis dari sistem autonomous jika memenuhi $F(x^*, y^*) = 0$ dan $G(x^*, y^*) = 0$. Titik kritis ini merupakan solusi konstan karena $\dfrac{d\vec{x}}{dt} = 0$. Kondisi tersebut disebut keadaan setimbang sehingga titik kritis dapat pula diartikan sebagai titik kesetimbangan.

Definisi 2.6.2 Kestabilan Titik Kesetimbangan dalam Sistem Autonomous
Menurut Azirah dkk. (2022) Kestabilan titik kesetimbangan dibedakan menjadi tiga kondisi utama:

1. Stabil, jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga solusi $\vec{x}(t)$ dari sistem tersebut dengan syarat awal $\|\vec{x}(t) - \vec{x}^*(t)\| < \delta$ tetap memenuhi $\|\vec{x}(t) - \vec{x}^*(t)\| < \varepsilon$ untuk semua $t > 0$.

2. Stabil asimtotik, jika titik $\vec{x}^*(t)$ stabil, dan terdapat $\delta_0 > 0$ sedemikian sehingga jika $\|\vec{x}(t) - \vec{x}^*(t)\| < \delta_0$, maka berlaku:

$$\lim_{t\to\infty} \vec{x}(t) = \vec{x}^*(t).$$

3. Tidak stabil, jika tidak memenuhi kondisi stabil.

Untuk menentukan sifat kestabilan tersebut, digunakan pendekatan linearisasi di sekitar titik kesetimbangan melalui matriks Jacobian. Matriks ini menggambarkan sensitivitas perubahan variabel terhadap satu sama lain dan menjadi dasar dalam menentukan karakteristik sistem dinamik. Pembahasan berikutnya akan menyoroti peran matriks Jacobian sebagai alat utama dalam analisis kestabilan sistem nonlinear, khususnya dalam menentukan perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan tersebut.

2.7 Matriks Jacobi

Dalam analisis sistem dinamik terutama pada sistem nonlinear pendekatan langsung untuk menentukan kestabilan sering kali sulit dilakukan karena bentuk persamaannya yang kompleks. Oleh karena itu, digunakan metode linearisasi yaitu mendekati sistem nonlinear dengan sistem linear di sekitar titik kesetimbangan. Alat utama dalam proses linearisasi ini adalah matriks Jacobian. Melalui proses linearisasi matriks Jacobian dapat memberikan informasi penting mengenai kestabilan titik kesetimbangan, sehingga dapat ditentukan apakah titik tersebut bersifat stabil, tidak stabil, atau bersifat *saddle point*.

Definisi 2.7.1 Matriks Jacobian adalah sebuah matriks yang elemen-elemennya merupakan turunan parsial dari suatu fungsi nonlinier (Rahmawati & Savitri, 2023). Untuk sistem dua variabel, bentuk umum matriks Jacobian berukuran 2×2 dituliskan sebagai berikut:

$$J(x,y) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} & \dfrac{\partial f}{\partial y} \\ \dfrac{\partial g}{\partial x} & \dfrac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{2.7.8}$$

Jika diberikan bersifat autonomous:

$$\frac{dx}{dt} = P(x,y) \tag{2.7.9}$$

$$\frac{dy}{dt} = Q(x,y) \tag{2.7.10}$$

maka titik kesetimbangan diperoleh dari syarat $P(x,y) = 0 \quad \text{dan} \quad Q(x,y) = 0$

Hasil linearisasi di sekitar titik kesetimbangan tersebut menghasilkan matriks Jacobian yang kemudian sering disebut sebagai matriks linear A, yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial P}{\partial x}(x^*,y^*) & \dfrac{\partial P}{\partial y}(x^*,y^*) \\ \dfrac{\partial Q}{\partial x}(x^*,y^*) & \dfrac{\partial Q}{\partial y}(x^*,y^*) \end{bmatrix} \tag{2.7.11}$$

dengan (x^*, y^*) adalah titik kesetimbangan yang dianalisis misalnya pada model *predator-prey*.

Definisi 2.7.2 Matriks Jacobian secara umum merupakan matriks yang tersusun dari turunan parsial pertama sejumlah fungsi $f_1, f_2, \ldots, f_n$ terhadap variabel $t_1, t_2, \ldots, t_n$. Secara umum, bentuk matriks Jacobian dituliskan sebagai berikut: (Rizal & Artiono, 2021)

$$J(f_1, f_2, \ldots, f_n) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial t_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial t_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_1}{\partial t_n} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial t_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial t_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_2}{\partial t_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\partial f_n}{\partial t_1} & \dfrac{\partial f_n}{\partial t_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_n}{\partial t_n} \end{bmatrix} \tag{2.7.12}$$

Melalui analisis Jacobian peneliti dapat menilai apakah sistem akan kembali ke titik keseimbangan setelah terjadi gangguan kecil atau justru bergerak menjauh. Pendekatan ini menjadi sangat penting dalam model-model biomatematika seperti model predator–prey, karena memungkinkan kita memahami apakah interaksi antar spesies akan stabil, berosilasi, atau bahkan menyebabkan kepunahan salah satu populasi.

Selain itu, matriks Jacobian juga berperan dalam menentukan bentuk lintasan fase dan perilaku sistem di sekitar titik kesetimbangan. Kombinasi antara Jacobian dan analisis nilai eigen memberikan gambaran menyeluruh mengenai dinamika sistem mulai dari kestabilan lokal, arah pergerakan solusi, hingga potensi munculnya siklus batas *(limit cycle)*. Dengan demikian, matriks Jacobian bukan sekadar alat komputasi melainkan juga sarana konseptual yang sangat penting untuk memahami perilaku sistem dinamik nonlinear secara lokal. Pembahasan selanjutnya akan menjelaskan hubungan antara nilai eigen dari matriks Jacobian dengan kestabilan titik kesetimbangan yang menjadi dasar utama dalam analisis sistem dinamik.

2.8 Nilai Eigen dan Kestabilan Sistem

Dalam analisis sistem dinamik, nilai eigen *(eigenvalue)* memiliki peran yang sangat penting dalam menentukan kestabilan suatu sistem di sekitar titik kesetimbangan. Nilai eigen memberikan informasi mengenai arah dan laju perubahan solusi terhadap gangguan kecil di sekitar titik tersebut. Dengan menganalisis tanda dan besar nilai eigen, dapat diketahui apakah sistem akan bergerak mendekati titik kesetimbangan (stabil), menjauhi titik tersebut (tidak stabil), atau berosilasi di sekitarnya.

Menurut Amalia dkk. (2023) persamaan nilai eigen dinyatakan sebagai:

$$\det(\lambda I - A) = 0 \tag{2.8.13}$$

Misalkan T adalah matriks berordo $n \times n$. Sebuah vektor bukan nol $x \in \mathbb{R}^n$ disebut *vektor eigen* dari T apabila berlaku:

$$Tx = \lambda x \tag{2.8.14}$$

dengan λ merupakan skalar yang disebut nilai eigen dari T, sedangkan x adalah vektor eigen yang bersesuaian. Untuk menentukan nilai eigen persamaan tersebut dapat ditulis ulang menjadi:

$$(T - \lambda I)x = 0 \tag{2.8.15}$$

dengan I adalah matriks identitas berordo n. Persamaan ini hanya memiliki solusi tak nol jika:

$$\det(\lambda I - T) = 0 \tag{2.8.16}$$

yang dikenal sebagai *persamaan karakteristik* dari matriks T (Rizal & Artiono, 2021).

Adapun hubungan antara nilai eigen dan kestabilan titik kesetimbangan pada sistem kontinu dapat dijelaskan melalui teorema berikut: (Musarifa dkk., 2021)

1. Titik kesetimbangan $x = 0$ dikatakan *stabil asimtotik* jika dan hanya jika $\Re(\lambda_i) < 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, k$.
2. Titik kesetimbangan $x = 0$ dikatakan *stabil* jika $\Re(\lambda_i) \leq 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, k$, serta apabila terdapat λ_i dengan $\Re(\lambda_i) = 0$, maka multipisitas aljabar dan geometrinya harus sama.
3. Titik kesetimbangan $x = 0$ dinyatakan *tidak stabil* apabila terdapat sedikitnya satu λ_i dengan $\Re(\lambda_i) > 0$.

Sementara itu, pada sistem dinamik diskrit kestabilan titik kesetimbangan sangat bergantung pada nilai eigen (λ) dari matriks Jacobian hasil linearisasi di sekitar titik kesetimbangan. Kriteria kestabilannya dirumuskan sebagai berikut:

1. Jika $|\lambda| < 1$, maka titik kesetimbangan bersifat *stabil asimtotik*, artinya lintasan solusi akan konvergen menuju titik kesetimbangan.
2. Jika $|\lambda| = 1$, maka titik kesetimbangan berada pada kondisi *stabil*, tetapi tidak asimtotik. Solusi tetap berada di sekitar titik kesetimbangan tanpa konvergen menuju titik tersebut.
3. Jika $|\lambda| > 1$, maka titik kesetimbangan dinyatakan *tidak stabil*, sehingga lintasan solusi akan menjauhi titik kesetimbangan.

Kriteria tersebut menjadi dasar penting dalam analisis kestabilan model dinamik diskrit, termasuk pada model Lotka-Volterra (Winardi dkk., 2020). Namun demikian, kestabilan tidak hanya dipengaruhi oleh nilai eigen semata melainkan juga sangat bergantung pada parameter-parameter dalam model. Oleh karena itu, analisis sensitivitas parameter perlu dilakukan untuk memahami bagaimana perubahan kecil pada parameter dapat memengaruhi kestabilan sistem secara keseluruhan.

Dengan demikian, nilai eigen berfungsi sebagai indikator utama untuk memahami karakteristik dinamika di sekitar titik kesetimbangan. Dalam model biomatematika, analisis terhadap nilai eigen sangat penting karena membantu menjelaskan bagaimana populasi dalam sistem *predator–prey* bereaksi terhadap perubahan parameter. Hubungan ini juga menjadi dasar dalam analisis sensitivitas parameter.

2.9 Analisis Sensitivitas Parameter

Dalam pemodelan biomatematika, analisis sensitivitas parameter merupakan langkah penting untuk memahami seberapa besar pengaruh perubahan suatu parameter terhadap perilaku sistem secara keseluruhan. Melalui analisis ini peneliti dapat mengidentifikasi parameter mana yang paling berperan dalam menentukan kestabilan titik kesetimbangan maupun dinamika populasi *predator-prey*. Dengan demikian, analisis sensitivitas tidak hanya berfungsi sebagai alat matematis tetapi juga memiliki implikasi biologis yang signifikan terutama dalam pengelolaan populasi dan konservasi ekosistem (Rahmawati & Savitri, 2023).

Beberapa penelitian terdahulu juga menunjukkan bahwa analisis sensitivitas dapat digunakan untuk menjelaskan perilaku populasi yang lebih kompleks. Misalnya, penelitian Amara dkk. (2022) dengan memasukkan faktor efek ketakutan *(fear effect)* pada mangsa menunjukkan bahwa rasa takut terhadap *predator* dapat menurunkan tingkat aktivitas mencari makan, sehingga populasi mangsa menurun bahkan tanpa adanya peningkatan jumlah *predator*. Jika tingkat ketakutan terlalu besar populasi mangsa dapat menurun drastis hingga menuju kepunahan yang pada gilirannya juga berdampak pada penurunan populasi *predator*.

Sementara itu, penelitian lain Yulfani dkk. (2024) mengkaji pengaruh pemanenan konstan pada populasi mangsa. Hasilnya menunjukkan bahwa jika tingkat pemanenan melebihi ambang batas tertentu, kestabilan sistem akan hilang menyebabkan populasi mangsa sulit dipertahankan dan sistem cenderung menuju ketidakseimbangan. Hal ini memperlihatkan bahwa perubahan kecil pada satu parameter dapat menimbulkan efek besar terhadap dinamika ekosistem secara keseluruhan.

Secara umum, hasil analisis sensitivitas parameter memberikan pemahaman mendalam mengenai ketergantungan sistem terhadap kondisi lingkungan dan parameter biologisnya. Informasi ini tidak hanya bermanfaat untuk validasi model matematis tetapi juga dapat dijadikan acuan dalam pengambilan keputusan pengelolaan sumber daya hayati. Dengan mengetahui parameter yang paling berpengaruh kebijakan pengendalian populasi atau konservasi dapat dilakukan secara lebih efektif. Dengan demikian, analisis sensitivitas parameter berfungsi sebagai jembatan antara hasil teoritis dan interpretasi biologis. Analisis ini membantu memastikan bahwa model matematika tidak hanya akurat secara komputasional, tetapi juga relevan dengan fenomena biologis yang sebenarnya. Pembahasan selanjutnya akan berfokus pada penerapan simulasi numerik untuk menggambarkan perilaku sistem *predator–prey* berdasarkan parameter-parameter yang telah dianalisis sebelumnya.

2.10 Simulasi Numerik

Dalam penelitian ini, simulasi numerik dilakukan untuk mengamati perilaku model dalam jangka waktu panjang serta memverifikasi kestabilan titik kesetimbangan. Tujuan utamanya adalah membandingkan kesesuaian hasil perhitungan numerik dengan analisis khususnya dalam menggambarkan kestabilan serta titik kesetimbangan pada berbagai variasi nilai parameter. Nilai parameter yang digunakan diperoleh dari rujukan penelitian sebelumnya maupun berdasarkan asumsi tertentu (Amalia dkk., 2023).

Simulasi numerik pada model *predator–prey* dilakukan dengan menggunakan parameter-parameter yang diperoleh dari penelitian terdahulu maupun asumsi biologis yang relevan. Setiap parameter seperti laju predasi, tingkat konversi, dan kompetisi antar spesies diberi nilai awal tertentu untuk melihat bagaimana sistem bereaksi terhadap perubahan tersebut. Selain itu, nilai awal populasi *predator* dan mangsa juga perlu ditentukan karena akan memengaruhi lintasan solusi yang dihasilkan. Hasil simulasi umumnya divisualisasikan dalam bentuk grafik bidang fase dan kurva waktu. Grafik bidang fase memperlihatkan hubungan antara populasi *predator* dan mangsa dalam satu bidang koordinat yang menunjukkan apakah sistem menuju kestabilan, berosilasi, atau mengalami divergensi. Sementara itu, grafik terhadap waktu menampilkan perubahan jumlah masing-masing populasi secara terpisah sehingga pola fluktuasi dan kecenderungan jangka panjang dapat diamati dengan lebih jelas.

Dalam penelitian ini seluruh proses komputasi dan visualisasi dilakukan menggunakan perangkat lunak MATLAB, yang memiliki kemampuan tinggi dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial dan menampilkan hasil numerik secara akurat. Simulasi dilakukan untuk beberapa kombinasi nilai parameter agar diperoleh gambaran menyeluruh mengenai perilaku sistem di berbagai kondisi. Selain berfungsi sebagai verifikasi hasil analitik simulasi numerik juga membantu memahami dampak perubahan parameter terhadap kestabilan sistem. Misalnya, peningkatan laju predasi dapat menyebabkan populasi mangsa menurun lebih cepat sementara populasi predator bertambah sebelum akhirnya menurun kembali ketika mangsa habis. Pola-pola ini menunjukkan adanya osilasi periodik yang khas pada sistem Lotka–Volterra. Oleh karena itu, simulasi numerik diperlukan sebagai verifikasi atas hasil analisis teoritis sekaligus sebagai ilustrasi visual (Salwa dkk., 2023).

Simulasi numerik juga memberikan informasi tambahan yang sulit diperoleh hanya melalui analisis matematis seperti waktu yang dibutuhkan sistem untuk mencapai keseimbangan, atau respons sistem terhadap gangguan awal yang besar. Dengan demikian, hasil simulasi menjadi pelengkap penting bagi analisis teoritis dan memberikan gambaran yang lebih realistis mengenai dinamika populasi di alam. Secara keseluruhan penerapan simulasi numerik dalam model *predator–prey* tidak hanya memperkuat hasil analisis kestabilan, tetapi juga memperlihatkan hubungan yang kompleks antara parameter biologis dan perilaku sistem. Pendekatan ini menjadi landasan untuk memahami secara lebih mendalam bagaimana interaksi antar spesies membentuk keseimbangan ekosistem, sekaligus menjadi dasar dalam pengembangan model yang lebih kompleks pada penelitian selanjutnya.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2025/2026 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang beralamatkan di Jalan Prof. Dr. Ir. Soemantri Brojonegoro, Gedong Meneng, Kecamatan Rajabasa, Kota Bandar Lampung, Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian teoretis dalam bidang matematika terapan yang mengkaji model interaksi antara dua populasi, yaitu mangsa *(prey)* dan pemangsa *(predator)*, menggunakan model Lotka–Volterra diskrit. Jenis penelitian ini menggunakan metode kuantitatif dan metode kepustakaan *(library research)*.

1. Metode Kuantitatif
   Metode kuantitatif digunakan karena penelitian ini melibatkan analisis matematis dan simulasi numerik untuk memperoleh hasil yang dapat diukur secara numerik. Proses analisis dilakukan melalui pembentukan model matematika, penentuan titik kesetimbangan, analisis kestabilan dengan nilai eigen, dan simulasi numerik berbasis parameter. Hasil penelitian dinyatakan dalam bentuk perhitungan matematis, tabel, dan grafik yang menunjukkan perubahan populasi *predator-prey* dari waktu ke waktu dalam jangka waktu yang panjang.

2. Metode Kepustakaan *(Library Research)*
   Metode kepustakaan digunakan karena penelitian ini berdasarkan kajian teori dan literatur ilmiah dengan seluruh data dan parameter diperoleh dari jurnal,

buku teks, serta hasil penelitian terdahulu. Salah satunya penitian Winardi dkk. (2020) yang mengembangkan model Lotka–Volterra diskrit dengan metode skema beda hingga tak standar. Metode ini digunakan untuk memperkuat dasar teori, konsep model, serta validasi hasil analisis yang dilakukan.

3.3 Tahapan Penelitian

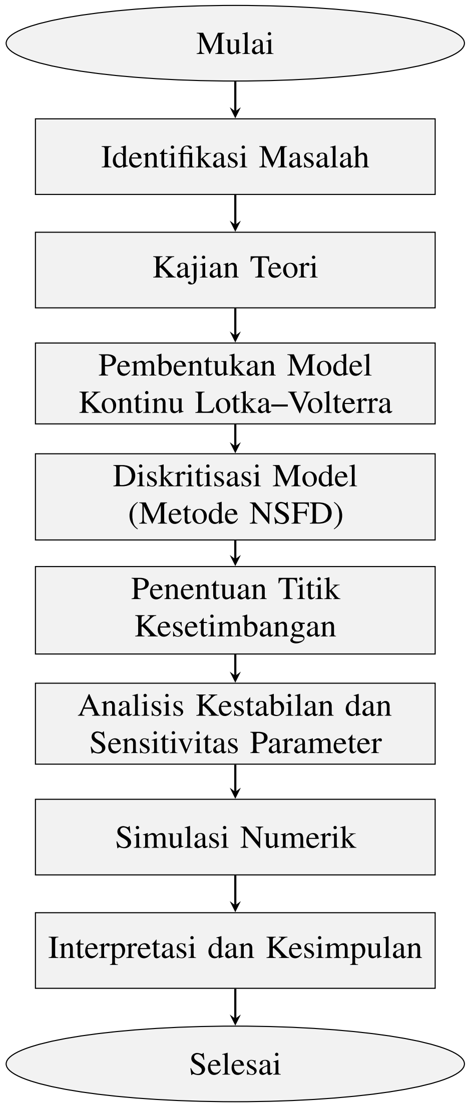
Penelitian ini dilakukan melalui beberapa tahapan sistematis agar hasil yang diperoleh sesuai dengan tujuan penelitian. Tahapan-tahapan tersebut adalah sebagai berikut:

1. Kajian Teori
   Mengumpulkan referensi ilmiah yang relevan dengan sistem dinamik, model *predator–prey*, teori kestabilan, dan metode skema beda hingga tak standar
2. Pembentukan Model Lotka–Volterra Kontinu
   Menyusun model dasar berupa sistem persamaan diferensial yang menggambarkan interaksi *predator-prey* dalam bentuk kontinu berdasarkan prinsip ekologi dan teori pertumbuhan populasi.
3. Diskritisasi dengan metode skema beda hingga tak standar
   Mengubah model kontinu menjadi bentuk diskrit menggunakan metode skema beda hingga tak standar, sehingga sistem dapat dianalisis dalam langkah waktu h dan mempertahankan sifat positif serta kestabilannya.
4. Penentuan Titik Kesetimbangan
   Menentukan titik kesetimbangan (x^*, y^*) dilakukan dengan mensubstitusikan $x_{n+1} = x_n = x^*$ dan $y_{n+1} = y_n = y^*$ ke dalam sistem diskrit yang diperoleh.
5. Analisis Kestabilan
   Kestabilan sistem dianalisis menggunakan matriks Jacobian dan nilai eigen (λ) berdasarkan kriteria kestabilan sistem diskrit berikut:
   (a) Jika $|\lambda| < 1$, maka titik kesetimbangan bersifat stabil asimtotik.
   (b) Jika $|\lambda| = 1$, maka titik kesetimbangan berada pada kondisi stabil, tetapi tidak asimtotik.
   (c) Jika $|\lambda| > 1$, maka titik kesetimbangan dinyatakan tidak stabil.

6. Analisis Sensitivitas Parameter
   Menganalisis pengaruh variasi parameter seperti tingkat kompetisi dan interaksi antarspesies terhadap kestabilan sistem. Parameter-parameter ini diubah secara bertahap untuk mengamati perubahan nilai kesetimbangan dan perilaku sistem.

7. Simulasi Numerik dan Interpretasi
   Melakukan simulasi numerik menggunakan perangkat lunak MATLAB untuk memverifikasi hasil analisis matematis. Hasil simulasi disajikan dalam bentuk grafik dinamika populasi, dan sensitivitas parameter.

3.4 Alur Penelitian



Gambar 3.1 Diagram Alur Penelitian Model Lotka-Volterra Diskrit

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada penelitian mengenai *Analisis Perilaku dan Kestabilan Model Predator-Prey Diskrit Lotka–Volterra terhadap Variasi Kompetisi Antarspesies*, dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Model *predator-prey* Lotka-Volterra dalam penelitian ini berhasil didiskritisasi menggunakan metode skema beda hingga tak standar (*Nonstandard Finite Difference*). Metode ini mampu mempertahankan sifat kualitatif model kontinu, khususnya dalam menjaga solusi tetap bernilai positif dan stabil secara numerik, sehingga model diskrit yang diperoleh layak digunakan untuk analisis dinamika populasi *predator* dan *prey*.

2. Model diskrit yang diperoleh memiliki beberapa titik kesetimbangan, yaitu titik kepunahan, titik eksistensi satu spesies, dan titik koeksistensi *predator-prey*. Keberadaan masing-masing titik kesetimbangan tersebut sangat dipengaruhi oleh nilai parameter biologis yang merepresentasikan tingkat kompetisi dan interaksi antarspesies.

3. Berdasarkan analisis kestabilan menggunakan matriks Jacobian dan nilai eigen, diperoleh bahwa titik kesetimbangan koeksistensi dapat bersifat stabil asimtotik apabila seluruh nilai eigen memenuhi kriteria kestabilan sistem dinamik diskrit, yaitu berada di dalam lingkaran satuan. Kondisi ini menunjukkan bahwa pada nilai parameter tertentu, populasi *predator* dan *prey* dapat bertahan hidup secara berdampingan dalam jangka panjang.

4. Hasil analisis sensitivitas parameter menunjukkan bahwa variasi tingkat kompetisi antar *prey* dan antar *predator* memberikan pengaruh yang

signifikan terhadap dinamika populasi. Peningkatan kompetisi antar *prey* menyebabkan penurunan populasi *prey* yang selanjutnya berdampak pada menurunnya populasi *predator*, sedangkan peningkatan kompetisi antar *predator* menyebabkan populasi *predator* menurun dan populasi *prey* cenderung meningkat.

5. Perubahan parameter interaksi *prey-predator* dan parameter konversi *predator* juga berpengaruh terhadap kestabilan sistem. Peningkatan intensitas interaksi *prey-predator* mempercepat penurunan populasi *prey*, sedangkan peningkatan efektivitas konversi *predator* mendorong pertumbuhan populasi *predator*. Hasil simulasi numerik mendukung analisis teoritis dan memperlihatkan secara visual pengaruh perubahan parameter terhadap perilaku sistem dalam jangka panjang.

Secara keseluruhan, hasil penelitian menunjukkan bahwa kestabilan koeksistensi pada model *predator-prey* diskrit Lotka-Volterra dengan mempertimbangkan variasi kompetisi antarspesies mampu menggambarkan dinamika populasi yang realistis serta memberikan pemahaman yang lebih mendalam mengenai faktor-faktor yang memengaruhi kestabilan ekosistem.

5.2 Saran

Penelitian ini masih memiliki beberapa keterbatasan yang dapat dijadikan peluang untuk pengembangan penelitian selanjutnya. Model yang dikaji hanya melibatkan satu *predator* dan satu *prey* dalam sistem tertutup tanpa mempertimbangkan migrasi maupun perubahan lingkungan eksternal. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya dapat mengembangkan model dengan melibatkan lebih dari satu *predator* atau *prey*, serta memasukkan faktor migrasi atau perubahan lingkungan agar model lebih mendekati kondisi ekosistem nyata.

Selain itu, pengembangan model dapat dilakukan dengan menambahkan faktor biologis lain seperti efek ketakutan, pemanenan, atau penyakit pada *predator* maupun *prey*. Analisis juga dapat diperluas dengan menggunakan metode diskritisasi lain sebagai pembanding untuk melihat perbedaan kestabilan numerik dan perilaku dinamik yang dihasilkan. Penelitian lanjutan juga disarankan untuk mengkaji kemungkinan terjadinya bifurkasi atau perilaku chaos akibat perubahan parameter tertentu, sehingga pemahaman terhadap dinamika sistem *predator-prey* diskrit menjadi lebih komprehensif.

DAFTAR PUSTAKA

Ak Gümüş, Ö. (2025). Dynamics of a discrete-time prey-predator system with nonstandard finite difference scheme. *AIMS Mathematics,* Vol 10. 8:17998–18023.

Al Idrus, A. S., Gani, A. P. A., & Zaid, N. (2022). Analisis dinamik model predator-prey dengan struktur usia dan perilaku anti-predator. *Research in the Mathematical and Natural Sciences,* Vol 1. 2:22–29.

Amalia, D., & Savitri, D. (2023). Analisis Dinamik Model Predator-Prey dengan Fungsi Respon Monod-Haldane. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika,* Vol 11. 2.

Amara, A. D., & Savitri, D. (2022). Analisis dinamik model predator–prey dengan fungsi respon Holling tipe II dan efek ketakutan. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika,* Vol 10. 1: 45–55.

Azirah, N., Nasution, Y. N., & Huda, M. N. (2022, September). Analisis pengaruh kanibalisme pada model predator-prey dengan struktur usia. *Basis: Jurnal Matematika,* Vol 1. 1:8–15.

Bariyah, I. L. N., & Sugandi, M. K. (2022). Project Based Learning untuk Meningkatkan Keterampilan Proses Sains Siswa pada Konsep Ekosistem. *Seminar Nasional Pendidikan FKIP UNMA 2022: Transformasi Pendidikan di Era Super Smart Society 5.0.*

Din, Q. (2013). Dynamics of a discrete Lotka-Volterra model. *Din Advancesin Difference Equations 2013, 2013:95.*

Fardinah, Ekawati, D., Hikmah, Rachman, H., & Masyita. (2024). Model Predator-Prey Leslie-Gower dengan Fungsi Respon Sokol-Howell dan Perilaku Anti Predator. *Journal of Mathematics: Theory and Applications (JOMTA),* Vol 6. 1:19–30.

Hanizah, A. (2021). Analisis Dinamik Model Predator-Prey dengan Adanya Prey Terinfeksi dan Kompetisi pada Predator. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika,* Vol 9. 1.

Ibrahim, R., Yahya, L., Rahmi, E., & Resmawan. (2021). Analisis Dinamik Model Predator-Prey Tipe Gause dengan Wabah Penyakit pada Prey. *Jambura Journal of Biomathematics,* Vol 2. 1:20–28.

Musarifa, Hikmah, & Fardinah. (2021). Analisis model matematika SEITR pada penyakit cacar air. *Journal of Mathematics: Theory and Applications,* Vol 3. 2:45–52.

Rahmawati, R., & Savitri, D. (2023). Model Lotka–Volterra yang mempertimbangkan efek ketakutan pada prey dengan fungsi respon Holling tipe II. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika,* Vol 11. 2:304–309.

Reorita, R., & Renny, R. (2019). Penyelesaian numerik model predator-prey dengan skema beda hingga tak-standar. *Journal of Fundamental Mathematics and Applications,* Vol 2. 1.

Rizal, M., & Artiono, R. (2021). Analisis dinamik model koinfeksi penyakit difteri dan COVID-19. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika,* Vol 9. 2:150–160.

Salwa, S. I., Shakira, L. A., & Savitri, D. (2023). Dinamika model mangsa-pemangsa Lotka–Volterra dengan adanya kerja sama berburu pada pemangsa. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika (JRAM),* Vol 7. 2:195–205.

Sirajuddin, N. T., Bahalwan, F., Ode, A., Ningsih, M. S., Bahri, S., Madubun, E. L., Purnamasari, R., Sampulawa, S., Mali, I. Y., Ririhena, R. E., & Laimeheriwa, S. (2023). *Biologi ekologi: Interaksi organisme dan lingkungannya.*

Winarni, A., Hayati, A., & Muhassanah, N. (2020). Analisis Pengaruh Tingkat Kompetisi dan Interaksi antara Prey dan Predator pada Perilaku Model Dinamik Diskrit Lotka-Volterra. *Journal of Mathematics and Mathematics Education,* Vol 2. 2:109–118.

Yulfani, W. I., & Winanda, R. S. (2024). Analisis model mangsa-pemangsa dengan pemanenan konstan pada populasi mangsa. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika,* Vol 12. 2:322–328.